

# ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ

(ਗਿਆਰ੍ਹਵੀਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਲਈ)

ਭਾਗ - I



**ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ**

ਸਾਹਿਬਜ਼ਾਦਾ ਅਜੀਤ ਸਿੰਘ ਨਗਰ

© ਪੰਜਾਬ ਸਰਕਾਰ

## ਪਹਿਲਾ ਐਡੀਸ਼ਨ 2016 ..... 10,000 ਕਾਪੀਆਂ

[This book has been adopted with the kind permission of the  
National Council of Educational Research and Training, New Delhi]

All rights, including those of translation, reproduction  
and annotation etc., are reserved by the  
Punjab Government

**ਸੰਪੋਜਕ** : ਉਪਨੀਤ ਕੌਰ ਗਰੇਵਾਲ, (ਵਿਸ਼ਾ ਮਾਹਿਰ)  
ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ  
**ਚਿੱਤਰਕਾਰ** : ਮਨਜੀਤ ਸਿੰਘ ਢਿੱਲੋਂ, ਪ.ਸ.ਸ.ਬ

### ਚੇਤਾਵਨੀ

1. ਕੋਈ ਵੀ ਏਜੰਸੀ-ਹੋਲਡਰ ਵਾਧੂ ਪੈਸੇ ਵਸੂਲਣ ਦੇ ਮੰਤਵ ਨਾਲ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ 'ਤੇ ਜਿਲਦ-ਸਾਜ਼ੀ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦਾ। (ਏਜੰਸੀ-ਹੋਲਡਰਾਂ ਨਾਲ ਹੋਏ ਸਮਝੌਤੇ ਦੀ ਧਾਰਾ ਨੰ. 7 ਅਨੁਸਾਰ)
2. ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਦੁਆਰਾ ਛਪਵਾਈਆਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੇ ਜਾਲੀ ਨਕਲੀ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਨਾਂ (ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ) ਦੀ ਛਪਾਈ, ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਨ, ਸਟਾਕ ਕਰਨਾ, ਜਮ੍ਹਾਂਬੇਰੀ ਜਾਂ ਵਿਕਰੀ ਆਦਿ ਕਰਨਾ ਭਾਰਤੀ ਦੰਡ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਫੌਜਦਾਰੀ ਜੁਰਮ ਹੈ।  
(ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਦੀਆਂ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਬੋਰਡ ਦੇ 'ਵਾਟਰ ਮਾਰਕ' ਵਾਲੇ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਹੀ ਛਪਵਾਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।)

**ਮੁੱਲ : ₹ 143.00**

**ਸਕੱਤਰ**, ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ, ਵਿੱਦਿਆ ਭਵਨ, ਫੇਜ਼-8, ਸਾਹਿਬਜ਼ਾਦਾ ਅਜੀਤ ਸਿੰਘ ਨਗਰ-160062 ਰਾਹੀਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਅਤੇ ਮੈਸ. ਨੌਵਾ ਪਬਲੀਕੇਸ਼ਨਜ਼, ਸੀ-51, ਫੋਕਲ ਪੁਆਇੰਟ ਐਕਸਟੈਨਸ਼ਨ, ਜਲੰਧਰ ਦੁਆਰਾ ਛਾਪੀ ਗਈ।

(ii)



## ਦੇ ਸ਼ਬਦ

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਅਤੇ ਪਾਠ-ਕ੍ਰਮਾਂ ਨੂੰ ਸੋਧਣ ਅਤੇ ਤਿਆਰ ਕਰਨ ਦੇ ਕੰਮ ਵਿੱਚ ਜੁੱਟਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਅੱਜ ਜਿਸ ਦੌਰ ਵਿੱਚੋਂ ਅਸੀਂ ਲੰਘ ਰਹੇ ਹਾਂ, ਉਸ ਵਿੱਚ ਬੱਚਿਆਂ ਨੂੰ ਸਹੀ ਵਿੱਦਿਆ ਦੇਣਾ ਮਾਪਿਆਂ ਅਤੇ ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਸਾਂਝੀ ਜ਼ਿੰਮੇਵਾਰੀ ਬਣਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਜ਼ਿੰਮੇਵਾਰੀ ਅਤੇ ਵਿੱਦਿਅਕ ਜ਼ਰੂਰਤਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਦਿਆਂ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿਸ਼ੇ ਦੀਆਂ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਅਤੇ ਪਾਠ-ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਨੈਸ਼ਨਲ ਕਰੀਕੁਲਮ ਫਰੇਮਵਰਕ-2005 ਅਨੁਸਾਰ ਕੁਝ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ।

ਸਕੂਲ ਕਰੀਕੁਲਮ ਵਿੱਚ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿਸ਼ੇ ਦਾ ਯੋਗਦਾਨ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਲੋੜੀਂਦੇ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਚੰਗੀ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਦਾ ਹੋਣਾ ਪਹਿਲੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਾ ਸਮੱਗਰੀ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਤਰਕ ਸ਼ਕਤੀ ਤਾਂ ਪ੍ਰਫੁੱਲਿਤ ਹੋਵੇਗੀ ਹੀ ਸਗੋਂ ਵਿਸ਼ੇ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੀ ਯੋਗਤਾ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਾਧਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਅਭਿਆਸ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਮਾਨਸਿਕ ਪੱਧਰ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਤਿਆਰ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇਹ ਪੁਸਤਕ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਵਿੱਦਿਆ ਖੋਜ ਅਤੇ ਸਿਖਲਾਈ ਸੰਸਥਾ (ਐਨ. ਸੀ. ਈ. ਆਰ. ਟੀ.) ਵੱਲੋਂ ਗਿਆਰ੍ਹਵੀਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਲਈ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀ ਗਈ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿਸ਼ੇ ਦੀ ਪੁਸਤਕ ਦੀ ਅਨੁਸਾਰਤਾ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਕਦਮ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਇਕਸਾਰਤਾ ਲਿਆਉਣ ਲਈ ਚੁੱਕਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪੱਧਰ ਦੇ ਇਮਤਿਹਾਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਔਕੜ ਨਾ ਆਵੇ।

ਇਸ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਨੂੰ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਅਤੇ ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੇ ਲਈ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਉਪਯੋਗੀ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਭਰਪੂਰ ਯਤਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਪੁਸਤਕ ਨੂੰ ਹੋਰ ਚੰਗੇਰਾ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚੋਂ ਆਏ ਸੁਝਾਵਾਂ ਦਾ ਸਤਿਕਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ।

**ਚੇਅਰਪਰਸਨ**

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ

## NCERT ਦੀ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਤਿਆਰ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਕਮੇਟੀ

ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਦੀਆਂ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੀ ਸਲਾਹਕਾਰ ਕਮੇਟੀ ਅਤੇ ਚੇਅਰਮੈਨ

ਜੇ. ਵੀ. ਨਾਰਲੀਕਰ, ਐਮਰਾਇਟਸ ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ, ਚੇਅਰਮੈਨ, ਸਲਾਹਕਾਰ ਕਮੇਟੀ, ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ ਸੈਂਟਰ ਆਫ਼ ਐਸਟਰੋਨਾਮੀ ਐਂਡ ਐਸਟਰੋਫਿਜ਼ਿਕਸ (IUCAA), ਗਣੇਸ਼ਖੰਡ, ਪੂਨਾ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ, ਪੂਨਾ।

### ਮੁੱਖ ਸਲਾਹਕਾਰ :

ਏ.ਡਬਲਿਊ ਜੋਸ਼ੀ, ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ, ਐਨਰੇਰੀ ਵਿਜੀਟਿੰਗ ਸਾਇੰਟਿਸਟ, ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਏ., ਪੂਨੇ (ਡਿਪਾਰਟਮੈਂਟ ਆਫ਼ ਫਿਜ਼ਿਕਸ, ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ ਆਫ਼ ਪੂਨੇ)

### ਮੈਂਬਰ :

- ਅਨੁਰਾਧਾ ਮਾਧੁਰ ਪੀ.ਜੀ.ਟੀ, ਰਾਜਕੀ ਪ੍ਰਤੀਭਾ ਵਿਕਾਸ ਵਿਦਿਆਲਯ, ਤਿਆਗਰਾਜ ਨਗਰ, ਲੋਧੀ ਰੋਡ, ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ।
- ਚਿਤਰਾ ਗੋਯਲ, ਪੀ.ਜੀ.ਟੀ., ਰਾਜਕੀ ਪ੍ਰਤੀਭਾ ਵਿਦਿਆਲਯ, ਤਿਆਗ ਨਗਰ, ਲੋਧੀ ਰੋਡ, ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ।
- ਗਗਨ ਗੁਪਤਾ, ਰੀਡਰ, ਡੀ.ਈ.ਐਸ.ਐਮ., ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ।
- ਐਚ.ਸੀ. ਪ੍ਰਧਾਨ, ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ, ਹੋਮੀ ਭਾਬਾ ਸੈਂਟਰ ਆਫ਼ ਸਾਇੰਸ ਐਂਡ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ, ਟਾਟਾ ਇੰਸਟੀਚਿਊਟ ਆਫ਼ ਫੰਡਾਮੈਂਟਲ ਰਿਸਰਚ, ਵੀ.ਐਨ. ਧਰੁਵ ਮਾਰਗ, ਮਾਨਖੁਰਦ ਮੁੰਬਈ।
- ਐਨ. ਪੰਚਾਪਕੇਸਨ, ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ (ਅਵਕਾਸ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ) ਡਿਪਾਰਟਮੈਂਟ ਆਫ਼ ਫਿਜ਼ਿਕਸ ਐਂਡ ਐਸਟਰੋਫਿਜ਼ਿਕਸ, ਦਿੱਲੀ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ, ਦਿੱਲੀ।
- ਪੀ.ਕੇ. ਸ਼੍ਰੀ ਵਾਸਤਵਾ, ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ (ਅਵਕਾਸ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ), ਡਾਇਰੈਕਟਰ, ਸੀ.ਐਸ.ਈ.ਸੀ. ਦਿੱਲੀ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ, ਦਿੱਲੀ।
- ਪੀ.ਕੇ. ਮੋਹੰਤੀ, ਪੀ.ਜੀ.ਟੀ., ਸੈਨਿਕ ਸਕੂਲ, ਭੁਵਨੇਸ਼ਵਰ।
- ਪੀ.ਸੀ. ਅਗਰਵਾਲ, ਰੀਡਰ, ਰਿਜਨਲ ਇੰਸਟੀਚਿਊਟ ਆਫ਼ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ, ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਸਬੀਵਾਲਯ ਮਾਰਗ, ਭੁਵਨੇਸ਼ਵਰ।
- ਆਰ.ਜੋਸ਼ੀ, ਲੈਕਚਰਾਰ (ਐਸ. ਜੀ.), ਡੀ.ਈ.ਐਸ.ਐਮ., ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ।
- ਐਸ. ਰਾਏ ਚੌਧਰੀ, ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ, ਡਿਪਾਰਟਮੈਂਟ ਆਫ਼ ਫਿਜ਼ਿਕਸ ਐਂਡ ਐਸਟਰੋਫਿਜ਼ਿਕਸ, ਦਿੱਲੀ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ, ਦਿੱਲੀ।
- ਐਸ.ਕੇ. ਡੈਸ਼, ਰੀਡਰ, ਡੀ.ਈ.ਐਸ.ਐਮ., ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ।
- ਸ਼ੇਰ ਸਿੰਘ, ਪੀ.ਜੀ.ਟੀ., ਐਨ.ਡੀ.ਐਮ.ਸੀ., ਨਵਯੁਗ ਸਕੂਲ, ਲੋਧੀ ਰੋਡ, ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ।
- ਐਸ.ਐਨ. ਪ੍ਰਭਾਕਾਰਾ, ਪੀ.ਜੀ.ਟੀ., ਡੀ.ਐਮ. ਸਕੂਲ, ਰਿਜਨਲ ਇੰਸਟੀਚਿਊਟ ਆਫ਼ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ, ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਮੈਸੂਰ।
- ਬੀਆਮ ਜਕੇਂਦਰ ਸਿੰਘ, ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ, ਡਿਪਾਰਟਮੈਂਟ ਆਫ਼ ਫਿਜ਼ਿਕਸ ਮਨੀਪੁਰ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ, ਇੰਫਾਲ।
- ਵੀ.ਪੀ. ਸ਼੍ਰੀਵਾਸਤਵਾ, ਰੀਡਰ, ਡੀ.ਈ.ਐਸ.ਐਮ., ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ।

## 10+1 ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ (ਫਿਜ਼ਿਕਸ) ਦੀ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਦੀ PSEB ਦੀ ਸੋਧ ਕਮੇਟੀ

1. ਸ੍ਰੀ ਸੰਜੀਵਨ ਸਿੰਘ ਡਢਵਾਲ, ਮੁੱਖ ਅਧਿਆਪਕ, ਸ. ਹ. ਸ. ਪਤਾਰਾ, ਜਲੰਧਰ।
2. ਸ੍ਰੀਮਤੀ ਜਸਵਿੰਦਰ ਕੌਰ, ਲੈਕਚਰਾਰ, ਸ. ਕੰ. ਸ. ਸ. ਕੁਰਾਲੀ, ਐਸ.ਏ.ਐਸ. ਨਗਰ।
3. ਸ੍ਰੀ ਯੋਗੇਸ਼ ਕੁਮਾਰ, ਲੈਕਚਰਾਰ, ਸ. ਕੰ. ਸ. ਸ. ਅਲਾਵਲਪੁਰ, ਜਲੰਧਰ।
4. ਸ੍ਰੀ ਸੰਤੋਖ ਸਿੰਘ, ਲੈਕਚਰਾਰ, ਸ. ਕੰ. ਸ. ਸ. ਰਾਹੋਂ, ਸ਼ਹੀਦ ਭਗਤ ਸਿੰਘ ਨਗਰ।
5. ਸ੍ਰੀ ਉਦੇਯ ਠਾਕੁਰ, 509, ਤਾਰਾ ਸਿੰਘ ਐਵੀਨਿਊ, ਗਲੀ ਨੰ. 7, ਬਸਤੀ ਬਾਵਾ ਖੇਲ, ਜਲੰਧਰ।
6. ਸ੍ਰੀ ਸੰਦੀਪ ਸਾਗਰ ਗੁਪਤਾ, ਸ. ਸ. ਸ. ਕਾਦੀਆਂਵਾਲੀ, ਜਲੰਧਰ।
7. ਸ੍ਰੀ ਸੁਮੀਤ ਗੁਪਤਾ, ਸ. ਕੰ. ਸ. ਸ. ਆਦਰਸ਼ ਨਗਰ, ਜਲੰਧਰ।
8. ਸ੍ਰੀ ਪਰਮਜੀਤ ਸਿੰਘ, ਸ. ਸ. ਸ. ਗੁਮਟਾਲਾ, ਜਲੰਧਰ।
9. ਸ੍ਰੀ ਮਨਦੀਪ ਸਿੰਘ ਕਾਹਲੋਂ, ਸ. ਹ. ਸ. ਜਲਭੈ, ਜਲੰਧਰ।
10. ਸ੍ਰੀ ਦਿਨੇਸ਼ ਕੁਮਾਰ, ਸ. ਮ. ਸ. ਮੁਹੱਲਾ ਪੁਰੀਆਂ, ਜਲੰਧਰ।
11. ਮਿਸ ਨੀਰੂ ਹਾਂਡਾ, ਸ. ਹ. ਸ. ਕਾਲਾ ਬਾਹੀਆਂ, ਜਲੰਧਰ।

## ਵਿਸ਼ਾ ਸੂਚੀ

ਲੜੀ ਨੰ.	ਪਾਠ ਦਾ ਨਾਂ	ਪੰਨਾ ਨੰਬਰ
<b>ਭਾਗ-I</b>		
ਪਾਠ 1.	ਭੌਤਿਕ ਜਗਤ	1
ਪਾਠ 2.	ਮਾਤਰਕ ਅਤੇ ਮਾਪਨ	18
ਪਾਠ 3.	ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ	42
ਪਾਠ 4.	ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ	70
ਪਾਠ 5.	ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮ	96
ਪਾਠ 6.	ਕਾਰਜ, ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਸ਼ਕਤੀ	122
ਪਾਠ 7.	ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ	150
ਪਾਠ 8.	ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ	195

## ਪਾਠ-1

# ਭੌਤਿਕ ਜਗਤ (PHYSICAL WORLD)

- 1.1 ਭੌਤਿਕੀ ਕੀ ਹੈ?
- 1.2 ਭੌਤਿਕੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਜਨ ਤੇ ਉਤੋਜਨਾ
- 1.3 ਭੌਤਿਕੀ, ਤਕਨੀਕੀ ਅਤੇ ਸਮਾਜ
- 1.4 ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਬਲ
- 1.5 ਭੌਤਿਕ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ

ਸਾਰ  
ਅਭਿਆਸ

### 1.1 ਭੌਤਿਕੀ ਕੀ ਹੈ? (WHAT IS PHYSICS)

ਮਨੁੱਖ ਅੰਦਰ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਫੈਲੀ ਦੁਨੀਆ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਦੀ ਚਾਹੁਤ ਰਹੀ ਹੈ। ਮੁੱਢ-ਕਦੀਮ ਤੋਂ ਹੀ ਰਾਤ ਨੂੰ ਅਸਮਾਨ ਵਿਚ ਚਮਕਣ ਵਾਲੇ ਖਗੋਲੀ ਪਿੰਡ ਉਸ ਨੂੰ ਆਕਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਰਹੇ ਹਨ। ਦਿਨ-ਰਾਤ ਦੀ ਲਗਾਤਾਰ ਅਦਲਾ-ਬਦਲੀ, ਮੌਸਮੀ ਸਲਾਨਾ ਚੱਕਰ, ਗ੍ਰਹਿਣ, ਜਵਾਰ-ਭਾਟੇ, ਜਵਾਲਾਮੁਖੀ, ਸਤਰੰਗੀ ਪੀਂਘ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਹੀ ਉਸ ਦੀ ਖਿੱਚ ਦੇ ਕਾਰਕ ਰਹੇ ਹਨ। ਵਿਸ਼ਵ ਵਿੱਚ ਪਦਾਰਥਾਂ ਦੀਆਂ ਹੈਰਾਨ ਕਰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ ਅਤੇ ਜੀਵਨ ਅਤੇ ਵਿਵਹਾਰ ਦੀਆਂ ਹੈਰਾਨ ਕਰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਵਿਭਿੰਨਤਾਵਾਂ ਹਨ। ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਅਜਿਹੇ ਅਜੂਬਿਆਂ ਅਤੇ ਅਚੰਭਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀ ਮਨੁੱਖ ਦਾ ਕਲਪਨਾਸ਼ੀਲ ਅਤੇ ਖੋਜੀ ਦਿਮਾਗ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਨਾਲ ਆਪਣੀਆਂ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਆਦਿ ਕਾਲ ਤੋਂ ਹੀ ਮਨੁੱਖ ਦੀ ਇੱਕ ਕਿਸਮ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਇਹ ਰਹੀ ਹੈ ਕਿ ਉਸਨੇ ਆਪਣੇ ਭੌਤਿਕ ਵਾਤਾਵਰਨ ਦਾ ਸਾਵਧਾਨੀ ਪੂਰਵਕ ਪ੍ਰੇਖਣ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਕੁਦਰਤੀ ਵਰਤਾਰਿਆਂ (Phenomena) ਵਿੱਚ ਅਰਥ ਪੂਰਨ ਤਰਤੀਬ ਅਤੇ ਸੰਬੰਧਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕੀਤੀ ਹੈ, ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਨਾਲ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਰ ਸਕਣ ਲਈ ਨਵੇਂ ਸੰਦਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਇਆ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਲੰਮੇ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਮਨੁੱਖ ਦੀਆਂ ਇਹ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ਾਂ ਨਾਲ ਆਧੁਨਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਤਕਨਾਲੋਜੀ ਦਾ ਰਸਤਾ ਖੁਲ੍ਹਿਆ ਹੈ।

ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਸ਼ਬਦ ਸਾਇੰਸ (Science) ਲਾਤੀਨੀ ਭਾਸ਼ਾ (Latin) ਦੇ ਸ਼ਬਦ ਸਿੰਟਿਆ (Scientia) ਤੋਂ ਪੈਦਾ ਹੋਇਆ ਹੈ, ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ 'ਜਾਨਣਾ'। ਸੰਸਕ੍ਰਿਤ ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਸ਼ਬਦ 'ਵਿਗਿਆਨ' ਅਤੇ ਅਰਬੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਸ਼ਬਦ 'ਇਲਮ' ਵੀ ਇਹੀ ਅਰਥ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਜਿਸ ਦਾ ਭਾਵ ਹੈ "ਗਿਆਨ"। ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਗਿਆਨ ਉੱਨਾਂ ਹੀ ਪੁਰਾਤਨ ਹੈ ਜਿੰਨੀ ਕੀ ਮਨੁੱਖੀ ਸੱਭਿਅਤਾ। ਮਿਸਰ, ਭਾਰਤ, ਚੀਨ, ਯੂਨਾਨ, ਮੈਸੋਪੋਟਾਮੀਆ ਅਤੇ ਸੰਸਾਰ ਦੇ ਹੋਰ ਦੇਸ਼ਾਂ ਦੀਆਂ ਪੁਰਾਤਨ ਸੱਭਿਅਤਾਵਾਂ ਨੇ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਤਰੱਕੀ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਯੋਗਦਾਨ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਸ਼ੁੱਲਵੀਂ ਸਦੀ ਤੋਂ ਯੂਰਪ ਵਿੱਚ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਤਰੱਕੀ ਹੋਈ। ਵੀਹਵੀਂ ਸਦੀ ਦੇ ਅੱਧ ਤੱਕ ਵਿਗਿਆਨ, ਅਸਲ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਨਾਲ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਕਾਰਜ ਬਣ ਗਿਆ, ਜਿਸਦੇ ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ (ਕੌਮਾਂਤਰੀ) ਵਿਕਾਸ ਲਈ ਅਨੇਕ ਸੱਭਿਅਤਾਵਾਂ ਅਤੇ ਦੇਸ਼ਾਂ ਨੇ ਆਪਣਾ ਯੋਗਦਾਨ ਪਾਇਆ।

ਵਿਗਿਆਨ ਕੀ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸ ਨੂੰ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਵਿਧੀ (Scientific Method) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਕੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ? ਵਿਗਿਆਨ ਕੁਦਰਤੀ ਵਰਤਾਰਿਆਂ (phenomena) ਨੂੰ ਜਿੱਥੋਂ ਤੱਕ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ ਵਿਸਥਾਰਪੂਰਵਕ ਅਤੇ ਡੂੰਘਾਈ

ਨਾਲ ਸਮਝਣ ਲਈ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਿਯੋਜਿਤ ਢੰਗ ਨਾਲ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ਾਂ ਹਨ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਿਆਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦੀ ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ, ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸੋਧਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਤੇ ਕਾਬੂ ਪਾਉਣ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਕੁਝ ਵੀ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਸਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਖੋਜ ਕਰਨਾ, ਤਜਰਬੇ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ ਕਰਨਾ ਵਿਗਿਆਨ ਹੈ। ਸੰਸਾਰ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਣ ਦੀ ਲਾਲਸਾ, ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਰਹੱਸਾਂ ਨੂੰ ਸੁਲਝਾਉਣਾ, ਇਹ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਖੋਜ ਵੱਲ ਪਹਿਲਾਂ ਕਦਮ ਹੈ। ‘ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਵਿਧੀ’ ਵਿਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧਿਤ ਪਗ ਹਨ; ਨਿਯੋਜਿਤ ਪ੍ਰੇਖਣ, ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਤਜਰਬੇ, ਗੁਣਾਤਮਕ (qualitative) ਅਤੇ ਮਾਤਰਾਤਮਕ (quantitative) ਤਰਕ ਜਾਂ ਦਲੀਲਾਂ, ਗਣਿਤਕ ਪ੍ਰਤੀਰੂਪਣ, ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ, ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਦੀ ਪੜਚੋਲ ਕਰਕੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ ਜਾਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਝੁਠਲਾਉਣਾ। ਕਿਸੇ ਅਧਾਰ ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ ਕਲਪਨਾਵਾਂ ਅਤੇ ਅਨੁਮਾਨ (ਅੰਦਾਜ਼ਾ) ਲਗਾਉਣ ਨੂੰ ਵੀ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਵਿੱਚ ਥਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਪਰ ਆਖਰ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸਿਧਾਂਤ ਨੂੰ ਮੰਨਣ ਯੋਗ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਉਸਨੂੰ ਪ੍ਰਸੰਗਿਕ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਜਾਂ ਤਜਰਬਿਆਂ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਨੂੰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ ਬਹੁਤ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਸੁਭਾਅ ਅਤੇ ਵਿਧੀਆਂ ਬਾਰੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਦਾਰਸ਼ਨਿਕ ਵਾਦ-ਵਿਵਾਦ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਬਾਰੇ ਇੱਥੇ ਚਰਚਾ ਕਰਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਸਿਧਾਂਤ ਅਤੇ ਪ੍ਰੇਖਣ (ਜਾਂ ਤਜਰਬੇ, ਪ੍ਰਯੋਗ) ਦਾ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ 'ਤੇ ਅਸਰ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਤਰੱਕੀ ਦਾ ਮੂਲ ਅਧਾਰ ਹੈ। ਵਿਗਿਆਨ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਹੀ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੈ। ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਸਿਧਾਂਤ ਅੰਤਿਮ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਵਿਗਿਆਨਿਕਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਨਿਰਵਿਵਾਦ ਮਾਹਿਰ ਜਾਂ ਸੱਤਾ ਪੱਖ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਰਪੂਰਵਕ ਵਿਵਰਣ ਵਿੱਚ ਸੋਧਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਾਂ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਨਵੇਂ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਵੈਸੇ ਜੇ ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਸੋਧਾਂ ਨੂੰ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰਕੇ ਹੋਰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕੀਤਾ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਕਈ ਵਾਰ ਕਈ ਸੋਧਾਂ ਸਥਾਪਿਤ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਢਾਂਚੇ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਬਿਲਕੁਲ ਹੀ ਵੱਖਰੀਆਂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀਆਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਜਦੋਂ ਜੋਹਾਨਸ ਕੋਪਲਰ (Johannes Kepler) (1571-1630) ਨੇ ਟਾਇਕੋ ਬ੍ਰਾਹੇ (Tycho Brahe) (1546-1601) ਦੁਆਰਾ ਗ੍ਰਹਿ ਗਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਇੱਕਠੇ ਕੀਤੇ ਗਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰੀਖਣ ਕੀਤਾ, ਤਾਂ ਨਿਕੋਲਸ ਕਾਪਰਨਿਕਸ (Nicolas Copernicus) (1473-1543) ਦੁਆਰਾ ਕਲਪਨਾ ਕੀਤੇ ਹੋਏ ਸੂਰਜ ਕੇਂਦਰੀ ਸਿਧਾਂਤ (**Helio-centric theory**) (ਜਿਸ ਅਨੁਸਾਰ ਸੂਰਜ ਸੌਰ ਪਰਿਵਾਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ) ਵਾਲੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਰਬਿਟਾਂ (circular orbits) ਨੂੰ ਅੰਡਾਕਾਰ ਆਰਬਿਟਾਂ (elliptical orbits) ਨਾਲ ਪ੍ਰਤੀਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ ਪਿਆ, ਤਾਂ ਜੋ ਇੱਕਠੇ ਕੀਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਅਤੇ ਅੰਡਾਕਾਰ ਆਰਬਿਟਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੁਰੂਪਤਾ ਹੋ ਸਕੇ। ਕਈ ਵਾਰ, ਸਥਾਪਿਤ ਹੋ ਚੁੱਕੇ ਸਿਧਾਂਤ ਨਵੇਂ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਸਪਸ਼ਟੀਕਰਨ ਕਰਨ ਵਿਚ ਅਸਮਰੱਥ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਪ੍ਰੇਖਣ ਹੀ ਵਿਗਿਆਨ

ਵਿੱਚ ਮਹਾਨ ਕ੍ਰਾਂਤੀ ਦਾ ਕਾਰਨ ਬਣਦੇ ਹਨ। ਵੀਹਵੀਂ ਸਦੀ ਦੇ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਮਹਿਸੂਸ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਿ ਉਸ ਸਮੇਂ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਸਫਲ ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਯੰਤਰਕੀ ਸਿਧਾਂਤ (Newtonian mechanics), ਪਰਮਾਣਵੀਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦੇ ਕੁਝ ਮੂਲ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਲੱਛਣਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਦੇ ਅਸਮਰਥ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਉਸ ਸਮੇਂ ਤੱਕ ਸਥਾਪਿਤ ਹੋ ਚੁੱਕਾ “ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਤਰੰਗ ਸਿਧਾਂਤ” (wave picture of light) ਵੀ ਫੋਟੋਇਲੈਕਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਭਾਵ (photoelectric effect) ਨੂੰ ਸਮਝਾਉਣ ਦੇ ਅਸਮਰਥ ਰਿਹਾ। ਇਸ ਨਾਲ ਪਰਮਾਣਵੀ (atomic) ਅਤੇ ਅਣੂਵਿਕ (molecular) ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਨ ਲਈ ਬਿਲਕੁਲ ਨਵੇਂ ਸਿਧਾਂਤ ਕੁਆਂਟਮ ਯੰਤਰਕੀ (Quantum Mechanics) ਦੇ ਵਿਕਾਸ ਦਾ ਰਸਤਾ ਖੁੱਲ ਗਿਆ।

ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੋਈ ਨਵਾਂ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਿਸੇ ਵਿਕਲਪਕ ਸਿਧਾਂਤਕ ਮਾਡਲ ਨੂੰ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਠੀਕ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਸਿਧਾਂਤਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਨਾਲ ਇਹ ਸੁਝਾਅ ਵੀ ਮਿਲ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੁਝ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਵਿੱਚ ਕੀ ਪ੍ਰੇਖਣ ਕੀਤੇ ਜਾਣੇ ਹਨ। ਅਰਨੇਸਟ ਰਦਰਫੋਰਡ (Ernest Rutherford 1871-1937) ਦੁਆਰਾ ਸਾਲ 1911 ਵਿੱਚ ਸੋਨ ਪੱਤਰ (Gold foil) ਤੇ ਕੀਤੇ ਗਏ ਅਲਫਾ ਕਣਾਂ (Alpha particles) ਦੇ ਸਕੈਟਰਿੰਗ (scattering) ਪ੍ਰਯੋਗ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਨੇ ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਨਾਭਿਕੀ ਮਾਡਲ (Nuclear Model) ਨੂੰ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤਾ, ਜੋ ਬਾਦ ਵਿੱਚ ਨੀਲ ਬੋਹਰ (Niels Bohr (1885-1962)) ਦੁਆਰਾ ਸਾਲ 1913 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਾਈਡ੍ਰੋਜਨ ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਕੁਆਂਟਮ ਸਿਧਾਂਤ (quantum theory of Hydrogen atom) ਦਾ ਅਧਾਰ ਬਣਿਆ। ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ, ਪਾਲ ਡਿਰਾਕ (Paul Dirac (1902-1984)) ਦੁਆਰਾ ਸਾਲ 1930 ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਿਧਾਂਤਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤੀ ਕਣ (antiparticle) ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ ਕੀਤੀ ਗਈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਦੋ ਸਾਲ ਬਾਦ ਕਾਰਲ ਐਂਡਰਸਨ (Carl Anderson) ਨੇ ਪਾਜ਼ੀਟਰਾਨ (positron) (ਪ੍ਰਤੀ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ (antielectron)) ਦੀ ਪ੍ਰਯੋਗੀ ਖੋਜ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਕੀਤਾ।

**ਕੁਦਰਤੀ ਵਿਗਿਆਨਾਂ (Natural Sciences)** ਦੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦਾ ਇੱਕ ਮੂਲ ਵਿਸ਼ਾ ਭੌਤਿਕੀ ਹੈ। ਇਸ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਵਿਸ਼ੇ ਜਿਵੇਂ ਰਸਾਇਣ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਜੀਵ ਵਿਗਿਆਨ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ। ਭੌਤਿਕੀ ਨੂੰ ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ੀ ਵਿੱਚ **Physics** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਯੂਨਾਨੀ ਭਾਸ਼ਾ (Greek) ਦੇ ਇੱਕ ਅੱਖਰ ਤੋਂ ਵਿਉਤਪਤ ਹੋਇਆ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ “ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ”। ਇਸਦਾ ਤੁੱਲ ਸੰਸਕ੍ਰਿਤ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸ਼ਬਦ “ਭੌਤਿਕੀ” ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਭੌਤਿਕ ਜਗਤ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਵਿਸ਼ੇ ਦੀ ਯਥਾਰਥ ਭਾਸ਼ਾ ਦੇਣਾ ਨਾ ਤਾਂ ਸੰਭਵ ਹੈ ਤੇ ਨਾ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ। ਮੋਟੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਭੌਤਿਕੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਦੇ ਮੂਲ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕੁਦਰਤੀ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਗਟਾਅ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਣਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਅਗਲੇ ਖੰਡ ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਕਾਰਜ ਖੇਤਰ ਦੇ ਵਿਸਥਾਰ ਦਾ ਸੰਖੇਪ ਵਰਣਨ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਦੋ ਮੁੱਖ ਵਿਚਾਰਾਂ ਏਕੀਕਰਨ (**unification**) ਅਤੇ ਨਿਊਨੀਕਰਨ (**reduction**) ਤੇ ਹੀ ਟਿੱਪਣੀ ਕਰਾਂਗੇ।

ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਅਸੀਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭੌਤਿਕ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕੁਝ ਸੰਕਲਪਾਂ ਅਤੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ (in terms of a few concepts and laws) ਵਿੱਚ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸਦਾ ਉਦੇਸ਼ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰਾਂ ਅਤੇ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕ ਜਗਤ ਨੂੰ ਕੁਝ ਯੁਨੀਵਰਸਲ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਗਟਾਅ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਖਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਇੱਕੋ ਨਿਯਮ (ਜਿਸ ਨੂੰ ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤਾ ਸੀ) ਧਰਤੀ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਸੇਬ ਦਾ ਡਿਗਣਾ, ਧਰਤੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਚੰਨ ਦੀ ਪਰਿਕਰਮਾ ਅਤੇ ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀਆਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕਤਾ (Electromagnetism) ਦੇ ਆਧਾਰਭੂਤ ਸਿਧਾਂਤ (ਮੈਕਸਵੇਲ ਸਮੀਕਰਨ (Maxwell's equations)) ਸਾਰੀਆਂ ਬਿਜਲਈ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਕੁਦਰਤ ਵਿਚਲੇ ਮੂਲ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ਾਂ (ਅਨੁਭਾਗ 1.4) ਏਕੀਕਰਨ ਦੀ ਇਸੇ ਖੋਜ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬਤ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਕਿਸੇ ਤੁਲਨਾਤਮਕ ਵੱਡੇ, ਵੱਖ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਛੋਟੇ ਭਾਗਾਂ ਦੀਆਂ ਆਪਸੀ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਇੱਕ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਹੈ। ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨੂੰ ਨਿਊਨੀਕਰਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਦਿਲ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਉਨ੍ਹੀਵੀਂ ਸਦੀ ਵਿਚ ਵਿਕਸਿਤ ਵਿਸ਼ਾ ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ (thermodynamics) ਜੋ ਕਿ ਬਲਕ ਸਿਸਟਮਸ (Bulk systems) ਬਾਰੇ ਸਥੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤਾਪਮਾਨ, ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ, ਐਨਟਰਪੀ ਆਦਿ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਵਹਾਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ, ਅਣੂਗਤੀ ਸਿਧਾਂਤ ਅਤੇ ਅੰਕੜਾ ਯੰਤਰਕੀ (Kinetic theory and statistical mechanics) ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਇਹਨਾਂ ਹੀ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਬਲਕ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਆਣਵਿਕ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੇ (ਗੁਣਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਗਈ। ਖਾਸ ਕਰਕੇ, ਤਾਪ ਨੂੰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੇ) ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਔਸਤ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਪਾਇਆ ਗਿਆ।

## 1.2 ਭੌਤਿਕੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਜਨ ਅਤੇ ਉਤੇਜਨਾ

ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਕਾਰਜ ਖੇਤਰ ਵਿਸਥਾਰ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਜਾਣਕਾਰੀ ਇਸਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਉਪਵਿਸ਼ਿਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖ ਕੇ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸਦੇ ਦੋ ਦਿਲਚਸਪ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ ਸਥੂਲ ਅਤੇ ਸੂਖਮ ਹਨ : (macroscopic and microscopic)।

ਸਥੂਲ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ, ਧਰਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ (terrestrial) ਅਤੇ ਖਗੋਲੀ ਪੱਧਰ (astronomical scale) ਦੀਆਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਸੂਖਮ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਪਰਮਾਣਵੀਂ, ਆਣਵਿਕ ਅਤੇ ਨਾਭਿਕੀ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਆਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।\* **ਕਲਾਸੀਕਲ ਭੌਤਿਕੀ (Classical Physics)** ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਮੁੱਖ ਰੂਪ ਵਿਚ ਸਥੂਲ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਵਿੱਚ

ਮਕੈਨਿਕਸ (Mechanics), ਇਲੈਕਟ੍ਰੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ (Electrodynamics), ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਕੀ (Optics) ਅਤੇ ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ (Thermodynamics) ਵਰਗੇ ਵਿਸ਼ੇ ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਮੈਕਨਿਕਸ ਵਿਸ਼ਾ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ (gravitation) ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਸੰਬੰਧ ਕਣਾਂ, ਦ੍ਰਿੜ ਅਤੇ ਵਿਰੂਪਣਸ਼ੀਲ ਪਿੰਡਾਂ (rigid and deformable bodies) ਅਤੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਵਿਆਪਕ (general) ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤੀ (ਜਾਂ ਸੰਤੁਲਨ) ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਟ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਕਲਦੀਆਂ ਗੈਸਾਂ ਦੁਆਰਾ ਰਾਕੇਟ ਨੋਦਨ (Rocket propulsion), ਜਲ ਤਰੰਗਾਂ ਦਾ ਸੰਚਾਰ, ਹਵਾ ਵਿੱਚ ਧੁਨੀ ਤਰੰਗਾਂ ਦਾ ਸੰਚਾਰ (Propagation of sound waves in air), ਕਿਸੇ ਬਲ ਕਾਰਨ ਝੁਕੀ ਹੋਈ ਛੜ ਦਾ ਸੰਤੁਲਨ, ਮਕੈਨਿਕਸ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕੁਝ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਇਲੈਕਟ੍ਰੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ, ਚਾਰਜਿਤ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਵਸਤੂਆਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਬਿਜਲਈ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਨਾਲ ਡੀਲ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮੁੱਢਲੇ ਨਿਯਮ ਕੂਲਮ (Coulomb), ਆਰਸਟੈਡ (Oersted), ਐਂਪੀਅਰ (Ampere), ਅਤੇ ਫੈਰਾਡੇ (Faraday), ਨੇ ਦਿੱਤੇ ਸਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮੈਕਸਵੇਲ (Maxwell) ਨੇ ਆਪਣੀਆਂ ਮਸ਼ਹੂਰ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇਕੱਠਾ ਕਰ ਦਿੱਤਾ। ਕਿਸੇ ਕਰੰਟ ਵਾਹੀ ਚਾਲਕ ਦੀ ਕਿਸੇ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਗਤੀ, ਕਿਸੇ ਬਿਜਲਈ ਸਰਕਟ ਦੀ ਪਰਤਵੀ ਵੋਲਟੇਜ (Signal) ਵਿੱਚ ਅਣੂਕਿਰਿਆ, ਕਿਸੇ ਐਂਟਨੀਨਾ (antenna) ਦੀ ਕਾਰਜ ਪ੍ਰਣਾਲੀ, ਆਇਨੋ ਸਫੀਅਰ (ionosphere) ਵਿੱਚੋਂ ਰੇਡੀਓ ਤਰੰਗਾਂ ਦਾ ਸੰਚਾਰ ਆਦਿ ਇਲੈਕਟ੍ਰੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਆਪਟਿਕਸ (optics) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ 'ਤੇ ਆਧਾਰਿਤ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੂਰਬੀਨ (Telescope) ਅਤੇ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ ਜਾਂ ਖੁਰਦਬੀਨ (Microscope) ਦੀ ਕਾਰਜ ਪ੍ਰਣਾਲੀ, ਪਤਲੀ ਝਿੱਲੀ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਏ ਜਾਂਦੇ ਰੰਗ ਆਦਿ ਆਪਟਿਕਸ (optics) ਦੇ ਉਪ ਵਿਸ਼ੇ ਹਨ। ਮੈਕਨਿਕਸ (Mechanics) ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ (thermodynamics) ਉਪ ਵਿਸ਼ੇ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਸਮੁੱਚੀ ਗਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ, ਬਲਕਿ ਅਜਿਹੀਆਂ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ (systems) ਨਾਲ ਵਿਵਹਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਸਥੂਲ ਸੰਤੁਲਨ (macroscopic equilibrium) ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਸੰਬੰਧ ਬਾਹਰੀ ਕਾਰਜ (external work) ਅਤੇ ਤਾਪ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ (transfer of heat) ਦੁਆਰਾ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ (internal energy), ਤਾਪਮਾਨ (temperature), ਐਨਟਰਪੀ (entropy) ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਹੋ ਰਹੇ ਅੰਤਰ ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

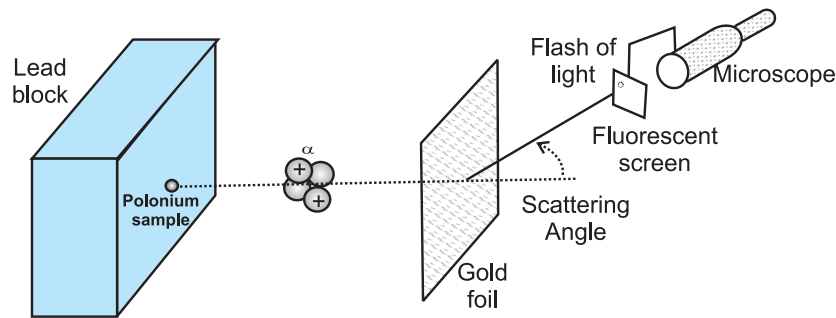
ਤਾਪ ਇੰਜਣ (heat engine) ਅਤੇ ਫਰਿੱਜ (refrigerator) ਦੀ ਦਕਸ਼ਤਾ (efficiency), ਭੌਤਿਕ (physical) ਜਾਂ ਰਸਾਇਣਿਕ (chemical) ਪ੍ਰਕਿਰਿਆਵਾਂ ਆਦਿ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ, ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ ਦੀਆਂ ਰੁਚੀਕਰ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਹਨ।

\* ਕੁਝ ਸਮਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਖੋਜ ਦੇ ਉਤੇਜਨਾਪੂਰਣ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਨਵੇਂ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ (ਜਿਸਨੂੰ ਮੀਸੋਸਕੋਪਿਕ ਭੌਤਿਕੀ (mesoscopic physics) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ) ਦਾ ਅਰੰਭ ਹੋਇਆ ਹੈ ਜੋ ਸਥੂਲ ਅਤੇ ਸੂਖਮ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਕੁਝ ਦਸ ਜਾਂ ਸੈਂਕੜੇ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਨਾਲ ਵਿਵਹਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਸੂਖਮ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ (microscopic domain) ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਅਤੇ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਦੇ ਪੱਧਰ ਦੇ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸੂਖਮ ਪੈਮਾਨੇ 'ਤੇ (ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਵੀ ਘੱਟ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਪੈਮਾਨੇ 'ਤੇ) ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਸੰਘਟਨ ਅਤੇ ਸੰਰਚਨਾ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰੋਬ (Probe) ਜਿਵੇਂ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਅਤੇ ਹੋਰ ਮੂਲ ਕਣਾਂ ਨਾਲ ਇੰਟਰਐਕਸ਼ਨ (interaction) ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਲਾਸੀਕਲ ਭੌਤਿਕੀ (Classical Physics) ਇਸ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ ਨਾਲ ਨਜਿੱਠਣ (deal) ਲਈ ਨਾਕਾਫੀ ਸਾਬਿਤ ਹੋਈ ਹੈ ਅਤੇ ਕੁਝ ਸਮਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਕੁਆਂਟਮ ਸਿਧਾਂਤ (quantum theory) ਨੂੰ ਹੀ ਸੂਖਮ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ

(microscopic phenomenon) ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਲਈ ਉਚਿਤ ਢਾਂਚਾ ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਮੁੱਚੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਭੌਤਿਕੀ ਦੀ ਇਮਾਰਤ ਸੁੰਦਰ ਅਤੇ ਆਲੀਸ਼ਾਨ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿਚ ਅੱਗੇ ਵੱਧਦੇ ਜਾਉਗੇ ਇਸਦੇ ਮਹੱਤਵ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਹੋਰ ਸਲਾਹੁਣ ਲੱਗ ਜਾਉਗੇ।

ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਕਲਪਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਭੌਤਿਕੀ ਦਾ ਕਾਰਜ ਖੇਤਰ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਵਿਸ਼ਾਲ ਹੈ। ਇਹ ਲੰਬਾਈ, ਪੁੰਜ, ਸਮਾਂ, ਊਰਜਾ ਆਦਿ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ (Physical quantities) ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ (magnitudes) ਦੀ ਬੇਪਨਾਹ ਰੇਂਜ ਨੂੰ ਕਵਰ ਕਰਦੀ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 1.1** ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਸਿਧਾਂਤ ਅਤੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਚੱਲਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੀ ਉੱਨਤੀ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਰਦਰਫੋਰਡ ਅਲਫਾ ਪ੍ਰਕੀਰਣ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨੇ ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਨਿਊਕਲੀਅਰ ਮਾਡਲ ਨੂੰ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤਾ।

ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਇਸਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ, ਪ੍ਰੋਟਾਨ, ਆਦਿ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦਾ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਅੰਤ ਸੂਖਮ ਪੈਮਾਣੇ ( $10^{-14}$  m ਜਾਂ ਇਸ ਤੋਂ ਵੀ ਘੱਟ) ਤੇ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਉਲਟ, ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਇਸਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਖਗੋਲੀ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾਵਾਂ (galaxies) ਦੇ ਵਿਸਤਾਰਾਂ ਜਾਂ ਸਾਰੇ ਸੰਸਾਰ ਦੇ ਪੈਮਾਨੇ, ਜਿਸਦਾ ਵਿਸਤਾਰ  $10^{26}$  m ਕੋਟੀ (order) ਦਾ ਹੈ, 'ਤੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਪੈਮਾਨਿਆਂ ਵਿੱਚ  $10^{40}$  ਜਾਂ ਹੋਰ ਵੀ ਵੱਧ ਗੁਣਕ ਦਾ ਅੰਤਰ ਹੈ। ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਪੈਮਾਨੇ (scale) ਦੀ ਰੇਂਜ ਨੂੰ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਸਮਾਂ ਦੇ ਪੈਮਾਨਿਆਂ ਦੀ ਰੇਂਜ  $10^{-22}$ s ਤੋਂ  $10^{18}$ s ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੁੰਜਾਂ ਦੀ ਰੇਂਜ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ  $10^{-30}$ kg (ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦੇ ਪੁੰਜ) ਤੋਂ  $10^{55}$ kg (ਗਿਆਤ ਪ੍ਰੋਖਿਤ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ) ਤੱਕ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਤੇ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ (Terrestrial) ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਇਸ ਰੇਂਜ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੀਤੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਭੌਤਿਕੀ ਕਈ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਉਤੇਜਕ ਹੈ। ਕੁਝ ਵਿਅਕਤੀ ਇਸਦੇ ਮੂਲ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਦੀ ਸੁੰਦਰਤਾ ਅਤੇ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪਕਤਾ ਨਾਲ ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਉਤੇਜਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਕਿ ਭੌਤਿਕੀ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਮੂਲ ਸੰਕਲਪਨਾਵਾਂ ਅਤੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੁਆਰਾ ਵੱਡੀ ਮਾਤਰਾ ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ਾਲ ਪਰਿਸਰ ਨੂੰ ਕਵਰ ਕਰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਕੁਝ ਹੋਰਾਂ ਲਈ ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਰਹੱਸਾਂ ਤੋਂ ਪਰਦਾ ਚੁੱਕਣ ਲਈ ਕਲਪਨਾਸ਼ੀਲ ਨਵੇਂ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨ ਦੀ ਚੁਨੌਤੀ,

ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਸੱਚ ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ ਜਾਂ ਝੂਠਾ ਸਾਬਿਤ ਕਰਨਾ ਰੋਮਾਂਚਕਾਰੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਨੁਪ੍ਰਯੁਕਤ ਭੌਤਿਕੀ (Applied Physics) ਸਮਾਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ। ਭੌਤਿਕ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਤੇ ਸਵਾਰਥ ਸਾਧਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਉਪਯੋਗੀ ਯੁਕਤੀਆਂ (devices) ਨੂੰ ਬਣਾਉਣਾ ਭੌਤਿਕੀ ਦਾ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਰੋਚਕ ਅਤੇ ਉਤੇਜਨਾਪੂਰਨ ਭਾਗ ਹੈ, ਜਿਸ ਲਈ ਬਹੁਤ ਹੀ ਕੁਸ਼ਲਤਾ ਅਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਪਿਛਲੀਆਂ ਕੁਝ ਸ਼ਤਾਬਦੀਆਂ ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਅਸਾਧਾਰਨ ਉੱਨਤੀ ਦਾ ਕੀ ਰਹੱਸ ਹੈ? ਬਹੁਤ ਵੱਡੇ ਪੱਧਰ ਦੀ ਤਰੱਕੀ ਅਕਸਰ ਸਾਡੇ ਮੂਲ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀਕੋਣ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨਾਂ ਨਾਲ ਜੁੜੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਮਹਿਸੂਸ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਿ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਤਰੱਕੀ ਲਈ ਸਿਰਫ ਗੁਣਾਤਮਕ ਸੋਚ ਹੋਣਾ, ਬਿਨਾਂ ਸ਼ੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ, ਪਰ ਕਾਫੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਭੌਤਿਕੀ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੁਦਰਤੀ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਗਣਿਤਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਵਿੱਚ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿਕਾਸ ਲਈ ਮਾਤਰਾਤਮਕ ਮਾਪਣ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਦੂਸਰੀ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਅੰਤਰ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਇਹ ਸੀ ਕਿ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਮੂਲ ਨਿਯਮ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਹਨ — ਸਮਾਨ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰਸੰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਅੰਜਾਨ ਦਾ ਸਮਾਯੋਜਨ (strategy of approximation) ਬਹੁਤ ਸਫਲ ਸਿੱਧ ਹੋਈ। ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਬਹੁਤੀਆਂ ਪ੍ਰੋਖਿਤ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਮੂਲ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਅਭਿਵਿਅਕਤੀ ਹੀ



ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਨੇ ਕਿਸੇ ਪਰਿਘਟਨਾ ਦੀਆਂ ਸਾਰਭੂਤ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਰ ਕੱਢਣ ਲਈ ਮਹੱਤਵ ਦੀ ਪਛਾਣ ਉਸ ਪਰਿਘਟਨਾ ਦੇ ਤੁਲਨਾਤਮਕ ਘੱਟ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਪਹਿਲੂਆਂ ਨਾਲ ਕੀਤੀ। ਕਿਸੇ ਪਰਿਘਟਨਾ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਗੁੰਝਲਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕਠਿਆਂ ਇੱਕੋ ਵੇਲੇ ਹੀ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰ ਪਾਉਣਾ ਵਿਵਹਾਰਕ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇੱਕ ਵਧੀਆ ਯੁਕਤੀ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿਸੇ ਪਰਿਘਟਨਾ ਦੇ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਲੱਛਣਾਂ 'ਤੇ ਧਿਆਨ ਕੇਂਦਰਿਤ ਕਰਕੇ ਉਸਦੇ ਮੂਲ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭਿਆ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਸੋਧਾਂ ਕਰਕੇ ਉਸਨੂੰ ਸੁਧਾਰਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਕਿ ਪਰਿਘਟਨਾ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਨੂੰ ਹੋਰ ਵੀ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕੇ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਕਿਸੇ ਪੱਥਰ ਅਤੇ ਖੰਭ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਇੱਕੋ ਸਮੇਂ ਸੁੱਟਣ ਤੇ ਇੱਕੋ ਵੇਲੇ ਧਰਤੀ 'ਤੇ ਨਹੀਂ ਡਿਗਦੇ। ਇਸ ਦਾ ਕਾਰਨ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਪਰਿਘਟਨਾ ਦੇ ਜ਼ਰੂਰੀ ਪਹਿਲੂ ਅਰਥਾਤ “ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੇ ਤਹਿਤ ਫ੍ਰੀ ਫਾਲ” (Free fall under gravity) ਨੂੰ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਨੇ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਬਣਾ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੇ ਅਧੀਨ ਫ੍ਰੀ ਫਾਲ ਦਾ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਇਹ ਉਚਿਤ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਅਜਿਹੇ ਹਾਲਾਤ ਪੈਦਾ ਕੀਤੇ ਜਾਣ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਅਜਿਹਾ ਕੀਤਾ ਵੀ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਪੱਥਰ ਅਤੇ ਖੰਭ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਨਿਰਵਾਯੂ ਵਾਲੀ ਲੰਬੀ ਨਲੀ (evacuated tube) ਵਿੱਚ ਨਾਲੋਂ-ਨਾਲ ਡਿਗਣ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ। ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ, ਦੋਵੇਂ ਵਸਤੂਆਂ (ਪੱਥਰ ਅਤੇ ਖੰਭ) ਲਗਭਗ ਇੱਕੋ ਸਮੇਂ ਡਿਗਣਗੀਆਂ ਜਿਸ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਮੂਲ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ (acceleration due to gravity) ਵਸਤੂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਿਯਮ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਮੁੜ ਖੰਭ ਵਾਲੇ ਕੇਸ ਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੇ ਕਾਰਨ ਸੋਧ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਪੁਰਾਣੇ ਸਿਧਾਂਤ ਵਿੱਚ ਸੋਧ ਕਰਕੇ ਅਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਧਰਤੀ ਤੇ ਡਿਗਦੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ (objects) ਲਈ ਵਧੇਰੇ ਯਥਾਰਥਕ ਸਿਧਾਂਤ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

### ਪਰਿਕਲਪਨਾਵਾਂ, ਸਵੈ-ਸਿੱਧ, ਮਾਡਲ

ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਇਹ ਨਹੀਂ ਸਮਝਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਕਿ ਭੌਤਿਕੀ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਦੁਆਰਾ ਸਭ ਕੁਝ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸਮੁੱਚੀ ਭੌਤਿਕੀ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਵੀ ਕਲਪਨਾਵਾਂ 'ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਪਰਿਕਲਪਨਾ, ਸਵੈ-ਸਿੱਧ ਜਾਂ ਮਾਡਲ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਨਿਊਟਨ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਵਿਸ਼ਵਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ ਇੱਕ ਪਰਿਕਲਪਨਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਉਸ ਨੇ ਆਪਣੀ ਕੁਸ਼ਲਤਾ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਕੀਤਾ ਸੀ। ਇਸ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਉਸ ਕੋਲ ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ, ਧਰਤੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਚੰਦ ਦੀ ਗਤੀ, ਡੋਲਕ, ਧਰਤੀ ਵੱਲ ਡਿਗਦੇ ਪਿੰਡ ਆਦਿ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰੇਖਣ, ਤਜਰਬੇ ਅਤੇ ਅੰਕੜੇ ਮੌਜੂਦ ਸਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਲਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਪੱਸ਼ਟੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਸੀ ਜੋ ਕਿ ਕਰੀਬ-ਕਰੀਬ ਗੁਣਾਤਮਕ ਸਨ। ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦੇ

ਵਿਸ਼ਵਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ ਦਾ ਜੋ ਕੁਝ ਕਹਿਣਾ ਹੈ, ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਲਪਨਾ ਕਰੀਏ ਕਿ ਇਸ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਦੋ ਪਿੰਡ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਆਕਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹ ਬਲ (force) ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜਾਂ (masses) ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ (Product) ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ (directly proportional) ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਲੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਵਰਗ (square) ਦੇ ਉਲਟ ਅਨੁਪਾਤੀ (inversely proportional) ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਸਿਰਫ ਇੱਕੋ ਹੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਵਿੱਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਸਿਰਫ ਇਹਨਾਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦੀ ਹੀ ਵਿਆਖਿਆ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ, ਬਲਕਿ ਇਹ ਭਵਿੱਖ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੇ ਸਿੱਟਿਆਂ ਦੀ ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ ਕਰਨ ਦੀ ਸਾਨੂੰ ਆਗਿਆ ਵੀ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

ਕੋਈ ਪਰਿਕਲਪਨਾ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਉਸ ਦੀ ਸਚਾਈ ਸਾਬਿਤ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਲਗਾਇਆ ਲੀ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਵੀ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦੇ ਵਿਸ਼ਵਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਕਹਿਣਾ ਨਿਆ ਸੰਗਤ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਜਾਂਚਿਆ ਅਤੇ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਐਗਜ਼ੀਅਮ (axiom) ਇੱਕ ਸਵੈ-ਸਿੱਧ ਸੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਕੋਈ ਮਾਡਲ ਪ੍ਰੇਖਤ ਪਰਿਘਟਨਾ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਲਈ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਇੱਕ ਸਿਧਾਂਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਪੱਧਰ ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੇ ਉਪਯੋਗ ਵਿੱਚ ਅਰਥ ਭੇਦ ਕਰਨ ਲਈ ਚਿੰਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਈ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਤੁਸੀਂ ਅਗਲੇ ਸਾਲ ਹਾਈਡ੍ਰੋਜਨ ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਬੋਹਰ ਮਾਡਲ (Bohr Model) ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਅਧਿਐਨ ਕਰਨਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਬੋਹਰ ਨੇ ਇਹ ਕਲਪਨਾ ਕੀਤੀ ਸੀ ਕਿ “ਹਾਈਡ੍ਰੋਜਨ ਪਰਮਾਣੂ ਵਿੱਚ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਕੁਝ ਨਿਯਮਾਂ ਮਨੌਤੀਆਂ (postulates) ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੇ ਹਨ।” ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਅਜਿਹਾ ਕਿਉਂ ਕੀਤਾ ਸੀ? ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕੋਲ ਵਡੀ ਮਾਤਰਾ ਵਿੱਚ ਸਪੈਕਟਰਮੀ ਅੰਕੜੇ ਉਪਲਬਧ ਸਨ। ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਹੋਰ ਕੋਈ ਸਿਧਾਂਤ ਵਿਆਖਿਆ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਿਆ ਸੀ। ਇਸ ਲਈ ਬੋਹਰ ਨੇ ਕਿਹਾ ਸੀ ਕਿ ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਲਪਨਾ ਕਰ ਲਈਏ ਕਿ ਕੋਈ ਪਰਮਾਣੂ ਇਸ ਢੰਗ ਨਾਲ ਵਿਵਹਾਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਤੁਰੰਤ ਹੀ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੀਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਆਈਨਸਟੀਨ (Einstein) ਦਾ ਸਾਪੇਖਤਾ ਦਾ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਸਿਧਾਂਤ (special theory of relativity) ਵੀ ਦੋ ਮਨੌਤੀਆਂ (postulates) “ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਵਿਕਿਰਨਾਂ (electromagnetic radiation) ਦੀ ਚਾਲ ਦੀ ਸਥਿਰਤਾ” ਅਤੇ “ਸਾਰੇ ਜੜ੍ਹ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰਾਂ (inertial frame of reference) ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਜਾਇਜ਼ (valid) ਹੋਣਾ” 'ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਹੈ। ਸਾਡੇ ਲਈ ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਸਿਆਣਪ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ ਕਿ ਉਹ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਕਰੇ ਕਿ “ਨਿਰਵਾਯੂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਚਾਲ ਸਥਿਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ” ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਜਾਂ ਪ੍ਰੇਖਕ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀ।

ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਵੀ ਸਾਨੂੰ ਪਰਿਕਲਪਨਾਵਾਂ ਅਤੇ ਐਗਜ਼ੀਅਮਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਯੂਕਲਿਡ (Euclid) ਦਾ ਇਹ ਕਥਨ ਕਿ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਕਦੇ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦੀਆਂ, ਇੱਕ ਪਰਿਕਲਪਨਾ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਅਪਣਾ ਲਈਏ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਗੁਣਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀਆਂ ਦੋ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿਭਾਂ (dimensions) ਵਾਲੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ (figures) ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਪਰ ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਨਹੀਂ ਅਪਣਾਉਂਦੇ, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਅਲੱਗ ਐਗਜ਼ੀਅਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਲਈ ਅਜ਼ਾਦ ਹੋ ਅਤੇ ਇੱਕ ਨਵੀਂ ਜਿਊਮੈਟਰੀ (geometry) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਪਿਛਲੀਆਂ ਕੁਝ ਸਦੀਆਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਕਾਂ ਵਿੱਚ ਘਟਿਤ ਹੋਇਆ ਹੈ।

**1.3 ਭੌਤਿਕੀ, ਤਕਨੀਕੀ ਅਤੇ ਸਮਾਜ**

**(PHYSICS, TECHNOLOGY AND SOCIETY)**

ਭੌਤਿਕੀ, ਤਕਨੀਕੀ ਅਤੇ ਸਮਾਜ ਦੇ ਵਿਚ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਥਰਮੋਡਾਈਨਾਮਿਕਸ (Thermodynamics) ਵਿਸ਼ੇ ਦਾ ਅਰੰਭ ਤਾਪ ਇੰਜਣਾਂ ਦੀ ਕਾਰਜ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਅਤੇ ਉਸ ਵਿਚ ਸੋਧ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੋਇਆ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੰਜਣ ਨੂੰ, ਇੰਗਲੈਂਡ ਵਿੱਚ ਅਠਾਰਵੀਂ ਸ਼ਤਾਬਦੀ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਉਦਯੋਗਿਕ ਕ੍ਰਾਂਤੀ, ਜਿਸ ਨੇ ਮਨੁੱਖੀ ਸਭਿਅਤਾ ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਕੀਤਾ ਸੀ, ਤੋਂ ਵੱਖ ਕਰ ਕੇ ਨਹੀਂ ਵੇਖ ਸਕਦੇ। ਕਈ ਵਾਰ ਕੋਈ ਤਕਨੀਕੀ ਨਵੀਂ ਭੌਤਿਕੀ ਨੂੰ ਜਨਮ ਦਿੰਦੀ ਹੈ, ਕਈ ਵਾਰ ਭੌਤਿਕੀ ਨਵੀਂ ਤਕਨੀਕੀ ਨੂੰ ਪੈਦਾ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਭੌਤਿਕੀ ਦੁਆਰਾ ਨਵੀਂ ਤਕਨੀਕੀ ਪੈਦਾ ਕਰਨ ਦੀ ਉਦਾਹਰਨ ਬੇਤਾਰ ਸੰਚਾਰ ਤਕਨੀਕੀ (wireless communication technology) ਹੈ। ਜਿਸਦਾ ਵਿਕਾਸ 19ਵੀਂ ਸਦੀ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਬਿਜਲੀ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕਤਾ ਦੇ ਮੂਲ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਾਰਨ ਹੋਇਆ। ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਅਨੁਪ੍ਰਯੋਗਾਂ (Applications) ਦਾ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਪੂਰਵ ਗਿਆਨ ਰੱਖਣਾ ਸੱਖਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਸਾਲ 1933 ਤੱਕ ਮਹਾਨ ਵਿਗਿਆਨੀ ਅਰਨਸਟ ਰਦਰਫੋਰਡ (Ernest Rutherford) ਨੇ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਤੋਂ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਨੂੰ ਨਕਾਰ ਦਿੱਤਾ ਸੀ। ਪਰ ਕੁਝ ਹੀ ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਸਾਲ 1938 ਵਿੱਚ ਹੇਨ

ਅਤੇ ਮਾਈਟਨਰ (Hahn and Meitner) ਨੇ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਪ੍ਰੇਰਿਤ ਯੂਰੇਨੀਅਮ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਦੇ ਵਿਖੰਡਨ (fission) ਦੀ ਪਰਿਘਟਨਾ ਦੀ ਖੋਜ ਕੀਤੀ, ਜੋ ਨਿਊਕਲੀ ਸ਼ਕਤੀ ਰਿਐਕਟਰ ਅਤੇ ਨਿਊਕਲੀ ਹਥਿਆਰਾਂ (Nuclear weapons) ਦਾ ਅਧਾਰ ਬਣਿਆ। ਭੌਤਿਕੀ ਤੋਂ ਇੱਕ ਨਵੀਂ ਤਕਨੀਕੀ ਦੇ ਜਨਮ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਨ ਸਿਲੀਕਾਨ 'ਚਿਪ' ਹੈ, ਜਿਸਨੇ ਵੀਹਵੀਂ ਸਦੀ ਦੇ ਅੰਤਿਮ ਤਿੰਨ ਦਸ਼ਕਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਪਿਊਟਰ ਕ੍ਰਾਂਤੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰੇਰਿਤ ਕੀਤਾ। ਇੱਕ ਹੋਰ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਖੇਤਰ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕੀ ਦਾ ਯੋਗਦਾਨ ਹੈ ਅਤੇ ਭਵਿੱਖ ਵਿੱਚ ਵੀ ਰਹੇਗਾ, ਉਹ ਹੈ "ਵਿਕਲਪੀ ਊਰਜਾ ਸੰਸਾਧਨਾਂ ਦਾ ਵਿਕਾਸ।" ਸਾਡੇ ਗ੍ਰਹਿ 'ਤੇ ਪਥਰਾਟ ਬਾਲਣ (fossil fuel) ਬਹੁਤ ਹੀ ਤੇਜ਼ ਗਤੀ ਨਾਲ ਖਾਤਮੇ ਵੱਲ ਵੱਧ ਰਹੇ ਹਨ ਅਤੇ ਨਵੇਂ ਤੇ ਸਸਤੇ ਊਰਜਾ ਸਰੋਤਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਇਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਬਹੁਤ ਤਰੱਕੀ ਹੋ ਚੁੱਕੀ ਹੈ। (ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਸੌਰ ਊਰਜਾ, ਭੂ-ਤਾਪੀ ਊਰਜਾ ਆਦਿ ਦਾ ਬਿਜਲੀ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਨ), ਪਰ ਅਜੇ ਹੋਰ ਵੀ ਬਹੁਤ ਕੁਝ ਕਰਨਾ ਬਾਕੀ ਹੈ।

ਸਾਰਨੀ 1.1 ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਮਹਾਨ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਯੋਗਦਾਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮੂਲ ਦੇਸ਼ਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਇਸ ਦੁਆਰਾ ਤੁਸੀਂ ਵਿਗਿਆਨਕ ਕੋਸ਼ਿਕਾ ਦੇ ਬਹੁ-ਸੰਸਕ੍ਰਿਤਕ, ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸਰੂਪ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਨ ਕਰੋਗੇ। ਸਾਰਨੀ 1.2 ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਤਕਨਾਲੋਜੀਆਂ ਅਤੇ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਉਹਨਾਂ ਸਿਧਾਂਤਾਂ, ਜਿਹਨਾਂ ਤੇ ਇਹ ਅਧਾਰਿਤ ਹਨ,

**ਸਾਰਨੀ 1.1 ਸੰਸਾਰ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦੇਸ਼ਾਂ ਦੇ ਕੁਝ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਯੋਗਦਾਨ**

ਨਾਮ	ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਯੋਗਦਾਨ/ਖੋਜ	ਮੂਲ ਦੇਸ਼
ਆਰਕੀਮਿਡੀਜ਼	buoyancy ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ, ਉਤੋਲਕ (lever) ਦਾ ਨਿਯਮ	ਯੂਨਾਨ
ਗੈਲੀਲੀਓ ਗੈਲੀਲੀ	ਜੜ੍ਹਤਾ ਦਾ ਨਿਯਮ (law of inertia)	ਇਟਲੀ
ਕ੍ਰਿਸਚਿਅਨ ਹਾਈਗੇਨਸ	ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਤਰੰਗ ਸਿਧਾਂਤ	ਹਾਲੈਂਡ
ਆਈਜ਼ਕ ਨਿਊਟਨ	ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਵਿਸ਼ਵਵਿਆਪਕ ਨਿਯਮ, ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮ, ਪਰਾਵਰਤੀ ਦੂਰਬੀਨ	ਇੰਗਲੈਂਡ
ਮਾਈਕਲ ਫੈਰਾਡੇ	ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਪ੍ਰੇਰਣਾ ਦੇ ਨਿਯਮ	ਇੰਗਲੈਂਡ
ਜੇਮਸ ਕਲਾਰਕ ਮੈਕਸਵੇਲ	ਬਿਜਲ-ਚੁੰਬਕੀ ਸਿਧਾਂਤ, ਪ੍ਰਕਾਸ਼ : ਇੱਕ ਬਿਜਲ-ਚੁੰਬਕੀ ਤਰੰਗ	ਇੰਗਲੈਂਡ
ਚੈਨਰੀਕ ਰੂਡੋਲਫ ਹਰਟਜ਼	ਬਿਜਲੀ ਚੁੰਬਕੀ ਤਰੰਗਾਂ	ਜਰਮਨੀ
ਜਗਦੀਸ਼ ਚੰਦਰ ਬੋਸ	ਅਤੀਲਘੂ ਰੇਡੀਓ ਤਰੰਗਾਂ	ਭਾਰਤ
ਡਬਲਯੂ.ਕੇ. ਰੌਜਨ	ਐਕਸ-ਕਿਰਨਾਂ	ਜਰਮਨੀ
ਜੇ.ਜੇ.ਟੱਮਸਨ	ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ	ਇੰਗਲੈਂਡ
ਮੈਰੀ ਸਕਲੋਡੋਵਸਕਾ ਕੀਊਰੀ	ਰੇਡੀਅਮ ਅਤੇ ਪੋਲੋਨੀਅਮ ਦੀ ਖੋਜ, ਕੁਦਰਤੀ ਰੇਡੀਓ ਐਕਟਿਵਤਾ ਦਾ ਅਧਿਐਨ	ਪੋਲੈਂਡ
ਐਲਬਰਟ ਆਈਨਸਟੀਨ	ਫੋਟੋਇਲੈਕਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਭਾਵ, ਸਾਪੇਖਤਾ ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ	ਜਰਮਨੀ
ਵਿਕਟਰ ਫਰਾਂਸਿਸ ਹੈਸ	ਕਾਸਮਿਕ ਵਿਕਿਰਨਾਂ	ਆਸਟਰੀਆ
ਆਰ.ਏ. ਮਿਲਿਕਨ	ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਚਾਰਜ ਦਾ ਮਾਪ	ਅਮਰੀਕਾ

ਨਾਮ	ਮੁੱਖ ਯੋਗਦਾਨ/ਖੋਜ	ਮੂਲ ਦੇਸ਼
ਅਰਨਸਟ ਰਦਰਫੋਰਡ	ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਨਿਊਕਲੀ ਮਾਡਲ	ਨਿਊਜ਼ੀਲੈਂਡ
ਨੀਲ ਬੋਹਰ	ਹਾਈਡ੍ਰੋਜਨ ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਕੁਆਂਟਮ ਮਾਡਲ	ਡੈਨਮਾਰਕ
ਚੰਦਰਸ਼ੇਖਰ ਵੇਂਕਟਰਮਨ	ਅਣੂਆਂ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਇਨਇਲਾਸਟਿਕ ਸਕੈਟਰਿੰਗ (Inelastic scattering)	ਭਾਰਤ
ਲੁਈਸ ਵਿਕਟਰ ਡੀ-ਬ੍ਰੋਗਲੀ	ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਤਰੰਗ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ	ਭਾਰਤ
ਮੇਘਨਾਥ ਸਾਹਾ	ਬਰਮਲ ਆਇਉਨਾਈਜੇਸ਼ਨ	ਭਾਰਤ
ਸਤੋਂਦਰ ਨਾਥ ਬੋਸ	ਕੁਆਂਟਮ ਸੰਖਿਅਕੀ	ਭਾਰਤ
ਵਾਲਫਰੈਂਗ ਪਾਲੀ	ਐਕਸਕਲੂਜ਼ਨ ਨਿਯਮ (Exclusion principle)	ਆਸਟਰੀਆ
ਐਨਰੀਕੋ ਫਰਮੀ	ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਨਿਊਕਲੀ ਵਿਖੰਡਨ	ਇਟਲੀ
ਵਰਨਰ ਹੇਜਨਵਰਗ	ਕੁਆਂਟਮ ਯੰਤਰਿਕੀ; ਅਨਿਸ਼ਚਤਤਾ ਸਿਧਾਂਤ (Uncertainty principle)	ਜਰਮਨੀ
ਪਾਲ ਡਿਰਾਕ	ਸਾਪੇਖੀ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਸਿਧਾਂਤ; ਕੁਆਂਟਮ ਸੰਖਿਅਕੀ	ਇੰਗਲੈਂਡ
ਐਡਵੀਨ ਹਬਲ	ਐਕਸਪੈਂਡਿੰਗ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ (Expanding universe)	ਅਮਰੀਕਾ
ਅਰਨਸਟ ਔਰਲੈਂਡੋ ਲਾਰੇਂਸ	ਸਾਈਕਲੋਟ੍ਰਾਨ	ਅਮਰੀਕਾ
ਜੇਮਸ ਚੈਡਵਿਕ	ਨਿਊਟ੍ਰੌਨ	ਇੰਗਲੈਂਡ
ਹਿਡੇਕੀ ਯੁਕਾਵਾ	ਨਿਊਕਲੀ ਬਲਾਂ ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ	ਜਾਪਾਨ
ਹੋਮੀ ਜਹਾਂਗੀਰ ਭਾਭਾ	ਕਾਸਮਿਕ ਵਿਕਿਰਨਾਂ ਦੀ ਕਾਸਕੇਡ ਪ੍ਰੋਸੈਸ	ਭਾਰਤ
ਲੇਵ ਡੇਵੀਡੋਵਿਕ ਲੈਂਡੇ	ਕੰਡੈਸਡ (condensed) ਪਦਾਰਥ ਸਿਧਾਂਤ, ਤਰਲ ਹੀਲੀਅਮ	ਰੂਸ
ਐਸ ਚੰਦਰਸ਼ੇਖਰ	ਚੰਦਰਸ਼ੇਖਰ ਸੀਮਾ, ਤਾਰਿਆਂ ਦੀ ਸੰਰਚਨਾ ਅਤੇ ਵਿਕਾਸ	ਭਾਰਤ
ਜੌਨ ਬਾਰਡੀਨ	ਟਰਾਂਜਿਸਟਰ, ਸੁਪਰ ਕੰਡਕਟੀਵਿਟੀ ਸਿਧਾਂਤ (super conductivity)	ਅਮਰੀਕਾ
ਸੀ.ਐਚ. ਟਾਉਨਸ	ਮੇਸਰ, ਲੇਸਰ	ਅਮਰੀਕਾ
ਅਬਦੁਸ ਸਲਾਮ	ਦੁਰਬਲ ਅਤੇ ਬਿਜਲੀ ਚੁੰਬਕੀ ਇੰਟਰਐਕਸ਼ਨ ਦਾ ਏਕੀਕਰਨ (Unification of weak and electromagnetic interaction)	ਪਾਕਿਸਤਾਨ

ਦੀ ਸੂਚੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਸੂਚੀਆਂ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਅਨੁਰੋਧ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ, ਵਧੀਆ ਪੁਸਤਕਾਂ ਅਤੇ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਵੈਬਸਾਈਟ ਦੁਆਰਾ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰਨੀਆਂ ਵਿਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਨਾਂ ਅਤੇ ਹੋਰ ਸੰਬੰਧਤ ਜਾਣਕਾਰੀ ਲਿਖ ਕੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੋਰ ਵਿਆਪਕ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਅਭਿਆਸ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸਿੱਖਿਆਦਾਇਕ ਅਤੇ ਮਨੋਰੰਜਕ ਲਗੇਗਾ। ਸਾਨੂੰ ਪੂਰਾ ਵਿਸ਼ਵਾਸ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਸੂਚੀ ਕਦੇ ਖਤਮ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ। ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਤਰੱਕੀ ਲਗਾਤਾਰ ਹੁੰਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

ਭੌਤਿਕੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ (nature) ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਿਰਤਕ ਪਰੀਘਟਨਾਵਾਂ (natural phenomenon) ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਹੈ। ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ, ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ 'ਤੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ

ਤੇ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਰਿਆਤਮਕ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਖੋਜਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਭੌਤਿਕੀ, ਪ੍ਰਕਿਰਤਕ ਜਗਤ ਨੂੰ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਕੁਝ ਮੂਲ ਨਿਯਮਾਂ/ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ। ਭੌਤਿਕ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਕੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਹੈ? ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਮੂਲ ਬਲਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਅਤੇ ਇਸ ਭੌਤਿਕੀ ਜਗਤ ਨੂੰ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਵੱਖ ਵੱਖ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਵਿਚ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

### 1.4 ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਬਲ (FUNDAMENTAL FORCES IN NATURE)\*

ਸਾਡੇ ਸਾਰਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਲ ਬਾਰੇ ਇੱਕ ਸਹਿਜ ਧਾਰਨਾ ਬਣੀ ਹੋਈ ਹੈ। ਸਾਡੇ ਸਾਰਿਆਂ ਦਾ ਇਹ ਅਨੁਭਵ ਹੈ ਕਿ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ

\* ਸੈਕਸ਼ਨ 1.4 ਅਤੇ 1.5 ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੀਆਂ ਕਈ ਕਲਪਨਾਵਾਂ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ ਅਧਿਐਨ ਕਰਨ ਤੇ ਸਮਝਣ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਨੂੰ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਕਰਕੇ, ਅਸੀਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਸਲਾਹ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਸਾਵਧਾਨੀਪੂਰਵਕ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ ਤਾਂ ਜੋ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਕੁਝ ਮੂਲ ਪਹਿਲੂਆਂ ਦਾ ਬੋਧ ਵਿਕਸਿਤ ਹੋ ਜਾਵੇ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਖੇਤਰ ਅਜਿਹੇ ਹਨ ਜੋ ਵਰਤਮਾਨ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਨੂੰ ਲਗਾਤਾਰ ਕਾਰਜ ਵਿੱਚ ਲਗਾ ਕੇ ਰਖ ਰੱਖੇ ਹਨ।

## ਸਾਰਨੀ 1.2 ਤਕਨਾਲੋਜੀ ਅਤੇ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ

ਤਕਨਾਲੋਜੀ	ਵਿਗਿਆਨਕ ਸਿਧਾਂਤ
ਭਾਫ਼ ਇੰਜਣ	ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ ਦੇ ਨਿਯਮ
ਨਿਊਕਲੀ ਰਿਐਕਟਰ	ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਨਿਊਕਲੀ ਵਿਖੰਡਨ (fission)
ਰੇਡੀਓ ਅਤੇ ਟੈਲੀਵਿਜ਼ਨ	ਬਿਜਲੀ ਚੁੰਬਕੀ ਤਰੰਗਾਂ ਦਾ ਉਤਪਾਦਨ, ਸੰਚਾਰਨ (propagation) ਅਤੇ ਸੰਸੂਚਨ (detection)।
ਕੰਪਿਊਟਰ	ਡਿਜ਼ੀਟਲ ਲੌਜਿਕ
ਲੇਸਰ	ਲਾਈਟ ਐਂਪਲੀਫਿਕੇਸ਼ਨ ਬਾਯ ਸਟੀਮੂਲੇਟਡ ਅਮੀਸ਼ਨ ਆਫ਼ ਰੇਡੀਏਸ਼ਨ
ਅਲਟਰਾ ਹਾਈ ਚੁੰਬਕੀ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ ਦਾ ਉਤਪਾਦਨ	ਅਤੀਚਾਲਕਤਾ (Superconductivity)
ਰਾਕੇਟ ਪ੍ਰੋਪਲਸ਼ਨ	ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮ
ਬਿਜਲੀ ਜਨਰੇਟਰ	ਫੈਰਾਡੇ ਦੇ ਬਿਜਲ-ਚੁੰਬਕੀ ਪ੍ਰੇਰਣ (electromagnetic induction) ਦੇ ਨਿਯਮ
ਹਾਈਡ੍ਰੋਇਲੈਕਟ੍ਰਿਕ ਪਾਵਰ	ਗੁਰੁਤਵੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਬਿਜਲ ਊਰਜਾ ਵਿਚ ਰੂਪਾਂਤਰਨ
ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼	ਤਰਲ ਗਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਬਰਨੌਲੀ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ (Bernoulli's principle in fluid dynamics)
ਪਾਰਟੀਕਲ ਐਕਸਲਰੇਟਰ	ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਚਾਰਜਿਤ ਕਣਾਂ ਦੀ ਗਤੀ
ਸੋਨਾਰ	ਅਲਟਰਾਸੌਨਿਕ ਤਰੰਗਾਂ ਦਾ ਪਰਾਵਰਤਨ (reflection)
ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਕ ਰੇਸ਼ੇ (Optical fibres)	ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਪੂਰਨ ਆਂਤਰਿਕ ਪਰਾਵਰਤਨ (Total internal reflection of light)
ਅਪਰਾਵਰਤੀ ਆਵਰਨ (Non-reflecting coatings)	ਪਤਲੀਫਿਲਮ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ੀ ਵਿਅਕਤੀਕਰਨ Thin film optical interference
ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ/(microscope)	ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਤਰੰਗ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤੀ
ਫੋਟੋਸੈਲ	ਫੋਟੋਇਲੈਕਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਭਾਵ
ਸੰਯੋਜਨ ਪਰੀਖਣ ਰਿਐਕਟਰ (ਟੋਕਾਮੈਕ) Fusion test reactor (Tokamak)	ਪਲਾਜਮਾ ਦਾ ਚੁੰਬਕੀ ਪਰਿਰੋਧ (Magnetic confinement of plasma)
ਜਾਇੰਟ ਮੀਟਰ ਵੈਬ ਰੇਡੀਓ ਟੈਲੀਸਕੋਪ (GMRT)	ਕਾਸਮਿਕ ਰੇਡੀਓ ਕਿਰਨਾਂ ਦਾ ਸੰਸੂਚਨ (Detection of radio cosmic waves)
ਬੋਸ-ਆਈਨਸਟੀਨ ਕੰਡਨਸੇਟ	ਲੇਸਰ ਪੁੰਜਾਂ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰਾਂ ਦੁਆਰਾ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੀ ਟਰੈਪਿੰਗ ਅਤੇ ਕੂਲਿੰਗ (Trapping and cooling of atoms by laser beams and magnetic fields)



### ਅਲਬਰਟ ਆਈਨਸਟੀਨ (1879-1955)

ਸਾਲ 1879 ਵਿੱਚ, ਉਲਮ, ਜਰਮਨੀ ਵਿੱਚ ਜਨਮੇ ਅਲਬਰਟ ਆਈਨਸਟੀਨ ਨੂੰ ਅੱਜ ਤੱਕ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਮਹਾਨ ਮੰਨੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਅਸਚਰਜ ਵਾਲਾ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਜੀਵਨ ਉਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਸਾਲ 1905 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਤਿੰਨ ਕ੍ਰਾਂਤੀਕਾਰੀ ਸੋਧ ਪੱਤਰਾਂ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਇਆ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਆਪਣੇ ਪਹਿਲੇ ਸੋਧ ਪੱਤਰ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਕਵਾਂਟਾ (ਜਿਸ ਨੂੰ ਫੋਟਾਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ) ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਇਸ ਧਾਰਨਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਬਿਜਲ ਪ੍ਰਭਾਵ (photoelectric effect) ਦੇ ਉਸ ਲੱਛਣ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਿਸ ਨੂੰ ਵਿਕਿਰਨਾਂ ਦੇ ਕਲਾਸੀਕਲ ਤਰੰਗ ਸਿਧਾਂਤ ਦੁਆਰਾ ਸਪੱਸ਼ਟ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਿਆ ਸੀ। ਆਪਣੇ ਦੂਸਰੇ ਸੋਧ ਪੱਤਰ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਬਰਾਉਨੀ ਗਤੀ (Brownian motion) ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ ਵਿਕਸਿਤ ਕੀਤਾ ਜਿਸਦੀ ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕੁਝ ਸਾਲ ਬਾਦ ਹੋਈ। ਇਸ ਸਿਧਾਂਤ ਨੇ ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਪਰਮਾਣਵੀ ਚਿੱਤਰ ਦੇ ਵਿਸ਼ਵਾਸਯੋਗ ਪ੍ਰਮਾਣ ਪੇਸ਼ ਕੀਤੇ। ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਸੋਧ ਪੱਤਰ ਨੇ ਸਾਪੇਖਤਾ ਦੇ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਸਿਧਾਂਤ ਨੂੰ ਜਨਮ ਦਿੱਤਾ ਜਿਸ ਨੇ ਆਈਨਸਟੀਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਖਾਸ ਮਸ਼ਹੂਰ ਵਿਗਿਆਨੀ ਬਣਾ ਦਿੱਤਾ। ਅਗਲੇ ਦਸ਼ਕ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਨਵੇਂ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਦੇ ਸਿੱਟਿਆਂ ਦਾ ਅਨਵੇਸ਼ਨ ਕੀਤਾ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਤੱਥਾਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਪਦਾਰਥ-ਊਰਜਾ ਦੀ ਬਰਾਬਰੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪ੍ਰਸਿੱਧ ਸਮੀਕਰਨ  $E = mc^2$  ਦੁਆਰਾ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤਾ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਸਾਪੇਖਤਾ ਦੀ ਵਿਆਪਕ ਵਿਆਖਿਆ (ਸਾਪੇਖਤਾ ਦਾ ਵਿਆਪਕ ਸਿਧਾਂਤ, general theory of relativity) ਦੀ ਰਚਨਾ ਵੀ ਕੀਤੀ ਜੋ ਕਿ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਆਧੁਨਿਕ ਸਿਧਾਂਤ ਹੈ। ਆਈਨਸਟੀਨ ਦੇ ਬਾਅਦ ਵਾਲੇ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਯੋਗਦਾਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ : ਉਦੀਪਤ ਉਤਸਰਜਨ (stimulated emission) ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਪਲਾਂਕ ਬਲੈਕਬੌਡੀ ਵਿਕਿਰਨ ਨਿਯਮ (Planck's blackbody radiation) ਵਿੱਚ ਵਿਕਲਪੀ ਵਿਉਂਤਪਤੀ ਦੇ ਪ੍ਰਸਤਾਵ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪੇਸ਼ ਕਰਨਾ, ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦਾ ਸਟੈਟਿਕ ਮਾਡਲ (static model) ਜਿਸ ਨੇ ਆਧੁਨਿਕ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿਗਿਆਨ (cosmology) ਦੀ ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਕੀਤੀ, ਭਾਰੇ ਬੋਸਾਨ (Massive Boson) ਦੀ ਗੈਸ ਦੀ ਕੁਆਂਟਮ ਸਾਂਖਿਅਕੀ ਅਤੇ ਕੁਆਂਟਮ ਮਕੈਨੀਕੀ ਦੇ ਮੂਲ ਅਧਾਰਾਂ ਦਾ ਅਲੋਚਨਾਤਮਕ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ। ਸਾਲ 2005 ਨੂੰ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸਾਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਘੋਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਸੀ। ਇਹ ਘੋਸ਼ਣਾ ਆਈਨਸਟੀਨ ਦੁਆਰਾ ਸਾਲ 1905 ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਚਿਰਸਥਾਈ ਯੋਗਦਾਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਕ੍ਰਾਂਤੀਕਾਰੀ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸੰਕਲਪਨਾਵਾਂ ਦਾ ਵਿਵਰਣ ਹੈ ਜੋ ਸਾਡੇ ਆਧੁਨਿਕ ਜੀਵਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਕਰਦੀਆਂ ਰਹੀਆਂ ਹਨ, ਦੇ ਆਦਰ ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਸੀ।

ਧੱਕਣ, ਲੈ ਜਾਣ ਜਾਂ ਸੁੱਟਣ, ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਨ (deform) ਜਾਂ ਉਸਨੂੰ ਤੋੜਨ ਲਈ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਉੱਪਰ ਬਲਾਂ ਦੇ ਅਘਾਤ ਜਿਵੇਂ ਕਿਸੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਵਸਤੂ ਦਾ ਸਾਡੇ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦੇ ਸਮੇਂ ਜਾਂ “ਮੈਰੀ ਗੋ ਰਾਊਂਡ ਡੂਲੇ” ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਸਹਿਜ ਧਾਰਨਾ ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ ਬਲ ਦੀ ਸਹੀ ਵਿਗਿਆਨਕ ਸੰਕਲਪਨਾ ਤਕ ਪੁੱਜਣਾ ਸੌਖਾ ਕੰਮ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਪਹਿਲੇ ਵਿਚਾਰਕ ਜਿਵੇਂ ਅਰਸਤੂ ਦੀ ਬਲ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਸੰਕਲਪਨਾ ਗ਼ਲਤ ਸੀ। ਬਲ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਸਹੀ ਧਾਰਨਾ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਮਸ਼ਹੂਰ ਨਿਯਮਾਂ ਤੋਂ ਮਿਲੀ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੇ ਲਈ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਸੂਤਰ ਵੀ ਦਿੱਤਾ। ਅਗਲੇ ਅਧਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਵਿੱਚ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ।

ਸਥੂਲ ਜਗਤ ਵਿੱਚ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਅਸੀਂ ਹੋਰ ਵੀ ਕਈ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਬਲਾਂ ਨਾਲ ਟਕਰਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਪੇਸ਼ੀ ਬਲ, ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਸਪਰਸ਼ ਬਲ, ਰਗੜ ਬਲ (ਇਹ ਵੀ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਛੁਹਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸਤਿਹਾਂ ਵਿੱਚ ਸਪਰਸ਼ ਬਲ ਹੈ), ਨਪੀੜੇ ਅਤੇ ਖਿੱਚ ਕੇ ਲੰਬੇ ਕੀਤੇ ਸਪਰਿੰਗ ਅਤੇ ਖਿੱਚੀ ਹੋਈ ਰੱਸੀ ਅਤੇ ਡੋਰੀ (ਤਨਾਅ) ਦੁਆਰਾ ਲੱਗਿਆ ਬਲ, ਜਦੋਂ ਠੋਸ, ਤਰਲਾਂ ਨਾਲ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਬੁਆਂਸੀ (buoyancy) ਅਤੇ ਵਿਸਕਸ (viscous) ਬਲ, ਕਿਸੇ ਤਰਲ ਦੇ ਦਬਾਅ ਕਾਰਨ ਬਲ, ਕਿਸੇ ਤਰਲ ਦੀ ਸਤਿਹ ਤੇ ਤਨਾਅ ਕਾਰਨ ਬਲ ਆਦਿ। ਚਾਰਜਿਤ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਵੀ ਬਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਸੂਖਮ

ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵੀ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਬਿਜਲੀ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ, ਨਿਊਕਲੀ ਬਲ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਅਤੇ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ, ਅੰਤਰ ਪ੍ਰਮਾਣਵਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਰ ਆਣਵਿਕ ਬਲ ਆਦਿ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਬਲਾਂ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਪਾਠਕ੍ਰਮ ਦੇ ਬਾਅਦ ਵਾਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਜਾਣੂ ਹੋਵਾਂਗੇ।

ਵੀਹਵੀਂ ਸਦੀ ਦੀ ਇੱਕ ਮਹਾਨ ਅੰਤਰਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੰਦਰਭਾਂ ਵਿੱਚ ਮਿਲਣ ਵਾਲੇ ਕਈ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਬਲ, ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਕੁਝ ਮੂਲ ਬਲਾਂ ਤੋਂ ਹੀ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਕਮਾਨੀ (spring) ਲੰਬੀ/ਨਪੀੜੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਕਮਾਨੀ ਦੇ ਪਰਮਾਣੂਆਂ, ਜੋ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਨੇਟ ਆਕਰਸ਼ਣ/ਪ੍ਰਤੀਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇਲਾਸਟਿਕ ਬਲ (elastic force) ਪੈਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੇਟ ਆਕਰਸ਼ਣ ਪ੍ਰਤੀਕਰਸ਼ਣ ਦੀ ਖੋਜ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੇ ਚਾਰਜਿਤ ਅਵਯਵਾਂ (constituents) ਦੇ ਵਿੱਚ ਬਿਜਲੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਯੋਗ ਬਲਾਂ (ਅਸੰਤੁਲਿਤ) ਤੱਕ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਸਿਧਾਂਤਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਦਾ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਬਲਾਂ (derived forces) ਜਿਵੇਂ ਕਮਾਨੀ ਬਲ, ਰਗੜ ਬਲ) ਦੇ ਨਿਯਮ ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਮੂਲ ਬਲਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਤੋਂ ਅਜ਼ਾਦ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਬੇਸ਼ੱਕ ਇਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਦਾ ਮੂਲ ਅਧਾਰ ਬਹੁਤ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹੈ।

ਆਪਣੀ ਸਮਝ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਸਟੇਜ ਤੇ ਅਸੀਂ ਚਾਰ ਮੂਲ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇੱਥੇ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ ਵਰਣਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

**1.4.1 ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨ ਬਲ  
(Gravitational Force)**

ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਕੋਈ ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਬਲ ਹੈ। ਵਿਸ਼ਵ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਪਿੰਡ ਕਿਸੇ ਵੀ ਹੋਰ ਪਿੰਡ ਦੇ ਕਾਰਨ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਇਸ ਧਰਤੀ 'ਤੇ ਰੱਖੀ ਹਰੇਕ ਵਸਤੂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਖਾਸ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਚੰਨ ਅਤੇ ਮਨੁੱਖ ਦੁਆਰਾ ਤਿਆਰ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ, ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਅਤੇ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਧਰਤੀ ਤੇ ਡਿਗਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਹੀ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਵਿਸ਼ਵ ਵਿੱਚ ਵੱਡੇ ਪੱਧਰ ਦੀਆਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਜਿਵੇਂ ਤਾਰਿਆਂ, ਆਕਾਸ਼ ਗੰਗਾਵਾਂ (galaxies) ਅਤੇ ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾਵਾਂ ਦੇ ਗੁੱਛਿਆ (galactic clusters) ਆਦਿ ਦੇ ਬਣਨ ਅਤੇ ਵਿਕਸਿਤ ਹੋਣ ਵਿੱਚ ਇਸ ਬਲ ਦੀ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਭੂਮਿਕਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

**1.4.2 ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ (Electromagnetic Force)**

ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਚਾਰਜਿਤ ਕਣਾਂ ਵਿੱਚ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਹੈ। ਸਧਾਰਨ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਚਾਰਜ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਤਾਂ ਇਸ ਬਲ ਨੂੰ ਕੁਲਾਮ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ (Coulomb's law) ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ : “ਇੱਕੋ ਕਿਸਮ ਦੇ (ਸਜਾਤੀ) ਚਾਰਜਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤੀਕਰਸ਼ਣ ਅਤੇ ਉਲਟ ਕਿਸਮ ਦੇ (ਵਿਜਾਤੀ) ਚਾਰਜਾਂ ਵਿੱਚ ਆਕਰਸ਼ਣ।” ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਚਾਰਜ ਚੁੰਬਕੀ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪੈਦਾ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਚਾਰਜਾਂ ਤੇ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚੁੰਬਕੀ ਅਤੇ ਬਿਜਲੀ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਵੱਖ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਬਲ ਨੂੰ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ

ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਵੀ ਬਹੁਤ ਲੰਬੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਤੱਕ ਅਸਰਕਾਰਕ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵਿਚੋਲੇ ਮਾਧਿਅਮ ਦੀ ਲੋੜ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਇਹ ਬਲ ਬਹੁਤ ਪ੍ਰਬਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਦੂਰੀ ਦੇ ਲਈ ਦੋ ਪ੍ਰੋਟਾਨਾਂ ਵਿਚਲਾ ਬਿਜਲੀ ਬਲ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਲਗੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਦਾ  $10^{36}$  ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪਦਾਰਥ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ, ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਅਤੇ ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਵਰਗੇ ਮੂਲ ਚਾਰਜਿਤ ਕਣਾਂ ਤੋਂ ਮਿਲ ਕੇ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਹੀ ਪ੍ਰਬਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਆਣਵਿਕ ਅਤੇ ਪਰਮਾਣਵਿਕ ਪੈਮਾਨੇ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਤੇ ਹਾਵੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। (ਹੋਰ ਦੋ ਬਲ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਅੱਗੇ ਦੇਖਾਂਗੇ, ਸਿਰਫ ਨਿਊਕਲੀ ਪੈਮਾਨੇ ਤੇ ਹੀ ਕਿਰਿਆਸ਼ੀਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।) ਇਸ ਲਈ ਪਰਮਾਣੂ ਅਤੇ ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਸੰਰਚਨਾ, ਰਸਾਇਣਿਕ ਅਭਿਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਡਾਇਨਾਮਿਕਸ (dynamics) ਮਕੈਨੀਕਲ, ਥਰਮਲ ਅਤੇ ਹੋਰ ਗੁਣਾਂ ਦਾ ਸੰਚਾਲਨ ਮੁੱਖ ਤੌਰ 'ਤੇ ਬਿਜਲ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਹ ‘ਤਨਾਅ’, ‘ਰਗੜ’, ‘ਆਮ ਬਲ’, ‘ਕਮਾਨੀ ਬਲ’ ਆਦਿ ਵਰਗੇ ਸਥੂਲ ਬਲਾਂ ਦੇ ਮੂਲ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਸਦਾ ਹੀ ਆਕਰਸ਼ੀ ਬਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਆਕਰਸ਼ੀ ਜਾਂ ਅਪਕਰਸ਼ੀ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਦਾਰਥ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਹੀ ਤਰ੍ਹਾਂ (ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਦਾਰਥ ਵਰਗਾ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।) ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਚਾਰਜ ਦੋ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ; ਧਨ ਚਾਰਜ ਅਤੇ ਰਿਣ ਚਾਰਜ। ਇਹੀ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਅੰਤਰਾਂ ਦਾ ਕਾਰਨ ਹੈ। ਪਦਾਰਥ ਆਮ ਕਰਕੇ ਬਿਜਲੀ ਪੱਖ ਤੋਂ ਉਦਾਸੀਨ (ਨੇਟ ਚਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਿਜਲੀ ਬਲ ਵਧੇਰੇ

**ਸਾਰਨੀ 1.3 ਕੁਦਰਤ ਵਿਚ ਮੂਲ ਬਲ**

ਬਲ ਦਾ ਨਾਂ	ਤੁਲਨਾਤਮ ਪ੍ਰਬਲਤਾ	ਰੇਂਜ	ਜਿਹਨਾਂ ਵਿਚ ਲਗਦਾ ਹੈ
ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨ ਬਲ	$10^{-39}$	ਅਨੰਤ	ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਸਾਰੇ ਪਿੰਡ
ਦੁਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ (Weak nuclear force)	$10^{-13}$	ਬਹੁਤ ਘੱਟ, ਸਬ-ਨਿਊਕਲੀ ਸਾਈਜ਼ (~ $10^{-16}$ m)	ਕੁਝ ਮੂਲ ਕਣ, ਖਾਸ ਕਰਕੇ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਅਤੇ ਨਿਊਟਰੀਨੋ
ਬਿਜਲੀ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ	$10^{-2}$	ਅਨੰਤ	ਚਾਰਜਿਤ ਕਣ
ਪ੍ਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ (Strong nuclear force)	1	ਘੱਟ, ਨਿਊਕਲੀ ਸਾਈਜ਼ (~ $10^{-15}$ m)	ਨਿਊਕਲੀਆਨ, ਭਾਰੀ ਮੂਲ ਕਣ



ਕਰਕੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਤੇ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਹੀ ਹਾਵੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਬਿਜਲੀ ਬਲ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਾਤਾਵਰਨ ਵਿੱਚ, ਜਿੱਥੇ ਪਰਮਾਣੂ ਆਇਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਅਸਮਾਨੀ ਬਿਜਲੀ ਚਮਕਦੀ ਹੈ।

ਜੇ ਅਸੀਂ ਥੋੜ੍ਹਾ ਸੋਚ-ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਆਪਣੇ ਆਪ ਹੀ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਹ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਗੁਰੁਤਾ ਬਲ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਵਧੇਰੇ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਕਿਤਾਬ ਨੂੰ ਹੱਥ ਤੇ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਹੱਥ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕੀਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ 'ਸਧਾਰਨ ਬਲ' ਨਾਲ ਧਰਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ਾਲ ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕਿਤਾਬ ਤੇ ਲੱਗੇ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਨੂੰ ਸੰਤੁਲਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ 'ਸਧਾਰਨ ਬਲ' ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਬਲਕਿ ਸਾਡੇ ਹੱਥ ਅਤੇ ਪੁਸਤਕ ਦੀਆਂ ਸੰਪਰਕ ਵਿਚ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਚਾਰਜਿਤ ਘਟਕਾਂ ਕਾਰਨ ਲਗ ਰਿਹਾ ਨੇਟ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ (Net electromagnetic force) ਹੈ।

ਜੇ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਗੁਰੁਤਾ ਬਲ ਨਾਲੋਂ ਵਧੇਰੇ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰਾਜ਼ੇ ਤੋਂ ਤਰਾਜ਼ੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦਾ ਹੱਥ ਇੱਕ ਪੰਖ ਦੇ ਭਾਰ ਕਾਰਨ ਹੀ ਟੁਕੜੇ-ਟੁਕੜੇ ਹੋ ਕੇ ਵਿਖਰ ਜਾਵੇਗਾ। ਅਸਲ ਵਿਚ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਾਲ ਸੰਤੁਲਨ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਅਜਿਹੇ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਆਪਣੇ ਭਾਰ ਕਾਰਨ ਹੀ ਟੁਕੜੇ-ਟੁਕੜੇ ਹੋ ਕੇ ਬਿਖਰ ਜਾਂਦੇ।

### 1.4.3 ਪ੍ਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ (Strong Nuclear Force)

ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ ਪ੍ਰੋਟਾਨਾਂ ਅਤੇ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨਾਂ ਨੂੰ ਬੰਨ੍ਹ ਕੇ ਰਖਦਾ ਹੈ। ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਆਕਰਸ਼ੀ ਬਲ ਦੇ ਪ੍ਰੋਟਾਨਾਂ ਵਿਚ ਆਪਸੀ ਅਪਕਰਸ਼ਣ ਹੋਣ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਕੋਈ ਵੀ ਨਾਭਿਕ ਅਸੰਤੁਲਿਤ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ। ਕਿਉਂਕਿ ਬਿਜਲਈ ਬਲਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿਚ ਗੁਰੁਤਾ ਬਲ ਬਹੁਤ ਹੀ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਬਲ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ। ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਨਵੇਂ ਬਲ ਦੀ ਯੋਜਨਾ ਬਣਾਉਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਇਹ ਪ੍ਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ ਸਾਰੇ ਮੂਲ ਬਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪ੍ਰਬਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਨਾਲੋਂ 100 ਗੁਣਾਂ ਵਧੇਰੇ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਚਾਰਜ ਦੀ ਕਿਸਮ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪ੍ਰੋਟਾਨ-ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਵਿਚ, ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ-ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੇ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਪ੍ਰੋਟਾਨ-ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਰੂਪ ਵਿਚ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਰੇਂਜ ਬਹੁਤ ਘੱਟ, ਲਗਭਗ ਨਾਭਿਕ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ (nuclear dimensions) ( $10^{-15}$  m), ਦੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਕਿਸੇ ਵੀ ਨਾਭਿਕ ਦੀ ਸਥਿਰਤਾ ਲਈ ਜ਼ਿੰਮੇਵਾਰ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਇਸ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਪਰ, ਨਵੇਂ ਹੋਏ ਵਿਕਾਸਾਂ ਨੇ ਇਹ ਸੂਚਿਤ ਕੀਤਾ ਹੈ ਕਿ ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਅਤੇ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਹੋਰ ਵੀ ਵਧੇਰੇ ਮੂਲ ਘਟਕਾਂ, ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਵਾਰਕ (quarks) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਤੋਂ ਮਿਲਕੇ ਬਣੇ ਹਨ।

### 1.4.4 ਦੁਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ (Weak Nuclear Force)

ਦੁਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ ਸਿਰਫ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਾਭਿਕੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆਵਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਕਿਸੇ ਨਾਭਿਕ ਦੇ  $\beta$ -ਖੈ ( $\beta$ -decay) ਸਮੇਂ ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।  $\beta$ -ਖੈ ਵਿਚ ਨਾਭਿਕ ਇੱਕ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਣਚਾਰਜਿਤ ਕਣ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਨਿਊਟ੍ਰੀਨੋ (neutrino) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਉਤਸਰਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਦੁਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ, ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਕਮਜ਼ੋਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਪਰ ਪ੍ਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਅਤੇ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਕਮਜ਼ੋਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੁਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ ਦੀ ਰੇਂਜ ਬਹੁਤ ਛੋਟੀ  $10^{-16}$  m ਆਰਡਰ ਦੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

### 1.4.5 ਬਲਾਂ ਦੇ ਏਕੀਕਰਨ ਵੱਲ (Towards Unification of Forces)

ਅਸੀਂ ਅਨੁਭਾਗ 1.1 ਵਿੱਚ ਇਹ ਟਿੱਪਣੀ ਕੀਤੀ ਹੈ ਕਿ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿਚ, ਏਕੀਕਰਨ ਦੀ ਭਾਲ ਜਾਂ ਖੋਜ, ਇੱਕ ਮੂਲ ਮਕਸਦ ਹੈ। ਭੌਤਿਕੀ ਦੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਉੱਨਤੀ ਅਕਸਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰਾਂ ਦੇ ਏਕੀਕਰਨ ਵੱਲ ਲੈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਖਗੋਲੀ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰਾਂ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦੇ ਵਿਸ਼ਵਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕੀਤਾ। ਆਰਸਟੈਡ (Oersted) ਅਤੇ ਫੈਰਾਡੇ (Faraday) ਨੇ ਪ੍ਰਯੋਗੀ ਖੋਜਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਕਿ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਿਜਲ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਵੱਖ ਕਰਕੇ ਨਹੀਂ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ।

ਮੈਕਸਵੇਲ (Maxwell) ਦੀ ਇਸ ਖੋਜ ਨੇ, ਕਿ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਤਰੰਗਾਂ ਹਨ, ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕਤਾ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਕੀ ਨੂੰ (Electromagnetic and optics) ਨੂੰ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕੀਤਾ। ਆਈਨਸਟੀਨ ਨੇ ਗੁਰੁਤਾ ਅਤੇ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕਤਾ ਨੂੰ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕੀਤੀ ਪਰ ਆਪਣੇ ਇਸ ਸਾਹਸੀ ਕਾਰਜ ਵਿੱਚ ਸਫਲ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਿਆ। ਪਰ ਇਸ ਨਾਲ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਦੀ, ਬਲਾਂ ਦੇ ਏਕੀਕਰਨ ਦੇ ਉਦੇਸ਼ ਲਈ ਉਤਸਾਹਪੂਰਵਕ ਅੱਗੇ ਵੱਧਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਆ ਰੁਕੀ ਨਹੀਂ।

ਪਿਛਲੇ ਕੁਝ ਦਹਾਕਿਆਂ ਵਿਚ ਇਸ ਖੇਤਰ ਨੇ ਬਹੁਤ ਉੱਨਤੀ ਦੇਖੀ ਹੈ। ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਅਤੇ ਦੁਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ ਹੁਣ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਹੋ ਚੁੱਕੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕਲੇ "ਬਿਜਲ-ਦੁਰਬਲ" ਬਲ (electro weak force) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਏਕੀਕਰਣ ਦਾ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਕੀ ਮਤਲਬ ਹੈ ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਥੇ ਸਪੱਸ਼ਟ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਬਿਜਲ-ਦੁਰਬਲ ਅਤੇ ਪ੍ਰਬਲ ਬਲ ਨੂੰ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਇੱਥੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਨੂੰ ਹੋਰ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਨਾਲ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ਾਂ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ (ਅਤੇ ਹੁਣ ਵੀ ਜਾਰੀ ਹਨ)। ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਅਜੇ ਵੀ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਤੇ ਅਨਿਰਣਾਇਕ ਬਣੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਹਨ। ਸਾਰਣੀ 1.4 ਵਿੱਚ ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਬਲਾਂ ਦੇ ਏਕੀਕਰਨ ਦੀ ਉੱਨਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਮੀਲ ਪੱਥਰਾਂ ਨੂੰ ਸਾਰਾਂਸ਼ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਸਤੋਂਦਰਨਾਥ ਬੋਸ (1894-1974)**

ਸਾਲ 1894 ਵਿੱਚ ਕਲਕੱਤਾ ਵਿੱਚ ਸਤੋਂਦਰਨਾਥ ਬੋਸ ਉਹਨਾਂ ਮਹਾਨ ਭਾਰਤੀ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਨੇ ਵੀਹਵੀਂ ਸਦੀ ਵਿੱਚ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਤਰੱਕੀ ਵਿੱਚ ਮੌਲਿਕ ਯੋਗਦਾਨ ਦਿੱਤਾ ਸੀ। ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚਮਕਦੇ ਤਾਰੇ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਚਰੇ, ਬੋਸ ਨੇ ਸਾਲ 1916 ਵਿੱਚ ਕਲਕੱਤਾ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਲੈਕਚਰਾਰ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਆਪਣਾ ਸੇਵਾਕਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕੀਤਾ, ਪੰਜ ਸਾਲ ਬਾਦ ਉਹ ਢਾਕਾ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ ਚਲੇ ਗਏ। ਇੱਥੇ ਸਾਲ 1924 ਵਿੱਚ ਆਪਣੀ ਪ੍ਰਤਿਭਾਸ਼ਾਲੀ ਅੰਤਰਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਨਾਲ ਪਲਾਂਕ ਨਿਯਮ ਦੀ ਨਵੀਂ ਵਿਉਂਤਪਤੀ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕੀਤੀ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਵਿਕਿਰਨਾਂ ਨੂੰ ਫੋਟਾਨ ਦੀ ਗੈਸ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੰਨਿਆ ਅਤੇ ਫੋਟਾਨ ਅਵਸਥਾਵਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਲਈ ਨਵੀਆਂ ਸਾਂਖਿਅਕੀ ਵਿਧੀਆਂ (statistical methods) ਨੂੰ ਅਪਣਾਇਆ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਇਸ ਵਿਸ਼ੇ ਤੇ ਇੱਕ ਸ਼ੋਧ ਪੱਤਰ ਲਿਖ ਕੇ ਉਸ ਨੂੰ ਆਇਨਸਟੀਨ (Einstein) ਨੂੰ ਭੇਜਿਆ, ਜਿਹਨਾਂ ਨੇ ਤੁਰੰਤ ਇਸ ਦੇ ਵਿਸ਼ਾਲ ਮਹੱਤਵ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਣਦੇ ਹੋਏ ਇਸਦਾ ਜਰਮਨ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਨੁਵਾਦ ਕਰਕੇ ਇਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਨ ਲਈ ਭੇਜ ਦਿੱਤਾ। ਆਇਨਸਟੀਨ ਨੇ ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਗੈਸ ਦੇ ਅਣੂਆਂ ਤੇ ਕੀਤੀ।

ਬੋਸ ਦੇ ਕੰਮ ਵਿੱਚ ਨਵੀਆਂ ਸੰਕਲਪਨਾਵਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਕਣਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਵੱਖ ਨਹੀਂ ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਜੋ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਕਲਪਨਾਵਾਂ ਤੋਂ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਭਿੰਨ ਸੀ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਲਾਸੀਕਲ ਮੈਕਸਵੇਲ-ਬੋਲਟਮੈਨ ਸੰਖਿਅਕੀ (Classical Maxwell-Boltzmann statistics) ਦੇ ਅਧਾਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਲਦੀ ਹੀ ਇਹ ਅਨੁਭਵ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਿ ਬੋਸ-ਆਇਨਸਟੀਨ ਸੰਖਿਅਕੀ ਨੂੰ (Bose-Einstein statistics) ਸਿਰਫ ਪੂਰਣਾੰਕ ਸਪਿਨ (integer spin) ਵਾਲੇ ਕਣਾਂ ਤੇ ਹੀ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਅਰਧ ਪੂਰਣਾੰਕ ਸਪਿਨ (half integral spin) ਵਾਲੇ ਕਣਾਂ ਲਈ ਜੋ ਪਾਊਲੀ ਅਪਵਰਜਨ ਸਿਧਾਂਤ (Pauli's exclusion principle) ਨੂੰ ਮੰਨਦੇ ਹਨ ਲਈ ਇੱਕ ਨਵੀਂ ਕੁਆਂਟਮ ਸੰਖਿਅਕੀ (Fermi-Dirac statistics) ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਬੋਸ ਦੇ ਸਤਿਕਾਰ ਵਜੋਂ, ਪੂਰਣਾੰਕ ਸਪਿਨ ਵਾਲੇ ਕਣਾਂ ਨੂੰ ਬੋਸਾਨ (Boson) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਬੋਸ ਆਈਨਸਟੀਨ ਸੰਖਿਅਕੀ ਦਾ ਇੱਕ ਮਹਤਵਪੂਰਨ ਨਿਚੋੜ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਕਿਸੇ ਗੈਸ ਦਾ ਇਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਤਾਪਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਤਾਪਮਾਨ ਤੇ (ਅਵਸਥਾ ਪਰਿਵਰਤਨ) (Phase transition) ਅਜਿਹੀ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਥੇ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦਾ ਬਹੁਤ ਵੱਡਾ ਹਿੱਸਾ ਸਮਾਨ ਨਿਊਨਤਮ ਊਰਜਾ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਬੋਸ ਦੀ ਪੱਖ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਕ ਧਾਰਨਾ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਆਇਨਸਟੀਨ ਨੇ ਅੱਗੇ ਵਿਕਸਿਤ ਕੀਤਾ, ਦਾ ਪ੍ਰਭਾਵਸ਼ਾਲੀ ਪ੍ਰਮਾਣੀ-ਕਰਨ ਲਗਭਗ 70 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਅਲਟਰਾ ਕੋਲਡ ਅਲਕਲੀ (ultra cold alkali) ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੀ ਤਨੁ ਗੈਸ (Dilute-gas) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਨਵੀਂ ਤਰਲ ਅਵਸਥਾ ਬੋਸ-ਆਇਨਸਟੀਨ ਸੰਘਣਿਤ (Bose Einstein condensate) ਦੇ ਪ੍ਰਖਣ ਦੁਆਰਾ ਹੋਇਆ।

**ਸਾਰਨੀ 1.4 ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਲਾਂ/ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਏਕੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਉੱਨਤੀ**

ਭੌਤਿਕੀ ਵਿਗਿਆਨੀ	ਸਾਲ	ਏਕੀਕਰਨ ਸੰਬੰਧੀ ਉਪਲਬਧੀਆਂ
ਆਈਜ਼ਕ ਨਿਊਟਨ (Issac Newton)	1687	ਖਗੋਲੀ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਯਾਂਤਰਕੀ ਨੂੰ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕੀਤਾ। ਇਹ ਦਰਸਾਇਆ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰਾਂ ਤੇ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨ ਨਿਯਮ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
ਹੇਂਸ ਕ੍ਰਿਸਚਿਅਨ ਆਰਸਟੈਡ (Hans christian oersted) ਮਾਈਕਲ ਫੈਰਾਡੇ (Michael Faraday)	1820 1830	ਇਹ ਦਰਸਾਇਆ ਕਿ ਬਿਜਲੀ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਇੱਕ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ-ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕਤਾ ਦੇ ਨਾ ਵੱਖ ਕੀਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਰੂਪ ਹਨ
ਜੇਮਸ ਕਲਾਰਕ ਮੈਕਸਵੇਲ (James Clerk Maxwell)	1873	ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕਤਾ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਕੀ ਨੂੰ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕੀਤਾ : ਇਹ ਦਰਸਾਇਆ ਕਿ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਤਰੰਗਾਂ ਹਨ।
ਸ਼ੈਲਡਨ ਗਲਾਸ਼ੋਬ, ਅਬਦੁਸ ਸਲਾਮ, ਸਵੀਵਨ ਵੀਨਵਰਗ (Sheldon Glashow, Abdus slam, Steven weinberg)	1979	ਇਹ ਦਰਸਾਇਆ ਕਿ 'ਦੁਰਬਲ' ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ ਅਤੇ ਬਿਜਲ-ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਨੂੰ ਏਕਲ 'ਬਿਜਲ ਦੁਰਬਲ' ਬਲ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰੂਪਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
ਕਾਰਲੋ ਰੂਬੀਆ, ਸਾਈਮਨ ਵਾਂਡਰ ਮਿਅਰ (Carlo Rubia, Simon Vander Meer)	1984	'ਬਿਜਲ-ਦੁਰਬਲ' ਬਲ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਪੂਰਵ ਅਨੁਮਾਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਤਿਆਪਨ ਕੀਤਾ।



## 1.5 ਭੌਤਿਕ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ

### (NATURE OF PHYSICAL LAWS)

ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੀ ਖੋਜਬੀਨ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸੰਧਾਨ ਵਿਗਿਆਨਕ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਆਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਰੋਜ਼ ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਤੋਂ ਵੀ ਘੱਟ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ ਬਹੁਤ ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ ਤਾਰਿਆਂ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਤੱਕ ਹੈ। ਪ੍ਰੋਖਣਾਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਤੱਥਾਂ ਨੂੰ ਖੋਜਣ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀ ਉਹਨਾਂ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਇਹਨਾਂ ਤੱਥਾਂ ਦਾ ਸਾਰ (ਆਮ ਕਰਕੇ ਗਣਿਤਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ) ਹੋਣ। ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਲਾਂ ਦੁਆਰਾ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਕਿਸੇ ਵੀ ਭੌਤਿਕ ਪਰਿਘਟਨਾ ਵਿੱਚ ਕਈ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਬਦਲ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਪਰ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਤੱਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਕੁਝ ਖਾਸ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਪ੍ਰਿਥਿਤ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦੀ ਮਾਤਰਤਮਕ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮਾਂ (conservation laws) ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਬਾਹਰੀ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਬਲ ਦੇ ਅਧੀਨ ਗਤੀ ਲਈ, ਕੁਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਅਰਥਾਤ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਯੋਗ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਅਧੀਨ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਸੁਤੰਤਰ ਡਿੱਗਣਾ (free fall) ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਆਮ ਪ੍ਰਚੱਲਿਤ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਲਗਾਤਾਰ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਪਰ ਇਸਦਾ ਯੋਗ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚੋਂ ਮੁਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਭੂਮੀ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਠੀਕ ਪਹਿਲਾਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਬਲ ਲਈ ਪ੍ਰਤੀਬੰਧਿਤ ਇਸ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਅਲੱਗ-ਥਲੱਗ ਸਿਸਟਮ (isolated system) ਦੇ ਲਈ ਵਿਆਪਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ (ਜੋ ਕਿ ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਅਧਾਰ ਹੈ) ਨਾਲ ਉਲਝਾਉਣਾ ਨਹੀਂ ਚਾਹੀਦਾ।

ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਊਰਜਾ ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਭੌਤਿਕ ਸਿਸਟਮਾਂ ਲਈ ਊਰਜਾ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨ ਲਿਖੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਊਰਜਾ ਦੇ ਸਾਰੇ ਰੂਪਾਂ, ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਤਾਪ, ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ, ਬਿਜਲੀ ਊਰਜਾ ਦੀ ਵੀ ਗਣਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਨਤੀਜਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦਾ ਵਿਆਪਕ ਨਿਯਮ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਊਰਜਾ ਰੂਪਾਂਤਰਨਾਂ ਲਈ ਸੱਚ ਹੈ। ਡਿਗ ਰਹੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਡਿਗ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਤੇ ਲਗਣ ਵਾਲੇ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੇ ਅਸਰ ਨੂੰ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰ ਲਉ ਅਤੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਭੂਮੀ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣ ਅਤੇ ਉੱਥੇ ਰੁਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਨਤੀਜਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋਗੇ ਕਿ, ਕੁਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਨਹੀਂ ਹੋਈ ਹੈ। ਪਰ, ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦਾ ਵਿਆਪਕ ਨਿਯਮ ਅਜੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪੱਥਰ ਦੀ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਦਾ ਰੂਪਾਂਤਰਨ ਊਰਜਾ ਦੇ ਹੋਰ ਰੂਪਾਂ, ਤਾਪ ਅਤੇ ਧੁਨੀ (ਆਖਿਰ ਵਿੱਚ

ਸੋਧਿਤ ਹੋ ਕੇ ਧੁਨੀ ਵੀ ਤਾਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦੀ ਹੈ) ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਲੱਗ-ਥਲੱਗ ਸਿਸਟਮ (ਪੱਥਰ ਅਤੇ ਆਲਾ- ਦੁਆਲਾ) ਦੀ ਕੁਲ ਊਰਜਾ ਅਪਰਿਵਰਤਿਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਦੇ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰਾਂ, ਸੂਖਮ ਤੋਂ ਸਥੂਲ ਤੱਕ, ਲਈ ਠੀਕ (valid) ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਰੁਟੀਨ ਵਿੱਚ ਪਰਮਾਣਵੀਂ, ਨਿਊਕਲੀ ਅਤੇ ਮੂਲ ਕਣਾਂ ਦੀਆਂ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ, ਹਰ ਸਮੇਂ ਸਾਰੇ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਚੱਡ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਰਹਿੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਫਿਰ ਵੀ, ਸਾਰੇ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ (ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਆਦਰਸ਼ ਅਲੱਗ-ਥਲੱਗ ਸਿਸਟਮ) ਦੀ ਕੁਲ ਊਰਜਾ ਬਰਕਰਾਰ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ, ਅਜਿਹਾ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਆਈਨਸਟੀਨ ਦੇ ਸਾਪੇਖਤਾ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਦੀ ਖੋਜ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ, ਪਦਾਰਥ ਨੂੰ ਨਾ ਨਸ਼ਟ ਹੋਣ ਯੋਗ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਸੀ। ਇਸ ਲਈ ਪੁੰਜ (mass) ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਕੁਦਰਤ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਮੂਲ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਸੀ। ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਨਿਯਮ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਸੀ (ਅਜੇ ਵੀ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ), ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਰਸਾਇਣਿਕ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆਵਾਂ (chemical reactions) ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ। ਇੱਕ ਰਸਾਇਣਿਕ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅਣੂਆਂ (molecules) ਵਿੱਚ ਪਰਮਾਣੂਆਂ (atoms) ਦੀ ਪੁਨਰ ਵਿਵਸਥਾ ਹੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਪ੍ਰਤੀਕਾਰਕ (Reactant) ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਕੁਲ ਬੰਧਨ ਊਰਜਾ (Binding energy) ਉਤਪਾਦਿਤ (Products) ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਕੁਲ ਬੰਧਨ ਊਰਜਾ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਊਰਜਾ ਦਾ ਇਹ ਅੰਤਰ ਤਾਪ ਊਰਜਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਤਾਪਨਿਕਾਸੀ (Exothermic) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਤਾਪਸੋਖੀ (Endothermic) ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤੋਂ ਉਲਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਰ, ਕਿਉਂਕਿ ਰਸਾਇਣਿਕ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੀ ਸਿਰਫ ਪੁਨਰ ਵਿਵਸਥਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਨਸ਼ਟ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ, ਇਸ ਲਈ ਪ੍ਰਤੀਕਾਰਕਾਂ ਦਾ ਕੁਲ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਉਤਪਾਦਾਂ ਦਾ ਕੁਲ ਪੁੰਜ ਬਰਾਬਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਬੰਧਨ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਇੰਨਾ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਨੂੰ ਪੁੰਜ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਾਪਣਾ ਬਹੁਤ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਆਈਨਸਟੀਨ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਅਨੁਸਾਰ ਪੁੰਜ  $m$ , ਊਰਜਾ  $E$  ਦੇ ਤੁਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਸੰਬੰਧ  $E=mc^2$  ਦੁਆਰਾ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਇੱਥੇ  $c$  ਨਿਰਵਾਯੂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਚਾਲ ਹੈ।

ਨਾਭਿਕੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਜਾਂ ਇਸ ਦਾ ਉਲਟ ਵੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ)। ਇਹ ਉਹੀ ਊਰਜਾ ਹੈ ਜੋ ਨਾਭਿਕੀ ਸ਼ਕਤੀ ਜਨਨ (Power generation) ਅਤੇ ਨਾਭਿਕੀ ਵਿਸਫੋਟਾਂ (Nuclear explosions) ਵਿੱਚ ਮੁਕਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਊਰਜਾ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਪਰ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਕੇਲਰ ਹੀ ਹੋਣ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਅਲੱਗ-ਥਲੱਗ ਸਿਸਟਮ (isolated system) ਦਾ ਕੁਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ (linear momentum), ਅਤੇ ਕੁਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ (angular momentum) (ਦੋਵੇਂ ਵੈਕਟਰ, ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ) ਵੀ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ

### ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੇ ਨਿਯਮ (Conservation laws in physics)

ਊਰਜਾ, ਸੰਵੇਗ (momentum), ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ (angular momentum), ਚਾਰਜ ਆਦਿ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨੂੰ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਨਿਯਮ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵਰਤਮਾਨ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਕਈ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਹਨ। ਉਪਰੋਕਤ ਚਾਰ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਵਧੇਰੇ ਕਰਕੇ ਨਾਭਿਕੀ ਅਤੇ ਪਾਰਟੀਕਲ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੁਝ ਇੱਕ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ, ਸਪਿਨ, ਬੈਰਿਆਨ ਸੰਖਿਆ, ਸਟਰੋਂਜਨੈਸ, ਹਾਈਪਰਚਾਰਜ ਆਦਿ। ਪਰ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਚਿੰਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਈ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਕੋਈ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਇੱਕ ਪਰਿਕਲਪਨਾ (hypothesis), ਜੋ ਕਿ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਕਲਪਨਾ ਹੈ, ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਇਹ ਯਾਦ ਰਖਣਾ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸੱਚ ਸਾਬਿਤ ਜਾਂ ਖੰਡਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਜਿਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਕਿਸੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਉਹ ਉਸ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸੱਚ ਸਾਬਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਮਾਣ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਉਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਜੇ ਕੋਈ ਇੱਕ ਪ੍ਰਯੋਗ ਜਿਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਕਿਸੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਣ ਤਾਂ ਇਹ ਉਹ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਖੰਡਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਕਾਫੀ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਵੀ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਕਹਿਣਾ ਉਚਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਨਿਯਮ ਸਾਡੇ ਕਈ ਸਦੀਆਂ ਦੇ ਅਨੁਭਵਾਂ ਦਾ ਨਤੀਜਾ ਹਨ, ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਯੰਤਰਕੀ, ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ, ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕਤਾ, ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਕੀ, ਪਰਮਾਣਵੀਂ ਅਤੇ ਨਾਭਿਕੀ ਭੌਤਿਕੀ ਜਾਂ ਹੋਰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਖੇਤਰ ਦੇ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਪਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕੁਝ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਅਜਿਹਾ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਉਹ ਗੁਰੂਤਾ ਦੇ ਅਧੀਨ ਮੁਕਤ ਪਤਨ ਕਰਦੀ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰਕੇ ਇਹ ਦਰਸਾ ਕੇ ਕਿ ਇਹ ਜੋੜ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਸਿਰਫ ਇਸ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸੱਚ ਸਾਬਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਦੀ ਉਤਪਤੀ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।

ਯੰਤਰਕੀ ਵਿੱਚ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਨਿਯਮਾਂ ਤੋਂ ਵਿਉਤਪਨ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਵੈਲੀਡਿਟੀ ਯੰਤਰਕੀ ਦੇ ਖੇਤਰ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਵੀ ਹੈ। ਇਹ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰਾਂ ਇੱਥੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਜਿੱਥੇ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਨਿਯਮ ਵੀ ਵੈਲਿਡ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਵਿੱਚ ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਮੂਲ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਨਿਯਮ ਹਨ।

ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸਰਲਤਾ ਅਤੇ ਵਿਆਪਕਤਾ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਹੀ ਉਪਯੋਗੀ ਹਨ। ਅਜਿਹਾ ਅਕਸਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਲਾਂ ਅਤੇ ਕਣਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕਿਸੇ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸਮੱਸਿਆ ਦੀ ਸਾਰੀ ਗਤਿਕੀ (full dynamics) ਨੂੰ ਹਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਪਰ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਅਜਿਹੇ ਹਾਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵੀ ਉਪਯੋਗੀ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ, ਦੋ ਸਵੈਚਾਲਿਤ ਵਾਹਨਾਂ ਦੀ ਟੱਕਰ ਦੀ ਅਵਧੀ ਵਿੱਚ ਲੱਗਣ

ਵਾਲੇ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਬਲਾਂ ਦੀ ਸਾਨੂੰ ਕੋਈ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ, ਫਿਰ ਵੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਯੋਗ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਗੁੰਝਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਬਾਹਰ ਨਿਕਲ ਕੇ, ਟੱਕਰ ਦੇ ਸੰਭਾਵਿਤ ਸਿੱਟਿਆਂ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਈਏ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਘੋਸ਼ਿਤ ਕਰੀਏ। ਨਿਊਕਲੀ ਅਤੇ ਮੂਲ ਕਣਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਵੀ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸਾਧਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ  $\beta$ -ਖੇ ਦੇ ਲਈ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ ਵੁਲਫਗੈਂਗ ਪਾਉਲੀ (Wolfgang Pauli 1900-1958) ਨੇ ਸਾਲ 1931 ਵਿੱਚ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦੇ ਨਾਲ ਉਤਸਰਜਿਤ ਇੱਕ ਨਵੀਨ ਕਣ (ਜਿਸ ਨੂੰ ਹੁਣ ਨਿਊਟਰੀਨੋ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।) ਦੇ ਮੌਜੂਦ ਹੋਣ ਦਾ ਸਹੀ ਪੂਰਵ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਇਆ ਸੀ।

ਕੁਦਰਤ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀਆਂ (symmetries of nature) ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮਾਂ ਨਾਲ ਡੂੰਘਾ ਸੰਬੰਧ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਵਧੇਰੇ ਉੱਨਤ ਪਾਠਕ੍ਰਮਾਂ ਵਿੱਚ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋਗੇ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਇਹ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਪ੍ਰੇਖਣ ਹੈ ਕਿ ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਨਿਯਮ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ। ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਅੱਜ ਆਪਣੀ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਉਸੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨੂੰ (ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਾਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਹੀ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ) ਇੱਕ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਫਿਰ ਦੁਹਰਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਵਾਲੇ ਨਤੀਜੇ ਹੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣਗੇ। ਇਸ ਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ (ਜਾਂ ਵਿਸਥਾਪਨ) ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕੁਦਰਤ ਦੀ ਇਹ ਸਮਮਿਤੀ (symmetry), ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਦੇ ਤੁੱਲ ਹੈ, ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਪੇਸ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ ਅਤੇ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ (ਮੂਲਭੂਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ) ਕੋਈ ਵੀ ਸਥਾਨ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਜਿਸ ਨੂੰ ਪਹਿਲ (preferred) ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ। ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਨਿਯਮ ਹਰ ਸਥਾਨ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। (ਸਾਵਧਾਨ: ਵੱਖ-ਵੱਖ ਥਾਂਵਾਂ ਤੇ ਵੱਖਰੇ ਹਾਲਾਤਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਸਥਾਨ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਨਾਲ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ, ਚੰਨ 'ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ 1/6 ਭਾਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਚੰਦਰਮਾ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਦੋਹਾਂ ਲਈ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਨਿਯਮ ਬਰਾਬਰ ਹੀ ਹੈ।) ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਇਸ ਸਮਮਿਤਤਾ ਨਾਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਸਪੇਸ ਦੀ ਆਇਸੋਟਰਾਪੀ (ਸਮਦਿਸ਼ਾਵੀਂ ਹੋਣਾ) (ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਮੂਲਭੂਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਅਜਿਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਪਹਿਲ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ), ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਦਾ ਅਧਾਰ ਹੈ ਚਾਰਜ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਮੂਲ ਕਣਾਂ ਦੇ ਹੋਰ ਲੱਛਣਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਅਮੂਰਤ ਸਮਮਿਤੀਆਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸਪੇਸ ਅਤੇ ਸਮੇਂ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀਆਂ ਅਤੇ ਹੋਰ ਅਮੂਰਤ ਸਮਮਿਤੀਆਂ ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਮੂਲ ਬਲਾਂ ਦੇ ਆਧੁਨਿਕ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਵਿੱਚ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਭੂਮਿਕਾ ਨਿਭਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

\* ਪਾਠ 7 ਦੇਖੋ

**ਸ਼ਾਸੀ.ਵੀ.ਰਮਨ (Sir C.V. Raman) (1888-1970)**

ਚੰਦਰਸ਼ੇਖਰ ਵੇਂਕਟਰਮਨ ਦਾ ਜਨਮ 07 ਨਵੰਬਰ 1888 ਈ. ਨੂੰ ਥਿਰੂਵਨਾਈਕਵੱਲ ਵਿੱਚ ਹੋਇਆ ਸੀ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਆਪਣੀ ਸਕੂਲੀ ਸਿੱਖਿਆ ਗਿਆਰਾਂ ਸਾਲ ਦੀ ਉਮਰ ਵਿੱਚ ਪੂਰੀ ਕਰਕੇ ਪ੍ਰੈਸੀਡੈਂਸੀ ਕਾਲਜ, ਮਦਰਾਸ ਤੋਂ ਸਨਾਤਕ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ। ਸਿੱਖਿਆ ਸਮਾਪਤ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਭਾਰਤ ਸਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਵਿੱਤੀ ਸੇਵਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਕਾਰਜਭਾਰ ਸੰਭਾਲਿਆ।

ਕੋਲਕਾਤਾ ਵਿੱਚ ਰਹਿੰਦੇ ਹੋਏ, ਸ਼ਾਮ ਸਮੇਂ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਡਾ: ਮਹਿੰਦਰ ਲਾਲ ਸਿਰਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਸਥਾਪਿਤ ਇੰਡੀਅਨ ਐਸੋਸੀਏਸ਼ਨ ਫਾਰ ਕਲਟੀਵੇਸ਼ਨ ਆਫ ਸਾਇੰਸ (Indian Association for Cultivation of Science) ਵਿੱਚ ਆਪਣੀ ਰੁਚੀ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਕਾਰਜ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦਿੱਤਾ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਰੁਚੀ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਕੰਪਨ (vibration) ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸੰਗੀਤ ਯੰਤਰ (variety of musical instruments), ਪਰਾਸਰਵਣ ਤਰੰਗਾਂ (ultrasonics), ਵਿਵਰਤਨ (diffraction) ਆਦਿ ਸ਼ਾਮਲ ਸਨ। ਸਾਲ 1917 ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕੋਲਕਾਤਾ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ ਦਾ ਪਦ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ। ਸਾਲ 1924 ਵਿੱਚ ਲੰਦਨ ਦੀ ਰਾਇਲ ਸੋਸਾਇਟੀ ਨੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਸੋਸਾਇਟੀ ਦੇ ਫੈਲੋ ਦੇ ਲਈ ਚੁਨਾਵ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਸਾਲ 1930 ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਹੁਣ ਰਮਨ-ਪ੍ਰਭਾਵ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਦੇ ਲਈ ਨੋਬਲ ਪੁਰਸਕਾਰ ਨਾਲ ਸਨਮਾਨਿਤ ਕੀਤਾ।

ਰਮਨ ਪ੍ਰਭਾਵ ਵਿੱਚ ਮਾਧਿਅਮ ਦੇ ਅਣੂਆਂ, ਜਦੋਂ ਉਹ ਕੰਪਨ ਉਰਜਾ ਤੱਕ ਉਤੇਜਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਖਿੰਡਾਉ (scattering) ਦੀ ਪਰਿਘਟਨਾ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਇਸ ਕਾਰਜ ਨੇ ਅੱਗੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਕਈ ਸਾਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਅਨੁਸੰਧਾਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਵਾਂ ਰਸਤਾ ਖੋਲ੍ਹ ਦਿੱਤਾ।

ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਆਪਣੇ ਜੀਵਨ ਦੇ ਅੰਤਿਮ ਸਾਲ ਬੰਗਲੌਰ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੇ ਭਾਰਤੀ ਵਿਗਿਆਨ ਸੰਸਥਾਨ ਅਤੇ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਰਮਨ ਅਨੁਸੰਧਾਨ ਵਿੱਚ ਬਤੀਤ ਕੀਤੇ।

ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕਾਰਜ ਨੇ ਨੌਜਵਾਨ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਪੀੜ੍ਹੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰੇਰਿਤ ਕੀਤਾ ਹੈ।

**ਸਾਰ (SUMMARY)**

1. ਭੌਤਿਕੀ ਦਾ ਸੰਬੰਧ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਮੂਲ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਭਿਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਤੋਂ ਹੈ। ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਮੂਲ ਨਿਯਮ ਵਿਸ਼ਵਵਿਆਪੀ ਹਨ ਅਤੇ ਵੱਡੇ ਪੱਧਰ 'ਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੰਦਰਭਾ ਅਤੇ ਹਾਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
2. ਭੌਤਿਕੀ ਦਾ ਖੇਤਰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਬਹੁਤ ਵਿਸ਼ਾਲ ਪਸਾਰਾ ਹੈ।
3. ਭੌਤਿਕੀ ਅਤੇ ਤਕਨਾਲੋਜੀ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹਨ। ਕਈ ਵਾਰ ਤਕਨੀਕੀ ਨਵੀਂ ਭੌਤਿਕੀ ਨੂੰ ਜਨਮ ਦਿੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ ਤੇ ਭੌਤਿਕੀ ਨਵੀਂ ਤਕਨੀਕੀ ਨੂੰ ਜਨਮ ਦਿੰਦੀ ਹੈ, ਦੋਹਾਂ ਦਾ ਸਮਾਜ ਵਿੱਚ ਸਿੱਧਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਹੈ।
4. ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਮੂਲ ਬਲ ਹਨ ਜੋ ਸਥੂਲ ਅਤੇ ਸੂਖਮ ਜਗਤ ਦੀਆਂ ਵਿਭਿੰਨ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਚਾਰ ਬਲ ਹਨ- 'ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ', 'ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ', 'ਪ੍ਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ' ਅਤੇ 'ਦੁਰਬਲ ਨਾਭਿਕੀ ਬਲ'। ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਲਾਂ/ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰਾਂ ਦਾ ਏਕੀਕਰਨ ਭੌਤਿਕੀ ਦੀ ਇੱਕ ਮੂਲ ਖੋਜ ਹੈ।
5. ਅਜਿਹੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜੋ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਅਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹਨ, ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮਾਂ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ ਕੁਝ ਨਿਯਮ ਹਨ- ਪੁੰਜ, ਊਰਜਾ, ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ, ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ, ਚਾਰਜ, ਪੈਰਿਟੀ (ਸਮਤਾ) ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ। ਕੁਝ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਇੱਕ ਮੂਲ ਬਲ ਦੇ ਲਈ ਤਾਂ ਸਹੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਪਰ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਬਲ ਲਈ ਸਹੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ।
6. ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਕੁਦਰਤ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀਆਂ ਨਾਲ ਗਹਿਰਾ ਸੰਬੰਧ ਹੈ। ਸਪੇਸ ਅਤੇ ਸਮੇਂ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀਆਂ ਅਤੇ ਹੋਰ ਸਮਮਿਤੀਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਬਲਾਂ ਦੇ ਆਧੁਨਿਕ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਵਿੱਚ ਕੇਂਦਰੀ ਭੂਮਿਕਾ ਹੈ।

**ਅਭਿਆਸ (EXERCISE)****ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਲਈ ਸੰਕੇਤ**

ਇੱਥੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅਭਿਆਸਾਂ ਦਾ ਉਦੇਸ਼ ਤੁਹਾਨੂੰ ਵਿਗਿਆਨ, ਤਕਨੀਕੀ ਅਤੇ ਸਮਾਜ ਨੂੰ ਘੇਰ ਕੇ ਰੱਖਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਜਾਣੂ ਕਰਵਾਉਣਾ ਹੈ ਅਤੇ ਆਪ ਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚਣ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਵਿਚਾਰਾਂ ਦਾ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਕਰਨ ਲਈ ਪ੍ਰੇਰਿਤ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਸਪੱਸ਼ਟ 'ਵਸਤੂਨਿਸ਼ਠ' ਉੱਤਰ ਨਾ ਹੋਣ।

**ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੇ ਲਈ ਸੰਕੇਤ**

ਇਥੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅਭਿਆਸ ਕਿਸੇ ਓਪਚਾਰਿਕ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਲਈ ਨਹੀਂ ਹਨ।

- 1.1 ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕੁਝ ਬਹੁਤ ਹੀ ਗਹਿਰੇ ਕਥਨ ਅੱਜ ਤੱਕ ਦੇ ਮਹਾਨਤਮ ਵਿਗਿਆਨਿਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਅਲਬਰਟ ਆਇਨਸਟੀਨ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਤੁਹਾਡੇ ਵਿਚਾਰ ਵਿੱਚ ਆਇਨਸਟੀਨ ਦਾ ਉਸ ਸਮੇਂ ਕੀ ਭਾਵ ਸੀ, ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਕਿਹਾ ਸੀ "ਸੰਸਾਰ ਬਾਰੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਨਾਸਮਝਦਾਰੀ ਵਾਲਾ ਵਿਸ਼ਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਨੂੰ ਸਮਝਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।"

- 1.2 “ਹਰ ਇੱਕ ਮਹਾਨ ਭੌਤਿਕ ਸਿਧਾਂਤ ਅਪਸਿਧਾਂਤ (Heresy) ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਕੇ ਧਰਮ ਸਿਧਾਂਤ (dogma) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।” ਇਸ ਤਿੱਖੀ ਟਿੱਪਣੀ ਦੀ ਵੈਧਤਾ ਲਈ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਇਤਿਹਾਸ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨ ਲਿਖੋ।
- 1.3 “ਸੰਭਵ ਦੀ ਕਲਾ ਹੀ ਰਾਜਨੀਤੀ ਹੈ।” ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ “ਸਮਾਧਾਨ ਦੀ ਕਲਾ ਹੀ ਵਿਗਿਆਨ ਹੈ।” ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਅਤੇ ਵਿਵਹਾਰ ਤੇ ਇਸ ਸੁੰਦਰ ਸੂਕਤੀ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ।
- 1.4 ਜਦੋਂ ਕਿ ਹੁਣ ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਤਕਨੀਕੀ ਦਾ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਅਧਾਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਫੈਲ ਵੀ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਪਰ ਫਿਰ ਵੀ ਇਸ ਨੂੰ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਵ ਨੇਤਾ ਬਣਨ ਦੀ ਆਪਣੀ ਸਮਰੱਥਾ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਨੀ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਕੁਝ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਕਾਰਕ ਲਿਖੋ ਜੋ ਤੁਹਾਡੇ ਵਿਚਾਰ ਨਾਲ ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਵਿਕਾਸ ਵਿੱਚ ਰੁਕਾਵਟਾਂ ਬਣ ਰਹੇ ਹਨ ?
- 1.5 ਕਿਸੇ ਵੀ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀ ਨੇ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦੇ ਕਦੇ ਵੀ ਦਰਸ਼ਨ ਨਹੀਂ ਕੀਤੇ ਹਨ। ਪਰ ਫਿਰ ਵੀ ਸਾਰੇ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਦਾ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਹੋਂਦ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਵਾਸ ਹੈ। ਕੋਈ ਬੁੱਧੀਮਾਨ ਪਰੰਤੂ ਅੰਧਵਿਸ਼ਵਾਸੀ ਵਿਅਕਤੀ ਇਸ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰਕ ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਵਧਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਬੇਸ਼ਕ ਕਿਸੇ ਨੇ ‘ਦੇਖਿਆ’ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ‘ਭੂਤਾਂ’ ਦੀ ਹੋਂਦ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਤਰਕ ਦਾ ਖੰਡਨ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰੋਗੇ ?
- 1.6 ਜਾਪਾਨ ਦੇ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸਮੁੰਦਰ ਤੱਟੀ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਮਿਲਣ ਵਾਲੇ ਕੋਕੜੇ ਦੇ ਖੋਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਈ ਸਮੁਰਾਈ ਦੇ ਅਣੂਸ਼ੁਰੂ ਚਿਹਰੇ ਨਾਲ ਮਿਲਦੇ-ਜੁਲਦੇ ਲੱਗਦੇ ਹਨ ? ਹੇਠਾਂ ਇਹਨਾਂ ਪ੍ਰੇਖਿਤ ਤੱਥਾਂ ਦੀਆਂ ਦੋ ਵਿਆਖਿਆਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿਹੜਾ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸਪੱਸ਼ਟੀਕਰਨ ਲਗਦਾ ਹੈ ?
- (a) ਕਈ ਸਦੀਆਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿਸੇ ਭਿਆਨਕ ਸਮੁੰਦਰੀ ਦੁਰਘਟਨਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਜਵਾਨ ਸਮੁਰਾਈ ਡੁੱਬ ਗਿਆ ਸੀ। ਉਸ ਦੀ ਬਹਾਦਰੀ ਨੂੰ ਸ਼ਰਧਾਂਜਲੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੁਦਰਤ ਨੇ ਗੂੜ੍ਹ ਤਰੀਕਿਆਂ ਦੁਆਰਾ ਉਸਦੇ ਚਿਹਰੇ ਨੂੰ ਕੋਕੜੇ ਦੇ ਕਵਚ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰਕੇ ਉਸ ਨੂੰ ਉਸ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਅਮਰ ਬਣਾ ਦਿੱਤਾ।
- (b) ਸਮੁੰਦਰੀ ਦੁਰਘਟਨਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਸ ਖੇਤਰ ਦੇ ਮੁਛਿਆਰੇ ਆਪਣੇ ਮ੍ਰਿਤ ਨੇਤਾ ਲਈ ਆਦਰ ਦਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਕਰਨ ਲਈ ਉਸ ਹਰ ਕੋਕੜੇ ਦੇ ਕਵਚ ਨੂੰ ਜਿਸਦੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਸੰਯੋਗ ਵਜ਼ ਸਮੁਰਾਈ ਨਾਲ ਮਿਲਦੀ-ਮਿਲਦੀ ਲੱਗਦੀ ਸੀ, ਉਸ ਨੂੰ ਵਾਪਸ ਸਮੁੰਦਰ ਵਿੱਚ ਸੁੱਟ ਦਿੰਦੇ ਸਨ। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਕੋਕੜੇ ਦੇ ਕਵਚਾਂ ਦੀਆਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਧੇਰੇ ਸਮੇਂ ਤੱਕ ਮੌਜੂਦ ਰਹੀਆਂ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਲੰਬੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਇਸ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਅਣੂ-ਵੇਸ਼ਨ ਜਨਨ ਹੋਇਆ। ਇਹ ਬਣਾਵਟੀ ਚੁਨਾਵ ਦੁਆਰਾ ਵਿਕਾਸ ਦਾ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ।
- [ਨੋਟ : ਇਹ ਰੋਚਕ ਉਦਾਹਰਣ ਕਾਰਲ ਸਾਗਨ (Carl Sagan's) ਦੀ ਪੁਸਤਕ “ਦੀ ਕੌਸਮੋਸ” (The Cosmos) ਤੋਂ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਇਸ ਤੱਥ ਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਪਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਕਸਰ ਵਿਲੱਖਣ ਅਤੇ ਗੂੜ੍ਹ ਤੱਥ ਜੋ ਪਹਿਲੀ ਨਜ਼ਰੇ ਅਲੌਕਿਕ ਲੱਗਦੇ ਹਨ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਸਾਧਾਰਨ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਵਿਆਖਿਆਵਾਂ ਦੁਆਰਾ ਸਪਸ਼ਟ ਹੋਣ ਯੋਗ ਬਣ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ॥]
- 1.7 ਦੋ ਸਦੀਆਂ ਤੋਂ ਵੀ ਵੱਧ ਸਮਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੰਗਲੈਂਡ ਅਤੇ ਪੱਛਮੀ ਯੂਰਪ ਵਿੱਚ ਜੋ ਤਕਨੀਕੀ ਕ੍ਰਾਂਤੀ ਹੋਈ ਸੀ ਉਸਦੀ ਚਿੰਗਾਰੀ ਦਾ ਕਾਰਨ ਕੁਝ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਅਤੇ ਤਕਨੀਕੀ ਉਪਲਬਧੀਆਂ ਸਨ। ਇਹ ਉਪਲਬਧੀਆਂ ਕੀ ਸਨ ?
- 1.8 ਅਕਸਰ ਇਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੰਸਾਰ ਹੁਣ ਦੂਸਰੀ ਤਕਨੀਕੀ ਕ੍ਰਾਂਤੀ ਦੇ ਦੌਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਜੋ ਸਮਾਜ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੀ ਕ੍ਰਾਂਤੀ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮੌਲਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਵ ਲਿਆ ਦੇਵੇਗੀ। ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਤਕਨੀਕੀ ਦੇ ਉਹਨਾਂ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਸਮਕਾਲੀਨ ਖੇਤਰਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ ਬਣਾਓ ਜੋ ਇਸ ਕ੍ਰਾਂਤੀ ਲਈ ਜ਼ਿੰਮੇਵਾਰ ਹਨ।
- 1.9 ਬਾਈਬਲੀ ਸਦੀ ਦੇ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਤਕਨੀਕੀ ਤੇ ਆਪਣੀਆਂ ਨਿਰਾਧਾਰ ਕਲਪਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਮੰਨ ਕੇ ਲਗਭਗ 1000 ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਕਹਾਣੀ ਲਿਖੋ।
- 1.10 ‘ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਵਿਵਹਾਰ’ ਤੇ ਆਪਣੇ “ਨੈਤਿਕ” ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਰਚਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ। ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਖੁਦ ਕਿਸੇ ਸੰਯੋਗ ਕਾਰਨ ਕਿਸੇ ਅਜਿਹੀ ਖੋਜ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਹੋ ਜੋ ਕਿ ਅਕਾਦਮਿਕ ਪੱਖ ਤੋਂ ਰੋਚਕ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਉਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮਨੁੱਖੀ ਸਮਾਜ ਦੇ ਲਈ ਖਤਰਨਾਕ ਹੋਣ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੋਣਗੇ। ਫਿਰ ਵੀ ਜੇ ਅਜਿਹਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਉਲਝਣ ਦੇ ਹੱਲ ਦੇ ਲਈ ਕੀ ਕਰੋਗੇ ?
- 1.11 ਕਿਸੇ ਵੀ ਗਿਆਨ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵੀ, ਚੰਗੀ ਜਾਂ ਮਾੜੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਅੱਗੇ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਕੁੱਝ ਇਸਤੇਮਾਲ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਖ਼ਾਸ ਕਰਕੇ ਕਿਹੜਾ ਇਸਤੇਮਾਲ ਚੰਗਾ ਹੈ, ਬੁਰਾ ਹੈ ਜਾਂ ਅਜਿਹਾ ਹੈ ਕਿ ਜਿਸ ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਇਸਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਆਪਣੇ ਨਜ਼ਰੀਏ ਨੂੰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕਰੋ :
- (i) ਆਮ ਜਨਤਾ ਨੂੰ ਚੇਚਕ ਦੇ ਟੀਕੇ ਲਗਾ ਕੇ ਇਸ ਰੋਗ ਨੂੰ ਦਬਾਉਣ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਇਸ ਰੋਗ ਤੋਂ ਜਨਤਾ ਨੂੰ ਮੁਕਤੀ ਦਿਲਾਉਣਾ। (ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਸਫਲਤਾਪੂਰਵਕ ਕਰ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।)
- (ii) ਅਨਪੜ੍ਹਤਾ ਦਾ ਖ਼ਾਤਮਾ ਕਰਨ ਅਤੇ ਸਮਾਚਾਰਾਂ ਅਤੇ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦੇ ਜਨਸੰਚਾਰ ਲਈ ਟੈਲੀਵਿਜ਼ਨ।
- (iii) ਜਨਮ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਲਿੰਗ ਨਿਰਧਾਰਨ।
- (iv) ਕਾਰਜ ਸਮਰੱਥਾ ਵਿੱਚ ਵਾਧੇ ਲਈ ਕੰਪਿਊਟਰ।
- (v) ਧਰਤੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਆਰਬਿਟ ਵਿੱਚ ਬਣਾਵਟੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਸਥਾਪਨਾ।
- (vi) ਨਿਊਕਲੀ ਹਥਿਆਰਾਂ ਦਾ ਵਿਕਾਸ

- (vii) ਰਸਾਇਣਿਕ ਅਤੇ ਜੈਵਿਕ ਯੁੱਧ ਦੀਆਂ ਨਵੀਆਂ ਅਤੇ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਤਕਨੀਕਾਂ ਦਾ ਵਿਕਾਸ।
- (viii) ਪੀਣ ਲਈ ਪਾਣੀ ਨੂੰ ਸ਼ੁੱਧ ਕਰਨਾ।
- (ix) ਪਲਾਸਟਿਕ ਸਰਜਰੀ
- (x) ਕਲੋਨਿੰਗ।
- 1.12** ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤ, ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨ, ਭਾਸ਼ਾ ਵਿਗਿਆਨ ਤਰਕ ਅਤੇ ਨੈਤਿਕਤਾ ਵਿੱਚ ਮਹਾਨ ਵਿਦਵਤਾ ਦੀ ਇੱਕ ਲੰਬੀ ਅਤੇ ਅਟੱਟ ਪਰੰਪਰਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਫਿਰ ਵੀ ਇਸਦੇ ਨਾਲ ਅਤੇ ਸਮਾਂਤਰ ਸਾਡੇ ਸਮਾਜ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਅੰਧਵਿਸ਼ਵਾਸ ਅਤੇ ਰੂੜੀਵਾਦੀ ਨਜ਼ਰੀਆ ਫਲਿਆ ਫੁੱਲਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਬਦਕਿਸਮਤੀ ਨਾਲ ਅਜਿਹਾ ਅਜੇ ਵੀ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਸਿੱਖਿਅਤ ਲੋਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਿਆਪਤ ਹੈ। ਨਜ਼ਰੀਏ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਨ ਲਈ ਆਪਣੀ ਰਣਨੀਤੀ ਬਣਾਉਣ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਗਿਆਨ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰੋਗੇ ?
- 1.13** ਜਦੋਂ ਕਿ ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਇਸਤਰੀ ਅਤੇ ਪੁਰਸ਼ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਅਧਿਕਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹਨ, ਫਿਰ ਵੀ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਲੋਕ ਮਹਿਲਾਵਾਂ ਦੀ ਸੁਭਾਵਿਕ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤੀ, ਸਮਰੱਥਾ, ਬੁੱਧੀਮਾਨੀ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਅਵਿਗਿਆਨਿਕ ਵਿਚਾਰ ਰੱਖਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਘੱਟ ਮਹੱਤਵ ਅਤੇ ਭੂਮਿਕਾ ਦਿੰਦੇ ਹਨ। ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਤਰਕਾਂ ਅਤੇ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਅਤੇ ਹੋਰ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਮਹਾਨ ਮਹਿਲਾਵਾਂ ਦਾ ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਕੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਾਰਾਂ ਨੂੰ ਢਾਹ ਢੇਰੀ ਕਰੋ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਅਤੇ ਦੂਸਰਿਆਂ ਨੂੰ ਵੀ ਸਮਝਾਉ ਕਿ ਬਰਾਬਰ ਮੌਕੇ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ 'ਤੇ ਮਹਿਲਾਵਾਂ, ਪੁਰਖਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
- 1.14** “ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸੁੰਦਰਤਾ ਹੋਣਾ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਤਜਰਬਿਆਂ ਨਾਲ ਸਹਿਮਤ ਹੋਣ ਦੀ ਬਜਾਏ ਵਧੇਰੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ।” ਇਹ ਵਿਚਾਰ ਬ੍ਰਿਟਿਸ਼ ਵਿਗਿਆਨੀ ਪੀ.ਏ.ਐਮ.ਡਿਰਾਕ (P. A. M. Dirac) ਦਾ ਸੀ। ਇਸ ਨਜ਼ਰੀਏ ਦੀ ਸਮੀਖਿਆ ਕਰੋ। ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੇ ਸੰਬੰਧਾਂ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰੋ ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸੁੰਦਰ ਲੱਗਦੇ ਹਨ।
- 1.15** ਬੇਸ਼ੱਕ ਉਪਰ ਦੱਸਿਆ ਬਿਆਨ ਵਿਵਾਦਿਤ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਵਧੇਰੇ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਦਾ ਇਹ ਵਿਚਾਰ ਹੈ ਕਿ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਮਹਾਨ ਨਿਯਮ ਨਾਲੋਂ ਨਾਲ ਸਰਲ ਅਤੇ ਸੁੰਦਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਡਿਰਾਕ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਜਿਹੜੇ ਮਸ਼ਹੂਰ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਨੇ ਅਜਿਹਾ ਮਹਿਸੂਸ ਕੀਤਾ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਦੇ ਨਾਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ : ਆਇਨਸਟੀਨ, ਬੋਹਰ, ਹਾਈਸਨਬਰਗ, ਚੰਦਰਸ਼ੇਖਰ ਅਤੇ ਫੇਮੈਨ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਅਨੁਰੋਧ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਦਵਾਨਾਂ ਅਤੇ ਹੋਰ ਮਹਾਨਾਇਕਾਂ ਦੁਆਰਾ ਰਚੀਆਂ ਆਮ ਪੁਸਤਕਾਂ ਅਤੇ ਲੇਖਾਂ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਦੇ ਲਈ ਖਾਸ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ਾਂ ਜ਼ਰੂਰ ਕਰੋ। (ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਗ੍ਰੰਥ ਸੂਚੀ ਵੇਖੋ।) ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਲੇਖ ਸੱਚਮੁੱਚ ਪ੍ਰੇਰਕ ਹਨ।
- 1.16** ਵਿਗਿਆਨ ਦੀਆਂ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਤੁਹਾਡੇ ਮਨ ਵਿੱਚ ਇਹ ਗਲਤ ਧਾਰਨਾ ਪੈਦਾ ਕਰ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ਕਿ ਵਿਗਿਆਨ ਪੜ੍ਹਨਾ ਖੁਸ਼ਕ ਅਤੇ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗੰਭੀਰ ਹੈ ਅਤੇ ਵਿਗਿਆਨੀ ਭੁਲੱਕੜ, ਅੰਤਰਮੁਖੀ, ਕਦੇ ਨਾ ਹੱਸਣ ਵਾਲੇ ਅਤੇ ਖਿੜਣ ਵਾਲੇ ਵਿਅਕਤੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਵਿਗਿਆਨਿਕਾਂ ਦਾ ਇਹ ਚਿੱਤਰਨ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਧਾਰਹੀਣ ਹੈ। ਹੋਰ ਸਮੁਦਾਇ ਦੇ ਮਨੁੱਖਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਗਿਆਨੀ ਵੀ ਮਜ਼ਾਕੀਆ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਨੇ ਤਾਂ ਆਪਣੇ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਕਾਰਜਾਂ ਨੂੰ ਗੰਭੀਰਤਾ ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਬਹੁਤ ਵਿਨੋਦੀ ਸੁਭਾਅ ਅਤੇ ਸਾਹਸਿਕ ਕਾਰਜ ਕਰਕੇ ਆਪਣਾ ਜੀਵਨ ਬਤੀਤ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਗੈਮੋ (Gamow) ਅਤੇ ਫੇਮੈਨ (Feynman) ਇਸੇ ਸ਼ੈਲੀ ਦੇ ਦੋ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀ ਹਨ। ਗ੍ਰੰਥ ਸੂਚੀ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਰਚੀਆਂ ਪੁਸਤਕਾਂ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹ ਕੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਅਨੰਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।

\*\*\*\*\*

## ਪਾਠ-2

## ਮਾਤਰਕ ਅਤੇ ਮਾਪਨ (UNITS AND MEASUREMENT)

- 2.1 ਭੂਮਿਕਾ
- 2.2 ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ
- 2.3 ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਮਾਪ
- 2.4 ਪੁੰਜ ਦਾ ਮਾਪ
- 2.5 ਸਮੇਂ ਦਾ ਮਾਪ
- 2.6 ਸ਼ੁੱਧਤਾ, ਯੰਤਰਾਂ ਦੀ ਵਿਸ਼ੁਧਤਾ ਅਤੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀ (Accuracy, precision of instruments and errors in measurement)
- 2.7 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ (Significant figures)
- 2.8 ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ (dimensions)
- 2.9 ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ ਅਤੇ ਵਿਮੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ (Dimensional formulae and dimensional equations)
- 2.10 ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ  
ਸਾਰ  
ਅਭਿਆਸ  
ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ

### 2.1 ਭੂਮਿਕਾ (INTRODUCTION)

ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਮਾਪ, ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ, ਅਧਾਰਭੂਤ, ਮਨਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਚੁਣੇ ਗਏ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪੱਧਰ 'ਤੇ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ, ਇੱਕ ਸੰਦਰਭ-ਮਿਆਰ (reference standard) ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸੰਦਰਭ-ਮਿਆਰ ਨੂੰ ਮਾਤਰਕ (unit) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵੀ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਮਾਪ ਨੂੰ ਮਾਤਰਕ ਦੇ ਅੱਗੇ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ (ਜਾਂ ਗਿਣਤੀ ਵਾਲਾ ਅੰਕ) ਲਿਖ ਕੇ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਭਾਵੇਂ, ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਪਰ ਸਾਨੂੰ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ, ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਸੀਮਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਹੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹਨ। ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ (fundamental quantities) ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਵਰਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕ (fundamental units) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਸਾਰੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਵਿਉਂਤਪਾਦਤ (derived) ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਵਿਉਂਤਪਾਦਤ ਮਾਤਰਕ (derived units) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਮੂਲ ਮਾਤਰਕਾਂ ਅਤੇ ਵਿਉਂਤਪਾਦਤ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (system of units) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

### 2.2 ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (THE INTERNATIONAL SYSTEM OF UNITS)

ਬਹੁਤ ਸਾਲਾਂ ਤੱਕ ਮਾਪ ਲਈ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦੇਸ਼ਾਂ ਦੇ ਵਿਗਿਆਨੀ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮਾਪ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਸਨ। ਹੁਣ ਤੋਂ ਕੁਝ ਸਮਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੱਕ ਅਜਿਹੀਆਂ ਤਿੰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ - CGS ਪ੍ਰਣਾਲੀ, FPS ( ਜਾਂ ਬ੍ਰਿਟਿਸ਼) ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਤੇ MKS ਪ੍ਰਣਾਲੀ, ਮੁੱਖ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਲਿਆਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਸਨ। ਇਹਨਾਂ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਵਿੱਚ ਲੰਬਾਈ (length), ਪੁੰਜ (mass) ਅਤੇ ਸਮੇਂ (time) ਦੇ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕ ਵਾਰੀ ਸਿਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ।

- CGS ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ, ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ, ਗ੍ਰਾਮ ਅਤੇ ਸੈਕੰਡ।
- FPS ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ, ਫੁੱਟ, ਪਾਊਂਡ ਅਤੇ ਸੈਕੰਡ।
- MKS ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ, ਮੀਟਰ, ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਅਤੇ ਸੈਕੰਡ।

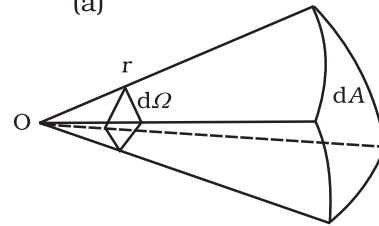
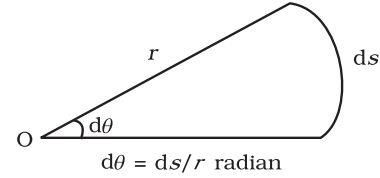
ਅੱਜਕਲ੍ਹ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪੱਧਰ 'ਤੇ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪ੍ਰਣਾਲੀ “ਸਿਸਟਮ ਇੰਟਰਨੈਸ਼ਨਲ ਡਿ ਯੂਨਿਟਸ” (System International d' Units) (ਇਹ ਫਰੈਂਚ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ “ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ” ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਇਸ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤ ਅੱਖਰਾਂ ਵਿੱਚ SI ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। SI ਪ੍ਰਤੀਕਾਂ, ਮਾਤਰਕਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਕੇਤ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਯੋਜਨਾ ਦੀ 1971 ਵਿੱਚ, ਮਾਪਭੋਲ ਦੇ ਮਹਾਸੰਮੇਲਨ ਦੁਆਰਾ ਵਿਕਸਿਤ ਕਰਕੇ, ਵਿਗਿਆਨਕ, ਤਕਨੀਕੀ,



ਉਦਯੋਗਿਕ ਅਤੇ ਵਪਾਰਿਕ ਕਾਰਜਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪੱਧਰ ਤੇ ਵਰਤੋਂ ਲਈ ਸਿਫਾਰਿਸ਼ ਕੀਤੀ ਗਈ। SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ 10 ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ (ਦਾਸ਼ਮਕ) ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਇਸ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਰੂਪਾਂਤਰਨ ਬਹੁਤ ਸੌਖਾ ਅਤੇ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਹੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ।

SI ਵਿੱਚ ਸੱਤ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕ ਹਨ, ਜੋ ਸਾਰਣੀ 2.1 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਸੱਤ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕਾਂ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਦੋ ਪੂਰਕ ਮਾਤਰਕ (supplementary units) ਵੀ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ (i) ਸਮਤਲੀ ਕੋਣ (plane cone),  $d\theta$  ਚਿੱਤਰ 2.1 (a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਚੱਕਰ ਦੇ ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ  $ds$  ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਅਰਧ-ਵਿਆਸ  $r$  ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਤੇ (ii) ਘਣ ਕੋਣ,  $d\Omega$  ਚਿੱਤਰ 2.1 (b) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਨੋਕ  $O$  ਦੀ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਉਸਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਬਣੇ ਗੋਲੇ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਅਵਰੋਧਿਤ ਖੇਤਰ (intercepted area)  $dA$  ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $r$  ਦੇ ਵਰਗ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਮਤਲੀ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਤਰਕ ਰੇਡੀਅਨ (radian) ਹੈ। ਜਿਸਦਾ ਪ੍ਰਤੀਕ rad ਹੈ ਅਤੇ ਘਣ ਕੋਣ (solid angle) ਦਾ ਮਾਤਰਕ

ਸਟੇਰੇਡਿਅਨ (Steradian) ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪ੍ਰਤੀਕ  $sr$  ਹੈ। ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਵਿਅਰਹਿਤ (dimensionless) ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ 2.1 (a) ਸਮਤਲੀ ਕੋਣ  $d\theta$  ਅਤੇ (b) ਘਣ ਕੋਣ  $d\Omega$  ਦਾ ਆਰੇਖੀ ਵਿਵਰਨ।

ਸਾਰਣੀ 2.1 SI ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕ\*

ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀ	SI ਮਾਤਰਕ		
	ਨਾਂ	ਪ੍ਰਤੀਕ	ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ
ਲੰਬਾਈ	ਮੀਟਰ	m	ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੁਆਰਾ ਨਿਰਵਾਯੂ (vacuum) ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੈਕੰਡ ਦੇ 299,792,458 ਵੇਂ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੇ ਗਏ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਇੱਕ ਮੀਟਰ ਹੈ। (1983 ਤੋਂ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ)
ਪੁੰਜ	ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ	kg	ਫਰਾਂਸ ਵਿੱਚ ਪੈਰਿਸ ਦੇ ਨੇੜੇ ਸੇਵਰਿਸ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਮਾਪ ਤੋਲ ਬਿਊਰੋ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦੇ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਅਸਲ ਰੂਪ (prototype) (ਪਲਟੀਨਮ-ਇਰੀਡੀਅਮ ਮਿਸ਼ਰਧਾਤ ਤੋਂ ਬਣੇ ਸਿਲੰਡਰ) ਦਾ ਪੁੰਜ ਇੱਕ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। (1889 ਤੋਂ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ)
ਸਮਾਂ	ਸੈਕੰਡ	s	ਇੱਕ ਸੈਕੰਡ ਉਹ ਅੰਤਰਾਲ ਹੈ ਜੋ ਸੀਜ਼ੀਅਮ-133 ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਨਿਊਨਤਮ ਊਰਜਾ ਪੱਧਰ ਦੇ ਦੋ ਅਤਿਸੂਖਮ ਪੱਧਰਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਤਬਦੀਲੀ ਦੇ ਅਨੁਰੂਪ ਵਿਕਿਰਣ ਦੇ 9,192,631,770 ਆਵਰਤ ਕਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।
ਬਿਜਲੀ ਧਾਰਾ	ਐਂਪੀਅਰ	A	ਇੱਕ ਐਂਪੀਅਰ ਉਹ ਸਥਿਰ ਬਿਜਲੀ ਧਾਰਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਨਿਰਵਾਯੂ ਵਿਚ। ਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਦੋ ਸਿੱਧੇ ਅਨੰਤ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਅਤੇ ਨਾਂ-ਮਾਤਰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਕਾਟ ਖੇਤਰ (cross-section) ਦੇ ਚਾਲਕਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵਾਹਿਤ ਹੋਣ ਤੇ, ਇਹਨਾਂ ਚਾਲਕਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤੀ ਮੀਟਰ ਲੰਬਾਈ ਤੇ $2 \times 10^{-7}$ ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਬਲ ਪੈਦਾ ਕਰਦੀ ਹੈ। (1948 ਤੋਂ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ)
ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ ਤਾਪਮਾਨ	ਕੇਲਵਿਨ	K	ਪਾਣੀ ਦੇ ਤ੍ਰਿਕ-ਬਿੰਦੂ (triple point) ਦੇ ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕਸ ਤਾਪਮਾਨ ਦੇ $1/273.16$ ਵੇਂ ਭਾਗ ਨੂੰ 1 ਕੇਲਵਿਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। (1967 ਤੋਂ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ)
ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਮਾਤਰਾ	ਮੋਲ	Mol	ਇੱਕ ਮੋਲ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਉਹ ਮਾਤਰਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਉਨੀਆਂ ਹੀ ਮੂਲ ਵਸਤੂ ਇਕਾਈਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿੰਨੀਆਂ ਕਿ 0.012 Kg ਕਾਰਬਨ-12 ਵਿੱਚ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (1971 ਤੋਂ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ)
ਜੋਤੀ ਤੀਬਰਤਾ	ਕੈਂਡੇਲਾ	cd	ਕੈਂਡੇਲਾ, ਕਿਸੇ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $540 \times 10^{12}$ Hz (ਹਰਟਜ਼) ਆਵਰਿਤੀ ਵਾਲੇ ਸਰੋਤ ਦੀ ਜੋਤੀ ਤੀਬਰਤਾ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ (1/683) ਵਾਟ ਪ੍ਰਤਿ ਸਟੇਰੇਡਿਅਨ ਦੀ ਵਿਕਿਰਣ ਤੀਬਰਤਾ ਦਾ ਇੱਕ ਰੰਗੀ (monochromatic) ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਉਤਸਰਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

## ਸਾਰਣੀ 2.2 ਆਮ ਵਰਤੋਂ ਲਈ SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੁਝ ਹੋਰ ਮਾਤਰਕ।

ਨਾਂ	ਪ੍ਰਤੀਕ	SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਮਾਨ
ਮਿੰਟ (minute)	min	60s
ਘੰਟਾ (hour)	h	60 min = 3600s
ਦਿਨ	d	24h = 86400s
ਸਾਲ (ਵਰ੍ਹਾ)	y	365.25d = 3.156 × 10 <sup>7</sup> s
ਡਿਗਰੀ	°	1° = (π/180) rad
ਲਿਟਰ	L	1dm <sup>3</sup> = 10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>
ਟਨ	t	10 <sup>3</sup> kg
ਕੈਰਟ	c	200 mg
ਬਾਰ	bar	0.1 M Pa = 10 <sup>5</sup> Pa
ਕਿਊਰੀ	Ci	3.7 × 10 <sup>10</sup> s <sup>-1</sup>
ਰੋਜ਼ਨ	R	2.58 × 10 <sup>-4</sup> C Kg <sup>-1</sup>
ਕਵਿੰਟਲ	q	100 kg
ਬਾਰਨ	b	100 fm <sup>2</sup> = 10 <sup>-28</sup> m <sup>2</sup>
ਆਰ	a	1 dam <sup>2</sup> = 10 <sup>2</sup> m <sup>2</sup>
ਹੈਕਟੇਅਰ	ha	1 hm = 10 <sup>4</sup> m <sup>2</sup>
ਮਾਣਕ ਵਾਯੂਮੰਡਲੀ ਦਬਾਅ	atm	101325 Pa = 1.013 × 10 <sup>5</sup> Pa

ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਮੋਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਸਮੇਂ ਮੂਲ ਵਸਤੂ ਇਕਾਈ ਦਾ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜ਼ਿਕਰ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਮੂਲ ਵਸਤੂ ਇਕਾਈਆਂ ਪਰਮਾਣੂ, ਅਣੂ, ਆਇਨ, ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ, ਜਾਂ ਕੋਈ ਕਣ ਜਾਂ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕਣਾਂ ਦਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮੂਹ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦਾ ਵੀ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੱਤ ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਤੋਂ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ (ਅੰਤਕਾ A 6)। SI ਮੂਲ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਪਦਾ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕੁਝ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਮਾਤਰਕ (ਅੰਤਕਾ A 6.1) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਕੁਝ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਨਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। (ਅੰਤਕਾ A 6.2) ਅਤੇ ਕੁਝ ਵਿਉਂਤਪੰਨ SI ਮਾਤਰਕ ਇਹਨਾਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਨਾਮਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਮਾਤਰਕਾਂ ਅਤੇ ਸੱਤ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਨਾਲ ਬਣਦੇ ਹਨ। (ਅੰਤਕਾ A 6.3)। ਤੁਹਾਨੂੰ ਝਟਪਟ ਸੰਦਰਭ ਅਤੇ ਮਾਰਗਦਰਸ਼ਨ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਨ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਅੰਤਕਾ (A 6.2) ਅਤੇ (A 6.3) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਆਮ ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਹੋਰ ਮਾਤਰਕ ਸਾਰਣੀ 2.2 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।

SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਆਮ ਗੁਣਜ (multiple) ਅਤੇ ਸਬਮਲਟੀਪਲ ਵਿਅਕਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਉਪਸਰਗ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਕ ਅੰਤਕਾ (A2) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ, ਰਸਾਇਣਿਕ ਝੱਤਾਂ ਅਤੇ ਨਾਭਿਕਾਂ ਦੇ ਸੰਕੇਤਾਂ ਦੀ

ਵਰਤੋਂ ਸੰਬੰਧੀ ਆਮ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਤਕਾ (A7) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਮਾਰਗਦਰਸ਼ਨ ਅਤੇ ਤੁਰੰਤ ਸੰਦਰਭ ਦੇ ਲਈ SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਅਤੇ ਹੋਰ ਮਾਤਰਕਾਂ ਸੰਬੰਧੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਤਕਾ (A8) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।

## 2.3 ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਮਾਪ

### (MEASUREMENT OF LENGTH)

ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਮਾਪ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਵਿਧੀਆਂ ਤੋਂ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣੂ ਹੋ। ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ, ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ 10<sup>-3</sup> m ਤੋਂ 10<sup>2</sup> m ਤੱਕ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਮੀਟਰ ਪੈਮਾਨੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਪਤਾ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। 10<sup>-4</sup> m ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਸ਼ੁੱਧਤਾ ਨਾਲ ਮਾਪਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਵਰਨੀਅਰ ਕੈਲੀਪਰ (vernier callipers) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਸਕਰੂ-ਗੇਜ (screw gauge) ਅਤੇ ਸਫੈਰੋਮੀਟਰ (spherometer) ਦੀ ਵਰਤੋਂ 10<sup>-5</sup> m ਤੱਕ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਅਪ੍ਰਮੁੱਖ ਵਿਧੀਆਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

### 2.3.1 ਵੱਡੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਦਾ ਮਾਪ (Measurement of Large Distances)

ਬਹੁਤ ਵੱਡੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ, ਜਿਵੇਂ ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਜਾਂ ਤਾਰੇ ਦੀ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਦੂਰੀ, ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਮੀਟਰ ਪੈਮਾਨੇ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ। ਅਜਿਹੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਵਿਧੀ ਜਿਸ ਨੂੰ ਲੰਬਨ-ਵਿਧੀ

\* ਇਹਨਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਮਾਨ, ਨਾ ਤਾਂ ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਨਾ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਵਿੱਚ ਪੁੱਛੇ ਜਾਣ ਦੀ। ਇਹ ਇੱਥੇ ਸਿਰਫ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੀ ਵਾਸਤਵਿਕਤਾ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦਾ ਸੰਕੇਤ ਦੇਣ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਤਕਨੀਕੀ ਦੇ ਵਿਕਾਸ ਦੇ ਨਾਲ ਮਾਪ ਦੀਆਂ ਤਕਨੀਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵੀ ਸੁਧਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਮਾਪ ਹੋਰ ਵੀ ਸ਼ੁੱਧਤਾ ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਤਾਲਮੇਲ ਬਣਾ ਕੇ ਰੱਖਣ ਲਈ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ੋਧਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



(parallax method) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪੈਂਸਿਲ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਸਾਹਮਣੇ ਫੜਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਪਿੱਠ ਭੂਮੀ (ਮੰਨ ਲਉ ਕੰਧ) ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਪੈਂਸਿਲ ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਆਪਣੀ ਖੱਬੀ ਅੱਖ A ਤੋਂ (ਸੱਜੀ ਅੱਖ ਬੰਦ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ) ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਅਤੇ ਫਿਰ ਸੱਜੀ ਅੱਖ B ਤੋਂ (ਖੱਬੀ ਅੱਖ ਬੰਦ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ), ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਨੋਟਿਸ ਕਰੋਗੇ, ਕਿ ਕੰਧ ਦੀ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਪੈਂਸਿਲ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੁੰਦੀ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਲੰਬਨ (parallax ਪੈਰਲੈਕਸ) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਪ੍ਰੋਖਣ ਬਿੰਦੂਆਂ (A ਅਤੇ B) ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਅਧਾਰ (basis) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਅੱਖਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਅਧਾਰ ਹੈ।

ਪੈਰਲੈਕਸ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਦੂਰ ਦੁਰਾਡੇ ਗ੍ਰਹਿ S ਦੀ ਦੂਰੀ D ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਿਤੀਆਂ (ਨਿਰੀਖਣਸ਼ਾਲਾ (observatory) A ਅਤੇ B ਤੋਂ, ਇੱਕ ਹੀ ਸਮੇਂ ਤੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ। A ਅਤੇ B ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੂਰੀ  $AB=b$  ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 2.2 ਦੇਖੋ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਤੋਂ ਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਪ੍ਰੋਖਣ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿਚਲਾ ਕੋਣ ਮਾਪ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 2.2 ਵਿੱਚ  $\theta$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਇਹ ਕੋਣ  $\angle ASB$  ਪੈਰਲੈਕਸ ਕੋਣ ਜਾਂ ਪੈਰਲੈਕਟਿਕ ਕੋਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

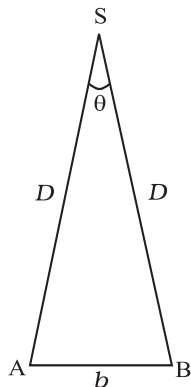
ਕਿਉਂਕਿ ਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ  $\frac{b}{D} \ll 1$ , ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਕੋਣ  $\theta$  ਬਹੁਤ ਹੀ ਛੋਟਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ  $AB$  ਨੂੰ, ਕੇਂਦਰ ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ D ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦੀ, ਲੰਬਾਈ  $b$  ਵਾਲੀ ਚਾਪ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$\therefore$  ਅਰਧਵਿਆਸ  $AS = BS$

$\therefore AB = b = D\theta$

ਜਿੱਥੇ  $\theta$  ਰੇਡੀਅਨ ਵਿਚ ਹੈ।

$D = \frac{b}{\theta} \dots(2.1)$



ਚਿੱਤਰ 2.2 ਪੈਰਲੈਕਸ ਵਿਧੀ

D ਦੇ ਨਿਰਧਾਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਸਾਈਜ਼ ਜਾਂ ਕੋਣੀ ਵਿਆਸ ਵੀ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ 'd' ਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਵਿਆਸ ਅਤੇ 'α' ਉਸਦਾ ਕੋਣੀ ਸਾਈਜ਼ (d

ਦੁਆਰਾ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਬਣਿਆ ਕੋਣ) ਹੋਵੇ, ਤਾਂ

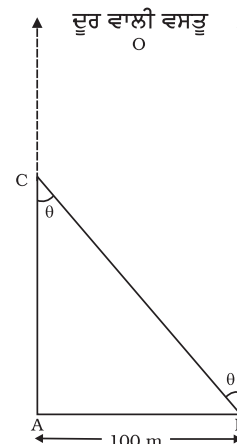
$\alpha = d/D \dots(2.2)$

ਕੋਣ  $\alpha$  ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇੱਕ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਨਾਪਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਵਿਆਸ ਦੇ ਦੋਵਾਂ ਸਿਰਿਆਂ ਨੂੰ ਦੂਰਬੀਨ ਦੁਆਰਾ ਦੇਖਣ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਦੋ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਬਣਿਆ ਕੋਣ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ D ਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਹੈ, ਇਸਲਈ ਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਵਿਆਸ d ਦਾ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ (2.2) ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.1** (a)  $1^\circ$  (ਡਿਗਰੀ) (b)  $1'$  (1 ਆਰਕ ਮਿਨਟ) ਅਤੇ (c)  $1''$  (1 ਆਰਕ ਸੈਕੰਡ) ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਨ ਦੀ ਰੇਡੀਅਨ ਵਿੱਚ ਗਣਨਾ ਕਰੋ। ( $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$ ,  $1^\circ = 60'$  ਅਤੇ  $1' = 60''$  ਲਓ।

- ਹੱਲ: (a) ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$   
 $1^\circ = (\pi / 180) \text{ rad} = 1.745 \times 10^{-2} \text{ rad}$   
 (b)  $1^\circ = 60' = 1.745 \times 10^{-2} \text{ rad}$   
 $1' = 2.908 \times 10^{-4} \text{ rad} \approx 2.91 \times 10^{-4} \text{ rad}$   
 (c)  $1' = 60'' = 2.908 \times 10^{-4} \text{ rad}$   
 $1'' = 4.847 \times 10^{-4} \text{ rad} \approx 4.85 \times 10^{-4} \text{ rad}$  ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.2** ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ ਨੇੜੇ ਦੀ ਕਿਸੇ ਮਿਨਾਰ ਦੀ ਆਪਣੇ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਮਿਨਾਰ C ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ ਅਤੇ AC ਦੀ ਸੇਧ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਦੂਰ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ O ਨੂੰ ਦੇਖਦਾ ਹੈ। ਫਿਰ ਉਹ AC ਦੇ ਲੰਬ ਰੂਪ 100 m ਦੂਰ ਸਥਿਤ ਬਿੰਦੂ B ਤੱਕ ਚਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਥੋਂ O ਅਤੇ C ਨੂੰ ਫਿਰ ਦੇਖਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ O ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੈ, BO ਅਤੇ AO ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿਵਹਾਰਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੀ ਹਨ। ਪਰ ਉਹ ਦੇਖਦਾ ਹੈ ਕਿ C ਦੀ ਦਿਸ਼ਟੀ ਰੇਖਾ ਮੂਲ ਦਿਸ਼ਟੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਾਪੇਖ  $\theta = 40^\circ$  ਤੇ ਘੁੰਮ ਗਈ ਹੈ ( $\theta$  ਨੂੰ ਪੈਰਲੈਕਸ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)। ਉਸਦੀ ਮੂਲ ਸਥਿਤੀ A ਤੋਂ ਮਿਨਾਰ C ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 2.3

**ਹੱਲ :** ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਪੈਰੇਲੈਕਸ ਕੋਣ  $\theta = 40^\circ$   
 ਚਿੱਤਰ 2.3 ਤੋਂ,  $AB = AC \tan \theta$   
 $AC = AB / \tan \theta = 100 \text{ m} / \tan 40^\circ$   
 $= 100 \text{ m} / 0.8391 = 119 \text{ m}$  ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.3** ਧਰਤੀ ਦੇ ਇੱਕ ਵਿਆਸ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵੀ ਸਿਰਿਆਂ ਤੇ ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ B ਤੋਂ ਚੰਨ ਦਾ ਪ੍ਰੇਖਣ ਕੀਤਾ ਗਿਆ। ਪ੍ਰੇਖਣ ਦੀਆਂ ਦੋ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਚੰਦਰਮਾ ਦੇ ਬਣੇ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ  $1^\circ 54'$  ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦਾ ਵਿਆਸ ਲਗਭਗ  $1.276 \times 10^7 \text{ m}$  ਹੈ। ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਚੰਦਰਮਾ ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ  $\theta = 1^\circ 54' = 114'$   
 $= (114 \times 60)'' \times (4.85 \times 10^{-6}) \text{ rad}$   
 $= 3.32 \times 10^{-2} \text{ rad}$ ,

ਕਿਉਂਕਿ  $1'' = 4.85 \times 10^{-6} \text{ rad}$ .

ਅਤੇ  $b = AB = 1.276 \times 10^7 \text{ m}$

ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (2.1) ਤੋਂ, ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਚੰਦਰਮਾ ਦੀ ਦੂਰੀ

$$D = b / \theta$$

$$= \frac{1.276 \times 10^7}{3.32 \times 10^{-2}} = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$$
 ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.4** ਸੂਰਜ ਦੇ ਕੋਣੀ ਵਿਆਸ ਦਾ ਮਾਪ  $1920''$  ਹੈ। ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਸੂਰਜ ਦੀ ਦੂਰੀ  $D$ ,  $1.496 \times 10^{11} \text{ m}$  ਹੈ, ਸੂਰਜ ਦੇ ਵਿਆਸ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਸੂਰਜ ਦਾ ਕੋਣੀ ਵਿਆਸ  $\alpha$   
 $= 1920''$   
 $= 1920 \times 4.85 \times 10^{-6} \text{ rad}$   
 $= 9.31 \times 10^{-3} \text{ rad}$

ਸੂਰਜ ਦਾ ਵਿਆਸ

$$d = \alpha D$$

$$= (9.31 \times 10^{-3}) \times (1.496 \times 10^{11}) \text{ m}$$

$$= 1.39 \times 10^9 \text{ m}$$
 ◀

### 2.3.2 ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਦੂਰੀਆਂ ਦਾ ਮਾਪ : ਅਣੂ ਦਾ ਆਕਾਰ Estimation of Very Small Distances: Size of a Molecule

ਅਣੂ ਦੇ ਵਿਆਸ ( $10^{-8} \text{ m}$  to  $10^{-10} \text{ m}$ ) ਵਰਗੀਆਂ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸੂਖਮ ਦੂਰੀਆਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਵਿਧੀਆਂ ਨੂੰ ਅਪਨਾਉਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਕਰੂ ਗੇਜ ਵਰਗੇ ਮਾਪ-ਯੰਤਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ। ਇੱਥੋਂ ਤੱਕ

ਕਿ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ ਦੀਆਂ ਵੀ ਆਪਣੀਆਂ ਕੁਝ ਸੀਮਾਵਾਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ੀ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਜਾਂਚ ਦੇ ਲਈ ਦਿਖਣਯੋਗ-ਪ੍ਰਕਾਸ਼ (visible light) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੇ ਲੱਛਣ ਤਰੰਗ ਵਰਗੇ ਹੋਣ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਪ੍ਰਕਾਸ਼ੀ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ ਨੂੰ, ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ, ਵਰਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਤਰੰਗ-ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਵਿਭੇਦਨ (resolution) ਲਈ ਹੀ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਂਦਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। (ਇਸ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਵਿਵੇਚਨ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਲਾਸ XII ਦੀ ਤੌਰਤਕੀ ਦੀ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਮਿਲੇਗਾ।) ਦਿੱਖਣ ਯੋਗ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ (visible light) ਦੀ ਤਰੰਗ ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਰੇਂਜ  $4000 \text{ \AA}$  ਤੋਂ  $7000 \text{ \AA}$  ਹੈ। ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ) ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ੀ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ ਇਸ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਅਕਾਰ ਦੇ ਕਣਾਂ ਦਾ ਵਿਭੇਦਨ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦਾ। ਦਿਖਣਯੋਗ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੇ ਥਾਂ ਤੇ ਅਸੀਂ, ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਬੀਮ (electron-beam) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਬੀਮ ਨੂੰ ਸਹੀ ਢੰਗ ਨਾਲ ਡਿਜ਼ਾਈਨ ਕੀਤੇ ਬਿਜਲੀ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰਾਂ ਦੁਆਰਾ ਫੋਕਸ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ ਦਾ ਵਿਭੇਦਨ (resolution) ਵੀ ਆਖਰ ਵਿੱਚ ਇਸੇ ਤੱਥ ਦੁਆਰਾ ਸੀਮਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਵੀ ਤਰੰਗਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਵਹਾਰ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ ! (ਇਸ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਤੁਸੀਂ ਕਲਾਸ XII ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੋਗੇ।) ਕਿਸੇ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਤਰੰਗ ਲੰਬਾਈ  $1 \text{ \AA}$  ਅੰਸ਼ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਘੱਟ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।  $0.6 \text{ \AA}$  ਵਿਭੇਦਨ (resolution) ਸਮਰੱਥਾ ਤੱਕ ਦੇ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ ਵਿਕਸਿਤ ਕੀਤੇ ਜਾ ਚੁੱਕੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ, ਲਗਭਗ, ਪਦਾਰਥਾਂ ਦੇ ਅਣੂਆਂ ਅਤੇ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦਾ ਵਿਭੇਦਨ ਸੰਭਵ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਾਲ ਹੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਵਿਕਸਿਤ ਸੁਰੰਗਨ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ (tunnelling microscope) ਦੁਆਰਾ ਵੀ  $1 \text{ \AA}$  ਤੋਂ ਵੀ ਸੂਖਮ ਵਿਭੇਦਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਹੁਣ ਅਣੂਆਂ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣਾ ਸੰਭਵ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ।

ਔਲੀਕ ਅਮਲ (oleic acid) ਦੇ ਅਣੂ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਇੱਕ ਸੌਖੀ ਵਿਧੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਔਲੀਕ ਅਮਲ ਇੱਕ ਸਾਬਣੀ ਤਰਲ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਅਣੂ ਦਾ ਸਾਈਜ਼  $10^{-9} \text{ m}$  ਕੋਟੀ (order) ਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਮੂਲ ਅਧਾਰ, ਪਾਣੀ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਤੇ ਔਲੀਕ ਅਮਲ ਦੀ ਇੱਕ ਇਕਅਣਵੀਂ ਪਰਤ ਬਣਾਉਣਾ ਹੈ।

ਇਸਦੇ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ  $1 \text{ cm}^3$  ਔਲੀਕ ਅਮਲ ਨੂੰ ਐਲਕੋਹਲ ਵਿੱਚ ਘੋਲ ਕੇ  $20 \text{ cm}^3$  ਘੋਲ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਘੋਲ ਦਾ  $1 \text{ cm}^3$  ਲੈ ਕੇ ਐਲਕੋਹਲ ਵਿੱਚ ਮੁੜ  $20 \text{ cm}^3$  ਘੋਲ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ ਇਸ ਘੋਲ ਦੀ ਸਾਂਦਰਤਾ

$$(\text{Concentration}) \left( \frac{1}{20 \times 20} \right) \text{cm}^3 \text{ ਔਲੀਕ ਅਮਲ} / \text{cm}^3$$

ਘੋਲ ਹੋਈ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਇੱਕ ਵੱਡੇ ਟਰੋਫ਼ (Trough) ਵਿੱਚ ਪਾਣੀ ਲੈ ਕੇ, ਉਸ ਉੱਪਰ ਲਾਈਕੋ-ਪੌਡੀਅਮ ਪਾਊਡਰ ਦੀ ਇੱਕ ਪਤਲੀ ਫਿਲਮ ਪਾਣੀ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਉੱਪਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਫਿਰ ਔਲੀਕ ਅਮਲ ਦੇ ਪਹਿਲਾਂ ਬਣਾਏ ਗਏ ਘੋਲ ਦੀ ਇੱਕ ਬੂੰਦ ਇਸਦੇ ਉੱਪਰ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ। ਔਲੀਕ ਅਮਲ ਦੀ ਇਹ ਬੂੰਦ

ਪਾਣੀ ਦੀ ਸਤਹ ਦੇ ਉੱਪਰ ਲਗਭਗ ਚੱਕਰਾਕਾਰ, ਇੱਕ ਅਣੂ ਮੋਟਾਈ ਦੀ ਫਿਲਮ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਫੈਲ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣੀ ਮਹੀਨ ਫਿਲਮ ਦਾ ਵਿਆਸ ਮਾਪ ਕੇ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ A ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਾਣੀ ਦੀ ਸਤਹ ਤੇ n ਬੂੰਦਾਂ ਔਲੀਕ ਅਮਲ ਦੇ ਘੋਲ ਦੀਆਂ ਪਾਈਆਂ। ਜੇ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਹੀ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਬੂੰਦ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨਿਤ ਆਇਤਨ (V cm<sup>3</sup>) ਪਤਾ ਕਰ ਲਈਏ।

ਤਾਂ ਘੋਲ ਦੀਆਂ n ਬੂੰਦਾਂ ਦਾ ਆਇਤਨ = nV cm<sup>3</sup>  
ਇਸ ਘੋਲ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਔਲੀਕ ਅਮਲ ਦਾ ਆਇਤਨ

$$= nV \left( \frac{1}{20 \times 20} \right) \text{cm}^3$$

ਔਲੀਕ ਅਮਲ ਦਾ ਇਹ ਘੋਲ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਪਾਣੀ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਤੇ ਫੈਲ ਕੇ t ਮੋਟਾਈ ਦੀ ਪਤਲੀ ਫਿਲਮ ਬਣਾ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਇਸ ਫਿਲਮ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ A cm<sup>2</sup> ਹੈ, ਤਾਂ ਫਿਲਮ ਦੀ ਮੋਟਾਈ

$$t = \frac{\text{ਫਿਲਮ ਦਾ ਆਇਤਨ}}{\text{ਫਿਲਮ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ}}$$

$$\text{ਜਾਂ, } t = \frac{nV}{20 \times 20 A} \text{cm} \quad (2.3)$$

ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਲਈਏ ਕਿ ਫਿਲਮ ਇੱਕ ਇਕਅਣਵੀ ਮੋਟਾਈ ਦੀ ਹੈ ਤਾਂ 't' ਔਲੀਕ ਅਮਲ ਦੇ ਅਣੂ ਦਾ ਸਾਈਜ਼ ਜਾਂ ਵਿਆਸ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਮੋਟਾਈ ਦਾ ਮਾਨ 10<sup>-9</sup> m ਦੀ ਕੋਟੀ (order) ਦਾ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.5** ਜੇ ਕਿਸੇ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਦਾ ਸਾਈਜ਼ (ਜੋ ਅਮਲ ਵਿਚ 10<sup>-15</sup> ਤੋਂ 10<sup>-14</sup> m ਦੀ ਰੇਂਜ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ) ਇੱਕ ਤਿੱਖੀ ਪਿੰਨ ਦੀ ਨੋਕ (10<sup>-5</sup>m ਤੋਂ 10<sup>-4</sup>m ਦੀ ਰੇਂਜ ਵਿੱਚ) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਕਰ ਦਿਤਾ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਲਗਭਗ ਸਾਈਜ਼ ਕੀ ਹੈ?

**ਹੱਲ:** ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਦਾ ਸਾਈਜ਼ 10<sup>-15</sup> m ਤੋਂ 10<sup>-14</sup> m ਦੀ ਰੇਂਜ ਵਿਚ ਹੈ ਤਿੱਖੀ ਪਿੰਨ ਦੀ ਨੋਕ 10<sup>-5</sup> m ਤੋਂ 10<sup>-4</sup> m ਦੀ ਰੇਂਜ ਵਿੱਚ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਨੂੰ 10<sup>10</sup> ਗੁਣਾ ਤੱਕ ਵੱਧਾ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਆਮ ਕਰਕੇ ਆਕਾਰ 10<sup>-10</sup> m ਦੀ ਕੋਟੀ (order) ਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਸ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਵਧਾਉਣ ਤੇ ਇਸਦਾ ਸਾਈਜ਼ 1 m ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਮਾਣੂ ਵਿੱਚ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਦਾ ਸਾਈਜ਼ ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਛੋਟਾ ਹੈ ਜਿੰਨੀ ਛੋਟੀ ਲਗਭਗ 1 m ਵਿਆਸ ਦੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਰੱਖੀ ਗਈ ਤਿੱਖੀ ਪਿੰਨ ਦੀ ਨੋਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ◀

### 2.3.3 ਲੰਬਾਈਆਂ ਦੀ ਰੇਂਜ (Range of Lengths)

ਸਾਨੂੰ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ ਜੋ ਪਿੰਡ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਉਹਨਾਂ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੇਂਜ ਹੈ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਪਾਸੇ 10<sup>-14</sup> m ਕੋਟੀ (order) ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਦਾ ਕਿਸੇ ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਸੂਖਮ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ 10<sup>26</sup> m ਕੋਟੀ (order) ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਦਾ ਦਿਖਣਯੋਗ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੀ ਰੇਂਜ

ਹੈ। ਸਾਰਣੀ 2.3 ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਅਤੇ ਦੂਰੀਆਂ ਦੀ ਕੋਟੀ (order) ਅਤੇ ਰੇਂਜ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਬਹੁਤ ਹੀ ਸੂਖਮ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਕੁਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਹਨ

- 1 ਫਰਮੀ = 1 f = 10<sup>-15</sup> m
- 1 ਆਂਗਸਟਰਮ = 1 Å = 10<sup>-10</sup> m
- 1 ਖਗੋਲੀ ਮਾਤਰਕ = 1 AU (ਸੂਰਜ ਤੋਂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਔਸਤ ਦੂਰੀ) = 1.496 × 10<sup>11</sup> m
- 1 ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਵਰ੍ਹਾ = 1 ly = 9.46 × 10<sup>15</sup> m (ਇੱਕ ਸਾਲ ਵਿੱਚ 3 × 10<sup>8</sup> m s<sup>-1</sup> ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੁਆਰਾ 1 ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ)
- 1 ਪਾਰਸੈਕ = 3.08 × 10<sup>16</sup> m (ਉਹ ਦੂਰੀ ਜਿਸ ਤੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗ੍ਰਹਿ ਪਥ ਦਾ ਔਸਤ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 1 ਆਰਕ ਸੈਕੰਡ ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਏ, 1 ਪਾਰਸੈਕ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ।)

### 2.4 ਪੁੰਜ ਦਾ ਮਾਪ (MEASUREMENT OF MASS)

ਪੁੰਜ ਪਦਾਰਥ ਦਾ ਇੱਕ ਅਧਾਰਭੂਤ ਗੁਣ ਹੈ। ਇਹ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪਮਾਨ, ਦਬਾਅ ਜਾਂ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਇਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਪੁੰਜ ਦਾ SI ਮਾਤਰਕ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ (kg) ਹੈ। ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਮਾਪ ਤੋਲ ਬਿਊਰੋ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਮਾਣਕ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦੇ ਅਸਲ ਰੂਪ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦੇਸ਼ਾਂ ਦੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਉੱਪਲਬਧ ਹੈ। ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ ਵਿਖੇ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਭੌਤਿਕੀ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ (NPL) ਵਿੱਚ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

#### ਸਾਰਣੀ 2.3 ਲੰਬਾਈਆਂ ਦੀ ਰੇਂਜ ਅਤੇ ਆਰਡਰ

ਵਸਤੂ ਦਾ ਸਾਈਜ਼ ਜਾਂ ਦੂਰੀ	ਲੰਬਾਈ (m)
ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਦਾ ਸਾਈਜ਼	10 <sup>-15</sup>
ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਦਾ ਸਾਈਜ਼	10 <sup>-14</sup>
ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਸਾਈਜ਼	10 <sup>-10</sup>
ਵਾਇਰਸ ਦੀ ਲੰਬਾਈ	10 <sup>-8</sup>
ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਤਰੰਗ ਲੰਬਾਈ	10 <sup>-7</sup>
ਲਾਲ ਰਕਤਾਣੂ ਦਾ ਸਾਈਜ਼	10 <sup>-5</sup>
ਕਿਸੇ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਮੋਟਾਈ	10 <sup>-4</sup>
ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਮਾਊਂਟ ਐਵਰੇਸਟ ਦੀ ਉਚਾਈ	10 <sup>4</sup>
ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ	10 <sup>7</sup>
ਚੰਦਰਮਾ ਦੀ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਦੂਰੀ	10 <sup>8</sup>
ਸੂਰਜ ਦੀ ਧਰਤੀ ਦੀ ਦੂਰੀ	10 <sup>11</sup>
ਸੂਰਜ ਤੋਂ ਪਲੂਟੋ ਦੀ ਦੂਰੀ	10 <sup>13</sup>
ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾ ਦਾ ਸਾਈਜ਼	10 <sup>21</sup>
ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਐਂਡਰੋਮੀਡਾ ਗਲੈਕਸੀ ਦੀ ਦੂਰੀ	10 <sup>22</sup>
ਪ੍ਰੋਕਸੀਮਾ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੀ ਦੂਰੀ	10 <sup>26</sup>

ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਅਤੇ ਅਣੂਆਂ ਦੇ ਪੁੰਜਾਂ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਇੱਕ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਮਾਤਰਕ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸਲਈ ਅਣੂਆਂ, ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਵਿਅਕਤ ਕਰਨ ਲਈ ਪੁੰਜ ਦੇ

ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਮਾਨਕ ਮਾਤਰਕ, ਜਿਸਨੂੰ ਯੂਨੀਫਾਈਡ ਅਟੌਮਿਕ ਮਾਸ ਯੂਨਿਟ (unified atomic mass unit) (u) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਜਿਸਦੀ ਸਥਾਪਨਾ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੇ ਪੁੰਜਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ —

$$1 \text{ ਯੂਨੀਫਾਈਡ ਅਟੌਮਿਕ ਮਾਸ ਯੂਨਿਟ} = 1u$$

$$= \text{ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨਾਂ ਸਮੇਤ, ਕਾਰਬਨ ਸਮਸਥਾਨਿਕ } \left( {}^{12}_6\text{C} \right)$$

ਦੇ ਇੱਕ ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦਾ (1/12) ਵਾਂ ਭਾਗ

$$= 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

ਆਮ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦੇ ਮਾਪ ਲਈ ਅਸੀਂ ਉਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਆਮ ਤੱਕੜੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪ੍ਰਚੂਨ ਦੀ ਦੁਕਾਨ ਵਿਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ ਮਿਲਣ ਵਾਲੇ ਵਿਸ਼ਾਲ ਪਿੰਡਾਂ ਜਿਵੇਂ ਗ੍ਰਹਿਆਂ, ਤਾਰਿਆਂ ਆਦਿ ਦੇ ਪੁੰਜ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣੀ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ (ਦੇਖੋ ਪਾਠ 8)। ਬਹੁਤ ਹੀ ਸੂਖਮ ਕਣਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਪਰਮਾਣੂਆਂ, ਪਰਮਾਣਵੀ ਪੱਧਰ ਦੇ ਕਣ (atomic/sub-atomic particles) ਆਦਿ ਦੇ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਪੁੰਜ ਦੇ ਮਾਪ ਲਈ ਅਸੀਂ ਮਾਸ ਸਪੈਕਟਰੋਗ੍ਰਾਫ (mass spectrograph) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਸਮਾਨ (uniform) ਬਿਜਲੀ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਚਾਰਜਤ ਕਣਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਥੇਪ ਪਥ ਦੇ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਉਸ ਕਣ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦੇ ਅਨੁਕ੍ਰਮਅਨੁਪਾਤੀ (directly proportional) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

### 2.4.1 ਪੁੰਜਾਂ ਦੀ ਰੇਂਜ (Range of Masses)

ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਜੋ ਪਿੰਡ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਦੀ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੇਂਜ ਹੈ। ਇਕ ਪਾਸੇ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਵਰਗੇ ਸੂਖਮ ਕਣ ਹਨ ਜਿਸ ਦਾ ਪੁੰਜ  $10^{-30} \text{ kg}$  ਕੋਟੀ (order) ਦਾ ਹੈ, ਤੇ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਲਗਭਗ  $10^{55} \text{ kg}$  ਦਾ ਗਿਆਤ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਹੈ। ਸਾਰਣੀ (2.4) ਵਿਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪੁੰਜਾਂ ਦੀ ਕੋਟੀ (order) ਅਤੇ ਰੇਂਜ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

ਸਾਰਣੀ 2.4 ਪੁੰਜਾਂ ਦੀ ਰੇਂਜ ਅਤੇ ਆਰਡਰ

ਵਸਤੂ	ਪੁੰਜ (kg)
ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ	$10^{-30}$
ਪ੍ਰੋਟਾਨ	$10^{-27}$
ਯੂਰੇਨੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ	$10^{-25}$
ਲਾਲ ਰਕਤਾਣੂ	$10^{-13}$
ਧੂਲ ਕਣ	$10^{-9}$
ਮੱਛਰ	$10^{-6}$
ਅੰਗੂਰ	$10^{-5}$
ਮਨੁੱਖ	$10^{-3}$
ਆਟੋਮੋਬਾਈਲ	$10^2$
ਬੋਇੰਗ 747 ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼	$10^3$
ਚੰਦਰਮਾ	$10^{23}$
ਧਰਤੀ	$10^{25}$
ਸੂਰਜ	$10^{30}$
ਅਕਾਸ਼ ਰੀਗਾ ਗਲੈਕਸੀ	$10^{41}$
ਗਿਆਤ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ	$10^{55}$

### 2.5 ਸਮੇਂ ਦਾ ਮਾਪ (MEASUREMENT OF TIME)

ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਮਾਂ-ਵਿੱਥ (time interval) ਦੇ ਮਾਪ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਘੜੀ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਮਾਪ ਲਈ ਸਮੇਂ ਦੇ ਪਰਮਾਣਵੀ ਮਾਣਕ (atomic standard of time) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਆਵਰਤ ਕੰਪਨਾਂ (periodic vibrations) ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਹੈ। ਇਹੀ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਮਾਨਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਤੀ ਜਾਂਦੀ ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਘੜੀ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਪਰਮਾਣੂ ਘੜੀ ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਦਾ ਅਧਾਰ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਮਾਨਕ ਅਨੇਕ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਉਪਲਬਧ ਹਨ। ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ ਘੜੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੈਕੰਡ, ਸੀਜ਼ੀਅਮ-133 ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਲੇ ਉਰਜਾ ਪੱਧਰ (ground level) ਦੇ ਦੋ ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਪੱਧਰਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਤਬਦੀਲੀ ਦੇ ਅਨੁਰੂਪ ਵਿਕਿਰਣਾਂ ਦੇ 9,192,631,770 ਕੰਪਣਾਂ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਇਸ ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ ਘੜੀ ਦੀ ਸਮੇਂ ਦਰ ਨੂੰ, ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਕੰਪਨ ਠੀਕ ਉਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਸੰਤੁਲਨ ਚੱਕਰ (Balanced wheel) ਦੇ ਕੰਪਨ ਆਮ ਕਲਾਈ ਘੜੀ ਨੂੰ ਜਾਂ ਛੋਟੇ ਕਵਾਰਟਜ਼ (quartz) ਕ੍ਰਿਸਟਲ ਦੇ ਕੰਪਣ ਕਿਸੇ ਕਵਾਰਟਜ਼ ਕਲਾਈ ਘੜੀ ਨੂੰ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ ਘੜੀਆਂ ਬਹੁਤ ਹੀ ਦਰੁਸਤ (accurate) ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਸਿਧਾਂਤਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਹ ਚੁੱਕਵਾਂ ਮਿਆਰ (portable standard) ਉਪਲਬਧ ਕਰਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਚਾਰ ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ ਘੜੀਆਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਸਮਾਂ-ਵਿੱਥ ਦੇ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਮਾਨਕ 'ਸੈਕੰਡ' ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ ਆਵਿੱਤੀ ਦਾ ਅਨੁਰੱਖਿਅਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਮੇਂ ਦੇ ਭਾਰਤੀ ਮਿਆਰ ਨੂੰ ਕਾਇਮ ਰੱਖਣ ਲਈ ਦਿੱਲੀ ਦੀ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਭੌਤਿਕ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ (NPL) ਵਿਖੇ ਇੱਕ ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਘੜੀ ਲਗਾਈ ਗਈ ਹੈ।

ਸਾਡੇ ਦੇਸ਼ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਭੌਤਿਕ ਮਿਆਰਾਂ (ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮੇਂ ਅਤੇ ਆਵਿੱਤੀ ਆਦਿ ਦੇ ਮਿਆਰ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ) ਨੂੰ ਕਾਇਮ ਰੱਖਣ ਅਤੇ ਸੁਧਾਰ ਦੀ ਜ਼ਿੰਮੇਵਾਰੀ NPL ਦੀ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਕਿ ਭਾਰਤੀ ਮਿਆਰੀ ਸਮਾਂ (Indian Standard Time (IST)), ਇਹਨਾਂ ਚਾਰ ਘੜੀਆਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਨਾਲ ਜੁੜਿਆ ਹੈ। ਸਮਰੱਥ ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ ਘੜੀਆਂ ਇੰਨੀਆਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਦਰੁਸਤ ਹਨ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਸਮਾਂ ਬੋਧ ਵਿੱਚ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ  $\pm 1 \times 10^{-13}$  ਭਾਵ  $10^{13}$  ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੈਕੰਡ ਤੋਂ ਵੀ ਘੱਟ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੋਣ ਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਸਾਲ ਵਿੱਚ 3 ਮਾਈਕਰੋ ਸੈਕੰਡ ਤੋਂ ਵੱਧ ਇੱਧਰ ਉੱਧਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਸਮਾਂ ਮਾਪ ਦੀ ਇਸ ਹੈਰਾਨੀਜਨਕ ਸ਼ੁੱਧਤਾ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਕੇ ਹੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਨੂੰ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੁਆਰਾ (1/299, 792, 458) ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ (ਸਾਰਣੀ 2.1)

ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂ ਵਿੱਥਾਂ ਦੀ ਰੇਂਜ ਬਹੁਤ ਹੀ ਵਿਆਪਕ ਹੈ। ਸਾਰਣੀ 2.5, ਕੁਝ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਸਮਾਂ-ਵਿੱਥਾਂ ਦੀ ਰੇਂਜ ਅਤੇ ਕੋਟੀ (order) ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਸਾਰਣੀ 2.3 ਅਤੇ 2.5 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹੈਰਾਨੀਜਨਕ ਅਨੁਰੂਪਤਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਧਿਆਨਪੂਰਵਕ ਅਵਲੋਕਨ ਕਰਨ ਤੇ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ

ਸਾਡੇ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਾਲ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਹੀ ਛੋਟੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਲਗਭਗ  $10^{41}$  ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਵੀ ਘੱਟ ਦਿਲਚਸਪ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੀਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀਆਂ ਸਮਾਂ ਵਿੱਥਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਵੀ  $10^{41}$  ਹੀ ਹੈ। ਇਹ ਸੰਖਿਆ  $10^{41}$  ਸਾਰਣੀ

2.4 ਵਿੱਚ ਫਿਰ ਤੋਂ ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਪੁੰਜਾਂ ਨੂੰ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਾਡੇ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੇ ਬਹੁਤ ਵੱਡੇ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਛੋਟੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਲਗਭਗ  $(10^{41})^2$  ਹੈ। ਕੀ ਇਹਨਾਂ ਵਿਸ਼ਾਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਇਹ ਹੈਰਾਨੀਜਨਕ ਅਨੁਪਾਤ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਸੰਯੋਗ ਹੈ?

**ਸਾਰਣੀ 2.5 ਸਮਾਂ ਵਿੱਥਾਂ ਦੀ ਰੇਂਜ ਅਤੇ ਕੋਟੀ**

ਘਟਨਾ	ਸਮਾਂ ਵਿੱਥ (s)
ਕਿਸੇ ਬਹੁਤ ਹੀ ਅਸਥਾਈ ਕਣ ਦਾ ਜੀਵਨ-ਕਾਲ	$10^{-24}$
ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੁਆਰਾ ਨਾਭਿਕੀ (Nucleus) ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਤੈਅ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਲੱਗਾ ਸਮਾਂ	$10^{-22}$
X-ਕਿਰਨਾਂ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ	$10^{-19}$
ਪਰਮਾਣਵੀਂ ਕੰਪਨਾਂ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ	$10^{-15}$
ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਤਰੰਗਾਂ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ	$10^{-15}$
ਕਿਸੇ ਪਰਮਾਣੂ ਦੀ ਉਤੇਜਿਤ ਅਵਸਥਾ ਦਾ ਜੀਵਨ ਕਾਲ	$10^{-8}$
ਰੇਡੀਓ ਤਰੰਗ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ	$10^{-6}$
ਧੁਨੀ ਤਰੰਗ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ	$10^{-1}$
ਅੱਖ ਦੇ ਝਪਕਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗਾ ਸਮਾਂ	$10^{-1}$
ਮਨੁੱਖੀ ਦਿਲ ਦੀਆਂ ਕ੍ਰਮਿਕ ਧੜਕਣਾਂ ਦੇ ਵਿਚ ਦਾ ਸਮਾਂ	$10^0$
ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਚੰਦਰਮਾ ਤੋਂ ਧਰਤੀ ਤੱਕ ਆਉਣ ਵਿੱਚ ਲਗਿਆ ਸਮਾਂ	$10^0$
ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਸੂਰਜ ਤੋਂ ਧਰਤੀ ਤੱਕ ਆਉਣ ਵਿੱਚ ਲਗਿਆ ਸਮਾਂ	$10^2$
ਕਿਸੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਆਵਰਤਕਾਲ	$10^4$
ਧਰਤੀ ਦਾ ਆਪਣੀ ਧੁਰੀ ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਨੂੰ ਲਗਣ ਵਾਲਾ ਸਮਾਂ	$10^5$
ਚੰਦਰਮਾ ਦਾ ਆਪਣੀ ਧੁਰੀ ਦੁਆਲੇ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਸਮਾਂ	$10^6$
ਧਰਤੀ ਦਾ ਸੂਰਜ ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਸਮਾਂ	$10^7$
ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਨੇੜਲੇ ਤਾਰੇ ਤੋਂ ਧਰਤੀ ਤੱਕ ਆਉਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ	$10^8$
ਮਨੁੱਖ ਦਾ ਔਸਤ ਜੀਵਨ ਕਾਲ	$10^9$
ਮਿਸਰ ਦੇ ਪਿਰਾਮਿਡਾਂ ਦੀ ਉਮਰ	$10^{11}$
ਡਾਇਨਾਸੌਰ ਦੇ ਲੁਪਤ ਹੋਣ ਦੇ ਬਾਅਦ ਲੰਘਿਆ ਸਮਾਂ	$10^{15}$
ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੀ ਉਮਰ	$10^{17}$

**2.6 ਖੁੱਧਤਾ, ਯੰਤਰਾਂ ਦੀ ਵਿਸ਼ੁਧਤਾ ਅਤੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਤਰੁਟੀ (ACCURACY, PRECISION OF INSTRUMENTS AND ERRORS IN MEASUREMENT)**

ਮਾਪ, ਸਮੁੱਚੇ ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਤਕਨੀਕੀ ਦਾ ਮੂਲ ਅਧਾਰ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵੀ ਮਾਪ ਯੰਤਰ ਦੇ ਸਾਰੇ ਮਾਪ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਨਾ ਕੁਝ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ ਰਹਿੰਦੀ ਹੀ ਹੈ। ਇਹ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ ਹੀ ਤਰੁਟੀ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਕੈਲਕੁਲੇਟਡ ਰਾਸ਼ੀ, ਜੋ ਮਾਪਿਤ ਮਾਨਾਂ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਵਿੱਚ ਵੀ ਕੁਝ ਤਰੁਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਦੋ ਤਕਨੀਕੀ ਸ਼ਬਦਾਂ ਐਕੁਰੇਸੀ ਅਤੇ ਪ੍ਰੀਸੀਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਕਿਸੇ ਮਾਪ ਦੀ ਐਕੁਰੇਸੀ ਉਹ ਮਾਨ ਹੈ ਜੋ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਦੱਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਮਾਪਿਤ ਮਾਨ, ਉਸਦੇ ਅਸਲ ਮਾਪ ਦੇ ਕਿੰਨਾ ਨੇੜੇ ਹੈ ਜਦਕਿ

ਪ੍ਰੀਸੀਸ਼ਨ ਇਹ ਦੱਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀ ਕਿਸ ਵਿਭੇਦਨ (resolution) ਜਾਂ ਸੀਮਾ ਤੱਕ ਨਾਪੀ ਗਈ ਹੈ।

ਮਾਪ ਦੀ ਐਕੁਰੇਸੀ ਕਈ ਕਾਰਕਾਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰ ਸਕਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਮਾਪਕ ਯੰਤਰਾਂ ਦਾ ਵਿਭੇਦਨ (resolution) ਜਾਂ ਸੀਮਾ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮਾਨ 3.678 cm ਹੈ। ਇੱਕ ਪ੍ਰਯੋਗ ਵਿੱਚ 0.1 cm ਵਿਭੇਦਨ ਵਾਲਾ ਮਾਪਕ ਯੰਤਰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਇਸ ਦਾ ਮਾਨ 3.5 cm ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਇਆ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੂਸਰੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਵਿਭੇਦਨ ਵਾਲੇ (ਮੰਨ ਲਉ 0.01 cm) ਮਾਪ ਯੰਤਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 3.38 cm ਮਾਪੀ ਗਈ। ਇੱਥੇ ਪਹਿਲਾ ਮਾਪ ਵਧੇਰੇ ਐਕੁਰੇਟ ਹੈ (ਕਿਉਂਕਿ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮਾਪ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੈ) ਪਰ ਘੱਟ ਪ੍ਰੀਸੀਸ਼ਨ ਹੈ (ਕਿਉਂਕਿ

ਇਸਦਾ ਵਿਭੇਦਨ ਸਿਰਫ 0.1 cm ਹੈ), ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੂਸਰਾ ਮਾਪ ਘੱਟ ਐਕੁਰੇਟ ਹੈ ਪਰ ਵਧੇਰੇ ਪ੍ਰੀਸਾਈਜ਼ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹਰ ਮਾਪ ਇੱਕ ਲਗਭਗ ਮਾਪ ਹੈ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਹੋਈਆਂ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਨੂੰ ਮੁੱਖ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦੋ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ — (a) ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਤਰੁੱਟੀਆਂ (systematic errors) ਅਤੇ (b) ਬੇਤਰਤੀਬ ਤਰੁੱਟੀਆਂ (random)।

### ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਤਰੁੱਟੀਆਂ

ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਉਹ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਰੁਝ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਦਿਸ਼ਾ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਫਿਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਵੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦੇ ਕੁਝ ਸਰੋਤ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਹਨ —

(a) **ਯੰਤਰਗਤ ਤਰੁੱਟੀਆਂ (Instrumental errors)** — ਇਹ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਮਾਪਕ ਯੰਤਰ ਦੇ ਨੁਕਸਦਾਰ ਡਿਜ਼ਾਈਨ ਜਾਂ ਯੰਤਰ ਦੀ ਨੁਕਸਦਾਰ ਕੈਲੀਬਰੇਸ਼ਨ (calibration), ਯੰਤਰ ਵਿੱਚ ਜ਼ੀਰੋ ਤਰੁੱਟੀ ਆਦਿ ਕਾਰਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿਸੇ ਤਾਪਮਾਪੀ (thermometer) ਦੀ ਦਰਜੇਬੰਦੀ (graduation) ਦੀ ਕੈਲੀਬਰੇਸ਼ਨ ਠੀਕ ਢੰਗ ਨਾਲ ਨਾ ਹੋਈ ਹੋਵੇ (ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਇਹ STP ਤੇ ਪਾਣੀ ਦਾ ਉਬਾਲ ਦਰਜਾ  $100^\circ\text{C}$  ਦੀ ਥਾਂ 'ਤੇ  $104^\circ\text{C}$  ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੋਵੇ); ਕਿਸੇ ਵਰਨੀਅਰ ਕੈਲੀਪਰਸ (vernier callipers) ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਜਥਾੜੇ (Jaws) ਮਿਲਾਉਣ ਤੇ ਵਰਨੀਅਰ (vernier) ਸਕੇਲ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਚਿੰਨ੍ਹ ਮੁੱਖ ਸਕੇਲ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਨਾਲ ਮੇਲ ਨਾ ਖਾਂਦਾ ਹੋਵੇ (may not coincide), ਜਾਂ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਮੀਟਰ ਸਕੇਲ ਦਾ ਇੱਕ ਸਿਰਾ ਘਸਿਆ ਹੋਇਆ (worn out) ਹੋਵੇ।

(b) **ਪ੍ਰਯੋਗੀ ਤਕਨੀਕ ਜਾਂ ਕਾਰਜਵਿਧੀ ਦਾ ਦੋਸ਼ਪੂਰਨ ਹੋਣਾ** — ਮਨੁੱਖੀ ਸਰੀਰ ਦਾ ਤਾਪ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਜੇ ਅਸੀਂ ਥਰਮਾਮੀਟਰ ਨੂੰ ਬਗਲ ਵਿੱਚ ਲਗਾ ਕੇ ਤਾਪ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ ਤਾਂ ਇਹ ਤਾਪ ਸਰੀਰ ਦੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਤਾਪ ਤੋਂ ਸਦਾ ਹੀ ਕੁਝ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗਾ। ਪ੍ਰਯੋਗ ਦੌਰਾਨ ਬਾਹਰੀ ਹਾਲਤਾਂ (ਤਾਪਮਾਨ, ਦਬਾਅ, ਹਵਾ ਦਾ ਵੇਗ, ਨਮੀ ਜਾਂ ਸਿਲ੍ਹੂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਅ ਆਦਿ) ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਪੈਦਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।

(c) **ਵਿਅਕਤੀਗਤ ਤਰੁੱਟੀਆਂ (Personal errors)** — ਇਹ ਤਰੁੱਟੀਆਂ, ਪ੍ਰੇਖਕ ਦੇ ਮਨ ਦੇ ਝੁਕਾਅ, ਉਪਕਰਨ ਦੀ ਸੈਟਿੰਗ ਵਿਚ ਰਹਿ ਗਈ ਕਮੀ, ਪ੍ਰੇਖਣ ਸਮੇਂ ਪ੍ਰੇਖਕ ਦੀ ਬੇਧਿਆਨੀ ਆਦਿ ਕਾਰਨ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਆਪਟੀਕਲ ਬੈਂਚ ਤੇ ਸੂਈ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਸਕੇਲ ਤੇ ਪੜ੍ਹਤ (reading) ਲੈਣ ਲੱਗਿਆਂ ਜੇ ਪ੍ਰੇਖਕ ਆਪਣਾ ਸਿਰ ਸਦਾ ਥੋੜ੍ਹਾ ਜਿਹਾ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਰੱਖਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗੀਡਿੰਗ ਵਿੱਚ ਪੈਰੋਲੈਕਸ ਦੇ ਕਾਰਨ ਤਰੁੱਟੀ ਆ ਜਾਵੇਗੀ।

ਸੁਧਰੀਆਂ ਪ੍ਰਯੋਗੀ ਤਕਨੀਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ, ਪ੍ਰਯੋਗ ਦੇ ਲਈ ਵਧੀਆਂ ਮਾਪ ਯੰਤਰਾਂ ਨੂੰ ਚੁਣ ਕੇ ਅਤੇ ਜਿੱਥੋਂ ਤੱਕ ਸੰਭਵ ਹੋ ਸਕੇ ਵਿਅਕਤੀਗਤ ਮਨ ਦੇ ਝੁਕਾਅ ਨੂੰ ਦੂਰ ਕਰਕੇ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਨੂੰ ਦੂਰ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵੀ

ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਵਿਵਸਥਾ ਲਈ, ਇਹਨਾਂ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦਾ ਕੁਝ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸੀਮਾਵਾਂ ਤੱਕ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਗੀਡਿੰਗ ਵਿੱਚ ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ ਸੋਧ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

### ਬੇਤਰਤੀਬ ਤਰੁੱਟੀਆਂ (Random errors)

ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਬੇਢੰਗੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਨੂੰ ਬੇਤਰਤੀਬ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਚਿੰਨ੍ਹ ਅਤੇ ਸਾਈਜ਼ ਵਿੱਚ ਬੇਤਰਤੀਬ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਬੇਤਰਤੀਬ ਤਰੁੱਟੀਆਂ, ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਅਵਸਥਾਵਾਂ (ਤਾਪਮਾਨ, ਵੋਲਟੇਜ ਸਪਲਾਈ, ਪ੍ਰਯੋਗ ਵਿਵਸਥਾ ਦੇ ਯੰਤਰਿਕ ਕੰਪਨ ਆਦਿ) ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਬੇਤਰਤੀਬ ਅਤੇ ਪੂਰਵ ਅਨੁਮਾਨ ਨਾ ਲੱਗ ਸਕਣ ਵਾਲੇ ਉਤਾਰ-ਚੜ੍ਹਾਅ ਦੇ ਕਾਰਨ ਅਤੇ ਗੀਡਿੰਗ ਲੈਣ ਸਮੇਂ ਪ੍ਰੇਖਕ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ (ਕਿਸੇ ਝੁਕਾਅ ਤੋਂ ਬਗੈਰ) ਵਿਅਕਤੀਗਤ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਆਦਿ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਇੱਕ ਹੀ ਪ੍ਰੇਖਣ ਨੂੰ ਵਾਰ-ਵਾਰ ਦੁਹਰਾਏ ਤਾਂ ਸੰਭਵ ਹੈ ਕਿ ਹਰ ਵਾਰ ਉਸ ਦੀ ਗੀਡਿੰਗ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੋਵੇ।

### ਲੀਸਟ ਕਾਊਂਟ ਤਰੁੱਟੀ (Least count error)

ਕਿਸੇ ਮਾਪ ਯੰਤਰ ਦੁਆਰਾ ਮਾਪਿਆ ਜਾ ਸਕਣ ਵਾਲਾ ਛੋਟੇ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਮਾਨ ਉਸ ਮਾਪ ਯੰਤਰ ਦਾ ਲੀਸਟ ਕਾਊਂਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਮਾਪ ਯੰਤਰ ਦੁਆਰਾ ਲਏ ਗਏ ਮਾਪਿਤ ਮਾਨ ਜਾਂ ਗੀਡਿੰਗ ਉਸਦੇ ਲੀਸਟ ਕਾਊਂਟ ਤੱਕ ਹੀ ਸਹੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਲੀਸਟ ਕਾਊਂਟ ਤਰੁੱਟੀ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਤਰੁੱਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ ਮਾਪ ਯੰਤਰ ਦੇ ਵਿਭੇਦਨ (resolution) ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਵਰਨੀਅਰ ਕੈਲੀਪਰਸ (vernier callipers) ਦਾ ਲੀਸਟ ਕਾਊਂਟ  $0.01\text{ cm}$  ਹੈ; ਕਿਸੇ ਗੋਲਾਈਮਾਪੀ (spherometer) ਦਾ ਲੀਸਟ ਕਾਊਂਟ  $0.001\text{ cm}$  ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਲੀਸਟ ਕਾਊਂਟ ਤਰੁੱਟੀ ਨੂੰ ਬੇਤਰਤੀਬ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੀਮਿਤ ਸਾਈਜ਼ ਤੱਕ ਹੀ ਰੱਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਤਰੁੱਟੀ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਅਤੇ ਬੇਤਰਤੀਬ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਹੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਮਾਪ ਲਈ ਮੀਟਰ ਸਕੇਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਮੀਟਰ ਸਕੇਲ ਤੇ  $1\text{ mm}$  ਦੀ ਵਿੱਥ ਤੇ ਮਾਰਕ ਲੱਗੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਵਧੇਰੇ ਪ੍ਰੀਸੀਜ਼ਨ (precision) ਵਾਲੇ ਮਾਪ ਯੰਤਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ, ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਤਕਨੀਕਾਂ ਵਿੱਚ ਸੁਧਾਰ ਆਦਿ ਦੁਆਰਾ ਅਸੀਂ ਲੀਸਟ ਕਾਊਂਟ ਤਰੁੱਟੀ ਨੂੰ ਘੱਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਉਣ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਮਾਨਾਂ ਦਾ ਔਸਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਔਸਤ ਮਾਨ, ਮਾਪਿਤ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮਾਨ ਦੇ ਵਧੇਰੇ ਨੇੜੇ ਹੋਵੇਗਾ।

### 2.6.1 ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ, ਸਾਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ (Absolute Error, Relative Error and Percentage Error)

(a) ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਕਈ ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਮਾਨ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  ਹਨ। ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਹਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਸਭ



ਤੋਂ ਸੰਭਵ ਮਾਨ, ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਮਾਨਾਂ ਦੀ ਔਸਤ ਨੂੰ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$a_{\text{ਔਸਤ}} = (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) / n \quad \dots(2.4)$$

ਜਾਂ

$$a_{\text{mean}} = \sum_{i=1}^n a_i / n \quad \dots(2.5)$$

ਕਿਉਂਕਿ, ਜਿਵੇਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕੀਤਾ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਮੰਨਣਾ ਯੁਕਤੀਸੰਗਤ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਇੱਕ ਮਾਪ ਉਸ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮਾਪ ਨਾਲੋਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹਾ ਵੱਧ ਜਾਂ ਘੱਟ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ।

ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਾਪ ਅਤੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮਾਪ ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਅੰਤਰ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਮਾਪ ਦੀ ਨਿਰਪੇਖ (absolute) ਤਰੁੱਟੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸਨੂੰ  $|\Delta a|$  ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਗਟ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਈ ਵਿਧੀ ਨਾ ਪਤਾ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਔਸਤ ਨੂੰ ਹੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮਾਨ ਸਵੀਕਾਰ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਉਸ ਸਮੇਂ ਇਕੱਲੇ-ਇਕੱਲੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮਾਪ ਤੋਂ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ,

$$\begin{aligned} \Delta a_1 &= a_1 - a_{\text{ਔਸਤ}}, \\ \Delta a_2 &= a_2 - a_{\text{ਔਸਤ}}, \\ &\dots \quad \dots \quad \dots \\ \Delta a_n &= a_n - a_{\text{ਔਸਤ}} \end{aligned}$$

ਉੱਪਰ ਗਣਨਾ ਕੀਤਾ  $\Delta a$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੁਝ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿਚ ਧਨਾਤਮਕ ਤੇ ਕੁਝ ਕੇਸਾਂ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ  $|\Delta a|$  ਸਦਾ ਹੀ ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗੀ।

(b) ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀਆਂ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦੇ ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਔਸਤ ਨੂੰ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ  $a$  ਦੇ ਮਾਨ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਜਾਂ ਔਸਤ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ  $\Delta a_{\text{ਔਸਤ}}$  ਨਾਲ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ,

$$\Delta a_{\text{ਔਸਤ}} = (|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + |\Delta a_3| + \dots + |\Delta a_n|) / n \quad \dots(2.6)$$

$$= \sum_{i=1}^n |\Delta a_i| / n \quad \dots(2.7)$$

ਜੇ ਅਸੀਂ ਕੋਈ ਇੱਕ ਮਾਪ ਲਈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇਸਦਾ ਮਾਨ  $a_{\text{ਔਸਤ}} \pm \Delta a_{\text{ਔਸਤ}}$  ਦੀ ਰੋਜ਼ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।

ਅਰਥਾਤ  $a = a_{\text{ਔਸਤ}} \pm \Delta a_{\text{ਔਸਤ}}$   
ਜਾਂ

$$a_{\text{ਔਸਤ}} - \Delta a_{\text{ਔਸਤ}} \leq a \leq a_{\text{ਔਸਤ}} + \Delta a_{\text{ਔਸਤ}} \quad \dots(2.8)$$

ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੋਇਆ ਕਿ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਕਿਸੇ ਮਾਪ  $a$  ਦਾ ਮੁੱਲ  $(a_{\text{ਔਸਤ}} + \Delta a_{\text{ਔਸਤ}})$  ਅਤੇ  $(a_{\text{ਔਸਤ}} - \Delta a_{\text{ਔਸਤ}})$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ।

(c) ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ ਦੀ ਜਗ੍ਹਾ ਤੇ, ਅਸੀਂ ਅਕਸਰ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ ਜਾਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ ( $\delta a$ ) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ, ਮਾਪਿਤ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਔਸਤ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ  $\Delta a_{\text{ਔਸਤ}}$  ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਔਸਤ ਮਾਨ  $a_{\text{ਔਸਤ}}$  ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ।

$$\text{ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ} = \Delta a_{\text{ਔਸਤ}} / a_{\text{ਔਸਤ}} \quad \dots(2.9)$$

ਜਦੋਂ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ

$$\delta a = (\Delta a_{\text{ਔਸਤ}} / a_{\text{ਔਸਤ}}) \times 100\% \quad \dots(2.10)$$

ਆਉ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.6** ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਇੱਕ ਮਾਨਕ ਘੜੀ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਕੇ ਦੋ ਘੜੀਆਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਮਾਨਕ ਘੜੀ ਜਦੋਂ ਦੁਪਹਿਰ ਦੇ 12:00:00 ਦਾ ਸਮਾਂ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਘੜੀਆਂ ਦੀਆਂ ਪੜ੍ਹਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ —

	ਘੜੀ 1	ਘੜੀ 2
ਸੋਮਵਾਰ	12:00:05	10:15:06
ਮੰਗਲਵਾਰ	12:00:15	10:14:59
ਬੁੱਧਵਾਰ	11:59:08	10:15:18
ਵੀਰਵਾਰ	12:01:50	10:15:07
ਸ਼ੁੱਕਰਵਾਰ	11:59:15	10:14:53
ਸ਼ਨੀਵਾਰ	12:01:30	10:15:24
ਐਤਵਾਰ	12:01:19	10:15:11

ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਰਹੇ ਹੋ ਜਿਸ ਦੇ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪ੍ਰੀਸੀਜ਼ਨ ਸਮਾਂ ਵਿੱਥਾਂ ਮਾਪਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਤੁਸੀਂ ਕਿਹੜੀ ਘੜੀ ਨੂੰ ਪਹਿਲ ਦੇਵੋਗੇ? ਕਿਉਂ?

**ਹੱਲ:** ਸੱਤ ਦਿਨਾਂ ਲਈ ਘੜੀ 1 ਦੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਦੀ ਰੇਂਜ 162 s ਹੈ ਜਦੋਂਕਿ ਘੜੀ 2 ਵਿੱਚ ਇਹ ਰੇਂਜ 31 s ਦੀ ਹੈ। ਘੜੀ 1 ਦੁਆਰਾ ਲਈ ਗਈ ਗੀਡਿੰਗ, ਘੜੀ 2 ਦੁਆਰਾ ਲਈ ਗਈ ਸਮੇਂ ਦੀ ਗੀਡਿੰਗ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ, ਮਾਨਕ ਸਮੇਂ ਦੇ ਵੱਧ ਨੇੜੇ ਹੈ। ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਘੜੀ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਤਰੁੱਟੀ, ਪ੍ਰੀਸੀਜ਼ਨ ਕਾਰਜ ਲਈ ਉਨ੍ਹਾਂ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਇਸਦੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੈ; ਕਿਉਂਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਤਰੁੱਟੀ ਨੂੰ ਤਾਂ ਕਦੇ ਵੀ ਸੋਧਿਆ ਹੀ ਦੂਰ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਘੜੀ 1 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਘੜੀ 2 ਨੂੰ ਪਹਿਲ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇਗੀ। ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.7** ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਾਧਾਰਨ ਪੈਂਡੂਲਮ ਦਾ ਡੋਲਨ ਕਾਲ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਪ੍ਰਯੋਗ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਅਨੁਸਾਰ ਮਾਪਾਂ ਦੀ ਗੀਡਿੰਗ ਹੈ — 2.63 s, 2.56 s, 2.42 s, 2.71 s ਅਤੇ 2.80 s। ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ, ਸਾਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ ਦਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਟੱਲ:** ਪੈਂਡੂਲਮ ਦਾ ਔਸਤ ਡੋਲਨ ਕਾਲ,

$$T = \frac{(2.63 + 2.56 + 2.42 + 2.71 + 2.80)s}{5}$$

$$= \frac{13.12}{5} \text{ s} = 2.624 \text{ s}$$

$$= 2.62 \text{ s}$$

ਕਿਉਂਕੀ ਸਾਰੇ ਕਾਲ 0.01 s ਦੇ ਵਿਭੇਦਨ (resolution) ਤੱਕ ਮਾਪੇ ਗਏ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਮਾਪ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਸਥਾਨ ਤੱਕ ਹਨ। ਇਸ ਔਸਤ ਕਾਲ ਨੂੰ ਵੀ ਦੂਸਰੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਤੱਕ ਲਿਖਣਾ ਉਚਿਤ ਹੈ।

**ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀਆਂ**

$$2.63 \text{ s} - 2.62 \text{ s} = 0.01 \text{ s}$$

$$2.56 \text{ s} - 2.62 \text{ s} = -0.06 \text{ s}$$

$$2.42 \text{ s} - 2.62 \text{ s} = -0.20 \text{ s}$$

$$2.71 \text{ s} - 2.62 \text{ s} = 0.09 \text{ s}$$

$$2.80 \text{ s} - 2.62 \text{ s} = 0.18 \text{ s}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦੇ ਵੀ ਉਹੀ ਮਾਤਰਕ ਹਨ ਜੋ ਮਾਪੀਆਂ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਹਨ।

ਸਾਰੀਆਂ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦਾ ਔਸਤ (ਔਸਤ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਨਤੀਜੇ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ) ਹੈ —

$$\Delta T_{\text{ਔਸਤ}} = [(0.01 + 0.06 + 0.20 + 0.09 + 0.18)s]/5$$

$$= 0.54 \text{ s}/5$$

$$= 0.11 \text{ s}$$

ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਸਧਾਰਨ ਪੈਂਡੂਲਮ ਦਾ ਡੋਲਨ ਕਾਲ  $(2.62 \pm 0.11) \text{ s}$  ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਇਸਦਾ ਮਾਨ  $(2.62 + 0.11) \text{ s}$  ਅਤੇ  $(2.62 - 0.11) \text{ s}$ , ਜਾਂ  $2.73 \text{ s}$  ਅਤੇ  $2.51 \text{ s}$  ਦੇ ਵਿਚਾਲੇ ਹੈ। ਕਿਉਂਕੀ ਸਾਰੀਆਂ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦਾ ਔਸਤ  $0.11 \text{ s}$  ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਸੈਕੰਡ ਦੇ ਦਸਵੇਂ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਹੀ ਤਰੁੱਟੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਡੋਲਨ ਕਾਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸੈਕੰਡ ਦੇ ਸੌਵੇਂ ਭਾਗ ਤੱਕ ਵਿਅਕਤ ਕਰਨ ਦਾ ਕੋਈ ਅਰਥ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਨ ਦਾ ਵਧੇਰੇ ਸਹੀ ਢੰਗ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ—

$$T = 2.6 \pm 0.1 \text{ s}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਅੰਤਿਮ ਹਿੰਦਸਾ 6 ਵਿਸ਼ਵਾਸਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ 5 ਅਤੇ 7 ਦੇ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ (significant figures) ਹਨ। ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ 2 ਅਤੇ 6 ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 2 ਵਿਸ਼ਵਾਸਯੋਗ ਹੈ ਅਤੇ 6 ਨਾਲ ਤਰੁੱਟੀ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ। ਸੈਕਸ਼ਨ 2.7 ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਸਿੱਖੋਗੇ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ ਜਾਂ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ ਹੈ

$$\delta a = \frac{0.1}{2.6} \times 100 = 4\%$$

### ਕਿਸੇ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੁਸੀਂ ਕਿਵੇਂ ਮਾਪੋਗੇ ?

ਤੁਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਇਸ ਪੱਧਰ ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਕੇ ਇਹ ਕਿਹੋ ਜਿਹਾ ਸਿੱਧੜ ਜਿਹਾ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਹੈ? ਪਰ ਜ਼ਰਾ ਸੋਚੋ ਜੇ ਇਹ ਰੇਖਾ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਨਾ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਆਪਣੀ ਕਾਪੀ ਜਾਂ ਬਲੈਕ ਬੋਰਡ ਤੇ ਇੱਕ ਟੇਡੀ-ਮੇਡੀ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ। ਠੀਕ ਹੈ, ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਮਾਪਣਾ ਵੀ ਕੋਈ ਬਹੁਤ ਮੁਸ਼ਕਲ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਧਾਗਾ ਲਉਗੇ, ਇਸ ਨੂੰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਉੱਪਰ ਸਾਵਧਾਨੀਪੂਰਵਕ ਰੱਖੋਗੇ, ਫਿਰ ਧਾਗੇ ਨੂੰ ਫੈਲਾ ਕੇ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਮਾਪ ਲਵੋਗੇ।

ਹੁਣ ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਰਾਜ ਮਾਰਗ ਦੀ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਨਦੀ ਦੀ, ਜਾਂ ਦੋ ਰੇਲਵੇ ਸਟੇਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਰੇਲ ਦੀਆਂ ਪਟੜੀਆਂ ਦੀ, ਜਾਂ ਦੋ ਰਾਜਾਂ ਜਾਂ ਦੇਸ਼ਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸੀਮਾ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਮਾਪਣੀ ਹੈ। ਤਾਂ, ਇਸਦੇ ਲਈ ਜੇ ਤੁਸੀਂ 1 m ਜਾਂ 100 m ਦੀ ਰੱਸੀ ਲਉ, ਇਸ ਨੂੰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਰੱਖੋ ਬਾਰ-ਬਾਰ ਇਸ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਦਲ ਕੇ ਅੱਗੇ ਲੈ ਜਾਉ, ਤਾਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਜੋ ਮਨੁੱਖੀ ਮਿਹਨਤ, ਸਮਾਂ ਜਾਂ ਖਰਚ ਆਵੇਗਾ ਉਹ ਉਪਲੱਬਧੀ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਇਸ ਵਿਸ਼ਾਲ ਕਾਰਜ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰ ਆ ਜਾਣਗੀਆਂ। ਇਸ ਸਿਲਸਿਲੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਰੋਚਕ ਤੱਥ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੱਸਦੇ ਹਾਂ। ਫਰਾਂਸ ਅਤੇ ਬੈਲਜੀਅਮ ਵਿਚ ਇੱਕ ਸਾਂਝੀ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸੀਮਾ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਦੇਸ਼ਾਂ ਦੇ ਦਫਤਰੀ ਦਸਤਾਵੇਜ਼ਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਜ ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਅੰਤਰ ਹੈ।

ਇੱਕ ਕਦਮ ਹੋਰ ਅੱਗੇ ਵਧੀਏ ਤਾਂ ਸਮੁੰਦਰ ਦੀ ਤੱਟੀ ਰੇਖਾ ਅਰਥਾਤ ਉਹ ਰੇਖਾ ਜਿਸ ਤੇ ਸਮੁੰਦਰ ਅਤੇ ਜ਼ਮੀਨ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਮਿਲਦੇ ਹਨ, ਬਾਰੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਇਸ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿਚ ਤਾਂ ਸੜਕਾਂ ਅਤੇ ਨਦੀਆਂ ਵਿੱਚ ਕਾਫੀ ਹਲਕੇ ਮੋੜ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਸਭ ਦੇ ਬਾਵਜੂਦ ਸਾਰੇ ਦਸਤਾਵੇਜ਼ਾਂ ਵਿੱਚ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਸਕੂਲ ਦੀਆਂ ਪੁਸਤਕਾਂ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ, ਗੁਜਰਾਤ ਜਾਂ ਆਂਧਰਾ ਪ੍ਰਦੇਸ਼ ਦੇ ਸਮੁੰਦਰ ਤਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਜਾਂ ਦੋ ਰਾਜਾਂ ਵਿਚਲੀ ਸੀਮਾ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਆਦਿ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਸੂਚਨਾਵਾਂ ਦਰਜ ਹਨ। ਰੇਲ ਦੀਆਂ ਟਿਕਟਾਂ 'ਤੇ ਸਟੇਸ਼ਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਵੀ ਛਪੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਤੁਸੀਂ ਸੜਕਾਂ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਲੱਗੇ ਮੀਲ ਦੇ ਪੱਥਰ ਦੇਖੋ ਹੋਣਗੇ। ਇਹ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਦੱਸਦੇ ਹਨ। ਆਖਿਰ ਵਿਚ, ਇਹ ਸਭ ਕੁਝ ਕਿਵੇਂ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ?

ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਤੈਅ ਕਰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸ ਸੀਮਾ ਤੱਕ ਤਰੁੱਟੀ ਸਹਿਣ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਮਾਪ ਦੇ ਇਸ ਕਾਰਜ ਤੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਕਿਨ੍ਹਾਂ ਖਰਚ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਜੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਘੱਟ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਇਸ ਲਈ ਉੱਚ ਤਕਨੀਕੀ ਅਤੇ ਵੱਧ ਖਰਚ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਕਾਫੀ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇਸਦੇ ਲਈ ਕਾਫੀ ਉੱਚ ਪੱਧਰ ਦੀ ਭੌਤਿਕੀ, ਗਣਿਤ ਇੰਜੀਨੀਅਰਿੰਗ ਅਤੇ



ਤਕਨੀਕੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸਦਾ ਸੰਬੰਧ ਫਰੈਕਟਲਾਂ (fractals) ਦੇ ਖੇਤਰ ਨਾਲ ਹੈ ਜੋ ਸਿਧਾਂਤਕ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਪ੍ਰਚਲਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਸਭ ਦੇ ਬਾਵਜੂਦ ਜੋ ਅੰਕੜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਉਹਨਾਂ ਤੇ ਕਿੰਨਾ ਵਿਸ਼ਵਾਸ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਫਰਾਂਸ ਅਤੇ ਬੈਲਜੀਅਮ ਦੀ ਉਦਾਹਰਨ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੀ ਹੈ। ਗੱਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੱਸ ਦਈਏ ਕਿ ਬੈਲਜੀਅਮ ਅਤੇ ਫਰਾਂਸ ਦੀ ਇਹ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ, ਫਰੈਕਟਲਾਂ (fractals) ਅਤੇ ਕੇਆਸ (chaos) ਵਿਸ਼ੇ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਉੱਚ ਭੌਤਿਕੀ ਦੀ ਇੱਕ ਪੁਸਤਕ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਪੰਨੇ ਤੇ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ।

**2.6.2 ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦਾ ਸੰਯੋਜਨ (Combination of errors)**

ਜੇ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੀਏ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕਈ ਮਾਪ ਸ਼ਾਮਲ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਵੀ ਜਾਣਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਮਾਪਾਂ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਯੋਜਿਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਘਣਤਾ (density) ਉਸਦੇ ਪੁੰਜ (mass) ਅਤੇ ਆਇਤਨ (volume) ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਅਕਾਰ ਜਾਂ ਵਿਮਾਂ (dimensions) ਦੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੇ ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਘਣਤਾ ਵਿੱਚ ਵੀ ਤਰੁੱਟੀ ਆਵੇਗੀ। ਇਹ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਕਿ ਇਹ ਤਰੁੱਟੀ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਸਿਖਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਗਣਿਤਕ ਆਪਰੇਸ਼ਨਾਂ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਕਿਵੇਂ ਸੰਯੋਜਿਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਕਾਰਜਵਿਧੀ ਅਪਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

**(a) ਕਿਸੇ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਉ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀ (Error of a sum or a difference)**

ਮੰਨ ਲਉ, ਕਿ ਦੋ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ,  $A$  ਅਤੇ  $B$  ਦੇ ਮਾਪਿਤ ਮੁੱਲ ਵਾਰੀ ਸਿਰ :  $A \pm \Delta A$ ,  $B \pm \Delta B$  ਜਿੱਥੇ  $\Delta A$  ਅਤੇ  $\Delta B$  ਵਾਰੀ ਸਿਰ ਇਹਨਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਜੋੜ  $Z = A + B$  ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀ  $\Delta Z$  ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਜੋੜਨ ਤੇ

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B)$$

$Z$  ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਭਾਵਿਤ ਤਰੁੱਟੀ

$$\Delta Z = \Delta A + \Delta B$$

ਘਟਾਉ ਕਰਨ ਤੇ  $Z = A - B$  ਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) - (B \pm \Delta B) \\ = (A - B) \pm \Delta A \mp \Delta B$$

ਜਾਂ  $\pm \Delta Z = \pm \Delta A \mp \Delta B$

ਇੱਥੇ ਫਿਰ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਭਾਵਿਤ ਤਰੁੱਟੀ  $\Delta Z = \Delta A + \Delta B$

ਇਸ ਲਈ, ਨਿਯਮ ਇਹ ਹੈ : ਜਦੋਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂ ਘਟਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਅੰਤਿਮ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀ ਉਹਨਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਨਿਰਪੇਖ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 2.8** ਕਿਸੇ ਥਰਮਾਮੀਟਰ ਦੁਆਰਾ ਮਾਪੇ ਗਏ ਦੋ ਪਿੰਡਾ ਦੇ ਤਾਪ ਵਾਰੀ ਸਿਰ :  $t_1 = 20^\circ\text{C} \pm 0.5^\circ\text{C}$  ਅਤੇ  $t_2 = 50^\circ\text{C} \pm 0.5^\circ\text{C}$  ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਪਿੰਡਾ ਦਾ ਤਾਪ ਅੰਤਰ ਅਤੇ ਉਸ ਵਿੱਚ ਆਈ ਤਰੁੱਟੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :**  $t' = t_2 - t_1 = (50^\circ\text{C} \pm 0.5^\circ\text{C}) - (20^\circ\text{C} \pm 0.5^\circ\text{C})$   
 $t' = 30^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$

**(b) ਗੁਣਨਫਲ ਜਾਂ ਭਾਗਫਲ ਦੀ ਤਰੁੱਟੀ (Error of a product or a quotient)**

ਮੰਨ ਲਉ, ਕਿ  $Z = AB$  ਅਤੇ  $A$  ਅਤੇ  $B$  ਦੇ ਮਾਪਿਤ ਮਾਨ  $A \pm \Delta A$  ਅਤੇ  $B \pm \Delta B$  ਹਨ, ਤਾਂ

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) (B \pm \Delta B) \\ = AB \pm B \Delta A \pm A \Delta B \pm \Delta A \Delta B$$

ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਨੂੰ  $Z$  ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਨੂੰ  $AB$  ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ  $1 \pm (\Delta Z/Z) = 1 \pm (\Delta A/A) \pm (\Delta B/B) \pm (\Delta A/A)(\Delta B/B)$  ਕਿਉਂਕਿ  $\Delta A$  ਅਤੇ  $\Delta B$  ਬਹੁਤ ਛੋਟੇ ਹਨ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਅਸੀਂ ਉਪੇਖਿਆ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ

$$\Delta Z/Z = (\Delta A/A) + (\Delta B/B)$$

ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਸੋਖਿਆਂ ਹੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਤੱਥ ਭਾਗਫਲ ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਨਿਯਮ ਇਹ ਹੈ : ਜਦੋਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ, ਉਹਨਾਂ ਗੁਣਕਾਂ ਜਾਂ ਭਾਗਕਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ ਦਾ ਯੋਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 2.9** ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ  $R = V/I$ , ਜਿੱਥੇ  $V = (100 \pm 5)V$  ਅਤੇ  $I = (10 \pm 0.2)A$  ਹੈ।  $R$  ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :**  $V$  ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ 5% ਅਤੇ  $I$  ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ 2% ਹੈ।

$\therefore R$  ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ = 5% + 2% = 7%. ◀

**ਉਦਾਹਰਨ 2.10**  $R_1 = 100 \pm 3 \Omega$  ਅਤੇ  $R_2 = 200 \pm 4 \Omega$  ਦੇ ਦੋ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧਕਾਂ ਨੂੰ (a) ਲੜੀ ਬੱਧ, ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਹੈ (a) ਲੜੀਬੱਧ ਜੋੜਨ ਤੇ ਅਤੇ (b) ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਕੁੱਲ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਪਤਾ ਕਰੋ। (a) ਲਈ ਸੰਬੰਧ  $R = R_1 + R_2$  ਅਤੇ (b) ਦੇ ਲਈ

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ ਅਤੇ } \frac{\Delta R'}{R'^2} = \frac{\Delta R_1}{R_1^2} + \frac{\Delta R_2}{R_2^2}$$

**ਹੱਲ :** (a) ਲੜੀ ਬੱਧ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਜੋੜਨ ਤੇ ਕੁੱਲ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ  $R = R_1 + R_2 = (100 \pm 3) \text{ ohm} + (200 \pm 4) \text{ ohm}$   
 $= 300 \pm 7 \text{ ohm}$ .

(b) ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਡੁੱਲ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{200}{3} = 66.7 \text{ ohm}$$

ਤਦ,  $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$\frac{\Delta R'}{R'^2} = \frac{\Delta R_1}{R_1^2} + \frac{\Delta R_2}{R_2^2} \text{ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ}$$

$$\Delta R' = (R'^2) \frac{\Delta R_1}{R_1^2} + \left( (R'^2) \frac{\Delta R_2}{R_2^2} \right)$$

$$= \left( \frac{66.7}{100} \right)^2 3 + \left( \frac{66.7}{200} \right)^2 4$$

$$= 1.8$$

ਇਸ ਲਈ,  $R' = 66.7 \pm 1.8 \text{ ohm}$

(ਇੱਥੇ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ (significant figures) ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ R ਦਾ ਮਾਨ 2 ਦੀ ਜਗ੍ਹਾ ਤੇ 1.8 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ) ◀

(c) ਮਾਪਿਤ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿਚ ਤਰੁੱਟੀ (Error in case of a measured quantity raised to a power)

ਮੰਨ ਲਉ,  $Z = A^2$ .

ਤਦ  $\Delta Z/Z = (\Delta A/A) + (\Delta A/A) = 2 (\Delta A/A)$

ਇਸ ਲਈ  $A^2$  ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ, A ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ ਦੀ ਦੋਗੁਣੀ ਹੈ। ਵਿਆਪੀਕਰਨ ਕਰਨ ਤੇ, ਜੇ  $Z = A^p B^q C^r$

ਇਸ ਲਈ,

$$\Delta Z/Z = p (\Delta A/A) + q (\Delta B/B) + r (\Delta C/C).$$

ਇਸ ਲਈ, ਨਿਯਮ ਇਹ ਹੈ : ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਜਿਸ ਤੇ k ਘਾਤ ਚੜਾਈ ਗਈ ਹੈ, ਦੀ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ ਉਸ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ ਦੀ k ਗੁਣਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.11** ਜੇ  $Z = A^4 B^{1/3} / CD^{3/2}$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ Z ਦੀ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : Z ਵਿਚ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ  $\Delta Z/Z = 4(\Delta A/A) + (1/3)(\Delta B/B) + (\Delta C/C) + (3/2)(\Delta D/D)$ . ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.12** ਕਿਸੇ ਸਧਾਰਨ ਪੈਂਡੂਲਮ ਦਾ ਡੋਲਨ ਕਾਲ  $T = 2\pi\sqrt{L/g}$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇ L ਦਾ ਮਾਪਿਤ ਮਾਨ 20.0 cm ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ 1 mm ਝੱਕ ਦੀ ਐਕੁਰੇਸੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਮੇਂ ਨੂੰ 1 s ਵਿਭੇਦਨ ਵਾਲੀ ਕਲਾਈ ਘੜੀ ਤੋਂ ਮਾਪ ਕੇ ਇਹ ਦੇਖਿਆ ਗਿਆ ਕਿ ਪੈਂਡੂਲਮ ਦੇ 100 ਡੋਲਨਾਂ ਦਾ ਸਮਾਂ 90 s ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ g ਦੇ ਨਿਰਧਾਰਤ ਮੁੱਲ ਦੀ ਐਕੁਰੇਸੀ ਕੀ ਹੈ?

ਹੱਲ :  $g = 4\pi^2 L/T^2$

ਇੱਥੇ,  $T = \frac{t}{n}$  ਅਤੇ  $\Delta T = \frac{\Delta t}{n}$ , ਇਸ ਲਈ,  $\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t}$ . ਇੱਥੇ L ਅਤੇ t ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੀਆਂ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਲੀਸਟ ਕਾਉਂਟ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ  $(\Delta g/g) = (\Delta L/L) + 2(\Delta T/T)$

$$= \frac{0.1}{20.0} + 2\left(\frac{1}{90}\right) = 0.027$$

ਇਸਲਈ g ਦੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ

$$100 (\Delta g/g) = 100(\Delta L/L) + 2 \times 100 (\Delta T/T) = 3\%$$

## 2.7 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ (SIGNIFICANT FIGURES)

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉੱਪਰ ਵਰਣਨ ਕੀਤਾ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਹੈ, ਹਰ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹੀ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਮਾਪ ਦੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੇਸ਼ ਕੀਤਾ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮਾਪ ਦੀ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਲਨ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਮਾਪ ਦੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿਚ ਉਹ ਸਾਰੇ ਅੰਕ ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਵਿਸ਼ਵਾਸਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਅਤੇ ਉਹ ਪਹਿਲਾ ਅੰਕ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਸ਼ਵਾਸਯੋਗ ਅੰਕਾਂ ਅਤੇ ਪਹਿਲੇ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅੰਕ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਹੀਏ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸਧਾਰਨ ਪੈਂਡੂਲਮ ਦਾ ਡੋਲਨ ਕਾਲ 1.62 s ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸ ਵਿਚ ਅੰਕ 1 ਅਤੇ 6 ਤਾਂ ਵਿਸ਼ਵਾਸਯੋਗ ਅਤੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹਨ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਅੰਕ 2 ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ; ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮਾਪਿਤ ਮਾਨ ਵਿੱਚ 3 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ। ਜੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 287.5 cm ਵਿਅਕਤ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 2, 8, 7 ਤਾਂ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹਨ ਪਰ ਅੰਕ 5 ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ ਲਿਖਣਾ ਬੇਲੋੜਾ ਅਤੇ ਭਰਮ ਪੈਦਾ ਕਰੇਗਾ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਮਾਪ ਦੀ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਲਨ ਦੇ ਵਿੱਚ ਗਲਤ ਧਾਰਨ ਦੇਵੇਗਾ।

ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਨਿਯਮ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਸਮਝਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵਰਣਨ ਕੀਤਾ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਮਾਪ ਦੀ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਲਨ ਨੂੰ ਦੱਸਦੇ ਹਨ ਜੋ ਮਾਪ ਯੰਤਰ ਦੇ ਲੀਸਟ ਕਾਉਂਟ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਚੋਣ ਨਾਲ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਹ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਟਿੱਪਣੀ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਵਿੱਚੋਂ ਵਧੇਰੇ ਪ੍ਰਖਣਾਂ ਨੂੰ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰ ਦਿੰਦੀ ਹੈ :

(1) ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਲੰਬਾਈ 2.308 cm ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ। ਪਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮਾਤਰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਅਸੀਂ 0.02308 m ਜਾਂ 23.08 mm ਜਾਂ 23080 μm ਵੀ

ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਉਹੀ ਭਾਵ ਚਾਰ (ਅੰਕ 2, 3, 0, 8) ਹੈ। ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨ ਵਿਚ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਕਿੱਥੇ ਲੱਗਾ ਹੈ ਇਸਦਾ ਕੋਈ ਮਹੱਤਵ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ ਤੋਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ —

- ਸਾਰੇ ਹਿੰਦਸੇ (ਅੰਕ) ਜੋ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹਨ ਸਾਰਥਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
- ਜੇ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ ਬਿਨਾਂ, ਕੋਈ ਦੋ ਅੰਕ ਜੋ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹਨ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਸਾਰੇ ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
- ਜੇ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ 1 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੈ ਤੇ ਉਹ ਵਾਲੇ ਜ਼ੀਰੋ ਜਿਹੜੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਹਨ ਪਰ ਪਹਿਲਾ ਅਜਿਹਾ ਅੰਕ ਜੋ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੈ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਹਨ, ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ। (0.00 2308, ਵਿੱਚ ਅੰਡਰਲਾਈਨ ਕੀਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਹਨ)।
- ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸ ਵਿਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨਹੀਂ ਹੈ ਦੇ ਆਖਰੀ ਜਾਂ ਪਿਛੇ ਲੱਗੇ (Terminal or Trailing) ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ।  
(ਇਸਲਈ  $123 \text{ m} = 12300 \text{ cm} = 123000 \text{ mm}$  ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਹੀ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ, ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਪਿਛਲੇ ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਹਨ)। ਬਲਕਿ, ਤੁਸੀਂ ਅਗਲੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਤੇ ਵੀ ਧਿਆਨ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹੋ।
- ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ, ਜਿਸ ਵਿਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਹੋਵੇ, ਦੇ ਪਿਛੇ ਲੱਗੇ (Terminal or Trailing) ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।  
(ਸੰਖਿਆ 3.500 ਜਾਂ 0.06900 ਵਿੱਚ 4 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ)।

(2) ਪਿਛੇ ਲੱਗੇ (Terminal or Trailing) ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਇਸ ਵਿੱਚੋਂ ਵਿੱਚ ਭਰਮ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 4.700 m ਲਿਖੀ ਗਈ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰੇਖਣ ਤੋਂ ਇਹ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਇੱਥੇ ਜ਼ੀਰੋ ਦਾ ਉਦੇਸ਼ ਮਾਪ ਦੇ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਜ਼ਨ ਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਸਾਰੇ ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ। (ਜੇ ਇਹ ਸਾਰਥਕ ਨਾ ਹੁੰਦੇ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਾਫ਼ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲਿਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਸਿੱਧੇ-ਸਿੱਧੇ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਮਾਪ ਨੂੰ 4.7 m ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਸੀ)। ਹੁਣ ਮੰਨ ਲਉ ਅਸੀਂ ਆਪਣਾ ਮਾਤਰਕ ਬਦਲ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ

$$4.700 \text{ m} = 470.0 \text{ cm} = 0.004700 \text{ km} = 4700 \text{ mm}$$

ਕਿਉਂਕਿ, ਅੰਤਿਮ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਦੋ ਜ਼ੀਰੋ, ਬਿਨਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਪਿਛੇ ਲੱਗੇ (Terminal or Trailing) ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਪ੍ਰੇਖਣ (1) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਗਲਤ ਨਤੀਜੇ ਤੇ ਪੁੱਜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 2 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ ਜਦੋਂ ਕਿ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇਸ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ, ਸਿਰਫ਼ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਬਦਲਾਅ ਕਾਰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਫ਼ਰਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

(3) ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਿਰਧਾਰਨ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਅਸਪੱਸ਼ਟਤਾ ਨੂੰ ਦੂਰ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਵਧੀਆ ਉਪਾਅ

ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਹਰ ਮਾਪ ਨੂੰ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸੰਕੇਤ (10 ਦੀ ਘਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ। ਇਸ ਸੰਕੇਤ ਲਿਪੀ ਵਿਚ ਹਰ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ  $a \times 10^b$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ  $a$ , 1 ਤੋਂ 10 ਦੇ ਵਿਚਲੀ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ  $b$ , 10 ਦੀ ਕੋਈ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਘਾਤ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨੇੜਲਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਦਾ ਪੂਰਨਅੰਕਨ (round off) ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਭਾਵ  $a$  ਨੂੰ 1 ( $a \leq 5$ ) ਅਤੇ 10 (ਜੇ  $5 < a \leq 10$ ) ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਤਦ, ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸਿਰਫ਼  $10^b$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਵਿੱਚ 10 ਦੀ ਘਾਤ  $b$  ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਮਿਕਦਾਰ (ਜਾਂ ਮਾਤਰਾ) ਦਾ ਆਰਡਰ (ਜਾਂ ਕੋਟੀ) (order of magnitude) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਕਹਿਣ ਨਾਲ ਕੰਮ ਚੱਲ ਜਾਵੇਗਾ ਕਿ ਰਾਸ਼ੀ  $10^b$  ਦੇ ਆਰਡਰ (order) ਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਧਰਤੀ ਦਾ ਵਿਆਸ ( $1.28 \times 10^7 \text{ m}$ ),  $10^7 \text{ m}$  ਦੇ ਆਰਡਰ ਦਾ ਹੈ। ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਵਿਆਸ ( $1.061 \times 10^{-10} \text{ m}$ ),  $10^{-10} \text{ m}$  ਦੇ ਆਰਡਰ ਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਮਿਕਦਾਰ ਦਾ ਆਰਡਰ  $-10$  ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਧਰਤੀ ਦਾ ਵਿਆਸ, ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਪਰਮਾਣੂ ਦੇ ਵਿਆਸ ਤੋਂ 17 ਮਿਕਦਾਰ ਆਰਡਰ ਵੱਡਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਅੰਕ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦਸ਼ਮਲਵ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਪਰੰਪਰਾ ਹੈ। ਇਸ ਨਾਲ ਉੱਪਰ ਪ੍ਰੇਖਣ ( $a$ ) ਵਿੱਚ ਵਰਣਿਤ ਭਰਮ ਭੁਲੇਖਾ ਖ਼ਤਮ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ —

$$\begin{aligned} 4.700 \text{ m} &= 4.700 \times 10^2 \text{ cm} \\ &= 4.700 \times 10^3 \text{ mm} \\ &= 4.700 \times 10^{-3} \text{ km} \end{aligned}$$

ਇੱਥੇ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਵਿੱਚ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਅਸੰਗਤ ਹੈ। ਪਰ, ਵਿਗਿਆਨਕ ਲਿਪੀ ਵਿੱਚ ਆਧਾਰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 4 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਲਿਪੀ ਵਿੱਚ ਆਧਾਰ ਸੰਖਿਆ  $a$  ਦੇ ਪਿਛਲੇ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਾਰੇ ਕੋਈ ਭਰਮ ਭੁਲੇਖਾ ਨਹੀਂ ਰਹਿ ਜਾਂਦਾ। ਇਹ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(4) ਕਿਸੇ ਵੀ ਮਾਪ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਣ ਲਈ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਲਿਪੀ (scientific notation) ਇੱਕ ਆਦਰਸ਼ ਵਿਧੀ ਹੈ। ਪਰ ਜੇ ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਦੱਸੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ—

- ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਡੀ, ਬਿਨਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਲਈ, ਪਿਛਲੇ ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਹਨ।
- ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਲਈ ਪਿਛਲੇ ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹੈ।

(5) 1 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ, ਪਰੰਪਰਾ ਅਨੁਸਾਰ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਲਿਖੀ ਜ਼ੀਰੋ (ਜਿਵੇਂ 0.1250) ਕਦੇ ਵੀ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਬਲਕਿ, ਕਿਸੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿਚ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(6) ਮਲਟੀਪਲਾਈਂਗ ਜਾਂ ਡਿਵਾਈਡਿੰਗ ਫੈਕਟਰ ਜਿਹੜੇ ਨਾ ਤਾਂ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਕਿਸੇ ਮਾਪਿਤ ਮਾਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਯਥਾਰਥ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚ ਅਨੰਤ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ  $r = \frac{d}{2}$  ਜਾਂ  $s = 2\pi r$  ਵਿੱਚ ਗੁਣਾਂਕ 2 ਇੱਕ ਯਥਾਰਥ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ 2.0, 2.00 ਜਾਂ 2.0000, ਜੋ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੋਵੇ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ  $T = \frac{t}{n}$ , ਵਿੱਚ  $n$  ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹੈ।

### 2.7.1 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮ (Rules for Arithmetic Operations with Significant Figures)

ਕਿਸੇ ਗਣਨਾ ਦਾ ਨਤੀਜਾ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਬਿਲਕੁਲ ਨੇੜੇ ਤੱਕ ਮਾਪੇ ਗਏ ਮਾਨ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ (ਭਾਵ ਉਹ ਮੁੱਲ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਸੀਮਤ ਹੈ) ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ, ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮਾਪੇ ਗਏ ਮੁੱਲਾਂ ਦੀ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ ਵੀ ਪ੍ਰਤਿਬਿੰਬਤ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਨਤੀਜਾ ਉਹਨਾਂ ਮਾਪਿਤ ਮੁੱਲਾਂ ਤੋਂ ਵਧੇਰੇ ਯਥਾਰਥਕ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਜਿਹਨਾਂ ਤੇ ਇਹ ਅਧਾਰਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ, ਉਹਨਾਂ ਮੂਲ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਵੱਧ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀ ਜਿਹਨਾਂ ਤੋਂ ਇਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਮਾਪਿਆ ਗਿਆ ਪੁੰਜ ਮੰਨ ਲਈ 4.237 g ਹੈ (4 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ) ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਮਾਪਿਆ ਆਇਤਨ 2.51 cm<sup>3</sup> ਹੈ, ਤਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਵਿਭਾਜਨ ਦੁਆਰਾ ਇਸਦੀ ਘਣਤਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ 11 ਸਥਾਨਾਂ ਤੱਕ 1.68804780876 g/cm<sup>3</sup> ਆਉਂਦੀ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਘਣਤਾ ਦੇ ਇਸ ਕੈਲਕੁਲੇਟਡ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਇੰਨੀ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਜ਼ਨ ਦੇ ਨਾਲ ਲਿਖਣਾ ਹਾਸੋਗੀਣਾ ਤੇ ਬੇਤੁਕਾ ਹੋਵੇਗਾ, ਕਿਉਂਕਿ ਜਿਹੜੇ ਮਾਪਾਂ ਤੇ ਇਹ ਅਧਾਰਿਤ ਹੈ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਜ਼ਨ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੈ। ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਿਯਮ ਇਹ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਕਿਸੇ ਗਣਨਾ ਦਾ ਅੰਤਿਮ ਨਤੀਜਾ ਉੰਨੀ ਹੀ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਜ਼ਨ ਦੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਨਿਵੇਸ਼ ਕੀਤੇ ਮਾਪੇ ਗਏ ਮੁੱਲਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਜ਼ਨ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹੋਵੇ –

(1) ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰਨ ਨਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜਿਆਂ ਵਿਚ ਸਿਰਫ਼ ਉੰਨੇ ਹੀ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਰਹਿਣ ਦੇਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ ਜਿੰਨੇ ਕਿ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਮੂਲ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਘਣਤਾ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਹੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ

$$\text{ਘਣਤਾ (Density)} = \frac{4.237\text{g}}{2.51\text{ cm}^3} = 1.69\text{ g cm}^{-3}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਚਾਲ  $3.00 \times 10^8\text{ m s}^{-1}$  (ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ) ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਾਲ ( $1\text{y}=365.25\text{ d}$ ) ਵਿੱਚ  $3.1557 \times 10^7\text{ s}$  (ਪੰਜ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ) ਹੋਣ, ਤਾਂ ਇੱਕ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਵਰ੍ਹੇ ਵਿੱਚ  $9.47 \times 10^{15}\text{ m}$  (ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ) ਹੋਣਗੇ।

(2) ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਤਿਮ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਬਾਅਦ ਉੰਨੇ ਹੀ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਰਹਿਣ ਦੇਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ ਜਿੰਨੇ ਕਿ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਉ ਕੀਤੀ ਜਾਣ ਵਾਲੀ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਬਾਅਦ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ 436.32 g, 227.2 g ਅਤੇ 0.301 g ਦਾ ਜੋੜ 663.821 g ਹੈ। ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਜ਼ਨ (227.2 g) ਮਾਪ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਤੱਕ ਹੀ ਯਥਾਰਥ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਅੰਤਿਮ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ 663.8 g ਤੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕਿਤ ਕਰ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਲੰਬਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ,

$$0.307\text{ m} - 0.304\text{ m} = 0.003\text{ m} = 3 \times 10^{-3}\text{ m}.$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਸਾਨੂੰ ਨਿਯਮ (1) ਜੋ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਜੋੜ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਵਰਤ ਕੇ ਨਤੀਜਾ 664 g ਨਹੀਂ ਲਿਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਅਤੇ ਘਟਾਉ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ  $3.00 \times 10^{-3}\text{ m}$  ਨਹੀਂ ਲਿਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ। ਇਹ ਮਾਪ ਦੀ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਜ਼ਨ ਨੂੰ ਠੀਕ ਢੰਗ ਨਾਲ ਵਿਅਕਤ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉ ਦੇ ਲਈ ਇਹ ਨਿਯਮ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਹੈ।

### 2.7.2 ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਬਣਾਉਣਾ

#### (Rounding off the Uncertain Digits)

ਨੇੜਲੇ ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਗਣਨਾਵਾਂ ਦੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅੰਕ ਹੋਣ ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਵਧੇਰੇ ਕੇਸਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਹੀ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੇ ਨਿਯਮ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੀ ਹਨ। ਸੰਖਿਆ 2.746 ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਬਣਾਉਣ ਤੇ 2.75 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ 2.743 ਦਾ ਪੂਰਨ ਅੰਕ 2.74 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਰੰਪਰਾ ਅਨੁਸਾਰ ਨਿਯਮ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜਿਹੜੇ ਗੈਰ-ਜ਼ਰੂਰੀ ਅੰਕ (ਉਪਰਲੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਅੰਡਰਲਾਈਨ ਕੀਤਾ ਅੰਕ) 5 ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਣ ਤਾਂ ਪੂਰਵਵਰਤੀ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦਾ ਵਾਧਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇ ਇਹ ਗੈਰ-ਜ਼ਰੂਰੀ ਅੰਕ 5 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਪੂਰਵਵਰਤੀ ਅੰਕ ਨੂੰ ਬਦਲਿਆ ਨਹੀਂ ਜਾਂਦਾ। ਪਰ ਜੇ ਸੰਖਿਆ 2.745 ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਗੈਰ-ਜ਼ਰੂਰੀ ਅੰਕ 5 ਹੈ, ਤਾਂ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ? ਇੱਥੇ ਪਰੰਪਰਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਪੂਰਵਵਰਤੀ ਅੰਕ ਜਿਸਤ (even) ਹੈ ਤਾਂ ਗੈਰ-ਜ਼ਰੂਰੀ ਅੰਕ ਨੂੰ ਛੱਡ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇ ਇਹ ਟਾਂਕ (odd) ਹੈ, ਤਾਂ ਪੂਰਵਵਰਤੀ ਅੰਕ ਵਿੱਚ 1 ਦਾ ਵਾਧਾ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸੰਖਿਆ 2.745, ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਬਣਾਉਣ ਤੇ 2.74 ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਪੂਰਵਵਰਤੀ ਅੰਕ ਜਿਸਤ (even) ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਵੀ ਉਲਝਣ ਵਾਲੇ ਜਾਂ ਬਹੁਤੇ ਪਦਾਂ ਵਾਲੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਗਣਨਾ ਵਿੱਚ, ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਇੱਕ ਅੰਕ ਵਧੇਰੇ ਰਹਿਣ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਗਣਨਾ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਉਚਿਤ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸ ਦੇ ਕਈ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਪਤਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਵੈਕੂਮ (vacuum) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਵੇਗ ਜਿਸ ਦੇ ਲਈ, ਆਮ ਕਰਕੇ  $2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$  ਨੂੰ ਨੇੜਲੇ ਮੁੱਲ  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$  ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਬਣਾ ਕੇ ਗਣਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ ਕਿ ਸੂਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤੀਆਂ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਯਥਾਰਥ

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਵੇਂ  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ , ਵਿੱਚ  $2\pi$ , ਵਿੱਚ

ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ (ਅਨੰਤ) ਹੈ।  $\pi = 3.1415926\dots$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੱਧ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਪਤਾ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਆਮ ਮਾਪ ਵਾਲੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੀਸੀਜ਼ਨ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ  $\pi$  ਦਾ ਮੁੱਲ 3.142 ਜਾਂ 3.14 ਲੈਣਾ ਵੀ ਤਰਕ ਸੰਗਤ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.13** ਕਿਸੇ ਘਣ ਦੀ ਹਰ ਭੁਜਾ ਦਾ ਮਾਪ 7.203 m ਹੈ। ਸਹੀ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਘਣ ਦਾ ਕੁੱਲ ਸਤ੍ਹਾਵੀ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ:** ਮਾਪੀ ਗਈ ਲੰਬਾਈ ਵਿੱਚ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 4 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਗਣਨਾ ਕੀਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਆਇਤਨ ਦੇ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਵੀ 4 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

$$\begin{aligned} \text{ਘਣ ਦਾ ਸਤ੍ਹਾਵੀ ਖੇਤਰਫਲ} &= 6(7.203)^3 \text{ m}^2 \\ &= 311.299254 \text{ m}^2 \\ &= 311.3 \text{ m}^2 \\ \text{ਘਣ ਦਾ ਆਇਤਨ} &= (7.203)^3 \text{ m}^3 \\ &= 373.714754 \text{ m}^3 \\ &= 373.7 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.14** ਕਿਸੇ ਪਦਾਰਥ ਦੇ 5.74 g ਦਾ ਆਇਤਨ  $1.2 \text{ cm}^3$  ਹੈ। ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਇਸਦੀ ਘਣਤਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ:** ਪੁੰਜ ਵਿੱਚ 3 ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਆਇਤਨ ਦੇ ਮਾਪੇ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਘਣਤਾ ਨੂੰ ਸਿਰਫ ਦੋ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

$$\begin{aligned} \text{ਘਣਤਾ (Density)} &= \frac{5.74}{1.2} \text{ g cm}^{-3} \\ &= 4.8 \text{ g cm}^{-3} \end{aligned}$$

### 2.7.3 ਅੰਗਣਿਤਕ ਗਣਨਾਵਾਂ ਦੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰਨ ਦੇ ਨਿਯਮ (Rules for Determining the Uncertainty in the Results of Arithmetic Calculations)

ਅੰਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ/ਮਾਪਿਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ ਜਾਂ ਤਰੁੱਟੀ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨ ਸੰਬੰਧੀ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਸਮਝਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(1) ਜੇ ਕਿਸੇ ਪਤਲੀ, ਆਇਤਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ, ਕਿਸੇ ਮੀਟਰ ਪੈਮਾਨੇ ਨਾਲ ਮਾਪ ਲੈਣ ਤੇ ਵਾਰੀ ਸਿਰ 16.2 cm ਅਤੇ 10.1 cm ਹੈ, ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਹਰੇਕ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ। ਇਸਦਾ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ —

$$\begin{aligned} l &= 16.2 \pm 0.1 \text{ cm} \\ &= 16.2 \text{ cm} \pm 0.6 \% \end{aligned}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਚੌੜਾਈ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ

$$\begin{aligned} b &= 10.1 \pm 0.1 \text{ cm} \\ &= 10.1 \text{ cm} \pm 1 \% \end{aligned}$$

ਤਦ, ਤਰੁੱਟੀ ਜੋੜ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ, ਦੋ (ਜਾਂ ਵੱਧ) ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਤਰੁੱਟੀ

$$\begin{aligned} lb &= 163.62 \text{ cm}^2 \pm 1.6\% \\ &= 163.62 \pm 2.6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਅਸੀਂ ਅੰਤਿਮ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਾਂਗੇ :

$$lb = 164 \pm 3 \text{ cm}^2$$

ਇੱਥੇ  $3 \text{ cm}^2$  ਆਇਤਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਤਰੁੱਟੀ ਜਾਂ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ ਹੈ।

(2) ਜੇ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ  $n$  ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜ਼ਿਕਰ ਹੈ, ਤਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜੇ ਵੀ  $n$  ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਹੀ ਮੰਨਣਯੋਗ ਹੋਣਗੇ।

ਐਪਰ, ਜੇ ਅੰਕੜੇ ਘਟਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਘੱਟ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ,  $12.9 \text{ g} - 7.06 \text{ g}$  ਦੋਹਾਂ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਹਨ, ਪਰ ਇਸਨੂੰ  $5.84 \text{ g}$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਪਰ ਸਿਰਫ  $5.8 \text{ g}$  ਲਿਖਿਆ ਜਾਵੇਗਾ, ਕਿਉਂਕਿ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਉ ਵਿੱਚ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾਵਾਂ ਵੱਖਰੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਸੰਯੋਜਿਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। (ਜੋੜੀਆਂ ਜਾਂ ਘਟਾਈਆਂ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਫੈਸਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ।

(3) ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ, ਜੋ ਦੱਸੇ ਗਏ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ, ਨਾ ਸਿਰਫ  $n$  ਤੇ, ਬਲਕਿ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ ਤੇ ਵੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ।



ਉਦਾਹਰਨ, ਪੁੰਜ  $1.02 \text{ g}$  ਦੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਐਕੁਰੇਸੀ  $\pm 0.01 \text{ g}$  ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੂਸਰਾ ਮਾਪ  $9.89 \text{ g}$  ਵੀ  $\pm 0.01 \text{ g}$  ਤੱਕ ਹੀ ਐਕੁਰੇਟ ਹੈ।

$$\begin{aligned} 1.02 \text{ g ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ} \\ &= (\pm 0.01/1.02) \times 100 \% \\ &= \pm 1\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ } 9.89 \text{ g ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਤਰੁੱਟੀ} \\ &= (\pm 0.01/9.89) \times 100 \% \\ &= \pm 0.1 \% \end{aligned}$$

ਅੰਤ ਵਿੱਚ, ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਬਹੁਤੇ ਪਦਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਗਣਨਾਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਮਾਪ ਨੂੰ, ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਜ਼ਨ ਵਾਲੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਇੱਕ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕ ਵੱਧ ਰਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਇਸ ਨੂੰ ਤਰਕ ਸੰਗਤ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਹੀ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਬਣਾਉਣ ਸਮੇਂ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਪੈਦਾ ਹੋ ਜਾਣਗੀਆਂ। ਉਦਾਹਰਨ,  $9.58$  ਦੇ ਵਿਉਂਤਕ੍ਰਮ (reciprocal) ਦਾ ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਤੇ ਮੁੱਲ  $0.104$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਪਰ  $0.104$  ਦਾ ਵਿਉਂਤਕ੍ਰਮ ਕਰਨ ਤੇ ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮੁੱਲ  $9.62$  ਹੈ। ਪਰ ਜੇ ਅਸੀਂ  $1/9.58 = 0.1044$  ਲਿਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਵਿਉਂਤਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਮੂਲ ਮੁੱਲ  $9.58$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।

ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ, ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਬਹੁਤੇ ਪਦਾਂ ਵਾਲੀ ਗਣਨਾ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ (ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪ੍ਰੀਸ਼ੀਜ਼ਨ ਵਾਲੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ) ਇੱਕ ਵਧੇਰੇ ਅੰਕ ਰੱਖਣ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਨਿਆਸੰਗਤ ਠਹਿਰਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨਾਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਵਾਧੂ ਤਰੁੱਟੀ ਤੋਂ ਬਚਿਆ ਜਾ ਸਕੇ।

## 2.8 ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ (DIMENSIONS OF PHYSICAL QUANTITIES)

ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਉਸ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੁਆਰਾ ਵਿਅਕਤ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਸੱਤ ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਭੌਤਿਕ ਸੰਸਾਰ ਦੀਆਂ ਸੱਤ ਵਿਮਾਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਡੀ ਬਰੈਕਟ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਵਿਮ  $[L]$ , ਬਿਜਲੀ ਧਾਰਾ  $[A]$ , ਤਾਪਮਾਨ ਦੀ  $[K]$ , ਜੋਤੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦੀ  $[cd]$ , ਅਤੇ ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਦੀ  $[mol]$  ਹੈ। ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਉਹਨਾਂ (ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ) ਨੂੰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਹੜੀਆਂ ਉਸ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਨ ਲਈ ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਤੇ ਚੜ੍ਹਾਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਵੱਡੀ ਬਰੈਕਟ  $[ ]$  ਵਿੱਚ ਬੰਦ ਕਰਨ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਉਸ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਵਿਮ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ।

ਯੰਤਰਕੀ ਵਿੱਚ, ਸਾਰੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਵਿਮਾਂ  $[L]$ ,  $[M]$  ਅਤੇ  $[T]$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਘੇਰਿਆ ਗਿਆ ਆਇਤਨ ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਉਸ ਦੀ ਉਚਾਈ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਗਟ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਆਇਤਨ ਦਾ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ  $= [L] [L] [L] = [L]^3 = [L^3]$ । ਕਿਉਂਕਿ, ਆਇਤਨ, ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਸਮੇਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ, ਇਸਲਈ ਇਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਆਇਤਨ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ ਦੀ ਵਿਮ ਜ਼ੀਰੋ,  $[M^0]$  ਸਮੇਂ ਦੀ ਵਿਮ ਜ਼ੀਰੋ  $[T^0]$  ਅਤੇ ਲੰਬਾਈ ਦੀਆਂ 3 ਵਿਮਾਂ  $[L^3]$  ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਲ (force) ਨੂੰ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ (acceleration) ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ,

$$\begin{aligned} \text{ਬਲ} &= \text{ਪੁੰਜ} \times \text{ਪ੍ਰਵੇਗ} \\ &= \text{ਪੁੰਜ} \times \text{ਲੰਬਾਈ}/(\text{ਸਮਾਂ})^2 \end{aligned}$$

ਬਲ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ  $[M][L]/[T]^2 = [MLT^{-2}]$  ਹਨ। ਇਸਲਈ ਬਲ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ ਦੀ 1, ਲੰਬਾਈ ਦੀ 1 ਅਤੇ ਸਮੇਂ ਦੀਆਂ 2 ਵਿਮਾਂ ਹਨ। ਇੱਥੇ ਬਾਕੀ ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ।

ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਸਤੁਤੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਮਿਕਦਾਰ (Magnitude) ਬਾਰੇ ਵਿਚਾਰ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਆਈਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਕਿਸਮ ਦੇ ਗੁਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ, ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ, ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ, ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ ਚਾਲ ਇਹ ਸਭ ਇਸ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਤੁੱਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਸਾਰੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਲੰਬਾਈ/ਸਮਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ; ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ  $[L]/[T]$  ਜਾਂ  $[LT^{-1}]$  ਹਨ।

## 2.9 ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ ਅਤੇ ਵਿਮੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ (DIMENSIONAL FORMULAE AND DIMENSIONAL EQUATIONS)

ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ ਉਹ ਵਿਅੰਜਨ (expression) ਹੈ ਜੋ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਕਿਸੇ ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਆਇਤਨ ਦਾ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ  $[M^0L^3T^0]$  ਅਤੇ ਵੇਗ ਜਾਂ ਚਾਲ ਦਾ  $[M^0LT^{-1}]$  ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $[M^0LT^{-2}]$  ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਅਤੇ  $[ML^{-3}T^0]$  ਘਣਤਾ ਦਾ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲਿਖਣ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਉਸ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਵਿਮੀ ਸਮੀਕਰਨ (dimensional equation) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਵਿਮੀ ਸਮੀਕਰਨ ਉਹ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਆਇਤਨ  $[V]$ , ਚਾਲ  $[v]$ , ਬਲ  $[F]$  ਘਣਤਾ  $[\rho]$  ਦੀਆਂ ਵਿਮੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ

ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :-

$$[V] = [M^0 L^3 T^0]$$

$$[v] = [M^0 L T^{-1}]$$

$$[F] = [M L T^{-2}]$$

$$[\rho] = [M L^{-3} T^0]$$

ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਵਿਮੀ ਸਮੀਕਰਨ, ਵਿਉਤਪੰਨ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਹੋਰ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਤੋਂ ਵਿਉਤਪੰਨ ਅਤੇ ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਤੁਹਾਡੇ ਮਾਰਗਦਰਸ਼ਨ ਅਤੇ ਤਤਕਾਲ ਸੰਦਰਭ ਲਈ ਅੰਤਕਾ-2 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।

## 2.10 ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ (DIMENSIONAL ANALYSIS AND ITS APPLICATIONS)

ਵਿਮੀ ਦੀਆਂ ਸੰਕਲਪਨਾਵਾਂ ਦੀ ਸਵੀਕਾਰਤਾ, ਜੋ ਕਿ ਭੌਤਿਕ ਵਿਵਹਾਰ ਦੇ ਵਰਣਨ ਦਾ ਮਾਰਗਦਰਸ਼ਨ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਆਪਣਾ ਇੱਕ ਅਧਾਰੀ ਮਹਤਵ ਰੱਖਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਿਰਫ ਉਹਨਾਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾ ਘਟਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮੀ ਸਮਾਨ ਹਨ। ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦਾ ਸੰਪੂਰਨ ਗਿਆਨ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧਾਂ ਦੇ ਨਿਗਮਨ (deduce) ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਵਿਉਤਪਤੀ, ਐਕਸ਼ਰੇਸ਼ੀ ਅਤੇ ਵਿਮੀ ਸੰਗਤਤਾ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਮਿਕਦਾਰਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ (ਜਾਂ ਭਾਗ) ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਉਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਵਿਵਹਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਆਮ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਪ੍ਰਤੀਕਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਖਤਮ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਹੀ ਗੱਲ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮੀ ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਕਿਸੇ ਗਣਿਤਕ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਪ੍ਰਤੀਕਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਈਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮੀ ਸਮਾਨ ਹੋਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ।

### 2.10.1 ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮੀ ਸੰਗਤੀ ਦੀ ਜਾਂਚ (Checking the Dimensional Consistency of Equations)

ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ (magnitudes) ਸਿਰਫ ਉਦੋਂ ਹੀ ਜੋੜੇ ਜਾਂ ਘਟਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮੀ ਸਮਾਨ ਹੋਣ। ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਹੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਬਲ ਨੂੰ ਵੇਗ ਦੇ ਨਾਲ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂ ਤਾਪਮਾਨ ਵਿੱਚੋਂ ਬਿਜਲੀ ਧਾਰਾ ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇਸ ਸਰਲ ਸਿਧਾਂਤ ਨੂੰ ਵਿਮੀ ਦਾ ਹੋਮੋਜੀਨੀਟੀ (ਇਕਰੇਗੀ) ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ (principle of homogeneity of dimensions) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਠੀਕ ਹੋਣ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਸਾਰੇ ਪਦਾਂ ਦੀਆਂ

ਵਿਮੀ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹ ਸਮੀਕਰਨ ਗਲਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (ਜਾਂ ਦੂਰੀ) ਦੇ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਵਿਉਤਪੰਨ ਕਰੀਏ, ਤਾਂ ਚਾਹੇ ਉਸ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ ਪ੍ਰਤੀਕ ਕੁਝ ਵੀ ਹੋਣ, ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮੀ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰਨ ਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਹਰ ਪਦ ਵਿੱਚ ਲੰਬਾਈ ਦੀਆਂ ਵਿਮੀ ਹੀ ਬਾਕੀ ਬਚਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇ ਅਸੀਂ ਚਾਲ ਦੇ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿਉਤਪੰਨ ਕਰੀਏ, ਤਾਂ ਇਸਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਦੇ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ ਸਰਲੀਕਰਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ  $[LT^{-1}]$  ਹੀ ਮਿਲਣਗੇ।

ਜੇ ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਸਹੀ ਹੋਣ ਵਿੱਚ ਸ਼ੱਕ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਠੀਕ ਹੋਣ ਦੀ ਪ੍ਰਾਥਮਿਕ ਜਾਂਚ ਦੇ ਲਈ ਵਿਮੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੀ ਆਮ ਪਰੰਪਰਾ ਹੈ। ਪਰ, ਵਿਮੀ ਸੰਗਤੀ ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਸਹੀ ਹੋਣ ਦੀ ਗਾਰੰਟੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਅਵਿਮ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਾਂ ਫਲਨਾਂ ਦੀ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ ਦੀ ਸੀਮਾ ਤੱਕ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ (trigonometric), ਲਘੂਗਣਕੀ (logarithmic), ਚਲ ਘਾਤ ਅੰਕੀ (exponential) ਫਲਨਾਂ (functions) ਵਰਗੇ ਖਾਸ ਫਲਨਾਂ ਦੇ ਕੋਣ ਅੰਕ (arguments) ਅਵਿਮੀ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ, ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ, ਜਿਵੇਂ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੋਣ (ਲੰਬਾਈ/ਲੰਬਾਈ), ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਪਵਰਤਨ ਅੰਕ (refractive index) (ਨਿਰਵਾਯੂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਵੇਗ/ਆਧਿਅਮ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਵੇਗ) ਆਦਿ ਦੀ ਕੋਈ ਵਿਮ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

ਹੁਣ, ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਿਮੀ ਸੰਗਤੀ ਜਾਂ ਸਮਅੰਗਤਾ (homogeneity) ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$x = x_0 + v_0 t + (1/2) a t^2$$

ਜਿੱਥੇ  $x$  ਕਿਸੇ ਕਣ ਜਾਂ ਪਿੰਡ ਦੁਆਰਾ  $t$  ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਉਹ ਦੂਰੀ ਹੈ, ਜੋ ਕਣ ਜਾਂ ਪਿੰਡ ਸਮੇਂ  $t = 0$  ਤੇ ਸਥਿਤੀ  $x_0$  ਤੋਂ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ  $v_0$  ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਕ-ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ  $a$  ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਹਰੇਕ ਪਦ ਲਈ ਵਿਮੀ ਸਮੀਕਰਨ ਲਿਖਣ ਤੇ

$$[x] = [L]$$

$$[x_0] = [L]$$

$$[v_0 t] = [L T^{-1}] [T]$$

$$= [L]$$

$$[(1/2) a t^2] = [L T^{-2}] [T^2]$$

$$= [L]$$

ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਪਦਾਂ ਦੀਆਂ ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਪਦਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮੀ ਬਰਾਬਰ (ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀਆਂ) ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿਮੀ ਪੱਖ ਤੋਂ ਠੀਕ ਹੈ।

ਇਥੇ ਧਿਆਨ ਦੇਣ ਯੋਗ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ, ਕਿ ਵਿਮੀ ਸੰਗਤੀ ਪਰੀਖਣ, ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਗਤੀ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਵੱਧ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਦੱਸਦਾ। ਪਰ, ਇਸ ਦਾ ਲਾਭ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਚੋਣ ਲਈ ਪਾਬੰਦ ਨਹੀਂ ਹਾਂ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਸਾਨੂੰ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਆਪਸੀ ਗੁਣਜਾਂ (multiples) ਜਾਂ ਅਪਵਰਤਕਾਂ

(sub-multiples) ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਨ ਦੀ ਚਿੰਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਇਸ ਗੱਲ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਕੋਈ ਸਮੀਕਰਨ ਸੰਗਤੀ ਪਰੀਖਣ ਵਿੱਚ ਅਸਫਲ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਗਲਤ ਸਿੱਧ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਪਰ ਜੇ ਇਹ ਪਰੀਖਣ ਵਿੱਚ ਸਫਲ ਹੋ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਸਿੱਧ ਨਹੀਂ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਕਿ ਉਹ ਸਹੀ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੋਈ ਸਮੀਕਰਨ ਜੋ ਵਿਮੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਹੈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਬਿਲਕੁਲ ਠੀਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੋਵੇ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਵਿਮੀ ਪੱਖ ਤੋਂ ਗਲਤ ਜਾਂ ਅਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਨ ਗਲਤ ਹੀ ਹੋਵੇਗਾ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.15** ਆਉ, ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

ਇੱਥੇ  $m$  ਵਸਤੂ ਦਾ ਪੁੰਜ,  $v$  ਇਸਦਾ ਵੇਗ ਹੈ,  $g$  ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਅਤੇ  $h$  ਉਚਾਈ ਹੈ। ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿਮੀ ਪੱਖ ਤੋਂ ਠੀਕ ਹੈ।

**ਹੱਲ :** ਇੱਥੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ

$$[M] [L T^{-1}]^2 = [M] [L^2 T^{-2}] = [M L^2 T^{-2}]$$

ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ

$$[M][L T^{-2}] [L] = [M][L^2 T^{-2}] = [M L^2 T^{-2}]$$

ਕਿਉਂਕਿ, ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿਮੀ ਪੱਖ ਤੋਂ ਸਹੀ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.16** ਊਰਜਾ ਦਾ SI ਮਾਤਰਕ  $J = \text{kg m}^2\text{s}^{-2}$  ਹੈ, ਚਾਲ  $v$  ਦਾ  $\text{ms}^{-1}$  ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ  $a$  ਦਾ  $\text{ms}^{-2}$  ਹੈ। ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ( $K$ ) ਦੇ ਲਈ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸੂਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸ-ਕਿਸ ਨੂੰ ਵਿਮੀ ਪੱਖ ਤੋਂ ਗਲਤ ਦੱਸੋਗੇ? ( $m$  ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਹੈ)

- (a)  $K = m^2 v^3$
- (b)  $K = (1/2)mv^2$
- (c)  $K = ma$
- (d)  $K = (3/16)mv^2$
- (e)  $K = (1/2)mv^2 + ma$

**ਹੱਲ :** ਹਰੇਕ ਸਹੀ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੇ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ ਸਮਾਨ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਵੀ ਕਿ ਸਿਰਫ਼ ਬਰਾਬਰ ਵਿਮਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂ ਘਟਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ (a) ਦੇ ਲਈ  $[M^2L^3T^{-3}]$ ; (b) ਅਤੇ (d) ਦੇ ਲਈ  $[ML^2T^{-2}]$ ; (c) ਦੇ ਲਈ  $[MLT^{-2}]$  ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (e) ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਕੋਈ ਉਚਿਤ ਵਿਮ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਿਮਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਕਿਉਂਕਿ  $K$  ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ  $[ML^2T^{-2}]$  ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਸੂਤਰ (a), (c) ਅਤੇ

(e) ਵਿਮੀ ਪੱਖ ਤੋਂ ਸੰਗਤ ਨਹੀਂ ਹੋ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਵਿਮੀ ਤਰਕਾਂ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਚਲਦਾ ਕਿ (b) ਜਾਂ (d) ਵਿੱਚ ਕਿਹੜਾ ਸੂਤਰ ਸਹੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਲਈ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਅਸਲ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦੇਖਣਾ ਪਵੇਗਾ। (ਦੇਖੋ ਪਾਠ 6) ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਸਹੀ ਸੂਤਰ (b) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

**2.10.2 ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨਾ (Deducing Relation among the Physical Quantities)**

ਕਦੇ ਕਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਲਈ ਵਿਮੀ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਕਿਹੜੀ-ਕਿਹੜੀ ਦੂਸਰੀ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ (ਤਿੰਨ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਾਂ ਇੱਕ ਘਾਤੀ ਸੂਤਰ ਚਲਾ ਤੱਕ)। ਇਸਦੇ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਨਿਰਭਰ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਘਾਤਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਆਉ, ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਸਮਝੀਏ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 2.17** ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਪੈਂਡੂਲਮ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਗੋਲੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਧਾਰੀ ਨਾਲ ਬੰਨ੍ਹ ਕੇ ਲਟਕਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਜੋ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਅਧੀਨ ਡੋਲਨ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਇਸ ਪੈਂਡੂਲਮ ਦਾ ਡੋਲਨ ਕਾਲ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ( $l$ ), ਗੋਲੇ ਦੇ ਪੁੰਜ ( $m$ ) ਅਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ( $g$ ) ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਵਿਮੀ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇਸਦੇ ਡੋਲਨ ਕਾਲ ਦੇ ਸੂਤਰ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਡੋਲਨ ਕਾਲ  $T$  ਦੀ, ਰਾਸ਼ੀਆਂ  $l, g$  ਅਤੇ  $m$  ਤੇ ਨਿਰਭਰਤਾ ਨੂੰ ਇੱਕ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ —

$$T = k l^x g^y m^z$$

ਜਿੱਥੇ  $k$  ਇੱਕ ਵਿਮਹੀਣ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ ਅਤੇ  $x, y, z$  ਘਾਤ ਅੰਕ ਹਨ। ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ ਲਿਖਣ ਤੇ

$$[L^0 M^0 T^1] = [L^1]^x [L^1 T^{-2}]^y [M^1]^z = L^{x+y} T^{-2y} M^z$$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਤੇ  $x + y = 0; -2y = 1; \text{ ਅਤੇ } z = 0$

ਇਸ ਲਈ  $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}, z = 0$

$\therefore T = k l^{1/2} g^{-1/2}$

ਜਾਂ,  $T = k \sqrt{\frac{l}{g}}$



ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਇੱਥੇ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $k$  ਦਾ ਮਾਨ ਵਿਮੀ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇੱਥੇ ਇਸਦਾ ਕੋਈ ਅਰਥ ਨਹੀਂ ਕਿ ਸੂਤਰ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਨਾਲ ਵਿਮਾਂ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀਆਂ।

$$\text{ਅਸਲ ਵਿੱਚ, } k = 2\pi \text{ ਇਸ ਲਈ } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧਿਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਲਈ ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਬਹੁਤ ਲਾਹੇਵੰਦ ਹੈ। ਪਰ, ਵਿਮੀ

ਸਥਿਰ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਇਸ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਵਿਮੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਸਿਰਫ ਵਿਮੀ ਵੈਧਤਾ ਹੀ ਜਾਂਚੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਯਥਾਰਥ ਸੰਬੰਧਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ। ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਵਿਮਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਫ਼ਰਕ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੀ।

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਦਿਤੇ ਗਏ ਕਈ ਅਭਿਆਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ, ਆਪਸੀ ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦੀ ਕੁਸ਼ਲਤਾ ਵਿਕਸਿਤ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ ਹੋਣਗੇ।

### ਸਾਰ (SUMMARY)

1. ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮਾਪ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਇੱਕ ਮਾਤਰਾਤਮਕ ਵਿਗਿਆਨ ਹੈ। ਕੁਝ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਿਵੇਂ ਲੰਬਾਈ, ਪੁੰਜ, ਸਮਾਂ, ਬਿਜਲੀ ਕਰੰਟ, ਥਰਮੋਡਾਇਨਾਮਿਕ ਤਾਪਮਾਨ, ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਅਤੇ ਜੋਤੀ ਤੀਬਰਤਾ, ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚੁਣੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ।
2. ਹਰੇਕ ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀ ਕਿਸੇ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕ (ਜਿਵੇਂ- ਮੀਟਰ, ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ, ਸੈਕੰਡ, ਐਮਪੀਅਰ, ਕੈਲਵਿਨ, ਮੋਲ ਅਤੇ ਕੈਂਡਲਾ) ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਹੈ। ਮੂਲ ਮਾਤਰਕ ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਚੁਣੇ ਹੋਏ ਪਰ ਸਹੀ ਢੰਗ ਨਾਲ ਮਿਆਰੀਕਰਨ ਕੀਤੇ ਹੋਏ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਮਿਆਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
3. ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਤੋਂ ਵਿਉਤਪਾਦਤ ਹੋਰ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵਿਉਤਪਾਦਤ ਮਾਤਰਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਮੂਲ ਅਤੇ ਵਿਉਤਪਾਦਤ ਦੋਵੇਂ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਪੂਰਨ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਮਾਤਰਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
4. ਸੱਤ ਮੂਲ ਮਾਤਰਕਾਂ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (SI) ਵਰਤਮਾਨ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪੱਧਰ ਤੇ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਹੈ। ਇਹ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਸਾਰੇ ਸੰਸਾਰ ਵਿੱਚ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਵਿਚ ਲਿਆਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
5. ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਅਤੇ ਵਿਉਤਪਾਦਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸਾਰੇ ਭੌਤਿਕ ਮਾਪਾਂ ਵਿੱਚ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਕੁਝ ਵਿਉਤਪਾਦਤ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਨਾਵਾਂ (ਜਿਵੇਂ ਜੂਲ, ਨਿਊਟਨ, ਵਾਟ) ਆਦਿ ਨਾਲ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
6. SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਅਤੇ ਅੰਤਰ-ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪੱਧਰ ਤੇ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮਾਤਰਕ ਪ੍ਰਤੀਕ ਹਨ (ਜਿਵੇਂ ਮੀਟਰ ਦੇ ਲਈ  $m$ , ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦੇ ਲਈ  $kg$ , ਸੈਕੰਡ ਦੇ ਲਈ  $s$ , ਐਮਪੀਅਰ ਦੇ ਲਈ  $A$ , ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਲਈ  $N$ , ਆਦਿ।
7. ਆਮ ਕਰਕੇ ਛੋਟੀਆਂ ਅਤੇ ਵੱਡੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਭੌਤਿਕ ਮਾਪਾਂ ਨੂੰ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਲਿਪੀ ਵਿੱਚ 10 ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਨਾਲ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਮਾਪ ਸੰਕੇਤਾਂ ਅਤੇ ਨਿਉਮੈਰੀਕਲ ਗਣਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਪ੍ਰੀਸੀਜ਼ਨ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਲਿਪੀ ਅਤੇ ਪ੍ਰੀਫਿਕਸਾਂ (prefix) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
8. ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਸੰਕੇਤਕ ਅਤੇ SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਕਾਂ, ਕੁਝ ਹੋਰ ਮਾਤਰਕਾਂ, ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਅਤੇ ਮਾਪਾਂ ਨੂੰ ਠੀਕ ਢੰਗ ਨਾਲ ਵਿਅਕਤ ਕਰਨ ਲਈ ਪ੍ਰੀਫਿਕਸਾਂ ਦੇ ਲਈ ਕੁਝ ਆਮ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।
9. ਕਿਸੇ ਵੀ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਗਣਨਾ ਵਿੱਚ ਉਸ ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਲਈ ਸੰਬੰਧ (ਸੰਬੰਧਾਂ) ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ ਵਿਉਤਪਾਦਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨੂੰ ਲੋੜੀਂਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਤੱਕ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
10. ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮਾਪ ਲਈ ਸਿੱਧੇ ਅਤੇ ਅਸਿੱਧੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਮਾਪ ਕੀਤੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਮਿਕਦਾਰ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਮਾਪ ਯੰਤਰਾਂ ਦੀ ਯਥਾਰਥਤਾ (accuracy) ਅਤੇ ਪ੍ਰੀਸੀਜ਼ਨ ਦੇ ਨਾਲ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਨੂੰ ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
11. ਮਾਪਿਤ ਅਤੇ ਗਣਨਾ ਕੀਤੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਠੀਕ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਹੀ ਰੱਖੇ ਰਹਿਣ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਰਨ ਅਤੇ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅੰਕ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਪਾਲਣਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
12. ਮੂਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਮਾਂ ਦਾ ਸੰਯੋਜਨ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਿਮੀ ਸੰਗਤੀ ਦੀ ਜਾਂਚ ਅਤੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਵਿਉਤਪਾਦਤ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਕੋਈ ਵਿਮੀ ਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਨ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਹੋਵੇ, ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਪਰ ਵਿਮੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗਲਤ ਜਾਂ ਅਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਨ ਗਲਤ ਹੀ ਹੋਵੇਗੀ।

## ਅਭਿਆਸ (EXERCISE)

ਟਿੱਪਣੀ : ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਉੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖਦੇ ਸਮੇਂ, ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ।

## 2.1 ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ :

- ਕਿਸੇ 1 cm ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਘਣ ਦਾ ਆਇਤਨ .....m<sup>3</sup> ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ 2 cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਅਤੇ 10 cm ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਸਿਲੰਡਰ ਦਾ ਸਤਿਹੀ ਖੇਤਰਫਲ ... (mm)<sup>2</sup> ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।
- ਕੋਈ ਵਾਹਨ 18 km h<sup>-1</sup> ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਿਹਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ 1 s ਵਿੱਚ ....m ਚਲਦਾ ਹੈ।
- ਸ਼ੀਸੇ ਦੀ ਸਾਪੇਖੀ ਘਣਤਾ 11.3 ਹੈ। ਇਸਦੀ ਘਣਤਾ ... g cm<sup>-3</sup> ਜਾਂ ... kg m<sup>-3</sup> ਹੈ।

## 2.2 ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਨੂੰ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਉਚਿਤ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੁਆਰਾ ਭਰੋ :

- 1 kg m<sup>2</sup> s<sup>-2</sup> = ....g cm<sup>2</sup> s<sup>-2</sup>
- 1 m = ..... ly
- 3.0 m s<sup>-2</sup> = .... km h<sup>-2</sup>
- $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 (\text{kg})^{-2} = \dots (\text{cm})^3 \text{ s}^{-2} \text{ g}^{-1}$ .

2.3 ਤਾਪ ਜਾਂ ਊਰਜਾ ਦਾ ਮਾਤਰਕ ਕੈਲੋਰੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਲਗਭਗ 4.2 J ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ 1J = 1 kg m<sup>2</sup> s<sup>-2</sup>। ਮੰਨ ਲਵੋ ਕਿ ਅਸੀਂ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨਾਲ ਪੁੰਜ ਦਾ ਮਾਤਰਕ  $\alpha$  kg ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਮਾਤਰਕ  $\beta$  m ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਸਮੇਂ ਦਾ ਮਾਤਰਕ  $\gamma$  s ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਇਹ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਨਵੇਂ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕੈਲੋਰੀ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ 4.2  $\alpha^{-1} \beta^{-2} \gamma^2$  ਹੈ।

## 2.4 ਇਸ ਕਥਨ ਦੀ ਸਪਸ਼ਟ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ :

ਤੁਲਨਾ ਦੇ ਮਾਨਕ ਦਾ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਉਲੇਖ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ “ਕਿਸੇ ਵਿਧੀ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ‘ਵੱਡਾ’ ਜਾਂ ‘ਛੋਟਾ’ ਕਹਿਣਾ ਅਰਥਹੀਣ ਹੈ।” ਇਸ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿਚ ਰਖਦੇ ਹੋਏ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਜਿੱਥੇ ਕਿਤੇ ਬੋਲੋੜ ਹੋਵੇ, ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿਚ ਵਿਅਕਤ ਕਰੋ।

- ਪਰਮਾਣੂ ਬਹੁਤ ਛੋਟੇ ਪਿੰਡ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
- ਜੇਟ ਜਹਾਜ਼ ਬਹੁਤ ਹੀ ਤੇਜ਼ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚਲਦਾ ਹੈ।
- ਬ੍ਰਿਹਸਪਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ।
- ਇਸ ਕਮਰੇ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹਵਾ ਵਿਚ ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਹੁਤ ਵੱਧ ਹੈ।
- ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਭਾਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਧੁਨੀ ਦੀ ਗਤੀ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਗਤੀ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਹੀ ਘਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

## 2.5 ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਨਵਾਂ ਮਾਤਰਕ ਚੁਣਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਨਿਰਵਾਯੂ ਵਿਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਚਾਲ 1 ਹੈ। ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਨਵੇਂ ਮਾਤਰਕ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿਚ ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਵਿਚ ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ, ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਇਸ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਤੈਅ ਕਰਨ ਵਿੱਚ 8 min ਅਤੇ 20 s ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ।

## 2.6 ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਮਾਪ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਭ ਤੋਂ ਪ੍ਰੀਸਾਈਜ਼ ਯੰਤਰ ਹੈ :

- ਇੱਕ ਵਰਨੀਅਰ ਕੈਲੀਪਰਜ਼ ਜਿਸਦੇ ਵਰਨੀਅਰ ਪੈਮਾਨੇ ਤੇ 20 ਭਾਗ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਸਕਰੂਗੇਜ਼ ਜਿਸਦਾ ਚੂੜੀ ਅੰਤਰਾਲ 1 mm ਅਤੇ ਚੱਕਰੀ ਪੈਮਾਨੇ ਤੇ 100 ਭਾਗ ਹਨ।
- ਕੋਈ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ੀ ਯੰਤਰ ਜੋ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਤਰੰਗ ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਅੰਦਰ ਲੰਬਾਈ ਮਾਪ ਸਕਦਾ ਹੈ।

## 2.7 ਕੋਈ ਵਿਦਿਆਰਥੀ 100 ਗੁਣਾ ਵਡਦਰਸ਼ਨ (magnification) ਦੇ ਇੱਕ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ ਦੁਆਰਾ ਦੇਖ ਕੇ ਮਨੁੱਖ ਦੇ ਵਾਲਾਂ ਦੀ ਮੋਟਾਈ ਦਾ ਮਾਪ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਉਹ 20 ਵਾਰ ਪ੍ਰੇਖਣ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਨੂੰ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੂਖਮਦਰਸ਼ੀ ਦੇ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵਾਲ ਦੀ ਔਸਤ ਮੋਟਾਈ 3.5 mm ਹੈ। ਵਾਲ ਦੀ ਮੋਟਾਈ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਕੀ ਹੈ ?

## 2.8 ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਉ :

- ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਧਾਗਾ ਅਤੇ ਮੀਟਰ ਪੈਮਾਨਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਧਾਗੇ ਦੇ ਵਿਆਸ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਗਾਉਗੇ ?
- ਇੱਕ ਸਕਰੂਗੇਜ਼ ਦਾ ਚੂੜੀ ਅੰਤਰਾਲ (pitch) 1.0 mm ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਦੇ ਚੱਕਰੀ ਪੈਮਾਨੇ ਤੇ 200 ਹਿੱਸੇ ਹਨ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਸੋਚਦੇ ਹੋ ਕਿ ਚੱਕਰੀ ਪੈਮਾਨੇ ਤੇ ਵਿਭਾਜਨਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਮਨਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਵਧਾ ਦੇਣ ਤੇ ਸਕਰੂਗੇਜ਼ ਦੀ ਯਥਾਰਥਤਾ (accuracy) ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਕਰਨਾ ਸੰਭਵ ਹੈ ?
- ਵਰਨੀਅਰ ਕੈਲੀਪਰਜ਼ ਦੁਆਰਾ ਪਿੱਤਲ ਦੀ ਕਿਸੇ ਪਤਲੀ ਛੜ ਦਾ ਔਸਤ ਵਿਆਸ ਮਾਪਿਆ ਜਾਣਾ ਹੈ। ਸਿਰਫ 5 ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿਚ ਵਿਆਸ ਦੇ 100 ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਦੁਆਰਾ ਵੱਧ ਵਿਸ਼ਵਾਸਯੋਗ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਕਿਉਂ ਹੈ ?

2.9 ਕਿਸੇ ਮਕਾਨ ਦਾ ਫੋਟੋਗ੍ਰਾਫ਼ 35 mm ਸਲਾਈਡ ਤੇ 1.75 cm<sup>2</sup> ਖੇਤਰਾ ਘੇਰਦਾ ਹੈ। ਸਲਾਈਡ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਸਕਰੀਨ ਤੇ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਕਰੀਨ ਤੇ ਮਕਾਨ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 1.55 m<sup>2</sup> ਹੈ। ਪ੍ਰੋਜੈਕਟਰ-ਸਕਰੀਨ ਵਿਵਸਥਾ ਦਾ ਰੇਖੀ ਵਡਦਰਸ਼ਨ (linear magnification) ਕੀ ਹੈ ?

**2.10** ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ :

- (a)  $0.007 \text{ m}^2$
- (b)  $2.64 \times 10^{24} \text{ kg}$
- (c)  $0.2370 \text{ g cm}^{-3}$
- (d)  $6.320 \text{ J}$
- (e)  $6.032 \text{ N m}^{-2}$
- (f)  $0.0006032 \text{ m}^2$

**2.11** ਧਾਤ ਦੀ ਕਿਸੇ ਆਇਤਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਮੋਟਾਈ ਵਾਰੀ ਸਿਰ  $4.234 \text{ m}$ ,  $1.005 \text{ m}$  ਅਤੇ  $2.01 \text{ cm}$  ਹੈ। ਠੀਕ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਇਸ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**2.12** ਪੰਸਾਰੀ ਦੀ ਤੱਕੜੀ ਦੁਆਰਾ ਮਾਪੇ ਗਏ ਡੱਬੇ ਦਾ ਪੁੰਜ  $2.300 \text{ kg}$  ਹੈ। ਸੋਨੇ ਦੇ ਦੋ ਟੁਕੜੇ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ  $20.15 \text{ g}$  ਅਤੇ  $20.17 \text{ g}$  ਹੈ, ਡੱਬੇ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। (a) ਡੱਬੇ ਦਾ ਕੁਲ ਪੁੰਜ ਕਿੰਨਾ ਹੈ, (b) ਠੀਕ ਸਾਰਥਕ ਅੰਕਾਂ ਤੱਕ ਟੁਕੜਿਆਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਵਿਚ ਕਿੰਨਾ ਅੰਤਰ ਹੈ?

**2.13** ਕੋਈ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ  $P$ , ਚਾਰ ਪ੍ਰੋਖਣ-ਯੋਗ ਰਾਸ਼ੀਆਂ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ਅਤੇ  $d$  ਨਾਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ :

$$P = a^3 b^2 / (\sqrt{c} d)$$

$a$ ,  $b$ ,  $c$  ਅਤੇ  $d$  ਦੇ ਮਾਪ ਵਿਚ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਵਾਰੀ ਸਿਰ  $1\%$ ,  $3\%$ ,  $4\%$  ਅਤੇ  $2\%$  ਹਨ। ਰਾਸ਼ੀ  $P$  ਵਿਚ ਪ੍ਰਤਿਸ਼ਤ ਤਰੁੱਟੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ? ਜੇ ਉੱਪਰ ਦਸੇ ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $P$  ਦਾ ਕੈਲਕੁਲੇਟਡ ਮੁੱਲ  $3.763$  ਆਉਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਕਿਸ ਮੁੱਲ ਤੱਕ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਵਿਚ ਬਦਲੋਗੇ?

**2.14** ਕਿਸੇ ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ, ਜਿਸ ਦੀ ਛਪਾਈ ਵਿੱਚ ਕਈ ਤਰੁੱਟੀਆਂ ਹਨ, ਆਵਰਤ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਣ ਦੇ ਚਾਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੂਤਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ :

- (a)  $y = a \sin 2\pi t/T$
- (b)  $y = a \sin vt$
- (c)  $y = (a/T) \sin t/a$
- (d)  $y = (a\sqrt{2}) (\sin 2\pi t/T + \cos 2\pi t/T)$

( $a$  = ਕਣ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਿਸਥਾਪਨ,  $v$  = ਕਣ ਦੀ ਚਾਲ,  $T$  = ਕਣ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ)। ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਆਧਾਰ ਤੇ ਗਲਤ ਸੂਤਰਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ ਕਰੋ।

**2.15** ਭੌਤਿਕੀ ਦਾ ਮਸ਼ਹੂਰ ਸੰਬੰਧ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੇ “ਗਤੀਮਾਨ ਪੁੰਜ” (moving mass)  $m$ , “ਵਿਰਾਮ ਪੁੰਜ” (rest mass)  $m_0$ , ਇਸਦੀ ਚਾਲ  $v$ , ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਚਾਲ  $c$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ। (ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਐਲਬਰਟ ਆਈਨਸਟੀਨ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸਾਪੇਖਤਾ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਪੈਦਾ ਹੋਇਆ ਸੀ)। ਕੋਈ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਲਗਭਗ ਸਹੀ ਯਾਦ ਕਰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $c$  ਨੂੰ ਲਗਾਉਣਾ ਭੁੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਉਹ ਲਿਖਦਾ ਹੈ

$$m = \frac{m_0}{(1-v^2)^{1/2}} .$$

ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਉ ਕਿ  $c$  ਕਿੱਥੇ ਲੱਗੇਗਾ।

**2.16** ਪਰਮਾਣਵੀ ਪੈਮਾਨੇ ਤੇ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਮਾਤਰਕ ਆਂਗਸਟਰਮ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ  $\text{\AA}$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ :  $1 \text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$ । ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਦੇ ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਸਾਈਜ਼ ਲਗਭਗ  $5 \text{\AA}$  ਹੈ। ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਮੋਲ ਦਾ  $\text{m}^3$  ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਆਣਵਿਕ ਆਇਤਨ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ?

**2.17** ਕਿਸੇ ਆਦਰਸ਼ ਗੈਸ ਦਾ ਇੱਕ ਮੋਲ ਮਾਨਕ ਤਾਪ ਅਤੇ ਦਬਾਅ (standard temperature and pressure) ਤੇ  $22.4 \text{ L}$  ਆਇਤਨ (ਮੋਲਰ ਆਇਤਨ) ਘੇਰਦਾ ਹੈ। ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਦੇ ਮੋਲਰ ਆਇਤਨ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਇੱਕ ਮੋਲ ਦੇ ਪਰਮਾਣਵੀ ਆਇਤਨ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਕੀ ਹੈ? (ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਦੇ ਅਣੂ ਦਾ ਸਾਈਜ਼ ਲਗਭਗ  $1 \text{\AA}$  ਮੰਨੋ)। ਇਹ ਅਨੁਪਾਤ ਇੰਨਾਂ ਵੱਧ ਕਿਉਂ ਹੈ?

**2.18** ਇੱਕ ਆਮ ਪ੍ਰੋਖਣ ਦੀ ਸਪੱਸ਼ਟ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ — ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਤੀਬਰ ਗਤੀ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਕਿਸੇ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੀ ਖਿੜਕੀ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਨੇੜੇ ਦੇ ਰੁੱਖ, ਮਕਾਨ ਆਦਿ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਪਰ ਦੂਰ ਵਾਲੇ ਪਿੰਡ (ਪਹਾੜੀਆਂ, ਚੰਦਰਮਾ, ਤਾਰੇ ਆਦਿ) ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। (ਅਸਲ ਵਿੱਚ, ਕਿਉਂਕਿ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਚੱਲ ਰਹੇ ਹੋ, ਇਸ ਲਈ, ਇਹ ਦੂਰ ਵਾਲੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਚਲਦੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ)।

- 2.19** ਨੇੜਲੇ ਤਾਰਿਆਂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸੈਕਸ਼ਨ 2.3.1 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪੈਰੋਲੈਕਸ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਆਪਣੇ ਪੱਥ ਵਿੱਚ ਛੇ ਮਹੀਨਿਆਂ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ ਤੇ ਧਰਤੀ ਤੇ ਆਪਣੇ ਦੋ ਸਥਾਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ (base line) AB ਹੈ। ਭਾਵ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ AB ਹੈ। ਅਰਥਾਤ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਧਰਤੀ ਦੇ ਪਥ ਦੇ ਵਿਆਸ  $\approx 3 \times 10^{11} \text{m}$  ਦੇ ਲਗਭਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਪਰ ਕਿਉਂਕਿ ਨੇੜੇ ਦੇ ਤਾਰੇ ਵੀ ਇੰਨੀ ਦੂਰ ਹਨ ਕਿ ਇੰਨੀ ਲੰਬੀ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਹੋਣ ਤੇ ਵੀ ਉਹ ਚਾਪ (arc) ਤੇ ਸਿਰਫ  $1''$  (ਸੈਕੰਡ, ਚਾਪ ਦਾ) ਦੇ ਆਰਡਰ ਦਾ ਪੈਰੋਲੈਕਸ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਖਗੋਲੀ ਪੈਮਾਨੇ ਤੇ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਮਾਤਰਕ ਪਾਰਸੇਕ ਹੈ। ਇਹ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਉਹ ਦੂਰੀ ਹੈ ਜੋ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਸੂਰਜ ਤਕ ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਦੋ ਉਲਟ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਤੋਂ ਚਾਪ ਦੇ  $1''$  ਦਾ ਪੈਰੋਲੈਕਸ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਮੀਟਰਾਂ ਵਿਚ ਇੱਕ ਪਾਰਸੇਕ ਕਿੰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?
- 2.20** ਸਾਡੇ ਸੂਰਜੀ ਪਰਿਵਾਰ ਦੇ ਨੇੜੇ ਵਾਲਾ ਤਾਰਾ 4.29 ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਵਰ੍ਹਾ ਦੂਰ ਹੈ। ਪਾਰਸੇਕ ਵਿੱਚ ਇਹ ਦੂਰੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ? ਇਹ ਤਾਰਾ (ਅਲਫਾ ਸੈਂਚੁਰੀ ਨਾਂ ਦਾ) ਤਦ ਕਿੰਨਾ ਪੈਰੋਲੈਕਸ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰੇਗਾ ਜਦੋਂ ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ ਗਿਰਦ ਆਪਣੇ ਪੱਥ ਵਿੱਚ ਧਰਤੀ ਦੇ ਦੋ ਸਥਾਨਾਂ ਤੋਂ, ਜੋ ਛੇ ਮਹੀਨੇ ਦੇ ਫਰਕ ਤੇ ਹਨ, ਦੇਖਿਆ ਜਾਵੇਗਾ ?
- 2.21** ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰੀਸੀਜ਼ਨ ਮਾਪ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਦੁਸ਼ਮਣ ਦੇ ਲੜਾਕੂ ਜਹਾਜ਼ ਦੀ ਚਾਲ ਸੁਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਬਹੁਤ ਹੀ ਛੋਟੇ ਸਮੇਂ-ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਤੇ ਇਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਕੋਈ ਯਥਾਰਥ ਵਿਧੀ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਵਿਸ਼ਵ ਯੁੱਧ ਵਿੱਚ ਰਾਡਾਰ ਦੀ ਖੋਜ ਦੇ ਪਿੱਛੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮਕਸਦ ਇਹੀ ਸੀ। ਆਧੁਨਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀਆਂ ਉਹਨਾਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਨੂੰ ਸੋਚੋ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਲੰਬਾਈ, ਸਮਾਂ, ਪੁੰਜ ਆਦਿ ਦੇ ਪ੍ਰੀਸਾਈਜ਼ ਮਾਪ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਹੋਰ ਜਿਸ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿਚ ਵੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਪ੍ਰੀਸੀਜ਼ਨ ਦੀ ਮਾਤਰਾਤਮਕ ਧਾਰਨਾ ਦਿਉ।
- 2.22** ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੀਸਾਈਜ਼ ਮਾਪ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਪੂਰਨ ਵਿਚਾਰਾਂ ਅਤੇ ਆਮ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮੋਟੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਲਾਉਣਾ ਵੀ ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ। ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਬਾਰੇ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਾਉਣ ਬਾਰੇ ਕੁਝ ਤਰੀਕੇ ਸੋਚੋ (ਜਿਥੇ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਾਉਣਾ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੈ, ਉੱਥੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾ ਦਾ ਪਤਾ ਲਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ) —
- (a) ਮਾਨਸੂਨ ਦੌਰਾਨ ਭਾਰਤ ਉੱਪਰ ਵਰਖਾ ਧਾਰੀ ਬੱਦਲਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ।
- (b) ਕਿਸੇ ਹਾਥੀ ਦਾ ਪੁੰਜ
- (c) ਕਿਸੇ ਤੁਫਾਨ ਦੌਰਾਨ ਹਵਾ ਦੀ ਚਾਲ
- (d) ਤੁਹਾਡੇ ਸਿਰ ਤੇ ਵਾਲਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ
- (e) ਤੁਹਾਡੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਕਮਰੇ ਵਿੱਚ ਹਵਾ ਦੇ ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ।
- 2.23** ਸੂਰਜ ਇੱਕ ਗਰਮ ਪਲਾਜ਼ਮਾ (hot plasma) (ਆਇਨੀਕ੍ਰਿਤ ਪਦਾਰਥ ionized matter) ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਰ (core) ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ  $10^7 \text{K}$  ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ ਸਤਹਿ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਲਗਭਗ  $6000 \text{K}$  ਹੈ। ਇਨ੍ਹੇ ਵੱਧ ਤਾਪਮਾਨ ਤੇ ਕੋਈ ਵੀ ਪਦਾਰਥ ਠੋਸ ਜਾਂ ਤਰਲ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਰਹਿ ਸਕਦਾ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਸੂਰਜ ਦੀ ਪੁੰਜ ਘਣਤਾ ਕਿਸ ਰੇਂਜ ਤੱਕ ਹੋਣ ਦੀ ਆਸ਼ਾ ਹੈ ? ਕੀ ਇਹ ਠੋਸਾਂ, ਤਰਲਾਂ ਜਾਂ ਗੈਸਾਂ ਦੀ ਘਣਤਾ ਦੀ ਰੇਂਜ ਵਿੱਚ ਹੈ ? ਕੀ ਤੁਹਾਡਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਠੀਕ ਹੈ ਇਸਦੀ ਜਾਂਚ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ : ਸੂਰਜ ਦਾ ਪੁੰਜ  $2.0 \times 10^{30} \text{kg}$ , ਸੂਰਜ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $= 7.0 \times 10^8 \text{m}$
- 2.24** ਜਦੋਂ ਬ੍ਰਹਿਸਪਤੀ ਗ੍ਰਹਿ ਧਰਤੀ ਤੋਂ  $8247$  ਲੱਖ ਕਿੱਲੋਮੀਟਰ ਦੂਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸਦੇ ਵਿਆਸ ਦਾ ਕੋਣੀ ਮਾਪ ਚਾਪ ਦਾ  $35.72''$  ਹੈ। ਬ੍ਰਹਿਸਪਤੀ ਦਾ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

### ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ (ADDITIONAL EXERCISES)

- 2.25** ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਚਾਲ  $v$  ਨਾਲ ਵਰਖਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ ਆਪਣੀ ਛੱਤਰੀ ਨੂੰ ਟੇਵਾ ਕਰਕੇ ਲੰਬਾਤਮਕ (vertical) ਦਿਸ਼ਾ ਨਾਲ  $\theta$  ਕੋਣ ਬਣਾਉਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਕੋਣ  $\theta$  ਅਤੇ  $v$  ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਸੰਬੰਧ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਕਰਦਾ ਹੈ :
- $$\tan \theta = v;$$
- ਅਤੇ ਉਹ ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਦੇ ਠੀਕ ਹੋਣ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦਾ ਪਤਾ ਕਰਦਾ ਹੈ : ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਆਸ਼ਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜੇ  $v \rightarrow 0$ , ਤਾਂ  $\theta \rightarrow 0$ । (ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਰਹੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤੇਜ਼ ਹਵਾ ਨਹੀਂ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਖੜ੍ਹੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਲਈ ਲੰਬਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪੈ ਰਹੀ ਹੈ)। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸੋਚਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਸਹੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ? ਜੇ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਸਹੀ ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਉ।
- 2.26** ਇਹ ਦਾਅਵਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਰੁਕਾਵਟ ਦੇ  $100$  ਸਾਲਾਂ ਤੱਕ ਦੋ ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਘੜੀਆਂ ਨੂੰ ਚੱਲਣ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਮਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ  $0.02 \text{s}$  ਦਾ ਅੰਤਰ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਮਾਣਕ ਸੀਜ਼ੀਅਮ ਘੜੀ ਦੁਆਰਾ  $1 \text{s}$  ਦੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਵਿੱਚ ਯਥਾਰਥਤਾ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਤੋਂ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ ?
- 2.27** ਇੱਕ ਸੋਡੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਸਾਈਜ਼  $2.5 \text{Å}$  ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਇਸਦੀ ਔਸਤ ਪੁੰਜ ਘਣਤਾ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਓ। (ਸੋਡੀਅਮ ਦੇ ਪਰਮਾਣਵੀ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਐਵੋਗੈਡਰੋ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗਿਆਤ ਮੁੱਲਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ। ਇਸ ਘਣਤਾ ਦੀ ਕ੍ਰਿਸਟਲੀ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਸੋਡੀਅਮ ਦੀ ਘਣਤਾ  $970 \text{kg m}^{-3}$  ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ। ਕੀ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵਾਂ ਘਣਤਾਵਾਂ ਦੇ ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਆਰਡਰ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ? ਜੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਕਿਉਂ ?

- 2.28** ਨਾਭਿਕੀ (nuclear) ਪੈਮਾਨੇ ਤੇ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਮਾਤਰਕ ਫਰਮੀ (fermi) ਹੈ : ( $1f = 10^{-15} \text{ m}$ )। ਨਾਭਿਕੀ ਸਾਈਜ਼ ਲਗਭਗ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਜਰਬੇ ਤੇ ਆਧਾਰਿਤ ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਪਾਲਣ ਕਰਦੇ ਹਨ—

$$r = r_0 A^{1/3}$$

ਜਿੱਥੇ  $r$  ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ,  $A$  ਇਸਦੀ ਪੁੰਜ ਸੰਖਿਆ (mass number) ਅਤੇ  $r_0$  ਕੋਈ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ ਜੋ ਲਗਭਗ  $1.2 f$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਹ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਇਸ ਨਿਯਮ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਨਾਭਿਕਾਂ ਦੇ ਲਈ ਨਾਭਿਕੀ ਪੁੰਜ ਘਣਤਾ ਲਗਭਗ ਸਥਿਰ ਹੈ। ਸੋਡੀਅਮ ਨਾਭਿਕ ਦੀ ਪੁੰਜ ਘਣਤਾ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ। ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2.27 ਵਿੱਚ ਗਿਆਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਸੋਡੀਅਮ ਪਰਮਾਣੂ ਦੀ ਔਸਤ ਪੁੰਜ ਘਣਤਾ ਨਾਲ ਇਸਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

- 2.29** ਲੇਸਰ (LASER), ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਬਹੁਤ ਤੀਬਰਤਾ ਵਾਲਾ (highly intense), ਇੱਕ ਵਰਣ ਵਾਲਾ (monochromatic) ਅਤੇ ਇੱਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ (unidirectional) ਕਿਰਣ ਪੁੰਜ (beam of light) ਦਾ ਸੋਮਾ ਹੈ। ਲੇਸਰ ਦੇ ਇਹਨਾਂ ਗੁਣਾਂ ਦੀ ਲੰਬੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਦੇ ਮਾਪ ਵਿਚ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਲੇਸਰ ਦੀ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੇ ਸਰੋਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਚੰਦਰਮਾ ਦੀ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਪ੍ਰੀਸੀਜ਼ਨ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਚੁੱਕੀ ਹੈ। ਕੋਈ ਲੇਸਰ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਕਿਰਣ ਪੁੰਜ ਚੰਦਰਮਾ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਪਰਾਵਰਤਿਤ ਹੋ ਕੇ  $2.56 \text{ s}$  ਵਿੱਚ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਚੰਦਰਮਾ ਦੇ ਆਰਬਿਟ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਕਿੰਨਾ ਹੈ ?
- 2.30** ਪਾਣੀ ਵਿੱਚ ਡੂੰਘਾਈ ਤੇ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਲੱਭਣਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਥਾਨ ਦਾ ਪਤਾ ਚਲਾਉਣ ਲਈ ਸੋਨਾਰ (SONAR) ਵਿੱਚ ਪਰਾਸਰਵਨ ਤਰੰਗਾਂ (ultrasonic waves) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਕੋਈ ਪਨਡੁੱਬੀ (submarine) ਵਿੱਚ ਸੋਨਾਰ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧ ਕੀਤਾ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਸ ਦੁਆਰਾ ਪੈਦਾ ਖੋਜੀ ਤਰੰਗਾਂ ਅਤੇ ਦੁਸ਼ਮਣ ਦੀ ਪਨਡੁੱਬੀ ਤੋਂ ਪਰਾਵਰਤਿਤ ਇਸਦੀ ਈਕੋ (echo) ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਵਿਚਕਾਰ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰ  $77.0 \text{ s}$  ਹੈ। ਦੁਸ਼ਮਣ ਦੀ ਪਨਡੁੱਬੀ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰ ਹੈ ? (ਪਾਣੀ ਵਿੱਚ ਧੁਨੀ ਦੀ ਚਾਲ =  $1450 \text{ m s}^{-1}$ )
- 2.31** ਸਾਡੇ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਵਿੱਚ ਆਧੁਨਿਕ ਖਗੋਲਵਿਦਾਂ ਵੱਲੋਂ ਖੋਜੇ ਗਏ ਸਭ ਤੋਂ ਦੂਰ ਵਾਲੇ ਪਿੰਡ ਇੰਨੀ ਦੂਰ ਹਨ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਪੈਦਾ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਤੇ ਪਹੁੰਚਣ ਨੂੰ ਅਰਬਾਂ ਸਾਲ ਲੱਗਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਪਿੰਡਾਂ (ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਵਾਸਾਰ 'Quasar' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ) ਦੇ ਕਈ ਰੌਸਮਈ ਲੱਛਣ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਅਜੇ ਤੱਕ ਤਸੱਲੀਬਖਸ਼ ਵਿਆਖਿਆ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਅਜਿਹੇ ਕਵਾਸਾਰ ਦੀ  $\text{km}$  ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਤੋਂ ਉਤਸਰਜਿਤ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਨੂੰ ਸਾਡੇ ਤੱਕ ਪੁੱਜਣ ਵਿੱਚ  $300$  ਕਰੋੜ ਸਾਲ ਲਗਦੇ ਹੋਣ।
- 2.32** ਇਹ ਇੱਕ ਮਸ਼ਹੂਰ ਤੱਥ ਹੈ ਕਿ ਪੂਰਵ ਸੂਰਜ ਗ੍ਰਹਿਣ ਦੀ ਅਵਧੀ ਵਿੱਚ ਚੰਦਰਮਾ ਦਾ ਚੱਕਾ ਸੂਰਜ ਦੇ ਚੱਕੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨ 2.3 ਅਤੇ 2.4 ਤੋਂ ਇਕੱਠੀ ਕੀਤੀ ਸੂਚਨਾ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਚੰਦਰਮਾ ਦਾ ਲਗਭਗ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- 2.33** ਇਸ ਸਦੀ ਦੇ ਇੱਕ ਮਹਾਨ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀ (ਪੀ. ਏ. ਐਮ. ਡਿਰਾਕ) ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਮੂਲ ਸਥਿਰ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲਾਂ ਨਾਲ ਖੇਡਣ ਵਿੱਚ ਅਨੰਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਸਨ। ਇਸ ਨਾਲ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਰੋਚਕ ਪ੍ਰੇਖਣ ਕੀਤਾ। ਪਰਮਾਣਵੀਂ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਮੂਲ ਨਿਯਤ ਅੰਕਾਂ (ਜਿਵੇਂ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦਾ ਪੁੰਜ, ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਦਾ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਗੁਰੁਤਵੀ ਨਿਯਤ ਅੰਕ  $G$ ) ਤੋਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪਤਾ ਲੱਗਿਆ ਕਿ ਉਹ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਤੇ ਪੁੱਜ ਗਏ ਹਨ, ਜਿਸਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਸਮੇਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਹਨ। ਨਾਲ ਹੀ, ਉਹ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਸੀ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਵਿਸ਼ਵ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਗਣਨਾ ਕੀਤੀ ਉਮਰ ( $\sim 1500$  ਕਰੋੜ ਸਾਲ) ਦੇ ਲਗਭਗ ਹੈ। ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਵਿਚ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਮੂਲ ਨਿਯਤ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਇਹ ਦੇਖਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਵੀ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ (ਜਾਂ ਕੋਈ ਹੋਰ ਰੋਚਕ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਸੋਚ ਸਕਦੇ ਹੋ) ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਜੇ ਵਿਸ਼ਵ ਦੀ ਉਮਰ ਅਤੇ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਵਿਚ ਸਮਾਨਤਾ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਤਾਂ ਮੂਲ ਨਿਯਤ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਥਿਰਤਾ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਹੋਵੇਗੀ ?

\*\*\*\*\*

## ਪਾਠ-3

## ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ

### (MOTION IN A STRAIGHT LINE)

- 3.1 ਭੂਮਿਕਾ
- 3.2 ਸਥਿਤੀ, ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ
- 3.3 ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ ਔਸਤ ਚਾਲ
- 3.4 ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਚਾਲ
- 3.5 ਪ੍ਰਵੇਗ
- 3.6 ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸਮੀਕਰਨਾ।
- 3.7 ਸਾਪੇਖੀ ਗਤੀ

ਸਾਰ  
ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ  
ਅਭਿਆਸ  
ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ  
ਅਨੁਲਗ 3.1

#### 3.1 ਭੂਮਿਕਾ (INTRODUCTION)

ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੀ ਹਰੇਕ ਵਸਤੂ ਸਿੱਧੇ ਜਾਂ ਅਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਸਾਡਾ ਚੱਲਣਾ, ਦੌੜਨਾ, ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰੀ ਆਦਿ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਈ ਦੇਣ ਵਾਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਗਤੀ ਦੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ। ਇੰਨਾ ਹੀ ਨਹੀਂ, ਨੀਂਦ ਵਿੱਚ ਵੀ ਸਾਡੇ ਫੇਫੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਤੇ ਨਿਸ਼ਕਾਸਨ ਅਤੇ ਸਾਡੀਆਂ ਧਮਣੀਆਂ ਅਤੇ ਸ਼ਿਰਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਲਹੂ ਦਾ ਸੰਚਾਰ ਹੁੰਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਰੁੱਖਾਂ ਤੋਂ ਡਿਗਦੇ ਪੱਤਿਆਂ ਨੂੰ ਅਤੇ ਬੰਨ੍ਹ ਤੋਂ ਵਗਦੇ ਹੋਏ ਪਾਣੀ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ। ਮੋਟਰ-ਗੱਡੀ ਅਤੇ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਯਾਤਰੀਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਥਾਂ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਥਾਂ ਤੇ ਲੈ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਧਰਤੀ 24 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਾਰ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਸੂਰਜ ਆਪਣੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਸਮੇਤ ਸਾਡੀ ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾਂ ਨਾਮਕ ਗੈਲੈਕਸੀ ਵਿੱਚ ਵਿਚਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਹੜੀ ਖੁਦ ਵੀ ਸਥਾਨਿਕ ਗੈਲੈਕਸੀਆਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਗਤੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਥਿਤੀ ਕਿਵੇਂ ਬਦਲਦੀ ਹੈ? ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗਤੀ ਦੇ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ। ਇਸਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਪਵੇਗਾ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਆਪਣਾ ਅਧਿਐਨ ਵਸਤੂ ਦੀ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਤੱਕ ਹੀ ਸੀਮਿਤ ਰੱਖਾਂਗੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ **ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ** (rectilinear motion) ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਕੁਝ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਸੁਭਾਅ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਸਾਪੇਖੀ ਗਤੀ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਪੇਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ।

ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਾਰੀਆਂ ਗਤੀ ਕਰਦੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਮੰਨ ਕੇ ਬਿੰਦੂ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਵਾਂਗੇ। ਇਹ ਨਜ਼ਦੀਕੀ ਨੇੜਤਾ (approximation) ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਮੰਨਣਯੋਗ ਹੈ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਵਸਤੂ ਦਾ ਅਕਾਰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਹਾਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ (neglecting size) ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਬਿਨਾਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਤਰ੍ਹੰਟੀ ਦੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ-ਵਸਤੂ (point object) ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ (Kinematics) ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨਾਂ ਤੇ ਧਿਆਨ ਨਾ ਦੇ ਕੇ ਸਿਰਫ ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਹੀ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਅਤੇ ਅਗਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਕਾਰਨਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ, ਅਸੀਂ ਪੰਜਵੇਂ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਕਰਾਂਗੇ।

### 3.2 ਸਥਿਤੀ, ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ (POSITION, PATH LENGTH AND DISPLACEMENT)

ਪਹਿਲਾਂ ਤੁਸੀਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਗਤੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਨਿਰਧਾਰਨ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸੰਦਰਭ ਬਿੰਦੂ (reference point) ਅਤੇ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ (set of axes) ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ (rectangular coordinate system) ਦੀ ਚੋਣ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਰੂਪ ਧੁਰੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ X-, Y- ਅਤੇ Z-ਧੁਰਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਾਂਝੇ ਕਟਾਵ ਬਿੰਦੂ (Point of intersection) ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ (origin) (O) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਸੰਦਰਭ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ  $(x, y, z)$  ਇਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ (Position) ਨੂੰ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਸਮਾਂ ਨਾਪਨ ਲਈ ਇਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਘੜੀ ਰੱਖੀ ਗਈ ਹੈ। ਘੜੀ ਸਮੇਤ ਇਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ (frame of reference) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਬਦਲਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਗਤੀਸ਼ੀਲ (in motion) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਉਸ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ (state of rest) ਵਿੱਚ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ।

ਕਿਸੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਵਿੱਚ ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਚੋਣ ਸਥਿਤੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਧੁਰੇ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਦੋ/ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਦੋ/ਤਿੰਨ ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਘਟਨਾ ਦਾ ਵਰਨਣ ਇਸਦੇ ਲਈ ਚੁਣੇ ਗਏ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸਲ ਵਿੱਚ 'ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ' ਦਾ ਵਰਨਣ ਅਸੀਂ ਖੁਦ ਜਾਂ ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਾਰ ਵਿੱਚ ਬੈਠੇ ਕਿਸੇ ਵਿਅਕਤੀ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕਾਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਕਾਰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗੀ।

ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਵਰਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਧੁਰੇ (ਮੰਨ ਲਉ  $x$ -ਧੁਰੇ) ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੁਣ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਹ ਵਸਤੂ ਦੇ ਰਸਤੇ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ (coincide) ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਸਹੂਲਤ ਅਨੁਸਾਰ ਚੁਣੇ ਗਏ ਕਿਸੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ (ਮੰਨ ਲਉ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਬਿੰਦੂ O) ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਬਿੰਦੂ O ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਨੂੰ

ਰਿਣਾਤਮਕ ਕਹਾਂਗੇ। ਇਸ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ P ਅਤੇ Q ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ +360 m ਅਤੇ +240 m ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂ R ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ -120 m ਹੈ।

#### ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (PATH LENGTH)

ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕੋਈ ਕਾਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ  $x$ -ਧੁਰੇ ਦੀ ਚੋਣ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਕਾਰ ਦੇ ਰਸਤੇ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ (coincide) ਹੋਵੇ। ਧੁਰੇ ਦਾ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਉਹ ਹੈ ਜਿੱਥੋਂ ਕਾਰ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਭਾਵ ਸਮਾਂ  $t = 0$  ਤੇ ਕਾਰ  $x = 0$  ਤੇ ਸੀ (ਚਿੱਤਰ 3.1)। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਿੰਦੂਆਂ P, Q ਅਤੇ R ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਗਤੀ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸਥਿਤੀਆਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਪਹਿਲੀ ਵਿੱਚ ਕਾਰ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ  $OP = +360$  m ਹੈ। ਇਸ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਪਥ ਲੰਬਾਈ (distance) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਦੂਸਰੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਪਹਿਲਾਂ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ P ਤੋਂ Q ਤੱਕ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਗਤੀ ਦੇ ਇਸ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ =  $OP + PQ = 360$  m + (+120 m) = +480 m ਹੋਵੇਗੀ। ਕਿਉਂਕਿ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਪਰਿਮਾਣ (ਮਾਤਰਾ, Magnitude) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਦਿਸ਼ਾ ਨਹੀਂ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ (ਪਾਠ - 4 ਦੇਖੋ)।

#### ਵਿਸਥਾਪਨ (DISPLACEMENT)

ਇੱਥੇ ਇਹ ਪ੍ਰਸੰਗਿਕ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਉਪਯੋਗੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰੀਏ। ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਸਮੇਂ  $t_1$  ਅਤੇ  $t_2$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x_1$  ਅਤੇ  $x_2$  ਹੈ। ਤਾਂ ਸਮਾਂ  $\Delta t = (t_2 - t_1)$  ਵਿੱਚ ਉਸਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $\Delta x$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਵਾਂਗੇ, ਅੰਤਿਮ ਅਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

(ਇੱਥੇ ਗ੍ਰੀਕ ਅੱਖਰ ਡੈਲਟਾ ( $\Delta$ ) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਕਰਦੇ ਹਾਂ)।

ਜੇ  $x_2 > x_1$  ਤਾਂ  $\Delta x$  ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ, ਪਰ ਜੇ  $x_2 < x_1$  ਤਾਂ  $\Delta x$  ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ।

ਵਿਸਥਾਪਨ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ (vectors) ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਅਗਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੋਗੇ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਸਰਲ ਗਤੀ (ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਰੇਖੀ ਗਤੀ (rectilinear motion) ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ) ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ।



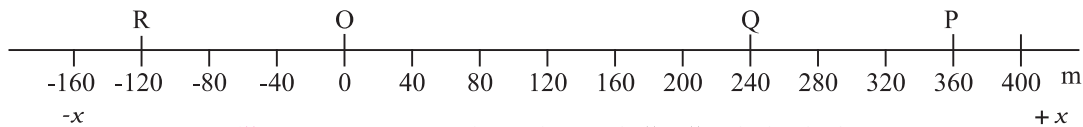
ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ (ਅੱਗੇ ਵੱਲ ਅਤੇ ਪਿੱਛੇ ਵੱਲ ਜਾਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ) ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਹੂਲਤ ਲਈ + ਅਤੇ - ਸੰਕੇਤਾਂ ਨਾਲ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਜੇ ਕਾਰ ਸਥਿਤੀ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਪੁੱਜਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ

$\Delta x = x_2 - x_1 = (+360 \text{ m}) - 0 \text{ m} = +360 \text{ m}$  ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) 360 m ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ x ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗੀ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ + ਸੰਕੇਤ ਨਾਲ ਲਿਖਾਂਗੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਾਰ ਦਾ P ਤੋਂ O ਤੱਕ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ  $240 \text{ m} - 360 \text{ m} = -120 \text{ m}$  ਹੋਵੇਗਾ। ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਇਸ਼ਾਰਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਵਸਤੂ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਵਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਹਿਜ ਸੰਕੇਤ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਨਹੀਂ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਜੇ ਕਾਰ ਸਥਿਤੀ O ਤੋਂ

ਚੱਲ ਕੇ P ਤੱਕ ਪੁੱਜ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = +360 m ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ = +360 m ਹੋਵੇਗਾ। ਜਿੱਥੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਮਾਤਰਾ (360 m) ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਰ ਜੇ ਕਾਰ O ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ P ਤੱਕ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਫਿਰ O ਤੱਕ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = (+360 m) + (+120 m) = +480 m ਹੋਵੇਗੀ ਪਰੰਤੂ ਵਿਸਥਾਪਨ = (+240 m) - 0m = +240 m ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਵਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਮਾਤਰਾ (240 m) ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਚੱਲੀ ਗਈ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (480 m) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ (ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਘੱਟ) ਹੈ।

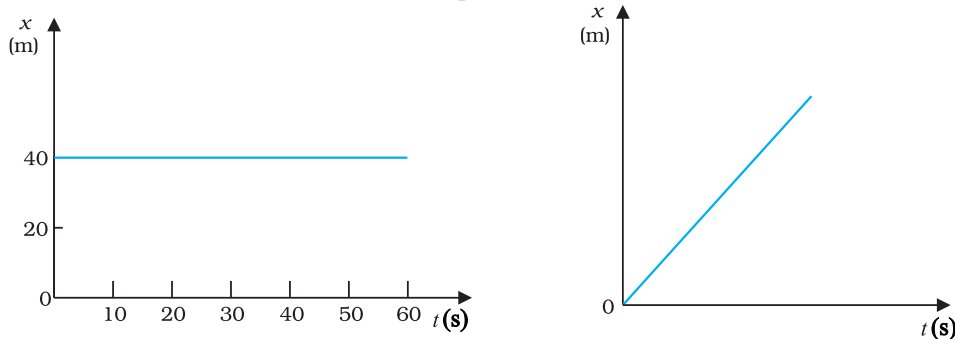
ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ (ਮਾਤਰਾ ਜਾਂ ਮਿਕਦਾਰ, magnitude) ਗਤੀ ਦੇ ਇਸ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਲਈ ਜ਼ੀਰੋ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਸ ਦੇ ਸੰਗਤ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਜੇ ਕਾਰ O ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ P ਤੱਕ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਮੁੜ O ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਕਾਰ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਕਾਰ ਦੀ ਇਸ ਪੂਰੀ ਯਾਤਰਾ ਦੇ ਲਈ ਕੁੱਲ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (ਪਥ ਲੰਬਾਈ (path length))



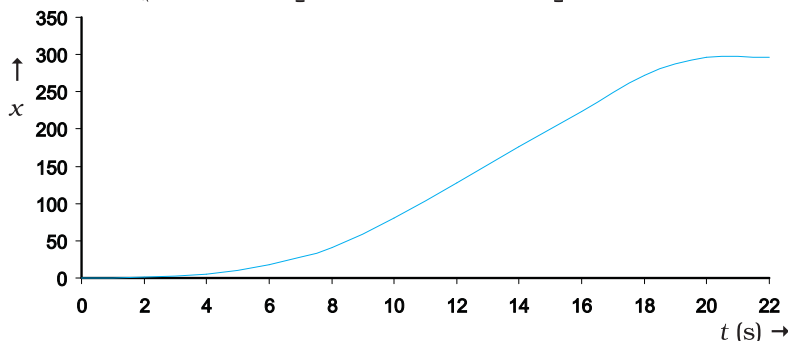
ਚਿੱਤਰ 3.1 (x-ਧੁਰਾ, ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮੇਂ ਤੇ ਸਥਿਤੀ)

$OP + PO = +360 \text{ m} + 360 \text{ m} = +720 \text{ m}$  ਹੋਵੇਗੀ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹੋ ਕਿਸੇ ਵੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ (position-time) ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੁਆਰਾ



ਚਿੱਤਰ 3.2 ਸਥਿਤੀ ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ (a) ਜਦੋਂ ਵਸਤੂ ਸਥਿਰ ਹੈ ਅਤੇ (b) ਜਦੋਂ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ।

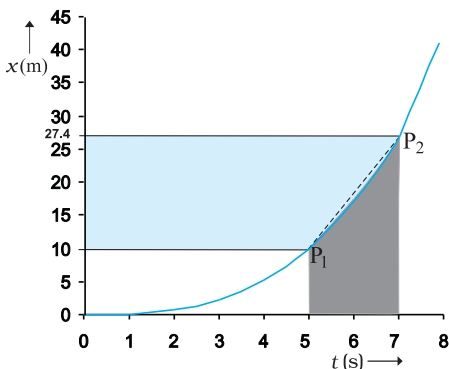


ਚਿੱਤਰ 3.3 ਕਾਰ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼

ਗਤੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਹਿਲੂਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਅਤੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਸੌਖਿਆਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਸਰਲ ਰੇਖਾ (ਜਿਵੇਂ -  $x$ - $y$  ਧੁਰਾ) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਿਰਫ  $x$ - ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਹੀ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਨੂੰ  $x-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਇੱਕ ਕਾਰ  $x = 40$  m ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਲਈ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ( $x-t$ ) ਗ੍ਰਾਫ ਸਮਾਂ-ਧੁਰਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਸਿੱਧੀ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 3.2 (a) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਜੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਬਰਾਬਰ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ (uniform motion) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਚਿੱਤਰ 3.2 (b) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਉਸ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ ਜੋ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਤੋਂ  $t = 0$ s ਤੇ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਚਾਲ (speed)  $t = 10$ s ਤੱਕ ਵੱਧਦੀ ਹੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਬਾਅਦ ਉਹ  $t = 18$ s ਤੱਕ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਮੇਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਇਹ  $t = 20$ s ਅਤੇ  $x = 296$  m ਤੇ ਰੁਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਅਜਿਹੀ ਕਾਰ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਗ੍ਰਾਫ ਦੀ ਚਰਚਾ ਇਸੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅੱਗੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਕੁਝ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਮੁੜ ਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ।



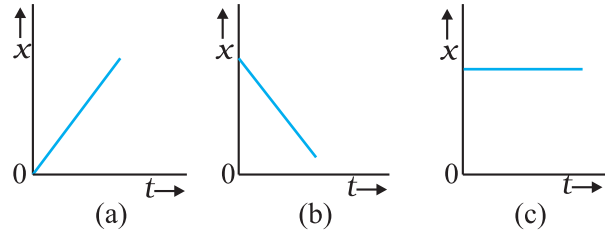
ਚਿੱਤਰ 3.4 ਔਸਤ ਚਾਲ ਰੇਖਾ  $P_1, P_2$  ਦੀ ਢਾਲ (Slope) ਹੈ।

### 3.3 ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ ਔਸਤ ਚਾਲ

#### (AVERAGE VELOCITY AND AVERAGE SPEED)

ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਗਤੀਮਾਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਉਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਦਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਸਵਾਲ ਉੱਠਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕਿੰਨੀ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋਇਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਇਸ ਦੇ ਵਿਵਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ

ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨੂੰ ਔਸਤ ਵੇਗ (average velocity) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਜਾਂ ਵਿਸਥਾਪਨ  $\Delta x$  ਨੂੰ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $\Delta t$  ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ  $\bar{v}$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 3.5 ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਉਸ ਵਸਤੂ ਲਈ (a) ਜੋ ਧਨਾਤਮਕ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ। (b) ਜੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ। (c) ਜੋ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \dots(3.1)$$

ਇੱਥੇ  $x_1$ , ਅਰੰਭਕ ਸਮੇਂ (initial time)  $t_1$  ਤੇ ਅਤੇ  $x_2$  ਅੰਤਿਮ ਸਮੇਂ (final time)  $t_2$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਕ ( $v$ ) ਦੇ ਉੱਪਰ ਲਗਾਈ ਗਈ 'ਰੇਖਾ' ਵੇਗ ਦੇ ਔਸਤ ਮਾਨ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਔਸਤ ਮਾਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਦੀ ਇਹ ਇੱਕ ਮਾਨਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਹੈ। ਵੇਗ ਦਾ S.I. ਮਾਤਰਕ  $m/s$  ਜਾਂ  $ms^{-1}$  ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਉਸ ਦੇ ਲਈ  $km/h$  ਦੀ ਵੀ ਵਰਤੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ਵੀ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਸਮਾਏ ਹੋਏ ਹਨ ਪਰ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਿੱਛੇ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ, ਜੇ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ (+) ਜਾਂ (-) ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ ਸੰਕੇਤਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕਰਾਂਗੇ।

ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਲਈ  $x-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਦਾ  $t = 0$ s ਅਤੇ  $t = 8$ s ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਵੱਡਾ ਕਰਕੇ ਚਿੱਤਰ 3.4 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਗ੍ਰਾਫ ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ,  $t = 5$ s ਅਤੇ  $t = 7$ s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ ਹੋਵੇਗਾ :

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(27.4 - 10.0)m}{(7 - 5)s} = 8.7 \text{ m s}^{-1}$$

ਇਹ ਮਾਨ ਚਿੱਤਰ 3.4 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਸਰਲ ਰੇਖਾ  $P_1P_2$  ਦੀ ਢਾਲ (slope) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਹ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਕਾਰ ਦੀ ਅਰੰਭਕ ਸਥਿਤੀ  $P_1$  ਨੂੰ ਉਸ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ  $P_2$  ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਜਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਣਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਮਾਨ ਵੀ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚਲਦੀ ਹੋਈ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ  $x - t$  ਗ੍ਰਾਫ਼ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਚਿੱਤਰ 3.5 (a) ਅਤੇ ਚਿੱਤਰ 3.5 (b) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ  $x - t$  ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.5 (c) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਔਸਤ ਵੇਗ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਸਲ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ ਵੱਖ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਰਸਤੇ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਰ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨੂੰ ਔਸਤ ਚਾਲ (average speed) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਵਸਤੂ ਦੀ ਯਾਤਰਾ ਨੂੰ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਭੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਕੁੱਲ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਭਾਗਫਲ ਨੂੰ ਔਸਤ ਚਾਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

$$\text{ਔਸਤ ਚਾਲ} = \frac{\text{ਸੰਪੂਰਨ ਪਥ ਲੰਬਾਈ}}{\text{ਸੰਪੂਰਨ ਸਮਾਂ ਅਵਧੀ}} \quad \dots(3.2)$$

ਔਸਤ ਚਾਲ ਦਾ ਉਹੀ ਮਾਤਰਕ ( $\text{ms}^{-1}$ ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਵੇਗ ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਔਸਤ ਚਾਲ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਚਲਦਾ ਕਿ ਵਸਤੂ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀਕੋਣ ਤੋਂ ਔਸਤ ਚਾਲ ਸਦਾ ਹੀ ਧਨਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (ਜਦੋਂ ਕਿ ਔਸਤ ਵੇਗ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਕੁਝ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ)। ਜੇ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚਲਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕੁੱਲ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਜਿਹੇ ਹਾਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਉਸਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਪਰ ਇਹ ਗੱਲ ਸਦਾ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਹ ਤੁਸੀਂ ਉਦਾਹਰਨ 3.1 ਵਿੱਚ ਦੇਖੋਗੇ।

**ਉਦਾਹਰਨ 3.1** ਕੋਈ ਕਾਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ (ਮੰਨ ਲਉ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ OP) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ। ਕਾਰ O ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ 18s ਵਿੱਚ P ਤੱਕ ਪੁੱਜਦੀ ਹੈ, ਫਿਰ 6.0s ਵਿੱਚ ਸਥਿਤੀ O ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਕਾਰ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ, ਜਦੋਂ (a) ਕਾਰ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ (b) ਜਦੋਂ ਉਹ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਜਾ ਕੇ ਮੁੜ O ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

**ਹੱਲ:** (a) ਔਸਤ ਵੇਗ =  $\frac{\text{ਵਿਸਥਾਪਨ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}}$

$$\text{ਜਾਂ} \quad \bar{v} = \frac{+360 \text{ m}}{18 \text{ s}} = +20 \text{ m s}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{ਔਸਤ ਚਾਲ} &= \frac{\text{ਪਥ ਦੂਰੀ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}} \\ &= \frac{360 \text{ m}}{18 \text{ s}} = 20 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦਾ ਮਾਨ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

$$\begin{aligned} \text{(b) ਔਸਤ ਵੇਗ} &= \frac{\text{ਵਿਸਥਾਪਨ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}} \\ &= \frac{(+240 \text{ m})}{(18+6.0) \text{ s}} = \frac{240}{24} = +10 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ਔਸਤ ਚਾਲ} &= \frac{\text{ਪਥ ਲੰਬਾਈ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}} = \frac{OP+PQ}{t} \\ &= \frac{(360+120) \text{ m}}{24 \text{ s}} = 20 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦਾ ਮਾਨ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਕਾਰਨ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਦਿਸ਼ਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਸਧਾਰਨ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਜੇ ਉਦਾਹਰਨ 3.1 ਵਿੱਚ ਜੇ ਕਾਰ ਸਥਿਤੀ O ਤੋਂ P ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਉਸੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਉਹ O ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਕਾਰ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ  $20 \text{ms}^{-1}$  ਹੋਵੇਗੀ ਪਰ ਉਸਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ।

### 3.4 ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਚਾਲ (INSTANTANEOUS VELOCITY AND SPEED)

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਔਸਤ ਵੇਗ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਪਰ ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ ਕਿ ਇਸ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਉਹ ਕਿਸ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਛਿਣ  $t$  ਤੇ ਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਜਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਵੇਗ  $v$  ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਉਸਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇ ਉਸਦੇ ਸਮਿਆਂ ( $t$  ਅਤੇ  $t + \Delta t$ ) ਦੇ ਵਿਚਲਾ ਅੰਤਰਾਲ ( $\Delta t$ ) ਅਤਿ ਸੂਖਮ (infinitesimal small) ਹੋਵੇ। ਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ -

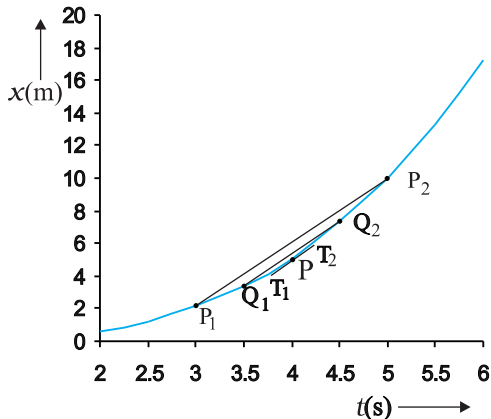
$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \dots(3.3a)$$

$$= \frac{dx}{dt} \quad \dots(3.3b)$$

ਇੱਥੇ ਪ੍ਰਤੀਕ  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0}$  ਤੋਂ ਭਾਵ ਉਸਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਰਾਸ਼ੀ (ਜਿਵੇਂ  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ) ਦਾ ਉਹ ਮਾਨ ਹੈ ਜੋ  $\Delta t$  ਦੇ ਮਾਨ ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਿਲਕੁਲ ਨੇੜੇ ਵੱਲ ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) ਕਰਨ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।

ਕੈਲਕੁਲਸ (calculus) ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਮੀਕਰਨ (3.3a) ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਰਾਸ਼ੀ ( $x$ ) ਦਾ  $t$  ਦੇ  $(x)$  ਸਾਪੇਖ ਅਵਕਲਨ ਗੁਣਾਂਕ  $\frac{dx}{dt}$  ਹੈ। (ਅਨੁਲਗ 3.1 ਦੇਖੋ)। ਇਹ ਗੁਣਾਂਕ ਉਸ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਕੱਢਣ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (3.3 a) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਗ੍ਰਾਫਿਕ ਜਾਂ ਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ (3.3) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਵਿਚਲੀ ਕਾਰ ਦਾ ਵੇਗ  $t = 4\text{ s}$  (ਬਿੰਦੂ P) ਤੇ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਗਣਨਾ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ 3.6 ਵਿੱਚ ਅਲੱਗ ਸਕੇਲ ਲੈ ਕੇ ਮੁੜ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ  $t = 4\text{ s}$  ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਕੇ  $\Delta t$  ਨੂੰ  $2\text{ s}$  ਲਈਏ। ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਰਲ ਰੇਖਾ  $P_1P_2$  (ਚਿੱਤਰ 3.6) ਦੀ



**ਚਿੱਤਰ 3.6** ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਤੋਂ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।  $t = 4\text{ s}$  ਤੇ ਵੇਗ ਉਸ ਛਿਣ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ (tangent) ਦੀ ਢਾਲ (slope) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ।

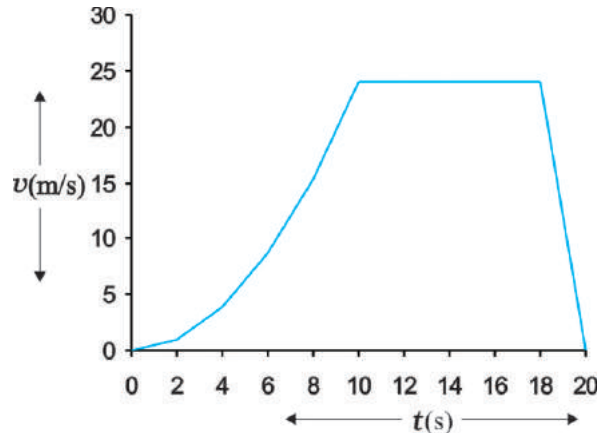
ਢਾਲ  $3\text{ s}$  ਤੋਂ  $5\text{ s}$  ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਏਗੀ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ  $\Delta t$  ਦਾ ਮਾਨ  $2\text{ s}$  ਤੋਂ ਘਟਾ ਕੇ  $1\text{ s}$  ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ  $P_1P_2$  ਰੇਖਾ  $Q_1Q_2$  ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਢਾਲ  $3.5\text{ s}$  ਤੋਂ  $4.5\text{ s}$  ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਮਾਨ ਦੇਵੇਗੀ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ  $\Delta t \rightarrow 0$  ਦੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ  $P_1P_2$  ਸਥਿਤੀ ਸਮਾਂ ਵਕਰ ਦੇ ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $t = 4\text{ s}$  ਛਿਣ ਤੇ ਕਾਰ ਦਾ ਵੇਗ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ।

ਜਦੋਂ ਕਿ ਗ੍ਰਾਫਿਕ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਇਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਨਾ ਕੁਝ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੈ ਤਦ ਵੀ ਜੇ ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸੀਮਾਂਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਸੌਖਿਆਂ ਸਮਝੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 3.6 ਵਿੱਚ ਬਣਾਏ ਗਏ ਗ੍ਰਾਫ ਦੇ ਲਈ  $x = 0.08t^3$  ਹੈ। ਸਾਰਨੀ 3.1 ਵਿੱਚ  $t = 4\text{ s}$  ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਕੇ  $\Delta t = 2.0\text{ s}, 1.0\text{ s}, 0.5\text{ s}, 0.1\text{ s}$  ਅਤੇ  $0.01\text{ s}$  ਦੇ ਲਈ  $\Delta x/\Delta t$  ਦੇ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਅਤੇ ਤੀਸਰੇ ਕਾਲਮ

ਵਿੱਚ  $t_1 = \left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)$  ਅਤੇ  $t_2 = \left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)$  ਅਤੇ ਚੌਥੇ ਅਤੇ

ਪੰਜਵੇਂ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ  $x$  ਦੇ ਸੰਗਤ ਮਾਨਾਂ ਭਾਵ  $x(t_1) = 0.08 t_1^3$  ਅਤੇ  $x(t_2) = 0.08 t_2^3$  ਨੂੰ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਛੇਵੇਂ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ  $\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$  ਨੂੰ ਅਤੇ ਆਖਰੀ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ  $\Delta x$  ਤੇ  $\Delta t$  ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਅਨੁਪਾਤ ਪਹਿਲੇ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਅੰਕਿਤ  $\Delta t$  ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮਾਨਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਮਾਨ ਹੈ।

ਸਾਰਨੀ 3.1 ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ  $\Delta t$  ਦਾ ਮਾਨ  $2.0\text{ s}$  ਨਾਲ ਘਟਾਉਂਦੇ-ਘਟਾਉਂਦੇ  $0.01\text{ s}$  ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ  $3.84\text{ m s}^{-1}$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ  $t = 4\text{ s}$  ਤੇ ਕਾਰ ਦਾ ਵੇਗ ਹੈ ਜਾਂ  $t = 4\text{ s}$  ਤੇ  $\frac{dx}{dt}$  ਦਾ ਮਾਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਗਤੀ ਦੇ ਹਰ ਛਿਣ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਾਰ ਦਾ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਚਿੱਤਰ 3.7 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 3.7** (ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ) ਚਿੱਤਰ 3.3 ਦੀ ਗਤੀ ਲਈ

ਇੱਥੇ ਇਹ ਗੱਲ ਧਿਆਨਯੋਗ ਹੈ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦਾ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਗ੍ਰਾਫਿਕ ਵਿਧੀ ਸਦਾ ਹੀ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸ ਵਿਧੀ (ਗ੍ਰਾਫਿਕ ਵਿਧੀ) ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ - ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਨੂੰ ਸਾਵਧਾਨੀਪੂਰਵਕ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ  $\Delta t$  ਨੂੰ ਹੌਲੀ-ਹੌਲੀ ਘੱਟ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਵਸਤੂ ਦੇ ਔਸਤ

ਸਾਰਨੀ 3.1 ਤਤਕਾਲ ਵੇਗ ਮੁੱਲ  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ,  $t = 4$  s ਤੇ

$\Delta t$ (s)	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$x(t_1)$ (m)	$x(t_2)$ (m)	$\Delta x$ (m)	$\Delta x / \Delta t$ (m s <sup>-1</sup> )
2.0	3.0	5.0	2.16	10.0	7.84	3.92
1.0	3.5	4.5	3.43	7.29	3.86	3.86
0.5	3.75	4.25	4.21875	6.14125	1.9225	3.845
0.1	3.95	4.05	4.93039	5.31441	0.38402	3.8402
0.01	3.995	4.005	5.100824	5.139224	0.0384	3.8400

ਵੇਗ ( $v$ ) ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਦੇ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ। ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਕੱਢਣਾ ਉਦੋਂ ਬਹੁਤ ਸੌਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਿਆਂ ਤੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਕਾਫ਼ੀ ਅੰਕੜੇ ਉਪਲਬਧ ਹੋਣ ਜਾਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਸਮਾਂ ਫਲਨ (function) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਯਥਾਰਥ ਵਿਅੰਜਕ (exact expression) ਉਪਲਬਧ ਹੋਣ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਉਪਲਬਧ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $\Delta t$  ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸੁਖਮ ਕਰਦੇ ਹੋਏ  $\Delta x/\Delta t$  ਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਜਾਵਾਂਗੇ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਾਰਨੀ 3.1 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਵਿਧੀ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ  $\Delta x/\Delta t$  ਦਾ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲਵਾਂਗੇ। ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਲਈ ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ (differential calculus) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਛਿਣਾਂ ਦੇ ਲਈ  $dx/dt$  ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰ ਲਈ ਜਾਵੇਗੀ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਦਾਹਰਨ 3.2 ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 3.2**  $x$ -ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੂਤਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ :  $x = a + bt^2$ । ਜਿੱਥੇ  $a = 8.5$  m,  $b = 2.5$  m/s<sup>2</sup> ਅਤੇ ਸਮਾਂ  $t$  ਨੂੰ ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।  $t = 0$  s ਅਤੇ  $t = 2.0$  s ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?  $t = 2.0$  s ਅਤੇ  $t = 4.0$  s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

**ਹੱਲ :** ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{d}{dt}(a + bt^2) = 2bt$$

$$v = 2 \times 2.5 \times t \text{ m/s} = 5t \text{ m/s}$$

$t = 0$  s ਛਿਣ ਦੇ ਲਈ  $v = 0$  m/s ਅਤੇ

$t = 2.0$  s ਸਮੇਂ ਤੇ,  $v = 10$  m/s<sup>-1</sup>

$$\begin{aligned} \text{ਔਸਤ ਵੇਗ} &= \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{x(4.0) - x(2.0)}{4.0 - 2.0} \\ &= \frac{a + 16b - a - 4b}{2.0} \\ &= \frac{12b}{2} = 6.0b \\ &= 6.0 \times 2.5 = 15.0 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

ਚਿੱਤਰ 3.7 ਤੋਂ ਇਹ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ  $t = 10$  s ਤੋਂ 18 s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵੇਗ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।  $t = 18$  s ਤੋਂ  $t = 20$  s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇਹ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਰੂਪ ਨਾਲ ਘਟਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ  $t = 0$  s ਤੋਂ  $t = 10$  s ਦੇ ਵਿੱਚ ਇਹ ਵੱਧਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹਰ ਸਮੇਂ (ਤਤਕਾਲੀ) ਵੇਗ ਦਾ ਉਹੀ ਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

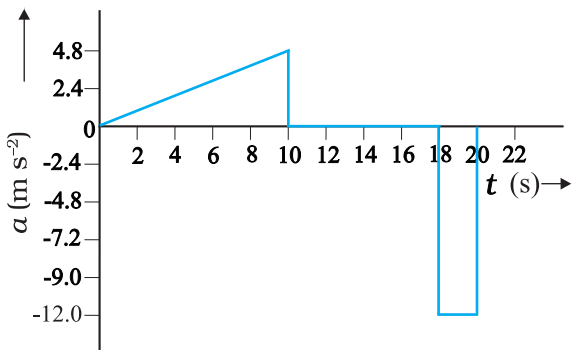
**ਤਤਕਾਲੀ ਚਾਲ** ਜਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਚਾਲ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਵੇਗ +24.0 ms<sup>-1</sup> ਅਤੇ ਵੇਗ - 24.0 ms<sup>-1</sup> ਦੋਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ 24.0 ms<sup>-1</sup> ਹੋਵੇਗਾ। ਇੱਥੇ ਇਹ ਝੱਥ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣਾ ਹੈ ਕਿ ਜਿੱਥੇ ਕਿਸੇ ਸੀਮਿਤ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਜਾਂ ਤਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਉੱਥੇ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਤਤਕਾਲੀ ਚਾਲ ਉਸ ਛਿਣ ਤੇ ਉਸਦੇ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਕਿਉਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?

### 3.5 ਪ੍ਰਵੇਗ (ACCELERATION)

ਆਮ ਕਰਕੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੁੰਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਹੋ ਰਹੇ ਇਸ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਦਰਸਾਈਏ। ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਹੋ ਰਹੇ ਇਸ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦਰਸਾਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ

ਜਾਂ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ? ਇਹ ਸਮੱਸਿਆ ਗੈਲੀਲੀਓ ਦੇ ਸਮੇਂ ਵੀ ਸੀ। ਗੈਲੀਲੀਓ ਨੇ ਪਹਿਲਾਂ ਸੋਚਿਆ ਕਿ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਹੋ ਰਹੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਇਸ ਦਰ ਨੂੰ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਅਤੇ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਧੀਪੂਰਵਕ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਪਾਇਆ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਦਾ ਮਾਨ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਲਈ, ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਰਹਿੰਦਾ ਬਲਕਿ ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਵਸਤੂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਵੱਧਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਉਵੇਂ-ਉਵੇਂ ਇਹ ਮਾਨ ਘਟਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਨੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਜਨਮ ਦਿੱਤਾ ਜਿਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਬਦਲਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਅਤੇ ਉਸ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨੂੰ  $\bar{a}$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 3.8 (ਪ੍ਰਵੇਗ-ਸਮੇਂ ਦੇ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਦੀ ਗਤੀ ਲਈ)

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \dots(3.4)$$

ਇੱਥੇ  $t_1, t_2$  ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $v_1$  ਅਤੇ  $v_2$  ਹੈ। ਇਹ ਇਕਾਈ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ SI ਮਾਤਰਕ  $\text{ms}^{-2}$  ਹੈ।

ਵੇਗ- ਸਮਾਂ ( $v - t$ ) ਗ੍ਰਾਫ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂ ਦਾ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿੱਚ ਉਸ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਬਿੰਦੂ ( $v_2, t_2$ ) ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ ( $v_1, t_1$ ) ਨਾਲ ਜੋੜਦੀ ਹੈ। ਹੇਠਲੇ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰ 3.7 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਗਤੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂ ਦਾ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਹੈ।

$$0\text{s ਤੋਂ } 10\text{s} \quad \bar{a} = \frac{(24 - 0)\text{ms}^{-1}}{(10 - 0)\text{s}} = 2.4 \text{ms}^{-2}$$

$$10\text{s ਤੋਂ } 18\text{s} \quad \bar{a} = \frac{(24 - 24)\text{ms}^{-1}}{(18 - 10)\text{s}} = 0 \text{ms}^{-2}$$

$$18\text{s ਤੋਂ } 20\text{s} \quad \bar{a} = \frac{(0 - 24)\text{ms}^{-1}}{(20 - 18)\text{s}} = -12 \text{ms}^{-2}$$

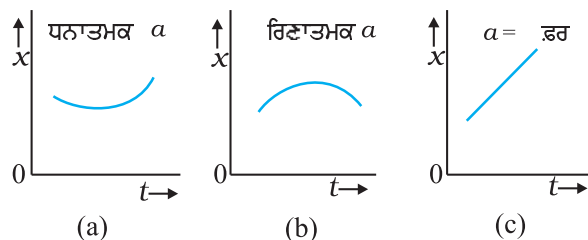
**ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ** ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕੀਤੀ ਹੈ, ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਵੀ ਪ੍ਰਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਵਸਤੂ ਦੇ ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ  $a$  ਨਾਲ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਭਾਵ

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad \dots(3.5)$$

$v-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਉਸ ਛਿਣ ਵਕਰ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 3.7 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ( $v-t$ ) ਵਕਰ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਛਿਣ ਦੇ ਲਈ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਉਪਲਬਧ ( $a-t$ ) ਵਕਰ ਚਿੱਤਰ 3.8 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ 0 ਸੈਕਿੰਡ ਤੋਂ 10 ਸੈਕਿੰਡ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਅਸਮਾਨ (non-uniform) ਹੈ। 10 ਸੈਕਿੰਡ-18 ਸੈਕਿੰਡ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇਹ ਸਿਫਰ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿ 18 ਸੈਕਿੰਡ -20 ਸੈਕਿੰਡ ਦੇ ਵਿੱਚ ਇਹ ਸਥਿਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ  $-12 \text{ms}^{-2}$  ਹੈ। ਜਦੋਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਉਹ ਇਸ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ ਵੇਗ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਦੋਨੋਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਇੱਕ ਜਾਂ ਦੋਨੋਂ ਸ਼ਾਮਲ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਜਾਂ ਤਾਂ ਚਾਲ (ਪਰਿਮਾਣ) ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ, ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਜਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪੈਦਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਵੇਗ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵੀ ਧਨਾਤਮਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਜਾਂ ਸਿਫਰ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸੰਬੰਧੀ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫਾਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰਾਂ 3.9(a),



ਚਿੱਤਰ 3.9 ਅਜਿਹੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਜਿਸਦੇ ਲਈ

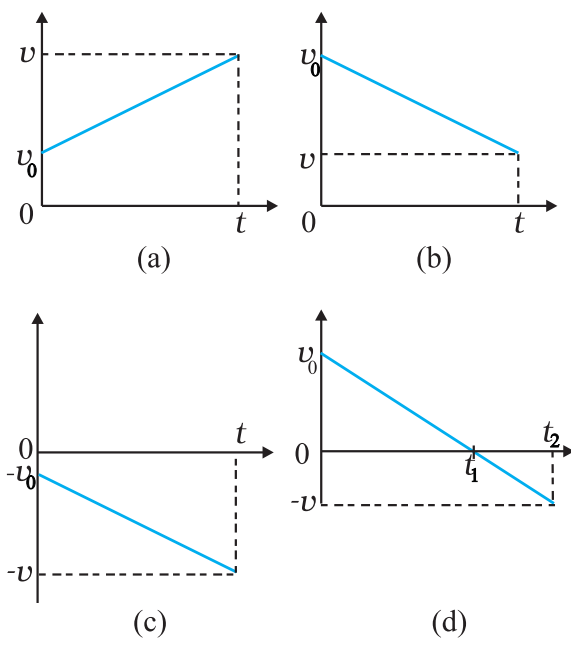
- (a) ਪ੍ਰਵੇਗ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ (b) ਪ੍ਰਵੇਗ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ ਅਤੇ
- (c) ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਿਫਰ ਹੈ।



3.9(b) ਅਤੇ 3.9(c) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰਾਂ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਲਈ  $x-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਵਕਰੀ ਹੈ ਪਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਗ੍ਰਾਫ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਵਕਰੀ ਹੈ। ਸਿਫ਼ਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ  $x-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਅਭਿਆਸ ਦੇ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਗਤੀ ਦੇ ਉਹਨਾਂ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ, ਜਿਹਨਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਵੇਗ  $+a$ ,  $-a$  ਜਾਂ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਕਿ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਬਦਲ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਸਹੂਲਤ ਲਈ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸਾਡਾ ਅਧਿਐਨ ਸਿਰਫ਼ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ (constant acceleration) ਤੱਕ ਹੀ ਸੀਮਿਤ ਰਹੇਗਾ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ  $\bar{a}$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ ਛਿਣ  $t = 0$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ  $v_0$  ਅਤੇ  $t$  ਛਿਣ ਤੇ ਉਸਦਾ ਵੇਗ  $v$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t - 0} \text{ ਜਾਂ } v = v_0 + at \quad \dots(3.6)$$



**ਚਿੱਤਰ 3.10** ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ

- ਧਨਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ
- ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ,
- ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ,
- ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਜੋ ਸਮਾਂ  $t_1$ , ਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਬਦਲਦੀ ਹੈ।  $0$  ਤੋਂ  $t_1$  ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਇਹ ਧਨਾਤਮਕ  $x$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ  $t_1$  ਅਤੇ  $t_2$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਇਹ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਕਿਹੋ-ਜਿਹਾ ਦਿਖਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 3.10 ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਚਾਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ  $v-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ।

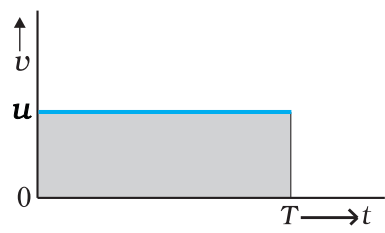
(a) ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਧਨਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ  $t = 0$  ਸਕਿੰਟ ਤੋਂ  $t = 10$  ਸਕਿੰਟ ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ।

(b) ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ  $t = 18$  ਸਕਿੰਟ ਤੋਂ  $t = 20$  ਸਕਿੰਟ ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ।

(c) ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ  $0$  ਤੋਂ  $x$  ਦੀ ਰਿਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੁੰਦੀ ਕਾਰ।

(d) ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਪਹਿਲਾਂ  $t_1$  ਸਮੇਂ ਤੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚਲਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦਾ  $t_1$  ਸਮੇਂ ਤੱਕ  $0$  ਤੋਂ ਬਿੰਦੂ  $Q$  ਤੱਕ ਮੰਦਨ। (negative acceleration) ਦੇ ਨਾਲ ਜਾਣਾ, ਫਿਰ ਮੁੜ ਕੇ ਉਸੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ  $t_2$  ਸਮੇਂ ਤੱਕ ਚੱਲਦੇ ਰਹਿਣਾ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਦਾ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਲੱਛਣ ਹੈ ਕਿ  $v-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਕਥਨ ਦੀ ਵਿਆਪਕ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਲਈ ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ (calculus) ਦੀ ਲੋੜ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਐਪਰ, ਸਹੂਲਤ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਵੇਗ  $u$  ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਕੇ ਇਸ ਕਥਨ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸਦਾ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਚਿੱਤਰ 3.11 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 3.11**  $v-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ  $v-t$  ਵਕਰ ਸਮਾਂ-ਪੂਰੇ ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੈ।  $t = 0$  ਤੋਂ  $t = T$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇਸ ਰੇਖਾ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਉਸ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਜਿਸਦੀ ਉਚਾਈ  $u$  ਅਤੇ ਅਧਾਰ  $T$  ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਖੇਤਰਫਲ  $= u \times T = uT$  ਜੋ ਇਸ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੇ

ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਖੇਤਰਫਲ ਦੂਰੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਕਿਵੇਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਸੋਚੋ! ਦੋਨਾਂ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੱਕ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਨਾਲ ਜੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ, ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉਂਗੇ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਮਿਲ ਜਾਵੇਗਾ।

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਕਈ ਥਾਵਾਂ ਤੇ ਖਿੱਚੇ ਗਏ  $x - t$ ,  $v - t$  ਅਤੇ  $a - t$  ਗ੍ਰਾਫਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਤਿੱਖੇ ਮੋੜ ਹਨ। ਇਸਦਾ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਫਲਨਾਂ ਦਾ ਇਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਅਵਕਲਨ ਨਹੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਪਰ ਕਿਸੇ ਅਸਲ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਗ੍ਰਾਫ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਕੋਣ ਦੇ ਵਕਰ ਹੋਣਗੇ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਫਲਨਾਂ ਦਾ ਅਵਕਲਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਇਕਦਮ ਨਹੀਂ ਬਦਲ ਸਕਦੇ। ਪਰਿਵਰਤਨ ਸਦਾ ਹੀ ਲਗਾਤਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

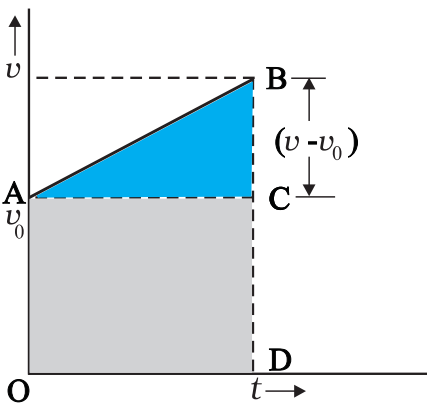
**3.6 ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਸੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸਮੀਕਰਨ**

**(KINEMATIC EQUATIONS FOR UNIFORMLY ACCELERATED MOTION)**

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ 'a' ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਕੁਝ ਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਪੰਜਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ- ਵਿਸਥਾਪਨ (x), ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ (t),  $t = 0$  ਸਮੇਂ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ( $v_0$ ), ਸਮਾਂ t ਬਤੀਤ ਹੋਣ ਤੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ (v) ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ (a)। ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ  $v_0$  ਅਤੇ v ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ (3.6) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ a ਅਤੇ ਸਮਾਂ t ਸ਼ਾਮਿਲ ਹਨ। ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ :

$$v = v_0 + at \quad \dots(3.6)$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 3.12 ਵਿੱਚ ਗ੍ਰਾਫ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 3.12** ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ  $v - t$  ਵਕਰ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਖੇਤਰਫਲ

ਇਸ ਵਕਰ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ :  
 $0$  ਤੋਂ  $t$  ਸਮੇਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ + ਆਇਤ OACD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$$= \frac{1}{2}(v-v_0)t + v_0t$$

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਡ ਕੀਤਾ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਹੈ,  $v - t$  ਗ੍ਰਾਫ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ  $x$  ਹੋਵੇਗਾ :

$$x = \frac{1}{2}(v-v_0)t + v_0t \quad \dots(3.7)$$

ਪਰੰਤੂ  $v - v_0 = at$

ਇਸ ਲਈ  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$

ਜਾਂ  $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad \dots(3.8)$

ਸਮੀਕਰਨ (3.7) ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

$$x = \frac{v+v_0}{2}t = \bar{v}t \quad \dots(3.9a)$$

ਜਿੱਥੇ,  $\bar{v} = \frac{v+v_0}{2}$  (ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ)

ਸਮੀਕਰਨ (3.9a) ਅਤੇ (3.9b) ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ  $x$  ਔਸਤ ਵੇਗ  $\bar{v}$  ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗਾਂ ਦੇ ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਔਸਤ (Arithmetic mean) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (3.6) ਤੋਂ  $t = (v - v_0)/a$  ਇਹ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ (3.9a) ਵਿੱਚ ਰੱਖਣ ਤੇ

$$x = \bar{v}t = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)\left(\frac{v-v_0}{a}\right) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \quad \dots(3.10)$$

ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (3.6) ਤੋਂ  $t$  ਦਾ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ (3.8) ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਦਈਏ ਤਾਂ ਵੀ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੰਜਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ  $v_0$ ,  $v$ ,  $a$ ,  $t$  ਅਤੇ  $x$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਸਾਨੂੰ ਤਿੰਨ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ -

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \quad \dots(3.11a)$$

ਇਹ ਸਾਰੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨ ਹਨ।

ਵਿਅੰਜਕ (3.11a) ਵਿੱਚ ਜੋ ਸਮੀਕਰਨ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਿਉਂਤਪੱਤੀ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਮੰਨਿਆ ਹੈ ਕਿ ਛਿਣ  $t = 0$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ 0 ਹੈ (ਭਾਵ  $x = 0$ ) ਪਰ ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਲਈਏ ਕਿ ਛਿਣ  $t = 0$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਜ਼ੀਰੋ ਨਾ ਹੋਵੇ, ਬਲਕਿ ਗੈਰ ਜ਼ੀਰੋ ਮਤਲਬ  $x_0$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (3.11a) ਹੋਰ ਵਿਆਪਕ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ (ਜੇ ਅਸੀਂ  $x$  ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ  $x - x_0$  ਲਿਖੀਏ)

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \dots(3.11b)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad \dots(3.11c)$$

**ਉਦਾਹਰਨ 3.3** ਕਲਨ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ:** ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਤੋਂ

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a dt$$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਸਮਕਲਨ ਕਰਨ ਤੇ

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt$$

$$= a \int_0^t dt \quad (a \text{ ਸਥਿਰ ਹੈ})$$

$$v - v_0 = at$$

$$v = v_0 + at$$

ਅੱਗੇ,

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v dt$$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਸਮਕਲਨ ਕਰਨ ਤੇ

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt$$

$$= \int_0^t (v_0 + at) dt$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ -

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

$$\text{ਜਾਂ } v dv = a dx$$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੇ ਸਮਕਲਨ ਤੇ

$$\int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x a dx$$

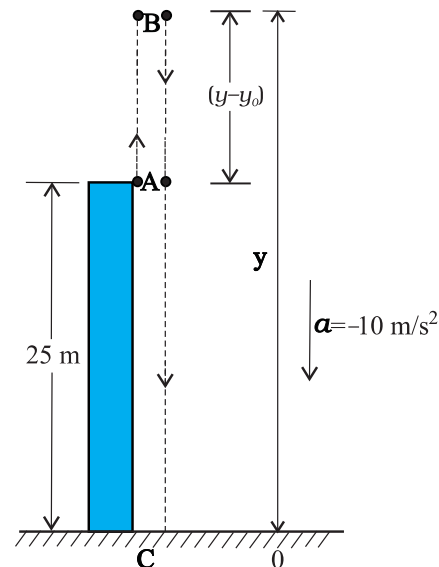
$$\frac{v^2 - v_0^2}{2} = a(x - x_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

ਇਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਇਹ ਲਾਭ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਾਲੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੁਝ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਰਾਂਗੇ।

**ਉਦਾਹਰਨ 3.4** ਕਿਸੇ ਬਹੁਮੰਜਲੀ ਭਵਨ ਦੀ ਉੱਪਰਲੀ ਛੱਤ ਤੋਂ ਕੋਈ ਗੇਂਦ  $20 \text{ ms}^{-1}$  ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਖੜੋਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸੁੱਟੀ ਗਈ ਹੈ। ਜਿਸ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਗੇਂਦ ਸੁੱਟੀ ਗਈ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਉਸ ਦੀ ਉਚਾਈ  $25.0 \text{ m}$  ਹੈ। (a) ਗੇਂਦ ਕਿੰਨੀ ਉੱਪਰ ਜਾਵੇਗੀ? ਅਤੇ (b) ਗੇਂਦ ਧਰਤੀ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲਵੇਗੀ?  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$



ਚਿੱਤਰ 3.13

**ਹੱਲ :** (a)  $y$ -ਧੁਰੇ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 3.13 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੁਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਧੁਰੇ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਬਿੰਦੂ ਧਰਤੀ ਤੇ ਹੋਵੇ।

$$\begin{aligned} \text{ਹੁਣ} \quad v_0 &= +20 \text{ ms}^{-1}, \\ a &= -g = -10 \text{ ms}^{-2}, \\ v &= 0 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

ਜੇ ਸੁੱਟੇ ਗਏ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਗੇਂਦ  $y$  ਉੱਚਾਈ ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ

$$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) \text{ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ -}$$

$$\begin{aligned} 0 &= (20)^2 + 2(-10)(y - y_0), \text{ ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੇ,} \\ (y - y_0) &= 20\text{m} \end{aligned}$$

(b) ਇਸ ਭਾਗ ਦਾ ਉੱਤਰ ਅਸੀਂ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਵਿਧੀਆਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨਪੂਰਵਕ ਸਮਝੋ।

**ਪਹਿਲੀ ਵਿਧੀ** — ਇਸ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਗੇਂਦ ਦੇ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ : ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਗਤੀ (A ਤੋਂ B) ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਗਤੀ (B ਤੋਂ C) ਅਤੇ ਸੰਗਤ  $t_1$  ਅਤੇ  $t_2$  ਪਤਾ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ B ਤੇ ਵੇਗ 0 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ :

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ 0 &= 20 - 10t_1 \\ 10t_1 &= 20 \end{aligned}$$

$$\text{ਜਾਂ} \quad t_1 = 2 \text{ s}$$

ਇਹ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਗੇਂਦ ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ B ਤੱਕ ਪੁੱਜਦੀ ਹੈ। B ਜਾਂ ਅਧਿਕਤਮ ਉੱਚਾਈ ਤੋਂ ਗੇਂਦ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਡਿਗਦੀ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਗੇਂਦ  $y$  ਦੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ  $t_2$  ਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ -

$$y = y_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

ਸਾਨੂੰ  $y_0 = 45 \text{ m}$  ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਅਤੇ  $y = 0$ ,  $v_0 = 0$ ,  $a = -g = -10 \text{ ms}^{-2}$

$$0 = 45 + (\frac{1}{2})(-10)t_2^2$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ} \quad t_2 = 3 \text{ s}$$

ਇਸ ਲਈ ਧਰਤੀ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਗੇਂਦ ਦੁਆਰਾ ਲਿਆ ਗਿਆ ਕੁੱਲ ਸਮਾਂ

$$t_1 + t_2 = 2 \text{ s} + 3 \text{ s} = 5 \text{ s ਹੋਵੇਗਾ।}$$

**ਦੂਸਰੀ ਵਿਧੀ :** ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਗੇਂਦ ਦੇ ਆਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤ ਕੇ ਅਸੀਂ ਗੇਂਦ ਦੁਆਰਾ ਲਏ ਗਏ ਕੁੱਲ ਸਮੇਂ ਦੀ ਗੁਣਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$y = y_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\begin{aligned} \text{ਹੁਣ} \quad y_0 &= 25 \text{ m} & y &= 0 \text{ m} \\ v_0 &= 20 \text{ ms}^{-1}, & a &= -10 \text{ ms}^{-2}, & t &= ? \\ 0 &= 25 + 20t + (\frac{1}{2})(-10)t^2 \\ 0 &= 25 + 20t - 5t^2 \end{aligned}$$

$$\text{ਜਾਂ} \quad 5t^2 - 20t - 25 = 0$$

$t$  ਦੇ ਲਈ, ਜੇ ਇਸ ਦੇ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ, ਤਾਂ

$$t = 5 \text{ s}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਦੂਸਰੀ ਵਿਧੀ ਪਹਿਲੀ ਨਾਲੋਂ ਵਧੀਆ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗਤੀ ਦੇ ਰਸਤੇ ਦੀ ਚਿੰਤਾ ਨਹੀਂ ਕਰਨੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਵਸਤੂ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 3.5** ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਣਾ (Free Fall)  
ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਡਿਗਦੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰੋ। ਹਵਾ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। (neglect air resistance)

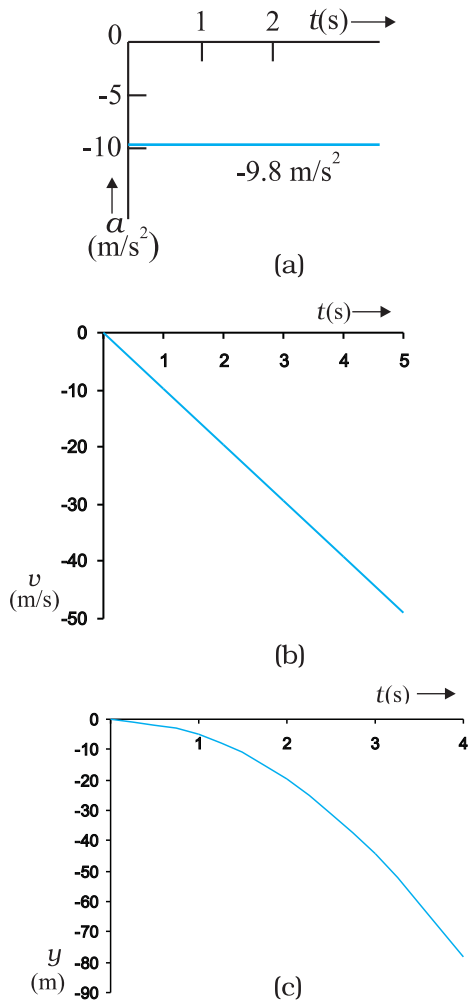
**ਹੱਲ :** ਜੇ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਥੋੜ੍ਹੀ ਉੱਚਾਈ ਤੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਛੱਡ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਧਰਤੀ ਵੱਲ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਕਾਰਨ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੋਵੇਗੀ। ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $g$  ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਵਸਤੂ ਤੇ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਉਪੇਖਿਤ ਮੰਨੀਏ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਾਂਗੇ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦਾ ਡਿਗਣਾ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੇ ਡਿਗਦੀ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ  $g$  ਦੇ ਮਾਨ ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਭਾਵ  $9.8 \text{ ms}^{-2}$  ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਣਾ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਾਲੀ ਗਤੀ ਦਾ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਾਂਗੇ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ  $y$ -ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ। ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸਦਾ ਹੀ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ

$$a = -g = -9.8 \text{ ms}^{-2}$$

ਵਸਤੂ ਨੂੰ  $y = 0$  ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਵਿਰਾਮਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਸੁੱਟਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ  $v_0 = 0$  ਅਤੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ (3.11 a) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੀਕਰਨ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ -

$$\begin{aligned} v &= 0 - gt & &= -9.8 t \text{ ms}^{-1} \\ y &= 0 - \frac{1}{2} g t^2 & &= -4.9 t^2 \text{ m} \\ v^2 &= 0 - 2g y & &= -19.6 y \text{ m}^2\text{s}^{-2} \end{aligned}$$



**ਚਿੱਤਰ 3.14** ਮੁਕਤ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ। (a) ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ, (b) ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ, (c) ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ।

ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਅਤੇ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਸਮੇਂ ਦੇ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਸਮੇਂ

ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਦੂਰੀ ਦੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ (3.14 (a), (b) ਅਤੇ (c)) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 3.6** ਗੈਲੀਲੀਓ ਦਾ ਟਾਂਕ ਅੰਕਾਂ ਸੰਬੰਧੀ ਨਿਯਮ : ਇਸ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ, “ਵਿਰਾਮ-ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਉਸੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਸ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਟਾਂਕ ਅੰਕ ਭਾਵ 1 : 3 : 5 : 7..... ।” ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਅਸੀਂ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਸਮਾਨ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ  $\tau$  ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਇਹਨਾਂ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

$$y = 1/2 g t^2$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ  $0, \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$  ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਾਰਨੀ 3.2 ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ। ਜੇ ਪਹਿਲੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $t$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ  $y$  ਲਈਏ ( $y_0 = (-1/2) g \tau^2$ ) ਤਾਂ ਅਗਲੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਦੇ ਬਾਅਦ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ  $y_0$  ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਵਿੱਚ ਕਾਲਮ ਤਿੰਨ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਵਾਰੀ ਸਿਰ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ (ਹਰੇਕ  $\tau$ ) ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਨੂੰ ਕਾਲਮ ਚਾਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : 11... ਦੇ ਸਰਲ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅੰਤਿਮ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

**ਸਾਰਨੀ 3.2**

$\tau$	$y$	$y$ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ $y_0 = (-1/2) g \tau^2$	ਦੂਰੀ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ 'ਤੇ	ਦੂਰੀ ਵਿੱਚ ਅਨੁਪਾਤ
0	0	0		
$\tau$	$-(1/2) g \tau^2$	$y_0$	$y_0$	1
$2\tau$	$-4(1/2) g \tau^2$	$4 y_0$	$3 y_0$	3
$3\tau$	$-9(1/2) g \tau^2$	$9 y_0$	$5 y_0$	5
$4\tau$	$-16(1/2) g \tau^2$	$16 y_0$	$7 y_0$	7
$5\tau$	$-25(1/2) g \tau^2$	$25 y_0$	$9 y_0$	9
$6\tau$	$-36(1/2) g \tau^2$	$36 y_0$	$11 y_0$	11

ਇਸ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਗੈਲੀਲੀਓ (1564-1642) ਨੇ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕੀਤਾ ਸੀ ਜਿਹਨਾਂ ਨੇ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ ਵਿਧੀਪੂਰਵਕ ਪਰਿਣਾਤਮਕ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਸੀ।

**ਉਦਾਹਰਨ 3.7** ਰੁਕਦੇ ਹੋਏ ਵਾਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ : (stopping distance of vehicles) ਰੁਕਦੇ ਹੋਏ ਵਾਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਤੋਂ ਸਾਡਾ ਭਾਵ ਉਸ ਦੂਰੀ ਤੋਂ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਉਣ ਦੇ ਕਾਰਨ ਰੁਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੈਅ ਕਰ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਸੜਕ ਤੇ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੇ ਵਾਹਨਾਂ ਦੀ ਸੁਰੱਖਿਆ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਵਿਚ ਇਹ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਕਾਰਕ ਹੈ। ਇਹ ਦੂਰੀ ਵਾਹਨ ਦੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ( $v_0$ ) ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਬ੍ਰੇਕ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ ਜਾਂ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਏ ਜਾਣ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਵਾਹਨ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਮੰਦਨ  $-a$  ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵਾਹਨ ਦੁਆਰਾ ਰੁਕਦੇ ਹੋਏ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਲਈ  $v_0$  ਅਤੇ  $a$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਅੰਜਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਵਾਹਨ ਰੁਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ  $d_s$  ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸਮੀਕਰਨ  $v^2 = v_0^2 + 2ax$  ਵਿੱਚ ਜੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ  $v = 0$  ਤਾਂ ਰੁਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ

$$d_s = \frac{-v_0^2}{2a}$$

ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਲਈ ਰੁਕਦੇ ਹੋਏ ਵਾਹਨ ਦੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਨੂੰ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸੀ ਮੰਦਨ ਦੇ ਲਈ ਰੁਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ (stopping distance) ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ।

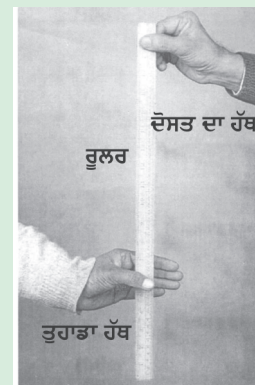
ਕਾਰ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਾਡਲ ਦੇ ਲਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵੇਗਾਂ 11, 15, 20 ਅਤੇ 25  $\text{ms}^{-1}$  ਦੇ ਸੰਗਤ ਸਟਾਪਿੰਗ ਦੂਰੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 10 m, 20 m, 34 m ਅਤੇ 50 m ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮਾਨਾਂ ਦੇ ਲਗਭਗ ਸੰਗਤ ਹਨ।

ਕੁਝ ਖੇਤਰਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਸਕੂਲਾਂ ਦੇ ਨੇੜੇ ਵਾਹਨਾਂ ਦੀ ਚਾਲ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਨਿਰਧਾਰਨ ਵਿੱਚ ਸਟਾਪਿੰਗ ਦੂਰੀ ਦਾ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਕਾਰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 3.8** ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ : ਕਦੇ-ਕਦੇ ਸਾਡੇ ਸਾਹਮਣੇ ਅਜਿਹੇ ਹਾਲਤ ਪੈਦਾ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲੋਂ ਤਤਕਾਲ ਕਾਰਵਾਈ ਦੀ ਆਸ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਪਰ ਪ੍ਰਤੀਕਰਮ ਵਿਖਾਉਣ (respond) ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਕੁਝ ਸਮਾਂ ਲੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ (Reaction time)

ਕਿਸੇ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਕੋਈ ਘਟਨਾਕ੍ਰਮ ਦੇਖਣ ਵਿੱਚ, ਉਸਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਸੋਚਣ ਵਿੱਚ ਕਾਰਵਾਈ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਸਮਾਂ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਚਲਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਚਾਨਕ ਰਸਤੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਲੜਕਾ ਸਾਹਮਣੇ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਾਰ ਵਿੱਚ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਜੋ ਸਮਾਂ ਲੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਹਾਲਤ ਦੇ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹੋਣ ਅਤੇ ਵਿਅਕਤੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਖੁਦ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਪ੍ਰਯੋਗ ਦੁਆਰਾ ਮਾਪ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਮਿੱਤਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰੂਲਰ ਦਿਉ ਅਤੇ ਉਸ ਨੂੰ ਕਹੋ ਕਿ ਉਹ ਤੁਹਾਡੇ ਹੱਥ ਦੇ ਅੰਗੂਠੇ ਅਤੇ ਤਰਜਣੀ ਉਂਗਲੀ (forefinger) ਦੇ ਵਿਚਲੀ ਖਾਲੀ ਜਗ੍ਹਾ ਤੋਂ ਰੂਲਰ ਖੜੋਦਾ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸੁੱਟ ਦੇਵੇ (ਚਿੱਤਰ 3.15)। ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਰੂਲਰ ਨੂੰ ਛੱਡਿਆ ਜਾਵੇ ਤੁਸੀਂ ਉਸ ਨੂੰ ਫੜ ਲਉ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਘਟਨਾਵਾਂ (ਰੂਲਰ ਨੂੰ ਛੱਡਣ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਦੁਆਰਾ ਫੜਨ) ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ  $t_r$  ਅਤੇ ਰੂਲਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ  $d$  ਨੂੰ ਨਾਪ ਲਉ। ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ  $d = 21.0 \text{ cm}$  ਹੈ ਤਾਂ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 3.15 ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਦਾ ਮਾਪਣ

**ਹੱਲ :** ਰੂਲਰ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ  $v_0 = 0$  ਅਤੇ  $a = -g = -9.8 \text{ ms}^{-2}$  ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ  $t_r$  ਅਤੇ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ( $d$ ) ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਹੈ,

$$d = -\frac{1}{2}gt_r^2$$

$$\text{ਜਾਂ } t_r = \sqrt{\frac{2d}{g}} \text{ s}$$

ਜੇ  $d = 21.0 \text{ cm}$  ਅਤੇ  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$  ਹੈ, ਤਾਂ

$$t_r = \sqrt{\frac{2 \times 0.21}{9.8}} \text{ s} \approx 0.2 \text{ s.}$$



### 3.7 ਸਾਪੇਖੀ ਗਤੀ (RELATIVE VELOCITY)

ਤੁਹਾਨੂੰ ਰੇਲਗੱਡੀ ਵਿੱਚ ਯਾਤਰਾ ਕਰਨ ਅਤੇ ਯਾਤਰਾ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਇਹ ਦੇਖਣ ਦਾ ਮੌਕਾ ਮਿਲਿਆ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਰੇਲਗੱਡੀ ਜੋ ਤੁਹਾਡੀ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ, ਤੁਹਾਡੇ ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਨਿਕਲ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤੁਹਾਡੀ ਰੇਲਗੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤੇਜ਼ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਪਰ ਇਹ ਤੁਹਾਨੂੰ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਹੌਲੀ ਚਲਦੀ ਦਿਖਾਈ ਦੇ ਰਹੀ ਹੋਵੇਗੀ, ਜੋ ਧਰਤੀ ਤੇ ਖੜ੍ਹਾ ਹੋ ਕੇ ਦੋਵੇਂ ਰੇਲਗੱਡੀਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦੋਨੋਂ ਰੇਲ-ਗੱਡੀਆਂ ਦਾ ਵੇਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਅਜਿਹਾ ਲੱਗੇਗਾ ਕਿ ਦੂਸਰੀ ਗੱਡੀ ਬਿਲਕੁਲ ਵੀ ਨਹੀਂ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਅਨੁਭਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ ਪੇਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਅਜਿਹੀਆਂ ਦੋ ਵਸਤੂਆਂ A ਅਤੇ B ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜੋ ਇੱਕ ਵਿਮ (ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ x-ਧੁਰਾ) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਵੇਗਾਂ  $v_A$  ਅਤੇ  $v_B$  ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। (ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਨਾਲ ਦੱਸਿਆ ਨਾ ਜਾਵੇ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਵੇਗਾਂ ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।) ਜੇ  $t = 0$  ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ A ਅਤੇ B ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x_A(0)$  ਅਤੇ  $x_B(0)$  ਹੋਣ, ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਛਿਣ  $t$  ਤੇ ਇਹ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣਗੀਆਂ :

$$x_A(t) = x_A(0) + v_A t \quad \dots(3.12a)$$

$$x_B(t) = x_B(0) + v_B t \quad \dots(3.12b)$$

ਵਸਤੂ A ਅਤੇ ਵਸਤੂ B ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ

$$\begin{aligned} x_{BA}(t) &= x_B(t) - x_A(t) \\ &= [x_B(0) - x_A(0)] + (v_B - v_A)t \quad \dots(3.13) \end{aligned}$$

ਹੋਵੇਗਾ। ਸਮੀਕਰਨ 3.13 ਦੀ ਅਸੀਂ ਸੌਖਿਆਂ ਹੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਵਸਤੂ A ਤੋਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਵਸਤੂ B ਦਾ ਵੇਗ  $v_B - v_A$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ A ਤੋਂ B ਤੱਕ ਵਿਸਥਾਪਨ ਇਕਾਈ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ  $v_B - v_A$  ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਲਗਾਤਾਰ ਬਦਲੀ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਸਤੂ B ਦਾ ਵੇਗ ਵਸਤੂ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ  $v_B - v_A$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

$$v_{BA} = v_B - v_A \quad \dots(3.14a)$$

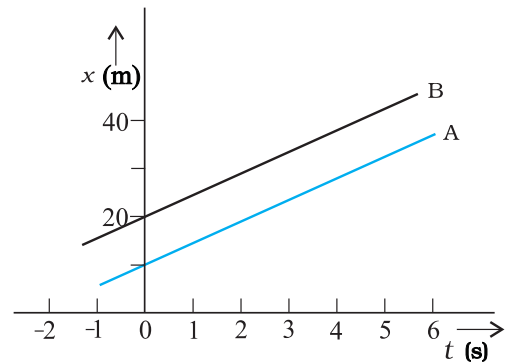
ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਸਤੂ A ਦਾ ਵੇਗ ਵਸਤੂ B ਦੇ ਸਾਪੇਖ

$$v_{AB} = v_A - v_B \quad \dots(3.14b)$$

ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ,

$$v_{BA} = -v_{AB} \quad \dots(3.14c)$$

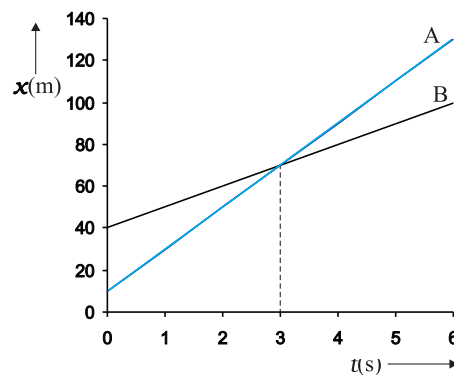
ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਹਾਲਤਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ



ਚਿੱਤਰ 3.16 ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂਆਂ A ਅਤੇ B ਦੇ ਲਈ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ

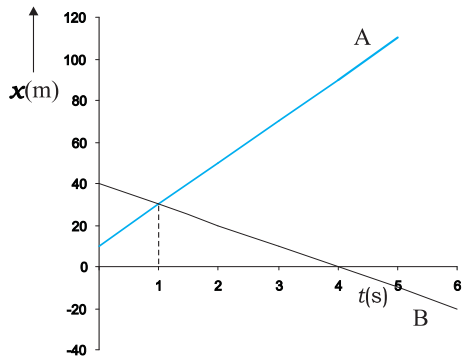
(a) ਜੇ  $v_B = v_A$ ,  $v_B - v_A = 0$  ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ 3.13 ਤੋਂ  $x_B(t) - x_A(t) = x_B(0) - x_A(0)$  ਇਸਦਾ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਵਸਤੂਆਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਸਦਾ ਸਥਿਰ ਦੂਰੀ  $(x_B(0) - x_A(0))$  ਤੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਆਪਸ ਵਿਚ ਸਮਾਂਤਰ ਸਰਲ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 3.16 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ  $v_{AB}$  ਜਾਂ  $v_{BA} = 0$  (ਜ਼ੀਰੋ) ਹੈ।

(b) ਜੇ  $v_A > v_B$ ,  $v_B - v_A$  ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ। ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫ ਦੀ ਢਾਲ ਦੂਸਰੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫ ਦੀ ਢਾਲ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਹੈ। ਦੋਨੋਂ ਗ੍ਰਾਫ ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਜੇ  $v_A = 20 \text{ ms}^{-1}$  ਅਤੇ  $x_A(0) = 10 \text{ m}$  ਅਤੇ  $v_B = 10 \text{ m s}^{-1}$  ਅਤੇ  $x_B(0) = 40 \text{ m}$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਜਿਸ ਛਿਣ ਤੇ ਦੋਨੋਂ ਵਸਤੂਆਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ ਉਹ  $t = 3 \text{ s}$  ਹੋਵੇਗਾ (ਚਿੱਤਰ 3.17) ਇਸ ਛਿਣ ਉਹ ਦੋਨੋਂ ਵਸਤੂਆਂ  $x_A(t) = x_B(t) = 70 \text{ m}$  ਤੇ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਸ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ A ਵਸਤੂ B ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਨਿਕਲ ਜਾਵੇਗੀ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ  $v_{BA} = 10 \text{ ms}^{-1} - 20 \text{ ms}^{-1} = -10 \text{ ms}^{-1} = -v_{AB}$ .



ਚਿੱਤਰ 3.17 ਅਸਮਾਨ ਵੇਗਾਂ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਮਿਲਨ ਦਾ ਸਮਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

(c) ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ  $v_A$  ਅਤੇ  $v_B$  ਉਲਟ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਜੇ ਵਸਤੂ A ਸਥਿਤੀ  $x_A(0) = 10 \text{ m}$  ਤੋਂ  $20 \text{ ms}^{-1}$  ਦੇ ਵੇਗ ਅਤੇ ਵਸਤੂ B ਸਥਿਤੀ  $x_B(0) = 40 \text{ m}$  ਤੋਂ  $-10 \text{ ms}^{-1}$  ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ  $t = 1$  ਸਕਿੰਟ (ਚਿੱਤਰ 3.18) ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ। A ਦੇ ਸਾਪੇਖ B ਦਾ ਵੇਗ,  $v_{BA} = [-10 - (20)] \text{ ms}^{-1} = -30 \text{ ms}^{-1} = -v_{AB}$  ਹੋਵੇਗਾ।



**ਚਿੱਤਰ 3.18** ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਦੋ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦੋਨਾਂ ਦੇ ਮਿਲਨ ਦਾ ਸਮਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ,  $v_{BA}$  ਜਾਂ  $v_{AB}$  30 ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ( $= 30 \text{ ms}^{-1}$ ) ਵਸਤੂ A ਜਾਂ B ਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ। ਜੇ ਵਿਚਾਰ ਅਧੀਨ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਰੇਲਗੱਡੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਲਈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਰੇਲਗੱਡੀ ਵਿੱਚ ਬੈਠਾ ਹੈ, ਦੂਸਰੀ ਰੇਲਗੱਡੀ ਬਹੁਤ ਤੇਜ਼ ਚਲਦੀ ਹੋਈ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ 3.14 ਤਦ ਵੀ ਸਹੀ ਹੋਵੇਗੀ ਜਦੋਂ  $v_A$  ਅਤੇ  $v_B$  ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾ ਰਹੇ ਹੋਣ।

**ਉਦਾਹਰਨ 3.9** ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਲ ਪੱਟਰੀਆਂ ਉੱਤਰ-ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇੱਕ ਰੇਲਗੱਡੀ A ਉੱਤਰ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $54 \text{ km/h}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਰੇਲਗੱਡੀ B ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $90 \text{ km/h}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ।

(a) A ਦੇ ਸਾਪੇਖ B ਦਾ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।  
 (b) B ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਧਰਤੀ ਦਾ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।  
 (c) ਰੇਲਗੱਡੀ A ਦੀ ਛੱਤ ਤੇ ਗਤੀ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ (ਰੇਲਗੱਡੀ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ  $18 \text{ kmh}^{-1}$  ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ) ਦੌੜਦੇ ਹੋਏ ਉਸ ਬਾਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਧਰਤੀ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦੁਆਰਾ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ।

**ਹੱਲ :** (a)  $x$ -ਧੁਰੇ ਦੇ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦੱਖਣ ਤੋਂ ਉੱਤਰ ਵੱਲ ਚੁਣੋ। ਤਦ,

$$v_A = + 54 \text{ kmh}^{-1} = 15 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_B = - 90 \text{ kmh}^{-1} = - 25 \text{ ms}^{-1}$$

A ਦੇ ਸਾਪੇਖ B ਦਾ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ  $v_B - v_A = - 40 \text{ ms}^{-1}$  ਹੋਵੇਗਾ।

ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਰੇਲਗੱਡੀ B ਰੇਲਗੱਡੀ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $40 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚਲਦੀ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(b) B ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਧਰਤੀ ਦਾ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ  $= 0 - v_B = 25 \text{ ms}^{-1}$

(c) ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਬਾਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ  $= v_M$  ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਬਾਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ  $v_{MA} = v_M - v_A = -18 \text{ kmh}^{-1} = -5 \text{ ms}^{-1}$

ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ,  $v_M = (15 - 5) \text{ ms}^{-1} = 10 \text{ ms}^{-1}$

**ਸਾਰ (SUMMARY)**

- ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਸਤੂ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਸਹੂਲਤ ਲਈ ਚੁਣੇ ਗਏ ਕਿਸੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
- ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਵਿਸਥਾਪਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ  $\Delta x$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$x_1$  ਅਤੇ  $x_2$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹਨ। ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

- ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਸਮਾਨ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਦੂਰੀਆਂ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਗਤੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਤਾਂ ਗਤੀ ਅਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਉਸ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ, ਜਿਸ ਦੌਰਾਨ ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੋਇਆ ਹੈ, ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਜੋ ਰਾਸ਼ੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਔਸਤ ਵੇਗ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ  $\bar{v}$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$x-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਔਸਤ ਵੇਗ ਉਸ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਹੈ ਜੋ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਜੋੜਦੀ ਹੈ।

- ਵਸਤੂ ਦੀ ਯਾਤਰਾ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਕੁੱਲ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਔਸਤ ਚਾਲ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਉਸਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- ਜਦੋਂ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ  $\Delta t$  ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵਸਤੂ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਨੂੰ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਜਾਂ ਸਿਫਰ ਵੇਗ ਆਖਦੇ ਹਨ।

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਉਸ ਛਿਣ ਸਥਿਤੀ-ਸਮੇਂ ਗ੍ਰਾਫ ਤੇ ਬਣਾਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

- ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਸੰਗਤ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ ਜੋ ਰਾਸ਼ੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਆਖਦੇ ਹਨ।

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- ਜਦੋਂ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਹੋਵੇ ਭਾਵ  $\Delta t \rightarrow 0$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ, ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਨੂੰ ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜਾਂ ਸਿਫਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਆਖਦੇ ਹਨ।

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਉਸ ਛਿਣ ਵੇਗ-ਸਮੇਂ ਗ੍ਰਾਫ ਦੀ ਢਾਲ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਲਈ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ  $x-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਸਮਾਂ-ਧੁਰਾ ਤੇ ਇੱਕ ਢਾਲੂ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। (Inclined to time-axis) ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਲਈ  $v-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਸਮਾਂ-ਧੁਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ  $x-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਦਕਿ  $v-t$  ਗ੍ਰਾਫ ਸਮਾਂ-ਧੁਰੇ ਨਾਲ ਢਾਲ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

- ਕਿਸੇ ਦੋ ਛਿਣਾਂ  $t_1$  ਅਤੇ  $t_2$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਵੇਗ-ਸਮੇਂ ਵੱਕਰ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਪੰਜ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਿਵੇਂ ਵਿਸਥਾਪਨ  $x$ , ਸੰਬੰਧਤ ਸਮੇਂ  $t$ , ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ  $v_0$ , ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ  $v$  ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ  $a$  ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਵਸਤੂ ਦੇ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ (kinematic equations of motion) ਦੇ ਨਾਂ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ

$$v = v_0 + at,$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2,$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

ਇਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਛਿਣ  $t = 0$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ  $x = 0$  ਲਈ ਗਈ ਹੈ। ਜੇ ਵਸਤੂ  $x = x_0$  ਤੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੇ ਤਾਂ ਉੱਕਵੇਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ  $x$  ਦੇ ਸਥਾਨ ਤੇ  $x - x_0$  ਲਿਖਾਂਗੇ।

ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ	ਪ੍ਰਤੀਕ	ਵਿਮਾਂ	ਮਾਤ੍ਰਕ	ਟਿੱਪਣੀ
ਪਥ ਲੰਬਾਈ		[L]	m	
ਵਿਸਥਾਪਨ	$\Delta x$	[L]	m	$= x_2 - x_1$ ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।
ਵੇਗ		[LT <sup>-1</sup> ]	m s <sup>-1</sup>	
(a) ਔਸਤ	$\bar{v}$			$= \frac{\Delta x}{\Delta t}$
(b) ਤਤਕਾਲੀ	$v$			$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$ ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।
ਚਾਲ		[LT <sup>-1</sup> ]	m s <sup>-1</sup>	
(a) ਔਸਤ				$= \frac{\text{ਪਥ ਲੰਬਾਈ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}}$
(b) ਤਤਕਾਲੀ				$= \frac{dx}{dt}$
ਪ੍ਰਵੇਗ		[LT <sup>-2</sup> ]	m s <sup>-2</sup>	
(a) ਔਸਤ	$\bar{a}$			$= \frac{\Delta v}{\Delta t}$
(b) ਤਤਕਾਲੀ	$a$			$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$ ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

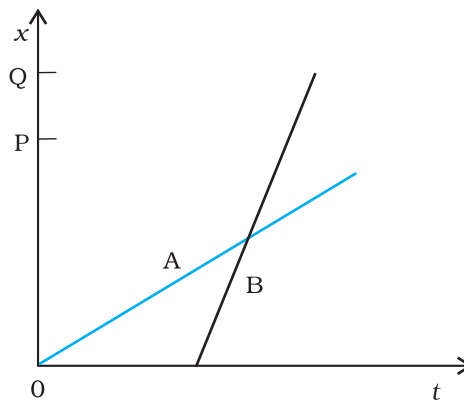
**ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ (Points to ponder)**

1. ਸਧਾਰਨ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਿਰੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਦਕਿ ਪਥ ਲੰਬਾਈ (ਜਿਵੇਂ ਨਾਂ ਤੋਂ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ) ਅਸਲ ਪਥ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਦੋਂ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਦੋਂ ਵਸਤੂ ਗਤੀ ਦੌਰਾਨ ਆਪਣੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ। ਹੋਰ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
2. ਉਪਰੋਕਤ ਬਿੰਦੂ 1. ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਲਈ ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦਾ ਮਾਨ ਜਾਂ ਤਾਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੋਨੋਂ ਉਸ ਵੇਲੇ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਗੇ ਜੇ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗੀ।
3. ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਪੂਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਦੀ ਚੋਣ ਸਾਡੀ ਰੁਚੀ ਦਾ ਵਿਸ਼ਾ ਹੈ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਸ ਚੋਣ ਬਾਰੇ ਚਿੰਤਾ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਰਾਸ਼ੀਆਂ, ਜਿਵੇਂ - ਵਿਸਥਾਪਨ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
4. ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਵੱਧਦੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ ਪਰੰਤੂ ਜੇ ਚਾਲ ਘੱਟਦੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਵੇਗ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਹ ਕਥਨ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਪੂਰੇ ਦੀ ਚੋਣ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।
5. ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਘੱਟ ਰਹੀ ਹੈ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰਹੀ ਹੈ। ਪਨਵੇਗ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਪਰੋਕਤ ਬਿੰਦੂ 3 ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਪੂਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਦੀ ਚੋਣ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੇ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਪੂਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਗੁਰੂਤਾ ਕਾਰਨ ਹੇਠਾਂ ਡਿਗ ਰਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਵੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਵੱਧਦੀ ਜਾਵੇਗੀ ਜਦੋਂਕਿ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਮਾਨ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ। ਵਸਤੂ ਉੱਪਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਸੁੱਟੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸੇ ਰਿਣਾਤਮਕ (ਗੁਰੂਤਾ) ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਕਾਰਨ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਵਿੱਚ ਕਮੀ ਆਉਂਦੀ ਜਾਵੇਗੀ।

6. ਜੇ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਸਿਫਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵੀ ਸਿਫਰ ਹੋਵੇ। ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਜਦਕਿ ਉਸ ਛਿਣ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਿਫਰ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਸਿਖਰ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਉਸਦਾ ਵੇਗ ਤਾਂ ਸਿਫਰ ਹੋਵੇਗਾ ਪਰ ਇਸ ਮੌਕੇ 'ਤੇ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੀ ਹੋਵੇਗਾ।
7. ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ [ਸਮੀਕਰਨ (3.11)] ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਹਨ ਭਾਵ ਉਹ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਸਾਰੀਆਂ ਪਰਿਸਥਿਤੀਆਂ (ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਗਤੀ) ਲਈ ਢੁੱਕਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਬੇਸ਼ਰਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮਾਨ ਢੁੱਕਵੇਂ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਰੱਖੇ ਜਾਣ।
8. ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀਆਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ [(ਸਮੀਕਰਨ (3.3) ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (3.5)] ਪੱਕੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸਦਾ ਲਈ ਸਹੀ ਹਨ। ਜਦ ਕਿ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨ [(ਸਮੀਕਰਨ (3.11)] ਉਹੀ ਗਤੀਆਂ ਲਈ ਸਹੀ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ।

### ਅਭਿਆਸ (EXERCISE)

- 3.1 ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਗਤੀ ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਲਗਭਗ ਬਿੰਦੂ ਵਸਤੂ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :
  - (a) ਦੋ ਸਟੇਸ਼ਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਝਟਕੇ ਦੇ ਚੱਲਦੀ ਹੋਈ ਰੇਲਗੱਡੀ।
  - (b) ਕਿਸੇ ਚੱਕਰੀ ਪਥ ਤੇ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਹੇ ਵਿਅਕਤੀ ਉੱਪਰ ਬੈਠਾ ਕੋਈ ਬਾਂਦਰ।
  - (c) ਜਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾ ਕੇ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਮੁੜਨ ਵਾਲੀ ਆਪਣੀ ਧੁਰੀ ਤੇ ਘੁੰਮਦੀ ਹੋਈ ਕੋਈ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਗੇਂਦ।
  - (d) ਕਿਸੇ ਮੇਜ਼ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਤੋਂ ਫਿਸਲ ਕੇ ਡਿੱਗਿਆ ਕੋਈ ਬੀਕਰ।
- 3.2 ਦੋ ਬੱਚੇ A ਅਤੇ B ਆਪਣੇ ਸਕੂਲ O ਤੋਂ ਵਾਪਸ ਆ ਕੇ ਆਪਣੇ-ਆਪਣੇ ਘਰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ P ਅਤੇ Q ਨੂੰ ਜਾ ਰਹੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ( $x - t$ ) ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.19 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਬ੍ਰੈਕਟਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਚੁਣੋ।
  - (a) B/A ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ A/B ਸਕੂਲ ਦੇ ਨੇੜੇ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।
  - (b) B/A ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ A/B ਸਕੂਲ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਚੱਲਦਾ ਹੈ।
  - (c) B/A ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ A/B ਤੇਜ਼ ਚੱਲਦਾ ਹੈ।
  - (d) A ਅਤੇ B ਘਰ (ਇੱਕੋ/ਵੱਖ) ਸਮੇਂ ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਨ।
  - (e) A/B ਸੜਕ ਤੇ B/A ਤੋਂ (ਇੱਕ ਵਾਰ/ਦੋ ਵਾਰ) ਅੱਗੇ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



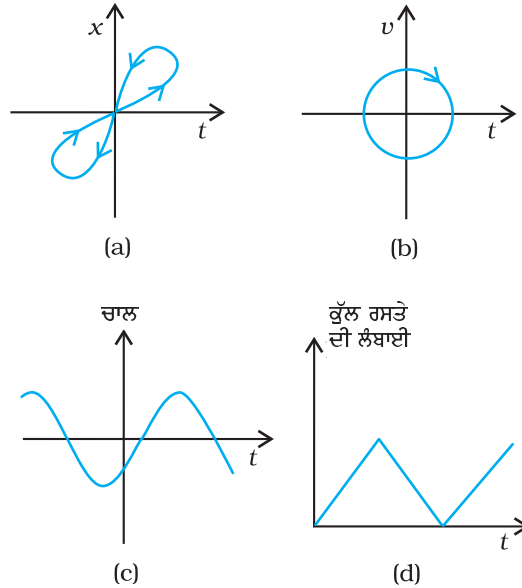
ਚਿੱਤਰ 3.19

- 3.3 ਇੱਕ ਔਰਤ ਆਪਣੇ ਘਰ ਤੋਂ ਸਵੇਰੇ 9.00 ਵਜੇ 2.50 ਕਿ.ਮੀ. ਦੂਰ ਆਪਣੇ ਦਫਤਰ ਲਈ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ ਤੇ  $5 \text{ km h}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲਦੀ ਹੈ। ਉੱਥੇ ਉਹ ਸ਼ਾਮ 5.00 ਵਜੇ ਤੱਕ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ  $25 \text{ km h}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੇ ਕਿਸੇ ਆਟੋ ਰਿਕਸ਼ਾ ਦੁਆਰਾ ਆਪਣੇ ਘਰ ਪਰਤ ਆਉਂਦੀ ਹੈ। ਢੁੱਕਵਾਂ ਪੈਮਾਨਾ ਚੁਣੋ ਅਤੇ ਉਸ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ  $x - t$  ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚੋ।
- 3.4 ਕੋਈ ਸ਼ਰਾਬੀ ਕਿਸੇ ਤੰਗ ਗਲੀ ਵਿੱਚ 5 ਕਦਮ ਅੱਗੇ ਵੱਧਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 3 ਕਦਮ ਪਿੱਛੇ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਉਸਦੇ ਬਾਅਦ ਫਿਰ 5 ਕਦਮ ਅੱਗੇ ਵੱਧਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 3 ਕਦਮ ਪਿੱਛੇ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੱਲਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਉਸਦਾ ਹਰ ਕਦਮ 1 ਮੀ. ਲੰਬਾ ਹੈ ਅਤੇ 1 ਸਕਿੰਟ ਸਮਾਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਦਾ  $x - t$  ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚੋ। ਗ੍ਰਾਫ਼ ਤੋਂ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਉਹ ਜਿੱਥੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਉੱਥੋਂ 13 ਮੀ. ਦੂਰ ਕਿਸੇ ਟੋਏ ਵਿਚ ਕਿੰਨੇ ਸਮੇਂ ਬਾਦ ਡਿੱਗਦਾ ਹੈ ?
- 3.5 ਕੋਈ ਜੈੱਟ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼  $500 \text{ km h}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਜੈੱਟ ਜਹਾਜ਼ ਦੇ ਸਾਪੇਖ  $1500 \text{ km h}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਆਪਣੇ ਦਹਿਨ ਉਤਪਾਦਾਂ ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਕੱਢਦਾ ਹੈ। ਜਮੀਨ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰੇਖਕ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਇਹਨਾਂ ਦਹਿਨ ਉਤਪਾਦਾਂ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

- 3.6** ਸਿੱਧੇ ਹਾਈਵੇ ਤੇ ਕੋਈ ਕਾਰ  $126 \text{ kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ  $200 \text{ ਮੀ.}$  ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਰੋਕ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਾਰ ਦੇ ਮੰਦਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਮੰਨੋ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕਾਰ ਨੂੰ ਰੁਕਣ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗਿਆ ?
- 3.7** ਦੋ ਰੇਲਗੱਡੀਆਂ A ਅਤੇ B ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਪੱਟਰੀਆਂ ਉੱਪਰ  $72 \text{ kmh}^{-1}$  ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲ ਰਹੀਆਂ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਰੇਲਗੱਡੀ  $400 \text{ ਮੀ.}$  ਲੰਬੀ ਹੈ। ਰੇਲਗੱਡੀ A ਰੇਲਗੱਡੀ B ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਹੈ। B ਦਾ ਡਰਾਈਵਰ A ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਜਾਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ  $1 \text{ m s}^{-2}$  ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ  $50 \text{ ਸਕਿੰਟ}$  ਦੇ ਬਾਦ B ਦਾ ਗਾਰਡ A ਦੇ ਡਰਾਈਵਰ ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਅਰੰਭਿਕ ਦੂਰੀ ਕਿੰਨੀ ਸੀ ?
- 3.8** ਦੋ ਲੇਨ ਵਾਲੀ ਕਿਸੇ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ A  $36 \text{ kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲਦੀਆਂ ਦੋ ਕਾਰਾਂ B ਅਤੇ C ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੀ ਚਾਲ  $54 \text{ kmh}^{-1}$  ਹੈ, ਕਾਰ A ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣਾ ਚਾਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਛਿਣ 'ਤੇ ਜਦੋਂ ਦੂਰੀ AB, ਦੂਰੀ AC ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਦੋਨੋਂ  $1 \text{ Km}$  ਹਨ। ਕਾਰ B ਦਾ ਡਰਾਈਵਰ ਇਹ ਫੈਸਲਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਾਰ C ਦੇ ਕਾਰ A ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਉਹ ਕਾਰ A ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਨਿਕਲ ਜਾਵੇ। ਕਿਸੇ ਦੁਰਘਟਨਾ ਤੋਂ ਬਚਣ ਲਈ ਕਾਰ B ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਨਿਊਨਤਮ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ?
- 3.9** ਦੋ ਪਿੰਡ A ਅਤੇ B ਨਿਯਮਿਤ ਬੱਸ ਸੇਵਾ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ-ਦੂਜੇ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰੇਕ T ਮਿੰਟ ਬਾਦ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸੇ ਬੱਸਾਂ ਚੱਲਦੀਆਂ ਹਨ। ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਸਾਈਕਲ ਤੇ  $20 \text{ kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ A ਤੋਂ B ਵੱਲ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਨੋਟ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਹਰੇਕ 18 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਇੱਕ ਬੱਸ ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਹਰੇਕ 6 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਉਸਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੰਘਦੀ ਹੈ। ਬੱਸ ਸੇਵਾਕਾਲ T ਕਿੰਨਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬੱਸਾਂ ਸੜਕ 'ਤੇ ਕਿਸ ਚਾਲ (ਸਥਿਰ ਮੰਨੋ) ਨਾਲ ਚੱਲਦੀਆਂ ਸਨ ?
- 3.10** ਕੋਈ ਖਿਡਾਰੀ ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ  $29.4 \text{ ms}^{-1}$  ਨਾਲ ਸੁੱਟਦਾ ਹੈ,  
 (a) ਗੇਂਦ ਦੀ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਗਤੀ ਦੌਰਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?  
 (b) ਇਸ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਿਖਰ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਗੇਂਦ ਦਾ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕੀ ਹੋਣਗੇ ?  
 (c) ਗੇਂਦ ਦੇ ਸਿਖਰ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਥਾਨ ਅਤੇ ਸਮੇਂ ਨੂੰ  $x = 0$  ਅਤੇ  $t = 0$  ਚੁਣੋ, ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ  $x$  ਧੁਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਮੰਨੋ। ਗੇਂਦ ਦੀ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਗਤੀ ਦੌਰਾਨ ਸਥਿਤੀ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੱਸੋ।  
 (d) ਕਿਸ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਗੇਂਦ ਉੱਪਰ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿੰਨੀ ਦੇਰ ਬਾਅਦ ਗੇਂਦ ਖਿਡਾਰੀ ਦੇ ਹੱਥਾਂ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ?  
 ( $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$  ਅਤੇ ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਉਪੇਖਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ)
- 3.11** ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਕਾਰਨ ਦੱਸਦੇ ਹੋਏ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨ ਦਿੰਦੇ ਹੋਏ ਦੱਸੋ ਕਿ ਇਹ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਝੂਠ, ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ  
 (a) ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਚਾਲ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋਣ ਤੇ ਵੀ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।  
 (b) ਚਾਲ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋਣ ਤੇ ਵੀ ਉਸਦਾ ਵੇਗ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।  
 (c) ਚਾਲ ਸਥਿਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।  
 (d) ਚਾਲ ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ ਵੱਧਦੀ ਰਹੇਗੀ, ਜੇ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਵੇ।
- 3.12** ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਨੂੰ  $90 \text{ ਮੀ.}$  ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਫਰਸ਼ ਦੇ ਨਾਲ ਹਰੇਕ ਟੱਕਰ ਵਿਚ ਗੇਂਦ ਦੀ ਚਾਲ  $\frac{1}{10}$  ਘੱਟ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਗਤੀ ਦਾ  $t = 0$  ਤੋਂ  $12 \text{ ਸਕਿੰਟ}$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਚਾਲ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚੋ।
- 3.13** ਉਦਾਹਰਨ ਸਮੇਤ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰੋ।  
 (a) ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ (ਜਿਸਨੂੰ ਕਦੇ-ਕਦੇ ਦੂਰੀ ਵੀ ਆਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ) ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੁਆਰਾ ਉਸੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੌਰਾਨ ਤੈਅ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪਥ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ।  
 (b) ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ (ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਨੂੰ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਕੀਤੀ ਕੁੱਲ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)। ਦਰਸਾਉ ਕਿ (a) ਅਤੇ (b) ਦੋਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹੀ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਪਹਿਲੀ ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਕਦੋਂ ਸਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? (ਸਹੂਲਤ ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਗਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।)
- 3.14** ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਆਪਣੇ ਘਰ ਤੋਂ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ ਤੇ  $5 \text{ kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ  $2.5 \text{ km}$  ਦੂਰ ਬਜ਼ਾਰ ਤੱਕ ਪੈਦਲ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਬਜ਼ਾਰ ਬੰਦ ਦੇਖ ਕੇ ਉਸੇ ਛਿਣ ਵਾਪਸ ਮੁੜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ  $7.5 \text{ kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਘਰ ਪਰਤ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ (i) 0-30 ਮਿੰਟ (ii) 0-50 ਮਿੰਟ (iii) 0-40 ਮਿੰਟ ਦੌਰਾਨ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ  
 (a) ਦੀ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ  
 (b) ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ ?  
 (ਨੋਟ : ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਤੋਂ ਸਮਝ ਸਕੋਗੇ ਕਿ ਔਸਤ ਚਾਲ ਨੂੰ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਦੀ ਬਜਾਏ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤੀ ਕੁੱਲ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਨਾਲ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨਾ ਜ਼ਿਆਦਾ ਵਧੀਆ ਕਿਉਂ ਹੈ ? ਤੁਸੀਂ ਥੱਕ ਕੇ ਘਰ ਪਰਤੇ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਇਹ ਦੱਸਣਾ ਨਹੀਂ ਚਾਹੋਗੇ ਕਿ ਉਸਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਸਿਫ਼ਰ ਸੀ।)
- 3.15** ਅਸੀਂ ਅਭਿਆਸ 3.13 ਅਤੇ 3.14 ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਅਤੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਤਤਕਾਲੀ ਚਾਲ ਅਤੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਕਰਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਤਤਕਾਲੀ ਚਾਲ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਕਿਉਂ ?

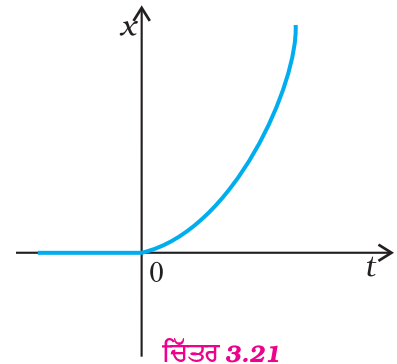


**3.16** ਚਿੱਤਰ 3.20 ਵਿੱਚ (a) ਤੋਂ (d) ਤੱਕ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫ਼ਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਦੇਖ ਕੇ ਦੱਸੋ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਜਿੱਥੋਂ ਤੱਕ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ, ਨਹੀਂ ਦਰਸਾ ਸਕਦਾ।



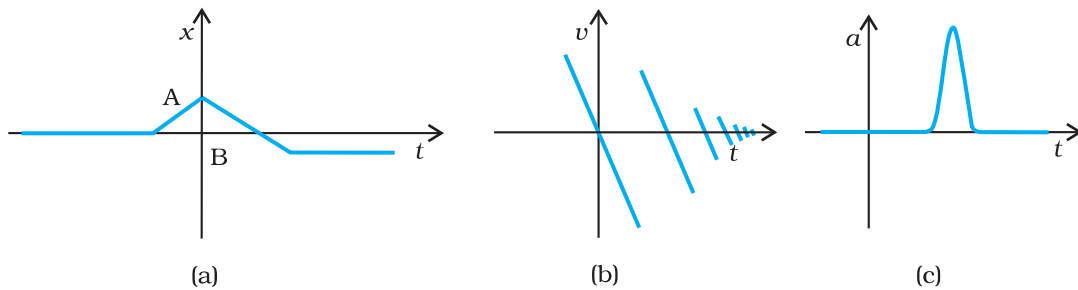
ਚਿੱਤਰ 3.20

**3.17** ਚਿੱਤਰ 3.21 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦਾ  $x - t$  ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਗ੍ਰਾਫ਼ ਤੋਂ ਕੀ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਠੀਕ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇਹ ਕਣ  $t < 0$  ਲਈ ਕਿਸੇ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ  $t > 0$  ਲਈ ਕਿਸੇ ਪੈਰਾਬੋਲੀ ਪਥ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਨਹੀਂ, ਤਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੇ ਸੰਗਤ ਕਿਸੇ ਉਚਿਤ ਭੌਤਿਕ ਹਵਾਲੇ ਦਾ ਸੁਝਾਅ ਦਿਉ।



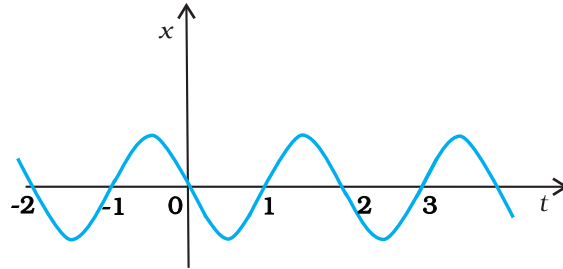
ਚਿੱਤਰ 3.21

**3.18** ਕਿਸੇ ਹਾਈਵੇ ਤੇ ਪੁਲਿਸ ਦੀ ਕੋਈ ਗੱਡੀ  $30\text{km/h}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਅੰਤ ਇਹ ਉਸੇ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $192\text{kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਜਾ ਰਹੀ ਕਿਸੇ ਚੋਰ ਦੀ ਕਾਰ ਤੇ ਗੋਲੀ ਚਲਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਗੋਲੀ ਦੀ ਨਾਲ ਮੁੱਖੀ ਚਾਲ  $150\text{ms}^{-1}$  ਹੈ ਤਾਂ ਚੋਰ ਦੀ ਕਾਰ ਨੂੰ ਗੋਲੀ ਕਿਸ ਚਾਲ ਨਾਲ ਵੱਜੇਗੀ ? (ਨੋਟ : ਉਸ ਚਾਲ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਚੋਰ ਦੀ ਕਾਰ ਨੂੰ ਨੁਕਸਾਨ ਪਹੁੰਚਾਉਣ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੋਵੇ)।



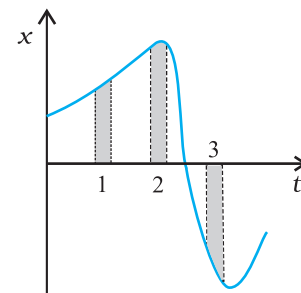
ਚਿੱਤਰ 3.22

- 3.19** ਚਿੱਤਰ 3.22 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਰੇਕ ਗ੍ਰਾਫ ਲਈ ਕਿਸੇ ਉਚਿਤ ਭੌਤਿਕ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਸੁਝਾਅ ਦਿਉ।
- 3.20** ਚਿੱਤਰ 3.23 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਸਰਲ ਆਵਰਤੀ ਗਤੀ ਲਈ  $x - t$  ਗ੍ਰਾਫ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। (ਇਸ ਗਤੀ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਅਧਿਆਇ 14 ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੋਗੇ) ਸਮਾਂ  $t = 0.3s, 1.2s, -1.2s$  ਤੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਕੀ ਹੋਣਗੇ ?



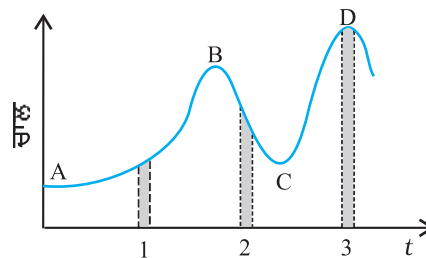
ਚਿੱਤਰ 3.23

- 3.21** ਚਿੱਤਰ 3.24 ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦਾ  $x - t$  ਗ੍ਰਾਫ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਸਮਾਨ ਅੰਤਰਾਲ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਕਿਸ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਅਧਿਕਤਮ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸ ਵਿੱਚ ਨਿਊਨਤਮ। ਹਰੇਕ ਅੰਤਰਾਲ ਲਈ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੱਸੋ।



ਚਿੱਤਰ 3.24

- 3.22** ਚਿੱਤਰ 3.25 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਵੱਲ ਚੱਲ ਰਹੇ ਕਣ ਦਾ ਚਾਲ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਸਮਾਨ ਅੰਤਰਾਲ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਕਿਸ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਸਭ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ? ਕਿਸ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗੀ ? ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਗਤੀ ਦੀ ਸਥਿਰ ਦਿਸ਼ਾ ਚੁਣਦੇ ਹੋਏ ਤਿੰਨਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ  $v$  ਅਤੇ  $a$  ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੱਸੋ। A, B, C ਅਤੇ D ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕੀ ਹੋਣਗੇ ?

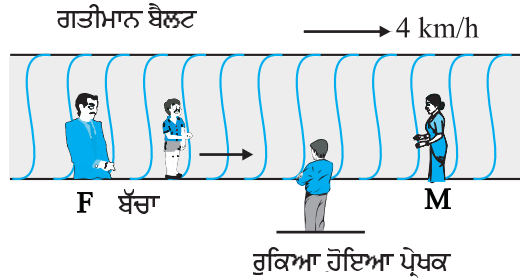


ਚਿੱਤਰ 3.25

### ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ (ADDITIONAL EXERCISES)

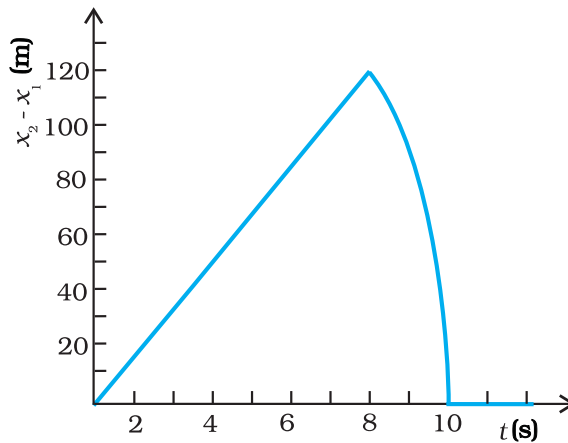
- 3.23** ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਪਹੀਏ ਵਾਲਾ ਸਕੂਟਰ ਆਪਣੀ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਫਿਰ 10 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਕਿਸੇ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ  $1\text{ms}^{-2}$  ਦੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਦਾ ਹੈ। ਸਕੂਟਰ ਦੁਆਰਾ  $n$  ਵੇ ਸਕਿੰਟ ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨੂੰ  $n$  ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਆਲੇਖਿਤ ਕਰੋ। ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਆਸ ਕਰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਇਹ ਗ੍ਰਾਫ ਕੋਈ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਜਾਂ ਕੋਈ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੋਵੇਗਾ ?
- 3.24** ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਲਿਫਟ ਵਿੱਚ (ਜੋ ਉੱਪਰ ਖੁੱਲ੍ਹੀ ਹੈ) ਕੋਈ ਬੱਚਾ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ। ਉਹ ਆਪਣੇ ਪੂਰੇ ਜ਼ੋਰ ਨਾਲ ਇੱਕ ਗੋਂਦ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਸੁੱਟਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ  $49\text{ms}^{-1}$  ਹੈ। ਉਸਦੇ ਹੱਥਾਂ ਵਿੱਚ ਗੋਂਦ ਵਾਪਿਸ ਆਉਣ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾਂ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ ? ਜੇ ਲਿਫਟ ਉੱਪਰ ਵੱਲ  $5\text{ms}^{-1}$  ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦੇਵੇ ਅਤੇ ਉਹ ਬੱਚਾ ਫਿਰ ਗੋਂਦ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਪੂਰੇ ਜ਼ੋਰ ਨਾਲ ਸੁੱਟਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗੋਂਦ ਕਿੰਨੀ ਦੇਰ ਬਾਅਦ ਉਸਦੇ ਹੱਥ ਵਿੱਚ ਵਾਪਿਸ ਆ ਜਾਵੇਗੀ ?
- 3.25** ਖਿਤਜ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਕੋਈ ਲੰਬਾ ਪੱਟਾ (ਚਿੱਤਰ 3.26)  $4\text{km/h}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਬੱਚਾ ਇਸ ਉੱਤੇ (ਪੱਟੇ ਦੇ ਸਾਪੇਖ)  $9\text{km/h}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਕਦੇ ਅੱਗੇ ਅਤੇ ਕਦੇ ਪਿੱਛੇ ਆਪਣੇ ਮਾਤਾ-ਪਿਤਾ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੌੜ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਮਾਤਾ ਤੇ ਪਿਤਾ ਵਿਚਕਾਰ ਦੂਰੀ  $50\text{m}$  ਹੈ। ਬਾਹਰ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਪਲੇਟਫਾਰਮ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰੇਖਕ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

- (a) ਪੱਟੇ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੌੜ ਰਹੇ ਬੱਚੇ ਦੀ ਚਾਲ,
- (b) ਪੱਟੇ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੌੜ ਰਹੇ ਬੱਚੇ ਦੀ ਚਾਲ,
- (c) ਬੱਚੇ ਦੁਆਰਾ (a) ਅਤੇ (b) ਲਈ ਲਿਆ ਗਿਆ ਸਮਾਂ, ਜੇ ਬੱਚੇ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰੇਖਣ ਉਸਦੇ ਮਾਤਾ ਜਾਂ ਪਿਤਾ ਕਰਨ ਤਾਂ ਕਿਹੜਾ ਉੱਤਰ ਬਦਲ ਜਾਵੇਗਾ ?



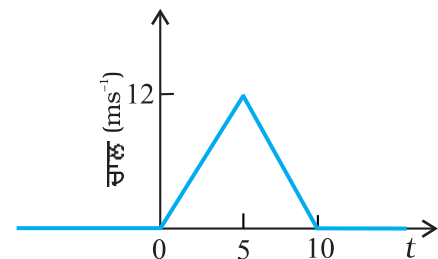
ਚਿੱਤਰ 3.26

**3.26** ਕਿਸੇ 200m ਉੱਚੀ ਖੜੀ ਚੱਟਾਨ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਤੋਂ ਦੋ ਪੱਥਰਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਠੇ ਉੱਪਰ ਵੱਲ  $15\text{ms}^{-1}$  ਅਤੇ  $30\text{ms}^{-1}$  ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਗ੍ਰਾਫ (ਚਿੱਤਰ 3.27) ਪਹਿਲੇ ਪੱਥਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦੂਜੇ ਪੱਥਰ ਦੀ ਸਾਪੇਖੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਨਿਗੂਣਾ ਮੰਨੋ ਅਤੇ ਇਹ ਮੰਨੋ ਕਿ ਜਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਪੱਥਰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨਹੀਂ ਉਛਲਦੇ। ਮੰਨ ਲਵੋ  $g = 10\text{ms}^{-2}$  ਗ੍ਰਾਫ ਦੇ ਰੇਖੀ ਅਤੇ ਵਕਰੀ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨ ਲਿਖੋ।



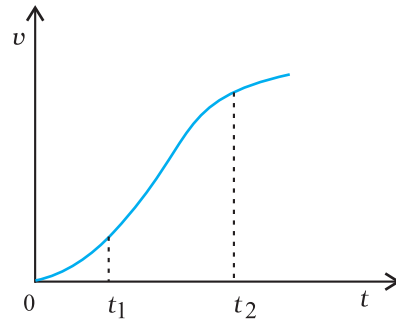
ਚਿੱਤਰ 3.27

**3.27** ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਵੱਲ ਚੱਲ ਰਹੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਚਾਲ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਚਿੱਤਰ 3.28 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਣ ਦੁਆਰਾ (a)  $t = 0$  ਤੋਂ  $t = 10\text{ s}$ , (b)  $t = 2\text{ s}$  ਤੋਂ  $6\text{ s}$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।  
(a) ਅਤੇ (b) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਦੌਰਾਨ ਕਣ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ ?



ਚਿੱਤਰ 3.28

**3.28** ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.29 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 3.29

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸੂਤਰਾਂ ਵਿੱਚ  $t_1$  ਤੋਂ  $t_2$  ਤੱਕ ਦੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੌਰਾਨ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿਹੜੇ ਸੂਤਰ ਸਹੀ ਹਨ :

(i)  $x(t_2) = x(t_1) + v(t_1)(t_2 - t_1) + \frac{1}{2} a(t_2 - t_1)^2$

(ii)  $v(t_2) = v(t_1) + a(t_2 - t_1)$

(iii)  $v$  ਔਸਤ =  $(x(t_2) - x(t_1)) / (t_2 - t_1)$

(iv)  $a$  ਔਸਤ =  $(v(t_2) - v(t_1)) / (t_2 - t_1)$

(v)  $x(t_2) = x(t_1) + v$  ਔਸਤ  $(t_2 - t_1) + \frac{1}{2} a$  ਔਸਤ  $(t_2 - t_1)^2$

(vi)  $x(t_2) - x(t_1) = t$ -ਧੁਰਾ ਅਤੇ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਡਾੱਟਿਡ ਰੇਖਾ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਵਕਰ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ

## ਅਨੁਲਗ 3.1 ਕਲਨ ਦੇ ਸੰਘਟਕ (ELEMENTS OF CALCULUS)

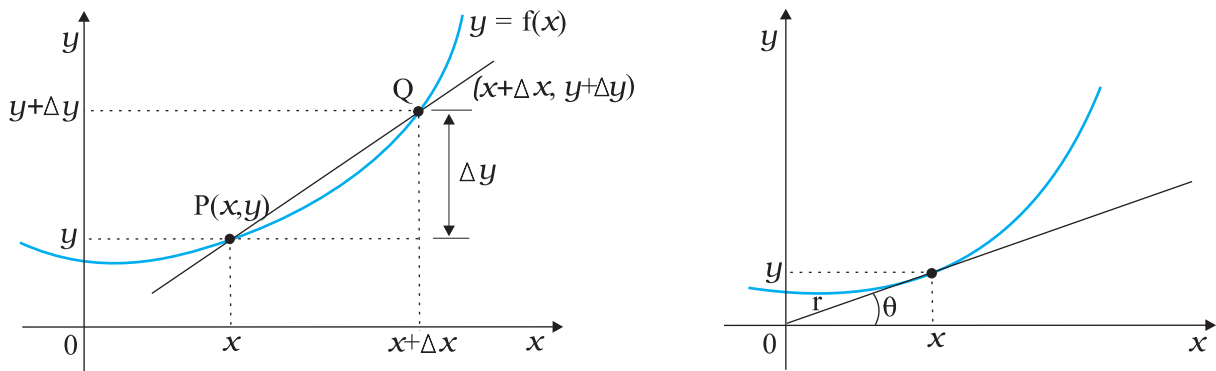
### ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ : DIFFERENTIAL CALCULUS

‘ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ’ ਜਾਂ ‘ਅਵਕਲਜ’ ਦੀ ਕਲਪਨਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਅਵਕਲਜ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ, ਫਿਰ ਵੀ ਇਸ ਅਨੁਲਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਪਰਿਕਲਪਨਾ ਨਾਲ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਰਿਚਿਤ ਕਰਾਵਾਂਗੇ ਤਾਂ ਕਿ ਤੁਹਾਨੂੰ ਗਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹੂਲਤ ਹੋ ਜਾਵੇ।

ਮੰਨ ਲਓ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੋਈ ਰਾਸ਼ੀ  $y$  ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਾਨ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਚਲ  $x$  ਉੱਪਰ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ  $y$  ਨੂੰ  $x$  ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$y = f(x) \quad \dots(1)$$

ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਫਲਨ  $y = f(x)$  ਦਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚ ਕੇ ਚਿੱਤਰ 3.30 (a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ  $y$  ਅਤੇ  $x$  ਨੂੰ ਕਾਰਟੀਜ਼ੀਅਨ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ (Cartesian Coordinates) ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ 3.30

ਵਕਰ  $y = f(x)$  ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ  $P$  ਜਿਸਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ  $(x, y)$  ਹਨ ਅਤੇ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਜਿਸਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ  $(x + \Delta x, y + \Delta y)$  ਹਨ। ਮੰਨ ਲਓ  $P$  ਅਤੇ  $Q$  ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\tan \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(y + \Delta y) - y}{\Delta x} \quad \dots(2)$$

ਹੁਣ ਜੇ ਬਿੰਦੂ  $Q$  ਨੂੰ ਵਕਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ  $P$  ਵੱਲ ਲਿਆਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ  $\Delta y$  ਅਤੇ  $\Delta x$  ਘੱਟਦੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ਵੱਲ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਜਦਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  ਜ਼ਰੂਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲੁਪਤ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ। ਜਦੋਂ  $\Delta y \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow 0$  ਹੈ, ਉਦੋਂ ਰੇਖਾ  $PQ$  ਦਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ? ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਰੇਖਾ ਚਿੱਤਰ 3.30 (b) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਵਕਰ ਦੇ ਬਿੰਦੂ  $P$  ਉੱਪਰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਬਣ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਹੋਇਆ ਕਿ  $\tan \theta$  ਬਿੰਦੂ  $P$  ਉੱਪਰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ (m) ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$m = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(y + \Delta y) - y}{\Delta x} \quad \dots(3)$$

ਅਨੁਪਾਤ  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  ਦੀ ਸੀਮਾ, ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ  $\Delta x$  ਸਿਫ਼ਰ ਵੱਲ ਵੱਧਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,  $x$  ਦੇ ਸਾਪੇਖ  $y$  ਦਾ ਅਵਕਲ (derivative) ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ  $dy/dx$  ਲਿਖਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਵਕਰ  $y = f(x)$  ਦੇ ਬਿੰਦੂ  $(x, y)$  ਉੱਪਰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ  $y = f(x)$  ਅਤੇ  $y + \Delta y = f(x + \Delta x)$

ਅਸੀਂ ਅਵਕਲਜ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

ਹੇਠਾਂ ਫਲਨਾਂ ਦੇ ਅਵਕਲਜਾਂ ਲਈ ਕੁਝ ਮੁੱਢਲੇ ਸੂਤਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ  $u(x)$  ਅਤੇ  $v(x)$ ,  $x$  ਦੇ ਫਲਨਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਨਿਯਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਜੋ  $x$  ਉੱਪਰ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀਆਂ। ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਫਲਨਾਂ ਦੇ ਅਵਕਲਜ ਦੀ ਸੂਚੀ ਵੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

$$\frac{d(au)}{dx} = a \frac{du}{dx} ; \frac{du}{dt} = \frac{du}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d(uv)}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} ; \frac{du/v}{dx} = \frac{1}{v^2} \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{du}{dv} = \frac{du/dx}{dv/dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x ; \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x ; \frac{d}{dx}(\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\sec^2 x) = \tan x \sec x ; \frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\cot x \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{d}{dx}(u)^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx} ; \frac{d}{du}(\ln v) = \frac{1}{v}$$

$$\frac{d}{du}(e^u) = e^u$$

ਅਵਕਲਨਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ—

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

### ਸਮਾਕਲਨ ਗਣਿਤ (INTEGRAL CALCULUS)

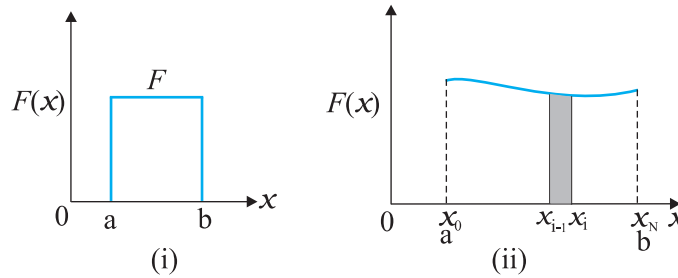
ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਤੋਂ ਤੁਸੀਂ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣੂੰ ਹੋ। ਕੁਝ ਸਰਲ ਜਿਊਮੈਟਰੀਕਲ ਅਕਾਰਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਸੂਤਰ ਵੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ, ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਉਸਦੇ ਅਧਾਰ ਅਤੇ ਸਿਖਰਲੰਬ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਅੱਧਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਕਿਸੇ ਅਨਿਯਮਿਤ ਅਕਾਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਸਮੱਸਿਆ ਹੈ ਇਸ ਉੱਤੇ ਕਿਵੇਂ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ? ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਸਮਕਲਨ ਦੀ ਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

ਆਉ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪ੍ਰਤੱਖ ਉਦਾਹਰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਓ, ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ  $x$  ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $x = a$  ਤੋਂ  $x = b$  ਤੱਕ ਕੋਈ ਚਲ ਬਲ  $f(x)$  ਕਿਰਿਆ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਾਡੀ ਸਮੱਸਿਆ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ( $w$ ) ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ? ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਉੱਪਰ ਅਧਿਆਇ 6 ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 3.31 ਵਿੱਚ  $x$  ਦੇ ਨਾਲ  $f(x)$  ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜੇ ਬਲ ਅਚਲ ਹੁੰਦਾ, ਤਾਂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ



ਕਾਰਜ ਚਿੱਤਰ 3.31 (i) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਸਿਰਫ ਖੇਤਰਫਲ  $f(b - a)$  ਹੋਵੇਗਾ ਪਰ ਇੱਕ ਵਿਆਪਕ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਬਲ ਚਰ (varying) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 3.31

ਇਸ ਵਕਰ (ਚਿੱਤਰ 3.31 (ii)) ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਜੁਗਤ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ।

$x$  ਧੁਰੇ ਤੇ  $a$  ਤੋਂ  $b$  ਤੱਕ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ( $N$ ) ਲਘੂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ, ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ :

$x_0 (= a)$  ਤੋਂ  $x_1$  ਤੱਕ,  $x_1$  ਤੋਂ  $x_2$  ਤੱਕ,  $x_2$  ਤੋਂ  $x_3$  ਤੱਕ, .....  $x_{N-1}$  ਤੋਂ  $x_N (= b)$  ਤੱਕ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਕਰ ਦੇ ਹੇਠਲਾ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰਫਲ  $N$  ਪੱਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਹਰੇਕ ਪੱਟੀ ਲਗਭਗ ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਸੇ ਪੱਟੀ ਤੇ  $f(x)$  ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਾਂ ਮਾਤਰ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 3.31 (ii) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ  $i$  ਵੀਂ ਪੱਟੀ ਦਾ ਲਗਭਗ ਖੇਤਰਫਲ ਹੋਵੇਗਾ,

$$\Delta A_i = F(x_i) (x_i - x_{i-1}) = F(x_i) \Delta x$$

ਇੱਥੇ  $\Delta x$  ਪੱਟੀ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਸਾਰੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਲਈ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਉਲਝਨ ਵਿੱਚ ਪੈ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਸ ਵਿਅੰਜਕ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ  $F(x_{i-1})$  ਲਿਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜਾਂ  $F(x_i)$  ਅਤੇ  $F(x_{i-1})$  ਦੀ ਔਸਤ ਲਿਖਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਸੰਖਿਆ  $N$  ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀ ( $N \rightarrow \infty$ ) ਲੈ ਲਈਏ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਕੋਈ ਮਹੱਤਵ ਨਹੀਂ ਰਹੇਗਾ। ਕਿਉਂਕਿ ਉਦੋਂ ਪੱਟੀਆਂ ਇੰਨੀਆਂ ਪਤਲੀਆਂ ਹੋਣਗੀਆਂ ਕਿ  $F(x_i)$  ਅਤੇ  $F(x_{i-1})$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਇੰਨਾ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਉਸਨੂੰ ਨਾਂ ਮਾਤਰ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦੋਂ ਵਕਰ ਦਾ ਹੇਠਲਾ ਖੇਤਰਫਲ,

$$A = \sum_{i=1}^N \Delta A_i = \sum_{i=1}^N F(x_i) \Delta x$$

ਇਸ ਜੋੜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਨੂੰ, ਜਦੋਂ  $N \rightarrow \infty$  ਹੋਵੇ,  $a$  ਤੋਂ  $b$  ਤੱਕ  $F(x)$  ਤੱਕ ਦਾ  $x$  ਤੇ ਸਮਾਕਲਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਖ਼ਾਸ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

$$A = \int_a^b F(x) dx$$

ਸਮਾਕਲਨ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਿਸਥਾਰਿਤ  $s$  ਵਰਗਾ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਯਾਦ ਦਿਵਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਹ ਅਣਗਿਣਤ ਪਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਅਤਿਅੰਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗਣਿਤਿਕ ਤੱਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਮਕਲਨ ਕੁਝ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਅਵਕਲਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੋਈ ਫਲਨ  $g(x)$  ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਅਵਕਲਨ  $f(x)$  ਹੈ ਉਦੋਂ  $f(x) = \frac{dg(x)}{dx}$  ਹੋਵੇਗਾ।

ਫਲਨ  $g(x)$  ਨੂੰ  $f(x)$  ਦਾ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ ਆਖਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$g(x) = \int f(x) dx$$

ਕੋਈ ਸਮਕਲਨ, ਜਿਸਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ ਅਤੇ ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾ ਪਤਾ ਹੋਵੇ, ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ ਦੀ ਕੋਈ ਸੀਮਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਹ ਇੱਕ ਫਲਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਪਰੋਕਤ ਕੇਸ ਲਈ ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਮੂਲ (theorem) ਪ੍ਰਮੇਅ ਦੱਸਦੀ ਹੈ ਕਿ

$$\int_a^b f(x)dx = g(x) \Big|_a^b = g(b) - g(a)$$

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਮੰਨ ਲਓ  $f(x) = x^2$  ਅਤੇ  $x = 1$  ਤੋਂ  $x = 2$  ਤੱਕ ਇਸਦੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਉਹ ਫਲਨ  $f(x)$  ਜਿਸਦਾ ਅਵਕਲਨ  $x^2$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ,  $x^3/3$  ਹੈ। ਇਸਲਈ

$$\int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨਾਂ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਉਸਦੇ ਸੰਗਤ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ ਨੂੰ ਜਾਨਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ -

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$$

$$\int \left(\frac{1}{x}\right) dx = \ln x \quad (x > 0)$$

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int \cos x dx = \sin x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

ਅਵਕਲਨ ਤੇ ਸਮਕਲਨ ਗਣਿਤ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਗਿਆਨ ਮੁਸ਼ਕਲ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਲਨ ਦੀਆਂ ਮੂਲ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣੂੰ ਕਰਵਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ।

\*\*\*\*\*

## ਪਾਠ-4

## ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ

### (MOTION IN A PLANE)

- 4.1 ਭੂਮਿਕਾ
- 4.2 ਅਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼
- 4.3 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ
- 4.4 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉ (ਗ੍ਰਾਫੀ ਵਿਧੀ)
- 4.5 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਵਿਯੋਜਨ
- 4.6 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ : ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਤਮਕ ਵਿਧੀ
- 4.7 ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ
- 4.8 ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ
- 4.9 ਦੋ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ
- 4.10 ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ
- 4.11 ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ

ਸਾਰ  
ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ  
ਅਭਿਆਸ  
ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ

#### 4.1 ਭੂਮਿਕਾ (INTRODUCTION)

ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਥਿਤੀ, ਵਿਸਥਾਪਨ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਕਸਿਤ ਕੀਤਾ ਸੀ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਲੋੜ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਸੰਭਵ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਦਿਸ਼ਾਤਮਕ ਪੱਖ ਨੂੰ + ਅਤੇ - ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਪਰੰਤੂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਦੋ ਵਿਮੀ (ਇੱਕ ਸਮਤਲ) ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ (ਸਪੇਸ) ਵਰਨਣ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਪਰੋਕਤ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ (ਭਾਵ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਣ ਦੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ) ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਸਦਿਸ਼ ਕੀ ਹੈ? ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਜੋੜਿਆ, ਘਟਾਇਆ ਜਾਂ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ? ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਨਤੀਜਾ ਮਿਲੇਗਾ? ਇਹ ਸਾਰੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਲਈ ਸਿੱਖਾਂਗੇ ਜਿਸ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕੀਏ। ਇਸਦੇ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦੇ ਸਰਲ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇੱਕ- ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਗਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸਤਾਰ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ। ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣੂੰ ਹਾਂ ਜਿਸਦਾ ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਹੱਤਵ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦੀ ਕੁਝ ਵਿਸਤਾਰ ਨਾਲ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਅਸੀਂ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਜਿਹੜੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੌਖਿਆਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵਿਸਤਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

#### 4.2 ਅਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ (SCALAR AND VECTOR)

ਅਸੀਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਅਦਿਸ਼ਾਂ (Scalars) ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ (Vectors) ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਅੰਤਰ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਨਾਲ ਦਿਸ਼ਾ (direction) ਨੂੰ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉੱਥੇ ਅਦਿਸ਼ ਦੇ ਨਾਲ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ। ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਮਿਕਦਾਰ (ਮਾਤਰਾ ਜਾਂ ਪਰਿਮਾਣ magnitude) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਢੁੱਕਵੇਂ ਮਾਤਰਕ ਦੁਆਰਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ : ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿਚਲੀ ਦੂਰੀ, ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪੁੰਜ, ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਅਤੇ ਉਹ ਸਮਾਂ ਜਿਸ ਤੇ ਕੋਈ ਘਟਨਾ ਘਟਦੀ ਹੈ। ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ

ਵਿੱਚ ਉਹੀ ਨਿਯਮ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਸਧਾਰਨ ਬੀਜ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ। ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਠੀਕ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਘਟਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਆਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਜੇ ਕਿਸੇ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 1.0 m ਅਤੇ 0.5 m ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਘੇਰਾ ਚਾਰੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ,  $1.0\text{ m} + 0.5\text{ m} + 1.0\text{ m} + 0.5\text{ m} = 3.0\text{ m}$  ਹੋਵੇਗਾ। ਹਰ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਹੈ ਅਤੇ ਘੇਰਾ ਵੀ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇੱਕ-ਦੂਜੇ ਉਦਾਹਰਨ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ, ਜੋ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਦਿਨ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਤੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਤਾਪਮਾਨ  $35.6^\circ\text{C}$  ਅਤੇ  $24.2^\circ\text{C}$  ਹੈ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ  $11.4^\circ\text{C}$  ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇ ਐਲੂਮੀਨੀਅਮ ਦੇ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਠੋਸ ਘਣ ਦੀ ਭੁਜਾ 10 cm ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਪੁੰਜ 2.7 kg ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਆਇਤਨ  $10^{-3}\text{m}^3$  (ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼) ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਘਣਤਾ  $2.7 \times 10^3\text{ kg m}^{-3}$  ਵੀ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਹੈ।

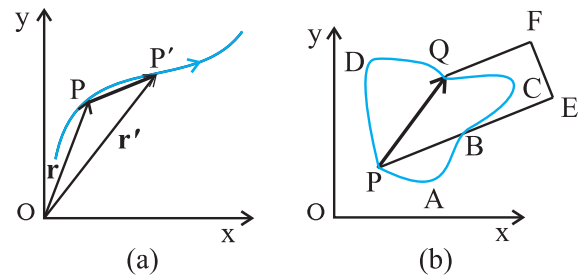
ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹ ਜੋੜ ਸੰਬੰਧੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਨਿਯਮ ਜਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਜੋੜ ਸੰਬੰਧੀ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪਾਲਨ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੁਝ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਹਨ ਵਿਸਥਾਪਨ, ਵੇਗ, ਪ੍ਰਵੇਗ ਅਤੇ ਬਲ।

ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਮੋਟੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ  $v$  ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ ਪਰ ਹੱਥ ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਸਮੇਂ ਕਿਉਂਕਿ ਮੋਟੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦਾ ਲਿਖਣਾ ਥੋੜ੍ਹਾ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਅੱਖਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਤੀਰ ਲਗਾ ਕੇ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ  $\vec{v}$ । ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ  $v$  ਅਤੇ  $\vec{v}$  ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਨੂੰ ਅਕਸਰ ਅਸੀਂ ਉਸਦਾ 'ਪਰਮ ਮਾਨ' ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸ ਨੂੰ  $|v|$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਮੋਟੇ ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ A ਜਾਂ  $a, p, q, r, \dots x, y$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਅਸੀਂ A ਜਾਂ  $a, p, q, r, \dots x, y$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

### 4.2.1 ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ (Position and Displacement Vector)

ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਹੂਲਤ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ O ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚੁਣਦੇ ਹਾਂ। ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ

ਸਮਿਆਂ  $t$  ਅਤੇ  $t'$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ P ਅਤੇ P' ਹੈ। [ਚਿੱਤਰ 4.1 (a)] ਅਸੀਂ P ਨੂੰ O ਤੋਂ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ OP ਸਮੇਂ  $t$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੇ ਇੱਕ ਤੀਰ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਚਿੰਨ੍ਹ (ਮੰਨ ਲਉ)  $r$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ  $OP = r$ । ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂ P' ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼  $OP'$  ਮਤਲਬ  $r'$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼  $r$  ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਉਸਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹ ਹੋਵੇਗੀ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ P (ਬਿੰਦੂ O ਤੋਂ ਦੇਖਣ ਤੇ) ਸਥਿਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ ਵਸਤੂ P ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ P' ਤੱਕ ਪੁੱਜ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼  $PP'$  (ਜਿਸਦੀ ਪੂਛਲ P ਅਤੇ ਸਿਰਾ P' ਤੇ ਹੈ) ਬਿੰਦੂ P (ਸਮਾਂ  $t$ ) ਤੋਂ P' (ਸਮਾਂ  $t'$ ) ਤੱਕ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਗਤ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ ਕਹਿਲਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 4.1 (a) ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਵੈਕਟਰ  
(b) ਵਿਸਥਾਪਨ ਵੈਕਟਰ PQ ਅਤੇ ਗਤੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰਸਤੇ

ਇੱਥੇ ਇਹ ਗੱਲ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਕਿ 'ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼' ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵਸਤੂ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਉਸਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਨਾਲ ਜੋੜਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਉਸ ਵਾਸਤਵਿਕ ਰਸਤੇ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਜੋ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚਕਾਰ ਚਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.1(b) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ P ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ Q ਦੇ ਵਿੱਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ PQ ਜਦੋਂ ਕਿ ਉਹੀ ਹੈ ਪਰ ਦੋਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਜਿਵੇਂ PABCQ, PDQ ਅਤੇ PBEFQ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਜਾਂ ਤਾਂ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਵੀ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਾਇਆ ਗਿਆ ਸੀ।

\* ਸਿਰਫ਼ ਬਰਾਬਰ ਮਾਤਰਕ ਵਾਲੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉਣਾ ਸਾਰਥਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਭਿੰਨ ਮਾਤਰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

**4.2.2 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਬਰਾਬਰੀ (Equality of vectors)**

ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਨੂੰ ਸਿਰਫ ਉਦੋਂ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।\*\*

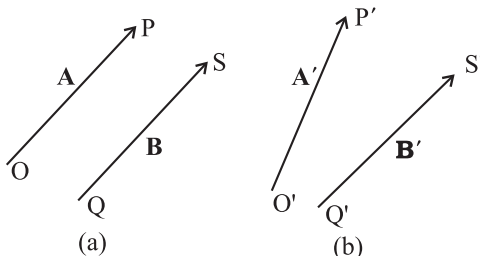
ਚਿੱਤਰ 4.2(a) ਵਿੱਚ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਦੀ ਪਰਖ ਸੋਧਿਆਂ ਹੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। B ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿਸਕਾਓ ਤਾਂਕਿ ਉਸਦੀ ਪੂਛਲ Q ਸਦਿਸ਼ A ਦੀ ਪੂਛਲ O ਦੇ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀ ਹੋਵੇ। ਫਿਰ ਕਿਉਂਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਿਰੇ S ਅਤੇ P ਵੀ ਮੇਲ ਖਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਨੋਂ ਸਦਿਸ਼ ਬਰਾਬਰ ਕਹਾਉਣਗੇ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਇਸ ਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ  $A = B$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਗੱਲ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.2(b) ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਕਿ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A' ਅਤੇ B' ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਫਿਰ ਵੀ ਦੋਨੋਂ ਸਦਿਸ਼ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ। B' ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਹੀ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿਸਕਾਓ ਜਿਸ ਨਾਲ ਉਸਦੀ ਪੂਛਲ Q', A' ਦੀ ਪੂਛਲ O' ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵੀ B' ਦਾ ਸਿਰਾ S', A' ਦੇ ਸਿਰੇ P' ਨਾਲ ਮੇਲ ਨਹੀਂ ਖਾਵੇਗਾ।

**4.3 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ (MULTIPLICATION OF VECTORS BY REAL NUMBERS)**

ਜੇ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ A ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ  $\lambda$  ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੀ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਸਦਿਸ਼ A ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦਾ  $\lambda$  ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ A ਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $\lambda A$  ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

$|\lambda A| = \lambda |A|$  ਜੇ  $\lambda > 0$

ਉਦਾਹਰਨ : ਜੇ A ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ 2A ਹੋਵੇਗਾ (ਚਿੱਤਰ 4.3 a) ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ A ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਣ |A| ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਸਦਿਸ਼ A ਨੂੰ ਜੇ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ  $\lambda$  ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼  $\lambda A$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ A ਦੀ

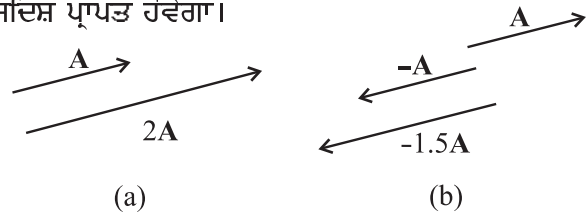


**ਚਿੱਤਰ 4.2** (a) A ਅਤੇ B ਬਰਾਬਰ ਵੈਕਟਰ  
(b) ਸਦਿਸ਼ A', B' ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹਨ ਭਾਵੇਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ।

ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ |A| ਦਾ  $-\lambda$  ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਜੇ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ A ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ  $-1$  ਅਤੇ  $-1.5$  ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਚਿੱਤਰ 4.3 (b) ਵਰਗੇ ਹੋਣਗੇ।

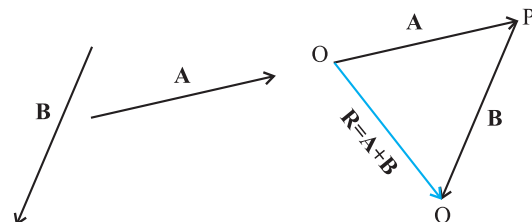
ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਘਟਕ  $\lambda$  ਦੁਆਰਾ ਸਦਿਸ਼ A ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਉਹ ਕੋਈ ਅਦਿਸ਼ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀਆਂ ਖੁਦ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ  $\lambda A$  ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ  $\lambda$  ਅਤੇ  $-A$  ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਕਿਸੇ (ਸਮਾਂ) ਅੰਤਰਾਲ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।



**ਚਿੱਤਰ 4.3** ਸਦਿਸ਼ A ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼, (b) ਸਦਿਸ਼ A ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ  $-1$  ਅਤੇ  $-1.5$  ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼

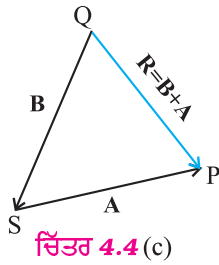
**4.4 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉ : ਗ੍ਰਾਫੀ ਵਿਧੀ (ADDITION AND SUBTRACTION OF VECTOR GRAPHICAL METHOD)**

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਭਾਗ 4.2 ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਹੈ ਕਿ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਜਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪਾਲਨ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਗ੍ਰਾਫੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਜੋੜ ਦੇ ਇਸ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸਮਝਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ 4.4(a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹਨ। ਜੋੜ  $A + B$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 4.4 (b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ B ਨੂੰ ਇਸ

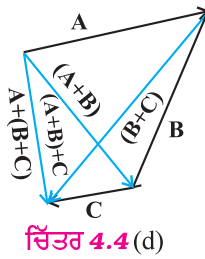


**ਚਿੱਤਰ 4.4** (a) **ਚਿੱਤਰ 4.4** (b)

\*\* ਸਾਡੇ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਵਿਸਥਾਪਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼ ਅਪਰਿਵਰਤਿਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ 'ਮੁਕਤ ਸਦਿਸ਼' ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਹਾਲਾਂਕਿ ਕੁਝ ਭੌਤਿਕ ਉਪਯੋਗਾਂ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਜਾਂ ਉਸਦੀ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ 'ਸਥਾਨਕ ਸਦਿਸ਼' (localised vector) ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ 4.4 (c)



ਚਿੱਤਰ 4.4 (d)

ਚਿੱਤਰ 4.4 (a) ਸਦਿਸ਼ A ਅਤੇ B, (b) ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਨੂੰ ਗੁਾਫੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਜੋੜਨਾ, (c) ਸਦਿਸ਼ਾਂ B ਅਤੇ A ਨੂੰ ਗੁਾਫੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਜੋੜਨਾ, (d) ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸਹਿਚਾਰੀ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਣ।

ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਸਦੀ ਪੂਛਲ ਸਦਿਸ਼ A ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੇ ਹੋਣ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ A ਦੀ ਪੂਛਲ ਨੂੰ B ਦੇ ਸਿਰੇ ਨਾਲ ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਰੇਖਾ OQ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ R ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਜੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜਨ ਦੀ ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਦੇ ਸਿਰੇ ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਦੀ ਪੂਛਲ ਨਾਲ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਗੁਾਫੀ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਸਿਰ ਤੇ ਪੂਛਲ ਵਿਧੀ ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਦੋਨੋਂ ਸਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਅਸੀਂ B + A ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਵੀ ਸਾਨੂੰ ਉਹੀ ਸਦਿਸ਼ R ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ [ਚਿੱਤਰ 4.4(c)]। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 'ਕ੍ਰਮ ਪਰਿਵਰਤਨ' (commutative) (ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜਨ ਵਿੱਚ ਜੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਬਦਲ ਦੇਈਏ ਤਾਂ ਵੀ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ) ਨਿਯਮ ਦੀ ਪਾਲਨਾ ਕਰਦਾ ਹੈ।

$$A + B = B + A \quad (4.1)$$

ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸਹਿਚਾਰੀ ਨਿਯਮ (associative law) ਦਾ ਵੀ ਪਾਲਨਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.4 (d) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਜੋੜ ਕੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਸਦਿਸ਼ C ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਜੋ ਪਰਿਣਾਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਉਹ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ B ਅਤੇ C ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਜੋੜ ਕੇ ਅਤੇ ਫਿਰ A ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਮਿਲਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ

$$(A + B) + C = A + (B + C) \quad (4.2)$$

ਦੋ ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਉਲਟ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਕੀ ਪਰਿਣਾਮ ਮਿਲਦਾ ਹੈ? ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ -A ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.3(b) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ, ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ A + (-A) ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਉਹੀ ਹੈ ਪਰ ਦਿਸ਼ਾ ਉਲਟ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ O ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$A - A = 0, |O| = 0 \quad (4.3)$$

0 ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ A ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਜ਼ੀਰੋ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵੀ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੀ ਮਿਲੇਗਾ ਪਰ ਉਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। 0 ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਮੁੱਖ ਗੁਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ-

$$\begin{aligned} A + 0 &= A \\ \lambda \cdot 0 &= 0 \\ 0 \cdot A &= 0 \end{aligned} \quad \dots(4.4)$$

ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਭੌਤਿਕ ਅਰਥ ਕੀ ਹੈ? ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.1(a) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਛਿਣ t ਤੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ P ਤੇ ਹੈ। ਉਹ P' ਤੱਕ ਜਾ ਕੇ ਮੁੜ P ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ? ਕਿਉਂਕਿ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀਆਂ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਵਿਸਥਾਪਨ "ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼" ਹੋਵੇਗਾ।

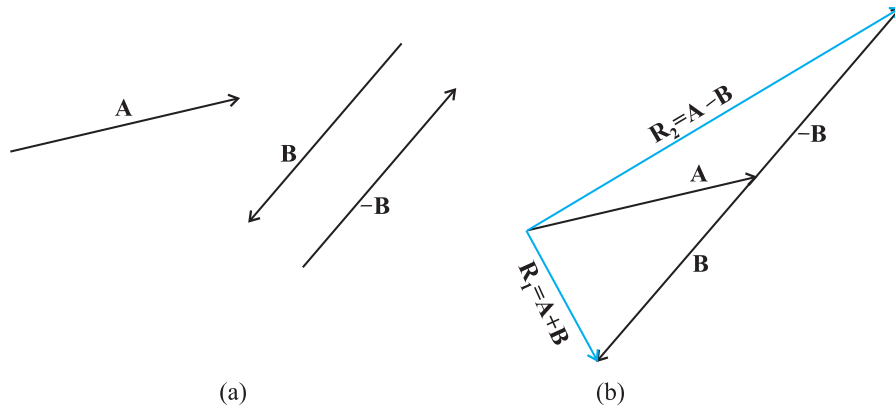
**ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਘਟਾਓ** ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ -B ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$A - B = A + (-B) \quad \dots(4.5)$$

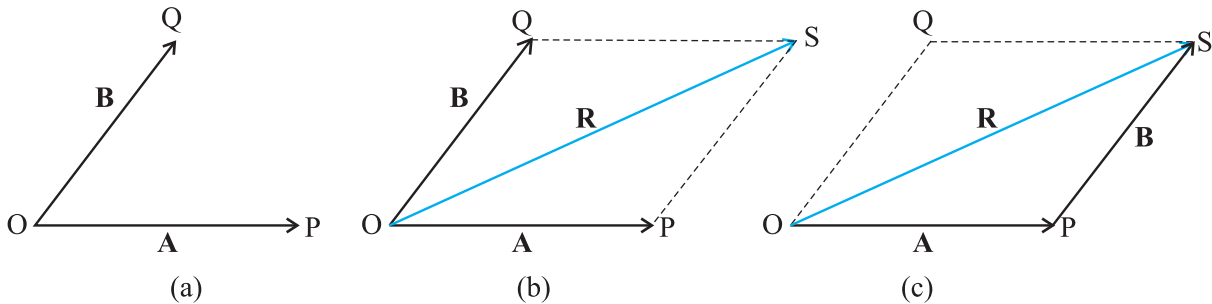
ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.5 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ -B ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ A ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਕੇ  $R_2 = A - B$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਤੁਲਨਾ ਦੇ ਲਈ ਇਸੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼  $R_1 = A + B$  ਨੂੰ ਵੀ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਵਰਤ ਕੇ ਵੀ ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ A ਅਤੇ B ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੇ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਪੂਛਲ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਤੇ ਲਿਆਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 4.6 (a) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ A ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ B ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ B ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ A ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਦੂਸਰੀ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚ ਕੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ OQSP ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, ਉਸ ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਨਾਲ ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ R ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਕਟਾਵ ਬਿੰਦੂ S ਵੱਲ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਕਰਵ OS ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੋਵੇਗੀ। [(ਚਿੱਤਰ 4.6 (b))] [(ਚਿੱਤਰ 4.6 (c))] ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਦਾ ਪਰਿਣਾਮ ਕੱਢਣ ਲਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ



ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਦੋਨਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਦੋਨੋਂ ਵਿਧੀਆਂ ਨਾਲ ਇੱਕ ਹੀ ਪਰਿਣਾਮ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੋਨੋਂ ਵਿਧੀਆਂ ਸਮਝੁੱਲ ਹਨ।



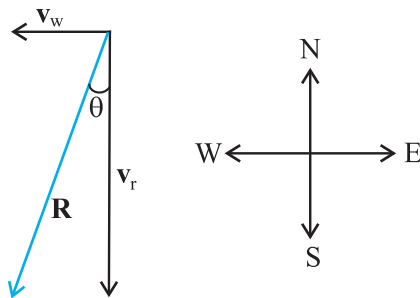
**ਚਿੱਤਰ 4.5** ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B, -B ਨੂੰ ਵੀ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। (b) ਸਦਿਸ਼ A ਤੋਂ ਸਦਿਸ਼ B ਦਾ ਘਟਾਉਣਾ-ਪਰਿਣਾਮ  $R_2$  ਹੈ। ਤੁਲਨਾ ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਦਾ ਯੋਗ  $R_1$  ਵੀ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 4.6** ਇੱਕ ਹੀ ਸਾਂਝੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੇ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਤੇ, (b) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ A + B ਯੋਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ, (c) ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੀ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿਧੀ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਧੀ ਦੇ ਸਮਝੁੱਲ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 4.1** ਕਿਸੇ ਦਿਨ ਵਰਖਾ  $35 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ। ਕੁਝ ਦੇਰ ਬਾਅਦ ਹਵਾ  $12 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਪੂਰਵ ਤੋਂ ਪੱਛਮ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਚੱਲਣ ਲੱਗਦੀ ਹੈ। ਬੱਸ ਸਟਾਪ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਕਿਸੇ ਲੜਕੇ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਛੱਤਰੀ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

**ਹੱਲ:** ਵਰਖਾ ਅਤੇ ਹਵਾ ਦੇ ਵੇਗਾਂ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $v_r$  ਅਤੇ  $v_w$  ਨਾਲ ਚਿੱਤਰ 4.7 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ  $v_r$  ਅਤੇ  $v_w$  ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ  $R$  ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।  $R$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੋਵੇਗਾ।



ਚਿੱਤਰ 4.7

$$R = \sqrt{v_r^2 + v_w^2} = \sqrt{35^2 + 12^2} \text{ m/s}^{-1}$$

$$= \sqrt{1225 + 144} = 37 \text{ m/s}^{-1}$$

ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਨਾਲ R ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ  $\theta$  ਹੋਵੇਗੀ -

$$\tan \theta = \frac{v_w}{v_r} = \frac{12}{35} = 0.343$$

ਜਾਂ,  $\theta = \tan^{-1}(0.343) = 19^\circ$

ਇਸ ਲਈ ਲੜਕੇ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਛੱਤਰੀ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਤਲ ਵਿੱਚ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਨਾਲ  $19^\circ$  ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਪੂਰਵ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਰੱਖਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

#### 4.5 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਵਿਯੋਜਨ (RESOLUTION OF VECTORS)

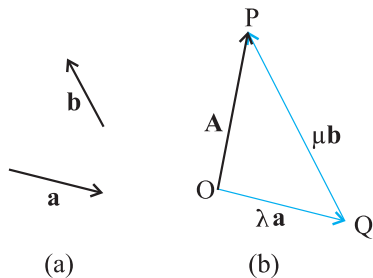
ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਾਲੇ ਦੋ ਗੈਰ ਜ਼ੀਰੋ (ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ) ਸਦਿਸ਼ ਹਨ ਅਤੇ  $A$  ਵੀ ਇਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਹੋਰ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 4.8) ਉਦੋਂ ਤੱਕ  $A$  ਨੂੰ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼  $a$  ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੂਸਰਾ ਸਦਿਸ਼  $b$  ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ  $A$  ਖਿੱਚੋ ਜਿਸਦੀ ਪੁਛਲ  $O$  ਅਤੇ ਸਿਰਾ  $P$  ਹੈ। ਫਿਰ  $O$  ਤੋਂ  $a$  ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ  $P$  ਤੋਂ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ  $b$  ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿੱਚੋ। ਮੰਨ ਲਉ ਉਹ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ  $Q$  ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। ਤਦ,

$$A = OP = OQ + QP \quad \dots(4.6)$$

ਪਰ ਕਿਉਂਕਿ  $OQ$ ,  $a$  ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ਅਤੇ  $QP$ ,  $b$  ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ਇਸ ਲਈ

$$OQ = \lambda a \quad \text{ਅਤੇ} \quad QP = \mu b \quad \dots(4.7)$$

ਜਿੱਥੇ  $\lambda$  ਅਤੇ  $\mu$  ਕੋਈ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।  $\dots(4.8)$



**ਚਿੱਤਰ 4.8** ਦੋ ਅਰੇਖੀ ਸਦਿਸ਼  $a$  ਅਤੇ  $b$  (b) ਸਦਿਸ਼  $A$  ਦਾ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਨ

ਇਸ ਲਈ  $A = \lambda a + \mu b$

ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ  $A$  ਨੂੰ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੋ ਘਟਕਾਂ (components) ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $\lambda a$  ਅਤੇ  $\mu b$  ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਉਸੇ ਸਮਤਲ ਦੇ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਕਾਈ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਸਮਕੋਣੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਵਿਯੋਜਨ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ (unit vector) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਜਿਸ ਤੇ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

#### ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ (Unit Vector)

ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਉਹ ਸਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਇੱਕ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਜੋ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ। ਨਾ ਤਾਂ ਇਸ

ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਕੋਈ ਮਾਤਰਕ। ਸਿਰਫ ਦਿਸ਼ਾ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਇਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 4.9 a ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਇੱਕ 'ਆਇਤਕ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ' (rectangular coordinate system) ਦੇ  $x, y$  ਅਤੇ  $z$  ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  ਅਤੇ  $\hat{k}$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਸਾਰੇ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1 \quad \dots(4.9)$$

ਇਹ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਦੂਸਰੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਤੋਂ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਵੱਖਰੀ ਪਛਾਣ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਮੋਟੇ ਟਾਈਪ  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$ ,  $\hat{k}$  ਦੇ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਕੈਪ (^) ਲਗਾ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਦੋ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦਾ ਹੀ ਅਧਿਐਨ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ ਦੋ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ।

ਜੇ ਕਿਸੇ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼  $\hat{n}$  ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼  $\lambda$  ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਪਰਿਣਾਮ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼  $\lambda \hat{n}$  ਹੋਵੇਗਾ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼  $A$  ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$A = |A| \hat{n} \quad \dots(4.10)$$

ਇੱਥੇ  $A$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $\hat{n}$  ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼  $A$  ਨੂੰ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\hat{i}$  ਅਤੇ  $\hat{j}$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਚਿੱਤਰ (4.9 b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਦਿਸ਼  $A$  ਸਮਤਲ  $x-y$  ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 4.9 (b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ  $A$  ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਧੁਰਿਆਂ ਤੇ ਲੰਬ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਸਦਿਸ਼  $A_1$  ਅਤੇ  $A_2$  ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਕਿ  $A_1 + A_2 = A$ । ਕਿਉਂਕਿ  $A_1$  ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼  $\hat{i}$  ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ਅਤੇ  $A_2$  ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼  $\hat{j}$  ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ

$$A_1 = A_x \hat{i}, \quad A_2 = A_y \hat{j} \quad \dots(4.11)$$

ਇੱਥੇ  $A_x$  ਅਤੇ  $A_y$  ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $A = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \quad \dots(4.12)$

ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.9(c) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਰਾਸ਼ੀਆਂ  $A_x$  ਅਤੇ  $A_y$  ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼  $A$  ਦੇ  $x$ - ਅਤੇ  $y$ - ਘਟਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਥੇ ਇਸ ਗੱਲ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ  $A_x$  ਸਦਿਸ਼ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਬਲਕਿ  $A_x \hat{i}$  ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ  $A_y \hat{j}$  ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ।

ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $A_x$  ਅਤੇ  $A_y$  ਨੂੰ  $A$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਦੁਆਰਾ  $x$ -ਪੁਰੇ ਦੇ ਨਾਲ ਬਣਨ ਵਾਲੇ ਕੋਣ  $\theta$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta \quad \dots(4.13)$$

ਸਮੀਕਰਨ 4.13 ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਘਟਕ, ਕੋਣ  $\theta$  ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਧਨਾਤਮਕ, ਰਿਣਾਤਮਕ ਜਾਂ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼  $A$  ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਹੁਣ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਤਰੀਕੇ ਹਨ :

- (i) ਉਸਦੇ ਪਰਿਮਾਣ  $A$  ਅਤੇ ਉਸ ਦੁਆਰਾ  $x$ -ਪੁਰੇ ਨਾਲ ਬਣਾਏ ਗਏ ਕੋਣ  $\theta$  ਦੁਆਰਾ ਜਾਂ
- (ii) ਉਸਦੇ ਘਟਕਾਂ  $A_x$  ਅਤੇ  $A_y$  ਦੁਆਰਾ।

ਜੇ  $A$  ਅਤੇ  $\theta$  ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੋਣ ਤਾਂ  $A_x$  ਅਤੇ  $A_y$  ਦਾ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ (4.13) ਤੋਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ  $A_x$  ਅਤੇ  $A_y$  ਪਤਾ ਹੋਣ ਤਾਂ  $A$  ਅਤੇ  $\theta$  ਦਾ ਮਾਨ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$A_x^2 + A_y^2 = A^2 \cos^2 \theta + A^2 \sin^2 \theta = A^2$$

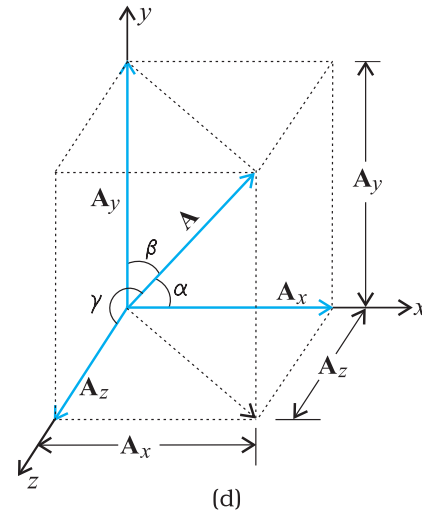
ਜਾਂ,  $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad \dots(4.14)$

ਅਤੇ  $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}, \theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x} \quad \dots(4.15)$

ਅਜੇ ਤੱਕ ਇਸ ਵਿਧੀ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ  $(x-y)$  ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਹੈ ਪਰ ਇਸੇ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼  $A$  ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ  $x, y, z$  ਪੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ  $A$  ਅਤੇ  $x, y$ - ਅਤੇ  $z$ - ਪੁਰਿਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $\alpha, \beta$  ਅਤੇ  $\gamma$  ਹੋਵੇ\* (ਚਿੱਤਰ 4.9 (d) ਤਾਂ

$$A_x = A \cos \alpha, A_y = A \cos \beta,$$

$$A_z = A \cos \gamma \quad \dots(4.16a)$$



ਚਿੱਤਰ 4.9 (d) ਸਦਿਸ਼  $A$  ਦਾ  $x, y$  ਅਤੇ  $z$ -ਪੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਨ

ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

$$A = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad \dots(4.16b)$$

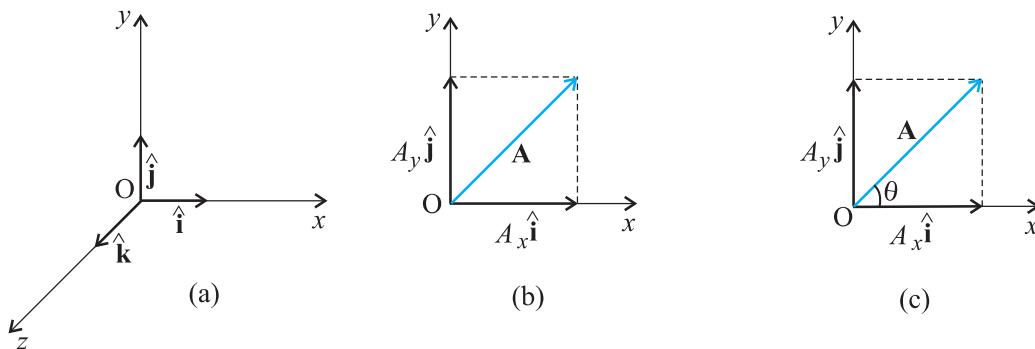
ਸਦਿਸ਼  $A$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \quad \dots(4.16c)$$

ਹੋਵੇਗਾ।

ਇੱਕ ਸਥਿਤੀ-ਸਦਿਸ਼ (position vector)  $r$  ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :

$$r = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k} \quad \dots(4.17)$$



ਚਿੱਤਰ 4.9 (a) ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  ਪੁਰਿਆਂ  $x, y$  ਅਤੇ  $z$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ, (b) ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼  $A$  ਨੂੰ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਪੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿਚਲੇ ਘਟਕਾਂ  $A_x$  ਅਤੇ  $A_y$  ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਹੈ, (c)  $A_x$  ਅਤੇ  $A_y$  ਨੂੰ  $\hat{i}$  ਅਤੇ  $\hat{j}$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਹੈ।

\* ਇਸ ਗੱਲ 'ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ  $\alpha, \beta$ , ਅਤੇ  $\gamma$  ਕੋਣ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇਹ ਅਜਿਹੀਆਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿਚਲੇ ਕੋਣ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਇੱਥੇ  $x, y$  ਅਤੇ  $z$ , ਸਦਿਸ਼  $r$  ਦੇ ਪੁਰਿਆਂ  $x, y, z$ - ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਹਨ।

#### 4.6 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ : ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਤਮਕ ਵਿਧੀ (VECTOR ADDITION-ANALYTICAL METHOD)

ਬੇਸ਼ੱਕ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੀ ਗ੍ਰਾਫੀ ਵਿਧੀ ਸਾਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਝਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਪਰ ਕਦੇ-ਕਦੇ ਇਹ ਵਿਧੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸ਼ੁੱਧਤਾ ਵੀ ਸੀਮਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਘਟਕਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਜੋੜਨਾ ਵਧੇਰੇ ਸੌਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਦਿਸ਼  $A$  ਅਤੇ  $B$  ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਘਟਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $A_x, A_y$  ਅਤੇ  $B_x, B_y$  ਹਨ ਤਾਂ

$$\mathbf{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \quad \dots(4.18)$$

$$\mathbf{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ  $R$  ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ ਤਾਂ

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

$$= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j}) \quad \dots(4.19a)$$

ਕਿਉਂਕਿ ਸਦਿਸ਼ ਕ੍ਰਮ ਪਰਿਵਰਤਨ (commutative) ਅਤੇ ਸਹਿਚਾਰੀ ਨਿਯਮਾਂ (associative) ਦਾ ਪਾਲਨ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (4.19) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਮੁੜ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} \quad \dots(4.19b)$$

$$\text{ਕਿਉਂਕਿ } \mathbf{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} \quad \dots(4.20)$$

ਇਸ ਲਈ

$$R_x = A_x + B_x, \quad R_y = A_y + B_y \quad \dots(4.21)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼  $R$  ਦਾ ਹਰੇਕ ਘਟਕ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $A$  ਅਤੇ  $B$  ਦੇ ਸੰਗਤ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $A$  ਅਤੇ  $B$  ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\mathbf{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k}$$

ਜਿੱਥੇ ਘਟਕਾਂ  $R_x, R_y$  ਅਤੇ  $R_z$  ਦੇ ਮੁੱਲ ਅੱਗੇ ਲਿਖੇ ਹਨ :

$$R_x = A_x + B_x$$

$$R_y = A_y + B_y$$

$$R_z = A_z + B_z \quad \dots(4.22)$$

ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਕਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨਾਲ ਜੋੜਨ ਅਤੇ ਘਟਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਜੇ  $a, b$  ਅਤੇ  $c$  ਤਿੰਨੋਂ ਸਦਿਸ਼ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹੋਣ :

$$\mathbf{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

$$\mathbf{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$$

$$\mathbf{c} = c_x \hat{i} + c_y \hat{j} + c_z \hat{k} \quad \dots(4.23a)$$

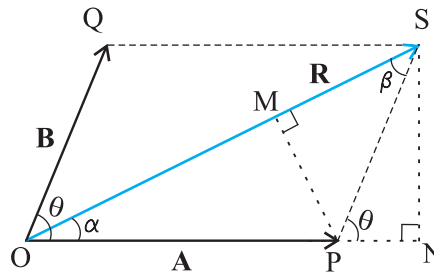
ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{T} = \mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$  ਦੇ ਘਟਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹੋਣਗੇ।

$$T_x = a_x + b_x - c_x$$

$$T_y = a_y + b_y - c_y \quad \dots(4.23b)$$

$$T_z = a_z + b_z - c_z.$$

**ਉਦਾਹਰਨ 4.2** ਚਿੱਤਰ 4.10 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\mathbf{A}$  ਅਤੇ  $\mathbf{B}$  ਦਾ ਵਿਚਲਾ ਕੋਣ  $\theta$  ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ ਅਤੇ  $\theta$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 4.10

**ਹੱਲ :** ਚਿੱਤਰ 4.10 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ  $OP$  ਅਤੇ  $OQ$  ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $A$  ਅਤੇ  $B$  ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿਚਲਾ ਕੋਣ  $\theta$  ਹੈ। ਤਦ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਸਾਨੂੰ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼  $R$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ ਜਿਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ  $OS$  ਦੁਆਰਾ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ  $SN, OP$  ਦੇ ਲੰਬ ਹੈ ਅਤੇ  $PM, OS$  ਦੇ ਲੰਬ ਹੈ।

$$\therefore OS^2 = ON^2 + SN^2$$

$$\text{ਪਰ } ON = OP + PN = A + B \cos \theta$$

$$SN = B \sin \theta$$

$$OS^2 = (A + B \cos \theta)^2 + (B \sin \theta)^2$$

$$\text{ਜਾਂ } R^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta} \quad \dots(4.24a)$$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ OSN ਵਿੱਚ,  $SN = OS \sin \alpha = R \sin \alpha$  ਅਤੇ  
 ਤ੍ਰਿਭੁਜ PSN ਵਿੱਚ,  $SN = PS \sin \theta = B \sin \theta$

ਇਸ ਲਈ

$$R \sin \alpha = B \sin \theta$$

ਜਾਂ 
$$\frac{R}{\sin \theta} = \frac{B}{\sin \alpha} \quad \dots(4.24b)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $PM = A \sin \alpha = B \sin \theta$

ਜਾਂ 
$$\frac{A}{\sin \theta} = \frac{B}{\sin \alpha} \quad \dots(4.24c)$$

ਸਮੀਕਰਨਾਂ 4.24(b) ਅਤੇ 4.24(c), ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ-

$$\frac{R}{\sin \theta} = \frac{A}{\sin \theta} = \frac{B}{\sin \alpha} \quad \dots(4.24d)$$

ਸਮੀਕਰਨ 4.24(d), ਦੁਆਰਾ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਸੂਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ -

$$\sin \alpha = \frac{B}{R} \sin \theta \quad \dots(4.24e)$$

ਇੱਥੇ R ਦਾ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ 4.24(a) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਜਾਂ 
$$\tan \alpha = \frac{SN}{OP + PN} = \frac{B \sin \theta}{A + B \cos \theta} \quad \dots(4.24f)$$

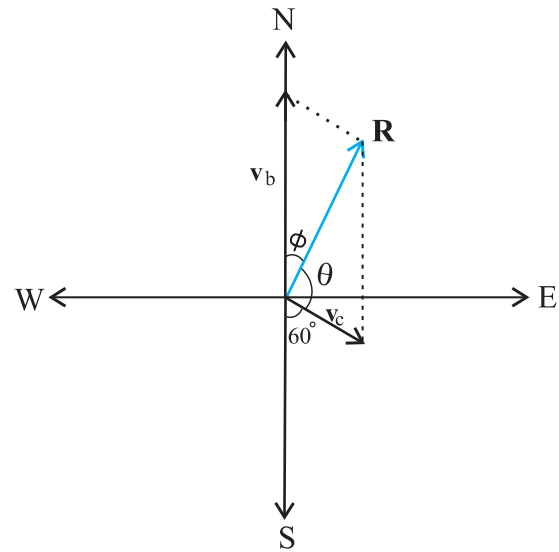
ਸਮੀਕਰਨ 4.24(a) ਤੋਂ ਪਰਿਣਾਮੀ R ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ 4.24(e) ਤੋਂ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ 4.24(a) ਨੂੰ **cos** ਦਾ ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ **sin** ਦਾ ਨਿਯਮ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

**ਉਦਾਹਰਨ 4.3** ਇੱਕ ਮੋਟਰ ਬੋਟ ਉੱਤਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ 25 km/h ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਇਸ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਪਾਣੀ ਦੀ ਧਾਰਾ ਦਾ ਵੇਗ 10 km/h ਹੈ। ਪਾਣੀ ਦੀ ਧਾਰਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੱਖਣ ਤੋਂ ਪੂਰਵ ਵੱਲ ਅਤੇ 60° ਤੇ ਹੈ। ਮੋਟਰ ਬੋਟ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ:** ਚਿੱਤਰ 4.11 ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼  $v_b$  ਮੋਟਰ ਬੋਟ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਅਤੇ  $v_c$  ਪਾਣੀ ਦੀ ਧਾਰਾ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਰਿਣਾਮੀ R ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ।

cos ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ R ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$R = \sqrt{v_b^2 + v_c^2 + 2v_b v_c \cos 120^\circ}$$



ਚਿੱਤਰ 4.11

$$= \sqrt{25^2 + 10^2 + 2 \times 25 \times 10(-1/2)}$$

$$= \sqrt{625 + 100 - 250} \cong 22 \text{ Km/h}$$

R ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ 'sin' ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ -

$$\frac{R}{\sin \theta} = \frac{v_c}{\sin \phi} \quad \text{ਜਾਂ,}$$

$$\sin \phi = \frac{v_c}{R} \sin \theta$$

$$= \frac{10 \times \sin 120^\circ}{21.8} = \frac{10\sqrt{3}}{2 \times 21.8} \cong 0.397$$

$$\phi \cong 23.4^\circ$$

### 4.7 ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ (MOTION IN A PLANE)

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਦੋ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਾਂਗੇ।

#### 4.7.1 ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ (Position vector and displacement)

ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਕਣ P ਦਾ x-y ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ r (ਚਿੱਤਰ 4.12) ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ :

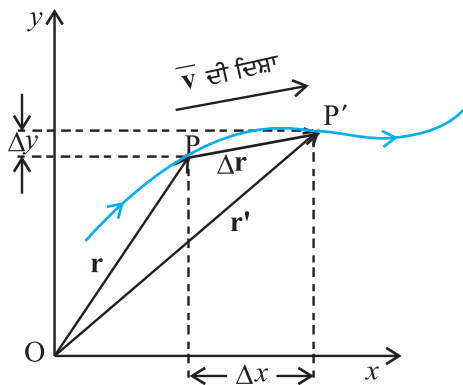
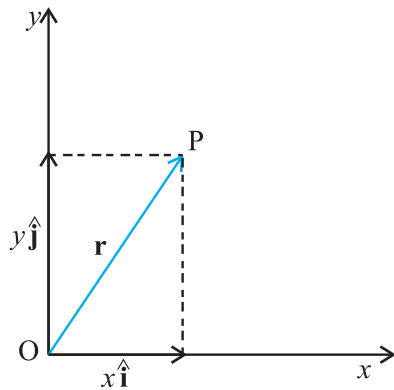
$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

ਇੱਥੇ x ਅਤੇ y-ਧੁਰਿਆਂ x-ਅਤੇ y- ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ r ਦੇ ਘਟਕ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕਣ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਚਿੱਤਰ (4.12 b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੋਈ ਕਣ ਮੋਟੀ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਵਕਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਛਿਣ  $t$  ਤੇ ਇਸਦੀ ਸਥਿਤੀ  $P$  ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਛਿਣ  $t'$  ਤੇ ਇਸਦੀ ਸਥਿਤੀ  $P'$  ਹੈ। ਕਣ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}' - \mathbf{r} \quad \dots(4.25)$$

ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ  $P$  ਤੋਂ  $P'$  ਵੱਲ ਹਨ।



**ਚਿੱਤਰ 4.12** (a) ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{r}$ , (b) ਵਿਸਥਾਪਨ  $\Delta \mathbf{r}$  ਅਤੇ ਕਣ ਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ  $\bar{\mathbf{v}}$

ਸਮੀਕਰਨ 4.25 ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਘਟਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ,

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{r} &= (x'\hat{\mathbf{i}} + y'\hat{\mathbf{j}}) - (x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}) \\ &= \hat{\mathbf{i}}\Delta x + \hat{\mathbf{j}}\Delta y \end{aligned}$$

ਇੱਥੇ  $\Delta x = x' - x, \Delta y = y' - y \quad \dots(4.26)$

**ਵੇਗ (Velocity)**

ਵੇਗ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ( $\bar{\mathbf{v}}$ ) ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਲਈ,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{v}} &= \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x \hat{\mathbf{i}} + \Delta y \hat{\mathbf{j}}}{\Delta t} \\ &= \hat{\mathbf{i}} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad \dots(4.27) \end{aligned}$$

ਜਾਂ,  $\bar{\mathbf{v}} = \bar{v}_x \hat{\mathbf{i}} + \bar{v}_y \hat{\mathbf{j}}$

ਕਿਉਂਕਿ  $\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$  ਇਸ ਲਈ ਚਿੱਤਰ (4.12) ਅਨੁਸਾਰ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹੀ ਹੋਵੇਗੀ, ਜੋ  $\Delta \mathbf{r}$  ਦੀ ਹੈ।

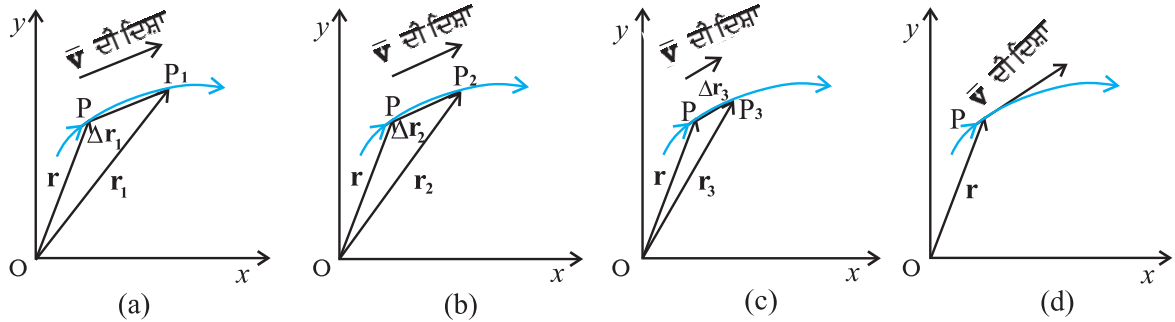
ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ (ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ) ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ( $\Delta t \rightarrow 0$  ਦੀ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ) ਵਿਸਥਾਪਨ  $\Delta \mathbf{r}$  ਦਾ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $\Delta t$  ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $\mathbf{v}$  ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਲਈ

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad \dots(4.28)$$

ਚਿੱਤਰਾਂ 4.13 (a) ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ 4.13 (d) ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਇਸ ਸੀਮਾਂਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਸਮਝਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਮੋਟੀ ਰੇਖਾ ਉਸ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਤੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਛਿਣ  $t$  ਤੇ ਬਿੰਦੂ  $P$  ਤੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ  $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$  ਸਮਿਆਂ ਦੇ ਬਾਅਦ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $P_1, P_2, P_3$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਸਮਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕਣ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $\Delta \mathbf{r}_1$  ਅਤੇ  $\Delta \mathbf{r}_2, \Delta \mathbf{r}_3$  ਹੈ। ਚਿੱਤਰਾਂ (a), (b) ਅਤੇ (c) ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਘਟਦੇ ਹੋਏ  $\Delta t$  ਦੇ ਮਾਨਾਂ ਭਾਵ  $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$  ( $\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$ ) ਦੇ ਲਈ ਕਣ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ  $\bar{\mathbf{v}}$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਹੀ  $\Delta t \rightarrow 0$  ਤਾਂ  $\Delta \mathbf{r} \rightarrow 0$  ਅਤੇ  $\Delta \mathbf{r}$  ਪਥ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਵੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 4.13 d)। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਥ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਵੇਗ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਸਹੂਲਤ ਦੇ ਲਈ  $\bar{\mathbf{v}}$  ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਮ ਕਰਕੇ ਘਟਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{\mathbf{i}} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \hat{\mathbf{j}} \right) \quad \dots(4.29) \\ &= \hat{\mathbf{i}} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \hat{\mathbf{j}} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \end{aligned}$$





**ਚਿੱਤਰ 4.13** ਜਿਵੇਂ ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $\Delta t$  ਸਿਫਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਸਪਰਸ਼ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ, ਔਸਤ ਵੇਗ  $\bar{v}$  ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ  $v$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।  $v$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਪਥ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ।

ਜਾਂ  $\mathbf{v} = \hat{i} \frac{dx}{dt} + \hat{j} \frac{dy}{dt} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$   
 ਇੱਥੇ,  $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}$  ... (4.30a)

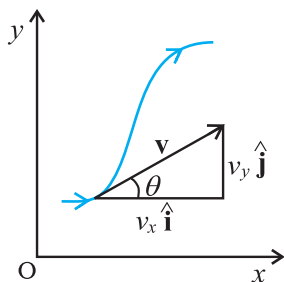
ਇਸ ਲਈ ਜੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਪਤਾ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $v_x$  ਅਤੇ  $v_y$  ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਸਦਿਸ਼  $v$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗਾ।  
 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  ... (4.30b)

ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ, ਕੋਣ  $\theta$  ਦੁਆਰਾ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗੀ :

$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}, \theta = \tan^{-1} \left( \frac{v_y}{v_x} \right)$  ... (4.30c)

**ਚਿੱਤਰ 4.14** ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼  $v$  ਦੇ ਲਈ  $v_x, v_y$  ਅਤੇ  $\theta$  ਕੋਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 4.14** ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼  $v$  ਦੇ ਘਟਕ  $v_x, v_y$  ਅਤੇ ਕੋਣ  $\theta$  ਜੋ  $x$ -ਪੁਰੇ ਨਾਲ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ  $v_x = v \cos \theta, v_y = v \sin \theta$

**ਪ੍ਰਵੇਗ (ACCELERATION)**

$x$ - $y$  ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ  $\bar{a}$  ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $\Delta t$  ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\bar{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(v_x \hat{i} + v_y \hat{j})}{\Delta t}$   
 $= \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \hat{j}$  ... (4.31a)

ਜਾਂ,  $\bar{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$  ... (4.31b)

ਪ੍ਰਵੇਗ (ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ) ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ :

$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$  ... (4.32a)

ਕਿਉਂਕਿ  $\Delta \mathbf{v} = \Delta v_x \hat{i} + \Delta v_y \hat{j}$ , ਇਸ ਲਈ

$\mathbf{a} = \hat{i} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} + \hat{j} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_y}{\Delta t}$

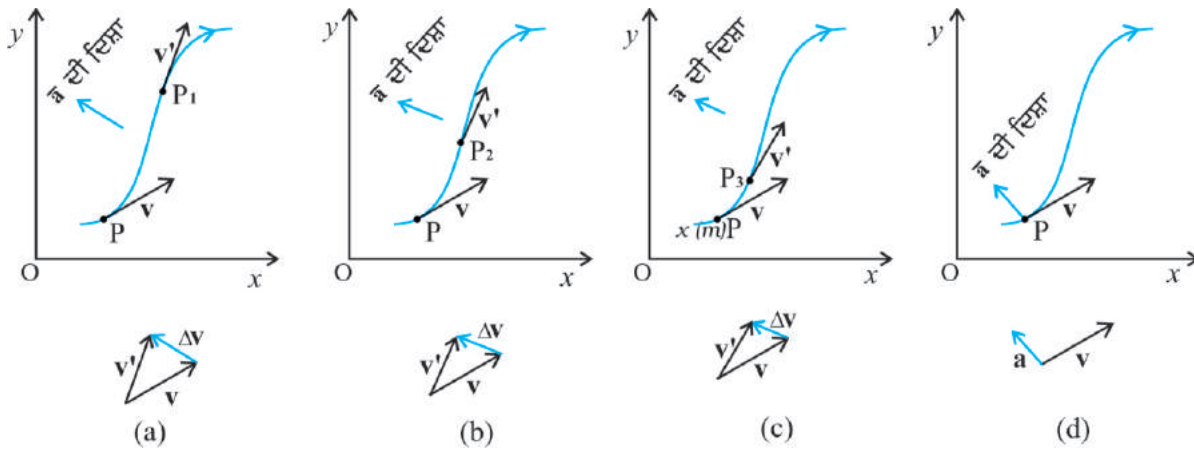
ਜਾਂ,  $\mathbf{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$  ... (4.32b)

ਜਿੱਥੇ,  $a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}$  ... (4.32c)\*

ਵੇਗ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਵੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਲਈ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਸੀਮਾਂਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.15(a) ਤੋਂ (4.15 d) ਵਿੱਚ ਸਮਝਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਿਸੇ

\*  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ  $a_x$  ਅਤੇ  $a_y$  ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ-

$a_x = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2}, a_y = \frac{d}{dt} \left( \frac{dy}{dt} \right) = \frac{d^2 y}{dt^2}$



**ਚਿੱਤਰ 4.15** ਤਿੰਨ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ (a)  $\Delta t_1$ , (b)  $\Delta t_2$ , (c)  $\Delta t_3$ , ( $\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$ ) ਦੇ ਲਈ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ  $\bar{a}$  (d)  $\Delta t \rightarrow 0$  ਸੀਮਾ ਦੇ ਤਹਿਤ ਔਸਤ ਵਸਤੂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਛਿਣ  $t$  ਤੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਿੰਦੂ  $P$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ।  $\Delta t_1$ ,  $\Delta t_2$ ,  $\Delta t_3$  ( $\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$ ) ਸਮੇਂ ਦੇ ਬਾਅਦ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਿੰਦੂਆਂ  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰਾਂ (4.15) a, b ਅਤੇ c ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ  $P$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  'ਤੇ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਰੇਕ  $\Delta t$  ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $\Delta v$  ਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ  $\Delta v$  ਦੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ  $\Delta t$  ਦਾ ਮਾਨ ਘੱਟਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ  $\Delta v$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੀ ਬਦਲਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਵੀ ਦਿਸ਼ਾ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ  $\Delta t \rightarrow 0$  ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ (ਚਿੱਤਰ 4.15 (d)) ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਾ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ (ਇਹ ਜਾਂ ਤਾਂ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ) ਪਰ ਦੋ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ  $0^\circ$  ਤੋਂ  $180^\circ$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਕੋਣ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 4.4** ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ  $\mathbf{r} = 3.0t\mathbf{i} + 2.0t^2\mathbf{j} + 5.0\mathbf{k}$  ਹੈ। ਜਿੱਥੇ  $t$  ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਹੋਰ ਗੁਣਾਕਾਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਕਿ  $r$  ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕੇ। (a) ਕਣ ਦਾ  $\mathbf{v}(t)$  ਅਤੇ  $\mathbf{a}(t)$  ਪਤਾ ਕਰੋ: (b)  $t = 1.0$  s ਤੇ  $\mathbf{v}(t)$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :**  $\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(3.0t\mathbf{i} + 2.0t^2\mathbf{j} + 5.0\mathbf{k})$   
 $= 3.0\mathbf{i} + 4.0t\mathbf{j}$   
 $\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = +4.0\mathbf{j}$   
 $a = 4.0 \text{ ms}^{-2} y$  ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  
 $t = 1.0 \text{ sec}$  ਤੇ  $\mathbf{v} = 3.0\mathbf{i} + 4.0\mathbf{j}$

ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ,  $v = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$   
 ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ  
 $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \cong 53^\circ$

**4.8 ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ (MOTION IN A PLANE WITH CONSTANT ACCELERATION)**

ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਤਲ  $x, y$  ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ  $\mathbf{a}$  ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ ਭਾਵ  $\mathbf{a}$  ਦਾ ਮਾਨ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇਸ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਮਾਨ  $\bar{\mathbf{a}}$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ  $\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{a}$ । ਹੁਣ ਮੰਨ ਲਉ ਕਿਸੇ ਛਿਣ  $t = 0$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ  $\mathbf{v}_0$  ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਹੋਰ ਛਿਣ  $t$  ਤੇ ਉਸਦਾ ਵੇਗ  $\mathbf{v}$  ਹੈ।

ਤਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_0}{t - 0} = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_0}{t}$$

ਜਾਂ  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$  ... (4.33a)

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ -

$$\begin{aligned}v_x &= v_{0x} + a_x t \\v_y &= v_{0y} + a_y t\end{aligned}\quad \dots(4.33b)$$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਥਿਤੀ - ਸਦਿਸ਼  $r$  ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਦੱਸੀ ਗਈ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ  $t = 0$  ਅਤੇ  $t = t$  ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $r_0$  ਅਤੇ  $r$  ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਕਣ ਦੇ ਵੇਗ  $v_0$  ਅਤੇ  $v$  ਹਨ। ਤਦ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $t - 0 = t$  ਵਿੱਚ ਕਣ ਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ  $(v_0 + v)/2$  ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ  $r - r_0$  ਹੋਵੇਗਾ ਕਿਉਂਕਿ ਵਿਸਥਾਪਨ ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ,

$$\begin{aligned}r - r_0 &= \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t = \left(\frac{(v_0 + at) + v_0}{2}\right)t \\&= v_0 t + \frac{1}{2}at^2\end{aligned}$$

ਇਸ ਲਈ  $r = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$  ... (4.34a)

ਇਸ ਨੂੰ ਸੋਧਿਆਂ ਹੀ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ (4.34a) ਦਾ ਅਵਕਲਨ  $\frac{dr}{dt}$  ਸਮੀਕਰਨ (4.33a) ਹੈ ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ  $t = 0$ , ਛਿਣ ਤੇ  $r = r_0$  ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਨੂੰ ਵੀ ਪੂਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (4.34 a) ਨੂੰ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\begin{aligned}x &= x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\y &= y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2\end{aligned}\quad \dots(4.34b)$$

ਸਮੀਕਰਨ (4.34b) ਦੀ ਸਿੱਧੀ ਵਿਆਖਿਆ ਇਹ ਹੈ ਕਿ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀਆਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਭਾਵ, ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ (ਦੋ ਵਿਮਾਂ) ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਕਾਲੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇਹ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਨਤੀਜਾ ਹੈ ਜੋ ਦੋ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਪਰਿਣਾਮ ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਹਨ। ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦੀ ਚੋਣ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ ਲਈ ਭਾਗ (4.1) ਵਿੱਚ ਦੇਖਾਂਗੇ।

**ਉਦਾਹਰਨ 4.5**  $t = 0$  ਛਿਣ ਤੇ ਕੋਈ ਕਣ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ  $5.0 \hat{i} \text{ m/s}$  ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ।  $x, y$  ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਉਸ 'ਤੇ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਬਲ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ  $(3.0\hat{i} + 2.0\hat{j}) \text{ m/s}^2$  ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। (a) ਜਿਸ ਛਿਣ ਤੇ ਕਣ ਦਾ  $x$  ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ  $84 \text{ m}$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਛਿਣ ਦਾ  $y$  ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ? (b) ਇਸ ਛਿਣ ਕਣ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

**ਹੱਲ :** ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗੀ

$$\begin{aligned}r(t) &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\&= 5.0\hat{i}t + (1/2)(3.0\hat{i} + 2.0\hat{j})t^2 \\&= (5.0t + 1.5t^2)\hat{i} + 1.0t^2\hat{j}\end{aligned}$$

ਇਸ ਲਈ  $x(t) = 5.0t + 1.5t^2$

ਜਦੋਂ  $y(t) = 1.0t^2$   
 $x(t) = 84 \text{ m}$ , ਤਾਂ  $t = ?$

$$\begin{aligned}\therefore 84 &= 5.0t + 1.5t^2 \\5.0t + 1.5t^2 &= 84 \Rightarrow t = 6 \text{ s}\end{aligned}$$

ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੇ

$$t = 6.0 \text{ s}, y = 1.0(6)^2 = 36.0 \text{ m}$$

$$v = \frac{dr}{dt} = (5.0 + 3.0t)\hat{i} + 2.0t\hat{j}$$

$$t = 6 \text{ s}, \text{ ਦੇ ਲਈ, } v = 23.0\hat{i} + 12.0\hat{j}$$

ਇਸ ਲਈ ਕਣ ਦੀ ਚਾਲ,

$$= |v| = \sqrt{23^2 + 12^2} \cong 26 \text{ m s}^{-1}$$

#### 4.9 ਦੋ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ (RELATIVE VELOCITY IN TWO DIMENSIONS)

ਭਾਗ 3.7 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਜਾਣੂ ਹੋਏ ਹਾਂ, ਉਸ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਸੋਧਿਆਂ ਵਿਸ਼ਤਾਰਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨਿਆ ਕਿ ਦੋ ਵਸਤੂਆਂ A ਅਤੇ B ਵੇਗਾਂ,  $v_A$  ਅਤੇ  $v_B$  ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹਨ (ਹਰੇਕ ਗਤੀ ਕਿਸੇ ਸਧਾਰਨ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਜਿਵੇਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਹੈ)।

ਇਸ ਲਈ ਵਸਤੂ A ਦਾ B ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ :

$$v_{AB} = v_A - v_B \quad \dots(4.35a)$$

ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਵਸਤੂ B ਦਾ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗਾ :

$$\text{ਇਸ ਲਈ } v_{BA} = v_B - v_A \quad \dots(4.35b)$$

$$\text{ਅਤੇ } |v_{AB}| = |v_{BA}| \quad \dots(4.35c)$$

**ਉਦਾਹਰਨ 4.6** ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $35 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਵਰਖਾ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ। ਕੋਈ ਔਰਤ ਪੂਰਵ ਤੋਂ ਪੱਛਮ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $12 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਵਰਖਾ ਤੋਂ ਬਚਾਓ ਲਈ ਉਸ ਨੂੰ ਛੱਤਰੀ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਾਉਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ?

**ਹੱਲ :** ਚਿੱਤਰ 4.16 ਵਿੱਚ  $v_r$  ਵਰਖਾ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਅਤੇ  $v_b$  ਔਰਤ ਦੁਆਰਾ ਚਲਾਈ ਜਾ ਰਹੀ ਸਾਈਕਲ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਵੇਗ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਹਨ। ਕਿਉਂਕਿ ਔਰਤ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਹੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਵਰਖਾ ਦੇ ਜਿਸ ਵੇਗ ਦਾ ਉਸ ਨੂੰ ਆਭਾਸ ਹੋਵੇਗਾ ਉਹ ਸਾਈਕਲ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਰਖਾ ਦਾ ਵੇਗ ਹੋਵੇਗਾ। ਭਾਵ

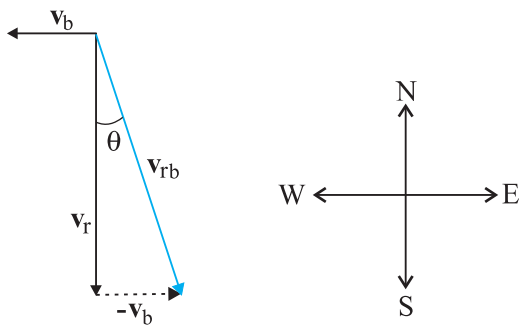
$$v_{rb} = v_r - v_b$$

ਚਿੱਤਰ 4.16 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਇਹ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਨਾਲ  $\theta$  ਕੋਣ ਬਣਾਏਗਾ।

ਜਿਸ ਦਾ ਮਾਨ

$$\tan \theta = \frac{v_b}{v_r} = \frac{12}{35} = 0.343 \text{ ਹੋਵੇਗਾ}$$

$$\text{ਜਾਂ } \theta \cong 19^\circ$$



ਚਿੱਤਰ 4.16

ਇਸ ਲਈ ਔਰਤ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਛੱਤਰੀ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $19^\circ$  ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਪੱਛਮ ਵੱਲ ਰੱਖਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨ 4.1 ਦੇ ਅੰਤਰ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉ। ਉਦਾਹਰਨ 4.1 ਵਿੱਚ ਬਾਲਕ ਨੂੰ ਦੋ ਵੇਗਾਂ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮੀ (ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ) ਦਾ ਆਭਾਸ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਸ

ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਔਰਤ ਨੂੰ ਸਾਈਕਲ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਰਖਾ ਦੇ ਵੇਗ (ਦੋਨੋਂ ਵੇਗਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਅੰਤਰ) ਦਾ ਆਭਾਸ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

### 4.10 ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਗਤੀ (PROJECTILE MOTION)

ਇਸ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਜੋ ਵਿਚਾਰ ਵਿਕਸਿਤ ਕੀਤੇ ਹਨ, ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਦੇ ਲਈ ਕਰਾਂਗੇ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਉਛਾਲਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਛਾਲਣ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਅਜਿਹਾ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਫੁੱਟਬਾਲ, ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਦੀ ਗੇਂਦ, ਬੇਸਬਾਲ ਜਾਂ ਕੋਈ ਹੋਰ ਵਸਤੂ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਕਾਲੀ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਘਟਕ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਘਟਕ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

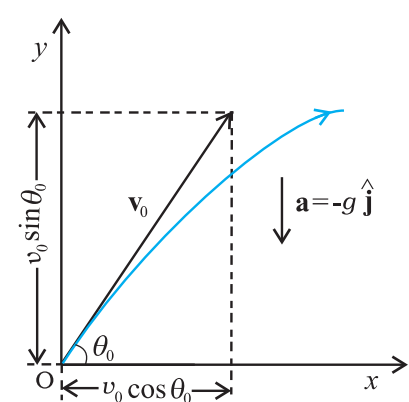
ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਗੈਲੀਲਿਓ ਨੇ ਆਪਣੇ ਲੇਖ ਡਾਇਲਾਗ ਆਨ ਦਿ ਗ੍ਰੇਟ ਵਰਲਡ ਸਿਸਟਮ (1632) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਗਤੀ ਦੇ ਖਿਤਜੀ ਅਤੇ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਸੁਤੰਤਰ ਸੁਭਾਅ ਦਾ ਜ਼ਿਕਰ ਕੀਤਾ ਸੀ।

ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਾਂਗੇ ਕਿ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਉਪੇਖਿਤ ਹੈ। ਮੰਨਿਆ ਕਿ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ  $v_0$  ਵੇਗ ਨਾਲ ਸੁੱਟਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ  $x$ -ਧੁਰੇ ਨਾਲ (ਚਿੱਤਰ 4.17 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ)  $\theta_0$  ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਸੁੱਟੀ ਗਈ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਕਰਨ ਦੇ ਬਾਅਦ ਉਸ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਦੇ ਕਾਰਨ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ :

$$\mathbf{a} = -g\hat{j}$$

ਜਾਂ  $a_x = 0, a_y = -g \quad \dots(4.36)$



ਚਿੱਤਰ 4.17  $v_0$  ਵੇਗ ਨਾਲ  $\theta_0$  ਕੋਣ ਤੇ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ।

ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ  $v_0$  ਦੇ ਘਟਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣਗੇ :

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \cos \theta_0 \\ v_{0y} &= v_0 \sin \theta_0 \end{aligned} \quad \dots(4.37)$$

ਜੇ ਚਿੱਤਰ 4.17 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਸਤੂ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ

$$x_0 = 0, y_0 = 0$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (4.34 b) ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖਾਂਗੇ :

$$x = v_{0x} t = (v_0 \cos \theta_0) t$$

ਅਤੇ  $y = (v_0 \sin \theta_0) t - (\frac{1}{2}) g t^2 \quad \dots(4.38)$

ਸਮੀਕਰਨ (4.33 b) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ  $t$  ਦੇ ਲਈ ਵੇਗ ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਗਏ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ :

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 \\ v_y &= v_0 \sin \theta_0 - g t \end{aligned} \quad \dots(4.39)$$

ਸਮੀਕਰਨ (4.38) ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਛਿਣ  $t$  ਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ  $v_0$  ਅਤੇ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਕੋਣ  $\theta_0$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਣਗੇ। ਇਸ ਗੱਲ 'ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਹੋਣ ਦੀ ਚੋਣ ਕਾਰਨ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਕਾਫੀ ਸਹੂਲਤ ਹੋ ਗਈ ਹੈ। ਵੇਗ ਦੇ ਦੋ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ  $x$  ਘਟਕ ਗਤੀ ਦੇ ਪੂਰੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੂਸਰਾ  $y$  ਘਟਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਮੰਨ ਲਓ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਸੁਤੰਤਰਤਾਪੂਰਵਕ ਹੇਠਾਂ ਡਿਗ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ। ਚਿੱਤਰ 4.18 ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਛਿਣਾਂ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਫੀ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਲਈ  $v_y = 0$  ਅਤੇ

$$q = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x} = 0$$

**ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੇ ਪਥ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ (Equation of path of a projectile)**

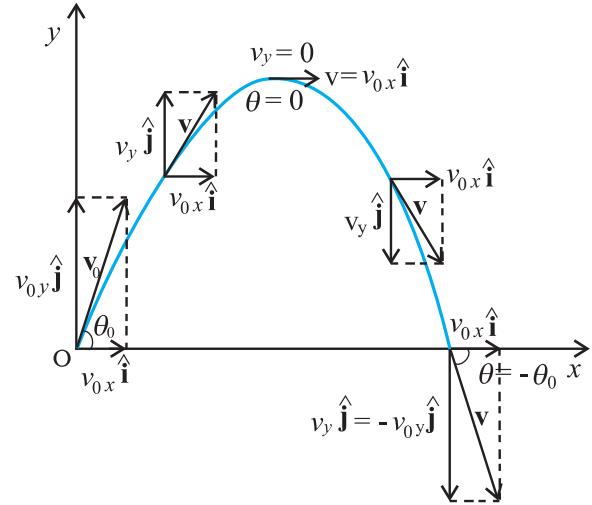
ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੁਆਰਾ ਚੱਲੇ ਗਏ ਰਸਤੇ ਦੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਕੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ? ਇਸਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪਥ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਸਮੀਕਰਨ (4.38) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ  $t$  ਨੂੰ ਖਤਮ ਕਰਨ ਨਾਲ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

$$y = (\tan \theta_0) x - \frac{g}{2 (v_0 \cos \theta_0)^2} x^2 \quad \dots(4.40)$$

ਇਹ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੇ ਪਥ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.18 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ  $g$ ,  $\theta_0$

ਅਤੇ  $v_0$  ਸਥਿਰ ਹਨ, ਸਮੀਕਰਨ (4.40) ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$y = a x + b x^2$  ਇਸ ਵਿੱਚ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹਨ। ਇਹ ਇੱਕ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਜਾਂ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦਾ ਪਥ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 4.18 ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦਾ ਰਸਤਾ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

**ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਦਾ ਸਮਾਂ (Time of maximum height)**

ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਪੁੱਜਣ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੈਂਦਾ ਹੈ? ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਇਹ ਸਮਾਂ  $t_m$  ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ  $v_y = 0$  ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (4.39) ਤੋਂ ਅਸੀਂ  $t_m$  ਦਾ ਮਾਨ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - g t_m = 0$$

ਜਾਂ  $t_m = v_0 \sin \theta_0 / g \quad \dots (4.41a)$

ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੀ ਉਡਾਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਲੱਗਿਆ ਕੁੱਲ ਸਮਾਂ  $T_f$  ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (4.38) ਵਿੱਚ  $y = 0$  ਰੱਖ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ,

$$T_f = 2 (v_0 \sin \theta_0) / g \quad \dots(4.41b)$$

$T_f$  ਨੂੰ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦਾ ਉਡਾਣ ਕਾਲ (time of flight) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਧਿਆਨ ਦੇਣ ਦੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ  $T_f = 2t_m$ । ਰਸਤੇ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੇ ਹੀ ਨਤੀਜੇ ਦੀ ਆਸ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

**ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ (Maximum height of projectile)**

ਸਮੀਕਰਨ 4.38 ਵਿੱਚ  $t = t_m$  ਰੱਖ ਕੇ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ  $h_m$  ਦੀ ਗਣਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

$$y = h_m = (v_0 \sin \theta_0) \left( \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} \right) - \frac{g}{2} \left( \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} \right)^2$$

$$\text{ਜਾਂ} \quad h_m = \frac{(v_0 \sin \theta_0)^2}{2g} \quad \dots(4.42)$$

### ਪ੍ਰੋਪੈਕ ਦੀ ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ (horizontal range of projectile)

ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ( $x = y = 0$ ) ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਤੱਕ ਜਦੋਂ  $y = 0$  ਹੋਵੇ, ਪ੍ਰੋਪੈਕ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ  $R$  ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ, ਉਡਾਣ ਕਾਲ  $T_f$  ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਰੇਂਜ  $R$  ਹੋਵੇਗੀ।

$$R = (v_0 \cos \theta_0) (T_f)$$

$$R = (v_0 \cos \theta_0) (2 v_0 \sin \theta_0) / g$$

$$\text{ਜਾਂ} \quad R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \quad \dots(4.43)$$

ਸਮੀਕਰਨ (4.43) ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰੋਪੈਕ ਦੇ ਵੇਗ  $v_0$  ਲਈ  $R$  ਅਧਿਕਤਮ ਉਦੋਂ ਹੋਵੇਗਾ ਜਦੋਂ  $\theta_0 = 45^\circ$  ਕਿਉਂਕਿ  $\sin 90^\circ = 1$  (ਜੋ  $\sin 2\theta_0$  ਦਾ ਅਧਿਕਤਮ ਮਾਨ ਹੈ)। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਧਿਕਤਮ ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ ਹੋਵੇਗੀ।

$$R_m = \frac{v_0^2}{g} \quad \dots(4.43a)$$

**ਉਦਾਹਰਨ 4.7** ਗੈਲੀਲੀਉ ਨੇ ਆਪਣੀ ਪੁਸਤਕ “ਟੂ ਨਿਊ ਸਾਇੰਸਜ਼” ਵਿੱਚ ਕਿਹਾ ਹੈ ਕਿ “ਉਹਨਾਂ ਉਚਾਣ ਕੋਣਾਂ (elevation) ਦੇ ਲਈ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਨ  $45^\circ$  ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਮਾਤਰਾ ਨਾਲ ਵੱਧ ਜਾਂ ਘੱਟ ਹੋਣ, ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।” ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਜੇ ਕੋਈ ਪ੍ਰੋਪੈਕ  $\theta_0$  ਕੋਣ ਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ  $v_0$  ਨਾਲ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਰੇਂਜ

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \quad \text{ਹੋਵੇਗੀ।}$$

ਹੁਣ ਕੋਣਾਂ ( $45^\circ + \alpha$ ) ਅਤੇ ( $45^\circ - \alpha$ ) ਦੇ ਲਈ  $2\theta_0$  ਦਾ ਮਾਨ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ( $90^\circ + 2\alpha$ ) ਅਤੇ ( $90^\circ - 2\alpha$ ) ਹੋਵੇਗਾ।  $\sin (90^\circ + 2\alpha)$  ਅਤੇ  $\sin (90^\circ - 2\alpha)$  ਦੋਨੋਂ ਮਾਨ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ  $\cos 2\alpha$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਉਚਾਣ ਕੋਣਾਂ ਲਈ ਜਿਹਨਾਂ ਲਈ ਮਾਨ  $45^\circ$  ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਮਾਤਰਾ ਦੁਆਰਾ ਘੱਟ ਜਾਂ ਵੱਧ ਹੈ, ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 4.8** ਇੱਕ ਪੈਦਲ ਯਾਤਰੀ ਕਿਸੇ ਖੜੀ ਚੱਟਾਨ ਦੇ ਕੋਨੇ ਤੇ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ। ਚੱਟਾਨ ਜ਼ਮੀਨ ਤੋਂ  $490 \text{ m}$  ਉੱਚੀ ਹੈ। ਉਹ ਇੱਕ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $15 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸੁੱਟਦਾ ਹੈ। ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਨਿਗੁਣਾ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਜ਼ਮੀਨ ਤੱਕ ਪੁੱਜਣ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗਿਆ ਅਤੇ ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦੇ ਸਮੇਂ ਉਸਦੀ ਚਾਲ ਕਿੰਨੀ ਸੀ ?

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

**ਹੱਲ :** ਅਸੀਂ ਖੜੀ ਚੱਟਾਨ ਦੇ ਕੋਨੇ ਨੂੰ  $x$  ਅਤੇ  $y$ -ਧੁਰੇ ਦੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਪੱਥਰ ਸੁੱਟੇ ਜਾਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਨੂੰ  $t = 0$  ਮੰਨਾਂਗੇ।  $x$  ਧੁਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ  $y$  ਧੁਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਚੁਣਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਹਿ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਗਤੀ ਦੇ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਘਟਕ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ, ਇਸ ਲਈ

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y} t + (1/2) a_y t^2$$

$$\text{ਜਿੱਥੇ} \quad x_0 = y_0 = 0, \quad v_{0y} = 0, \quad a_y = -g = -9.8 \text{ m s}^{-2},$$

$$v_{0x} = 15 \text{ ms}^{-1}$$

ਪੱਥਰ ਉਸ ਸਮੇਂ ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ

$$y(t) = -490 \text{ m}$$

$$\therefore -490 \text{ m} = -(1/2)(9.8) t^2$$

$$\text{ਜਾਂ} \quad t = 10 \text{ s}$$

ਵੇਗ ਘਟਕ  $v_x = v_{0x}$  ਅਤੇ  $v_y = v_{0y} - g t$  ਹੋਣਗੇ। ਇਸ ਲਈ, ਜਦੋਂ ਪੱਥਰ ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਉਦੋਂ

$$v_{0x} = 15 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_{0y} = 0 - 9.8 \times 10 = -98 \text{ m s}^{-1}$$

ਇਸ ਲਈ ਪੱਥਰ ਦੀ ਚਾਲ

$$\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{15^2 + 98^2} = 99 \text{ m s}^{-1} \quad \text{ਹੋਵੇਗੀ}$$

**ਉਦਾਹਰਨ 4.9** ਖਿਤਜ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ  $30^\circ$  ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਗੇਂਦ  $28 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸੁੱਟੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। (a) ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ। (b) ਉਸੇ ਪੱਥਰ ਤੇ ਪਰਤਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ ਅਤੇ (c) ਸੁੱਟਣ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਜਿਹੜੀ ਉਸੇ ਪੱਥਰ 'ਤੇ ਪੁੱਜੀ ਹੈ, ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : (a) ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ

$$h_m = \frac{(v_0 \sin \theta_0)^2}{2g} = \frac{(28 \sin 30^\circ)^2}{2 \times (9.8)} \text{ m}$$

$$= \frac{28 \times 28 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{2 \times 9.8}$$

$$= \frac{14 \times 14}{2 \times 9.8} = 10.0 \text{ m ਹੋਵੇਗੀ।}$$

(b) ਉਸੇ ਧਰਾਤਲ 'ਤੇ ਵਾਪਸ ਆਉਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ

$$T_f = (2 v_0 \sin \theta_0) / g = (2 \times 28 \times \sin 30^\circ) / 9.8$$

$$= 28 / 9.8 \text{ s} = 2.9 \text{ s ਹੋਵੇਗਾ।}$$

(c) ਸੁੱਟਣ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਜਿੱਥੇ ਗੋਦ ਉਸੇ ਪੱਧਰ ਤੱਕ ਪੁੱਜਦੀ ਹੈ :

$$R = \frac{(v_0^2 \sin 2\theta_0)}{g} = \frac{28 \times 28 \times \sin 60^\circ}{9.8} = 69 \text{ m}$$

**ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕਰਨਾ - ਇਸ ਮਨੋਂਤ ਦਾ ਅਸਲ ਅਰਥ ਕੀ ਹੈ ? (Neglecting air resistance - what does the assumption really mean ?)**

ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਿਹਾ ਸੀ ਕਿ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦਾ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਗਤੀ 'ਤੇ ਕੋਈ ਅਸਰ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਸਮਝਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਕਥਨ ਦਾ ਅਸਲ ਅਰਥ ਕੀ ਹੈ ? ਰਗੜ, ਵਿਸਕਾਸਤਾ ਬਲ, ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਇਹ ਸਾਰੇ ਖੈਕਾਰੀ ਬਲ ਹਨ। ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਜਿਹੇ ਬਲਾਂ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਮੂਲ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਨਤੀਜਤਨ ਇਸਦੇ ਸੰਵੇਗ, ਵਿੱਚ ਕਮੀ ਆਵੇਗੀ। ਇਸਲਈ, ਆਪਣੇ ਪੈਰਾਬੋਲਿਕ ਰਸਤੇ 'ਤੇ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਕੋਈ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਵਿੱਚ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਆਪਣੀ ਆਦਰਸ਼ ਟਰੈਜਕਟਰੀ (trajectory) ਤੋਂ ਵਿਚਲਿਤ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ। ਉਹ ਧਰਾਤਲ ਨਾਲ ਉਸੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਆ ਕੇ ਟਕਰਾਏਗਾ ਜਿਸ ਨਾਲ ਉਹ ਸੁੱਟਿਆ ਗਿਆ ਸੀ। ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦਾ  $x$ -ਘਟਕ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਿਰਫ  $y$ -ਘਟਕ ਵਿੱਚ ਹੀ ਲਗਾਤਾਰ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਐਪਰ, ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਵਿੱਚ, ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਘਟਕ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਹੋਣਗੇ। ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ ਸਮੀਕਰਨ (4.43) ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗੀ। ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਵੀ ਸਮੀਕਰਨ (4.42)

ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗੀ। ਤਾਂ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਕਿ ਉਡਾਣ ਕਾਲ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਤੋਂ ਬਚਾਉ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨਿਰਵਾਤ ਵਿੱਚ ਜਾਂ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਦਬਾਉ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਕਰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ਜੋ ਅਸਾਨ ਕੰਮ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ 'ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਉਪੇਖਿਤ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ' ਵਰਗੇ ਵਾਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ, ਕਿ ਰੇਂਜ, ਉਚਾਈ ਵਰਗੇ ਪੈਰਾਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ, ਇਸਦੇ ਕਾਰਨ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਪਰਿਵਰਤਨ, ਹਵਾ ਰਹਿਤ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੈ। ਬਿਨਾਂ ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਕੇ ਗਣਨਾ ਕਰਨਾ ਸੌਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਬਜਾਏ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਗਣਨਾ ਵਿੱਚ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

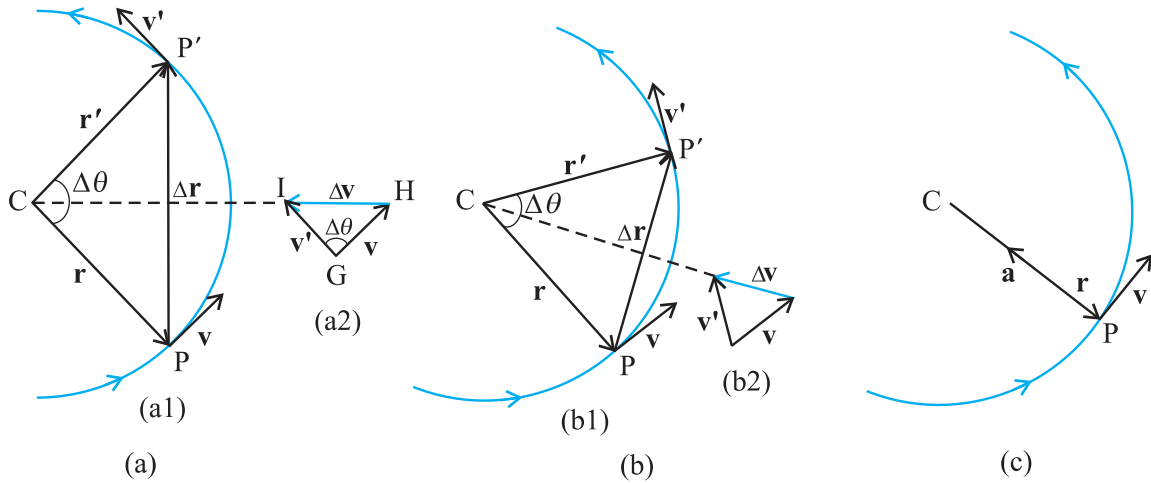
#### 4.11 ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ (UNIFORM CIRCULAR MOTION)

ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਚਕਰਾਕਾਰ ਰਸਤੇ 'ਤੇ ਚਲਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ (uniform circular motion) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸ਼ਬਦ "ਇੱਕ ਸਮਾਨ" ਉਸ ਚਾਲ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਵਰਤਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਇੱਕ ਸਮਾਨ (ਨਿਸ਼ਚਿਤ) ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਮੰਨਿਆ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.19 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ  $v$  ਨਾਲ  $R$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰੇ 'ਤੇ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਾਤਾਰ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਉਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪੈਦਾ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕਰਨੀ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਉ  $r$  ਅਤੇ  $r'$  ਅਤੇ  $v$  ਅਤੇ  $v'$  ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਗਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਹ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਿੰਦੂਆਂ P ਅਤੇ P' 'ਤੇ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 4.19(a))। ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕਣ ਦਾ ਵੇਗ ਉਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 4.19(a) ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $v$  ਅਤੇ  $v'$  ਨੂੰ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 4.19(a) ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ  $\Delta v$  ਪਤਾ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ ਰਸਤਾ ਚਕਰਾਕਾਰ ਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਜਿਆਮਿਤੀ ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ  $v$ ,  $r$  ਦੇ ਅਤੇ  $v'$ ,  $r'$  ਦੇ ਲੰਬ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ  $\Delta v$ ,

$$\Delta r \text{ ਦੇ ਲੰਬ ਹੋਵੇਗਾ। ਮੁੜ ਕਿਉਂਕਿ ਐਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ } \Delta v \left( \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \right)$$





**ਚਿੱਤਰ 4.19** ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ। ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $\Delta t$ , (a) ਤੋਂ (c) ਤੱਕ ਘੱਟਦਾ ਹੈ ਅਤੇ (c) ਤੇ ਸਿਫਰ ਹੈ। ਚਕਰਾਕਾਰ ਪਥ ਦੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਹੈ।

ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਇਸਲਈ  $\vec{a}$  ਵੀ  $\Delta \vec{r}$  ਤੇ ਲੰਬ ਹੋਵੇਗਾ। ਹੁਣ ਜੇ ਅਸੀਂ  $\Delta v$  ਨੂੰ ਉਸ ਰੇਖਾ ਤੇ ਰੱਖੀਏ ਜੋ  $r$  ਅਤੇ  $r'$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਦੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਹਨਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.19(b) ਵਿੱਚ ਛੋਟੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਲਈ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।  $\Delta v$  ਅਤੇ  $\vec{a}$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਮੁੜ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗੀ। ਚਿੱਤਰ 4.19(c) ਵਿੱਚ  $\Delta t \rightarrow 0$  ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।\* ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵਸਤੂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ,  $\vec{a}$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੂਤਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$|\vec{a}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$$

ਮੰਨ ਲਉ  $r$  ਅਤੇ  $r'$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਕੋਣ  $\Delta \theta$  ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼  $v$  ਅਤੇ  $v'$  ਸਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਲੰਬ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚਲੇ ਕੋਣ ਵੀ  $\Delta \theta$  ਹੋਣਗੇ। ਇਸ ਲਈ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੁਆਰਾ ਬਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ  $\Delta CPP'$  ਅਤੇ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $v$ ,  $v'$  ਅਤੇ  $\Delta v$  ਦੁਆਰਾ ਬਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅਧਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਕਿਨਾਰੇ ਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸੰਗਤ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ, ਭਾਵ

$$\frac{|\Delta \vec{v}|}{v} = \frac{|\Delta \vec{r}|}{R}$$

ਜਾਂ,  
ਇਸ ਲਈ

$$|\Delta \vec{v}| = v \frac{|\Delta \vec{r}|}{R}$$

$$|\vec{a}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v |\Delta \vec{r}|}{R \Delta t} = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

ਜੇ  $\Delta t$  ਛੋਟਾ ਹੈ, ਤਾਂ  $\Delta \theta$  ਵੀ ਛੋਟਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਚਾਪ  $PP'$  ਨੂੰ ਲਗਭਗ  $|\Delta \vec{r}|$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਜਾਂ  $|\Delta \vec{r}| \cong v \Delta t$

ਜਾਂ  $\frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} \cong v$

ਜਾਂ  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = v$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ  $a_c$  ਦਾ ਮਾਨ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗਾ,

$$a_c = \left(\frac{v}{R}\right) v = v^2/R \quad \dots(4.44)$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕਿਸੇ  $R$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚਕਰਾਕਾਰ ਅਕਾਰ ਵਾਲੇ ਰਸਤੇ ਦੇ ਘੇਰੇ ਤੇ  $v$  ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $v^2/R$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ

\*  $\Delta t \rightarrow 0$  ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ  $\Delta \vec{r}$ ,  $r$  ਦੇ ਲੰਬ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ ਕਿਉਂਕਿ  $\Delta v \rightarrow 0$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਇਹ ਵੀ  $v$  ਦੇ ਲੰਬ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਥ ਤੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਸਦਾ ਹੀ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਕਾਰਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ (centripetal acceleration) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। (ਇਹ ਪਦ ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਸੁਝਾਇਆ ਸੀ)। ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸੰਪੂਰਨ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਤਮਕ ਲੇਖ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 1673 ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਡਚ ਵਿਗਿਆਨੀ ਕ੍ਰਿਸਚਿਅਨ ਹਾਇਗੇਨਸ (Christian Huygens) (1629-1695) ਨੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਕਰਵਾਇਆ ਸੀ ਪਰ ਸ਼ਾਇਦ ਨਿਊਟਨ ਨੂੰ ਵੀ ਕੁਝ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਇਸ ਦਾ ਗਿਆਨ ਹੋ ਚੁੱਕਾ ਸੀ। ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਨੂੰ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਿੱਚ ਸੇਂਟਰੀਪੀਟਲ (centripetal) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ ਗ੍ਰੀਕ ਸ਼ਬਦ ਹੈ ਜਿਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ  $v$  ਅਤੇ  $R$  ਦੋਨੋਂ ਸਥਿਰ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਵੀ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ ਪਰ ਦਿਸ਼ਾ ਬਦਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਦਾ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਿੱਟਾ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਸਦਿਸ਼ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਚਿੱਤਰ 4.19 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਅਨੁਸਾਰ  $\Delta t (= t' - t)$  ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਕੋਣ  $P$  ਤੋਂ  $P'$  ਤੱਕ ਪੁੱਜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਰੇਖਾ  $CP$  ਕੋਣ  $\Delta\theta$  ਤੋਂ ਘੁੰਮ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।  $\Delta\theta$  ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕੋਣੀ ਦੂਰੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $\omega$  (ਗ੍ਰੀਕ ਅੱਖਰ 'ਉਮੇਗਾ') ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕੋਣੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \dots(4.45)$$

ਹੁਣ ਜੇ  $\Delta t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ  $\Delta s$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਈਏ (ਭਾਵ  $PP' = \Delta s$ ) ਤਾਂ,

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

ਪਰ  $\Delta s = R \Delta\theta$  ਇਸ ਲਈ

$$v = R \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = R \omega$$

ਇਸ ਲਈ  $v = R \omega \quad \dots(4.46)$

ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਭਾਵ,

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

ਜਾਂ  $a_c = \omega^2 R \quad \dots(4.47)$

ਚੱਕਰ ਦਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਜੋ ਸਮਾਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਵਰਤ ਕਾਲ  $T$  ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਕ ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਜਿੰਨੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਆਵ੍ਰਤੀ  $\nu$  ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਇੰਨੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ  $r = 2\pi R$  ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ

$$v = 2\pi R/T = 2\pi R\nu \quad \dots(4.48)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $\omega$ ,  $v$  ਅਤੇ  $a_c$  ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਵ੍ਰਤੀ  $\nu$  ਦੇ ਪਦ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ,

$$\omega = 2\pi\nu$$

$$v = 2\pi\nu R$$

$$a_c = 4\pi^2\nu^2 R \quad \dots(4.49)$$

**ਉਦਾਹਰਨ 4.10** ਕੋਈ ਕੀੜਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੇ ਖਾਂਚੇ ਦੇ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 12 cm ਹੈ, ਫਸ ਗਿਆ ਹੈ। ਉਹ ਖਾਂਚੇ ਦੇ ਘੇਰੇ ਤੇ ਸਥਿਰ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 100 ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ 7 ਚੱਕਰ ਲਗਾ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। (a) ਕੀੜੇ ਦੀ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਚਾਲ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ? (b) ਕੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਇੱਕ ਅਚਲ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

**ਹੱਲ :** ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦਾ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ। ਇੱਥੇ  $R = 12$  cm ਹੈ। ਕੋਣੀ ਚਾਲ  $\omega$  ਦਾ ਮਾਨ

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi \times 7/100 = 14\pi/100 = 0.44 \text{ rad/s}$$

ਹੈ ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਚਾਲ  $v$  ਦਾ ਮਾਨ

$$v = \omega R = 0.44 \text{ s}^{-1} \times 12 \text{ cm} = 5.3 \text{ cm s}^{-1}$$

ਹੋਵੇਗਾ। ਚੱਕਰ ਦੇ ਹਰ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਵੇਗ  $v$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗੀ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਦਿਸ਼ਾ ਲਗਾਤਾਰ ਬਦਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇੱਕ ਨਾ ਬਦਲਣ ਵਾਲੀ ਅਚਲ ਰਾਸ਼ੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਚਲ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਮਾਨ

$$a = \omega^2 R = (0.44 \text{ s}^{-1})^2 (12 \text{ cm}) \\ = 2.3 \text{ cms}^{-1}$$

ਹੋਵੇਗਾ।

## ਸਾਰ (SUMMARY)

1. ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਸਿਰਫ ਪਰਿਮਾਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੂਰੀ, ਚਾਲ, ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਤਾਪਮਾਨ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ।
2. ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਵਿਸਥਾਪਨ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਆਦਿ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ। ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਦਿਸ਼ ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਪਾਲਣ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ।
3. ਜੇ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{A}$  ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ  $\lambda$  ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰਾ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{B}$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\mathbf{A}$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦਾ  $\lambda$  ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਨਵੇਂ ਸਦਿਸ਼ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਜਾਂ ਤਾਂ  $\mathbf{A}$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਇਸਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ। ਦਿਸ਼ਾ ਇਸ ਗੱਲ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ ਕਿ  $\lambda$  ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ।
4. ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\mathbf{A}$  ਅਤੇ  $\mathbf{B}$  ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਿਰੇ ਅਤੇ ਪੂਛਲ ਦੀ ਗ੍ਰਾਫੀ ਵਿਧੀ ਦਾ ਜਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿਧੀ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
5. ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਕ੍ਰਮ-ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪਾਲਣ ਕਰਦਾ ਹੈ।

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

ਨਾਲ ਹੀ ਇਹ ਸਹਿਚਾਰੀ ਨਿਯਮ ਦਾ ਵੀ ਪਾਲਣ ਕਰਦਾ ਹੈ ਭਾਵ

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$$

6. ਸਿਫਰ ਸਦਿਸ਼ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਸਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਪਰਿਮਾਣ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਸਦੇ ਨਾਲ ਦਿਸ਼ਾ ਦੱਸਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਗੁਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ :

$$\mathbf{A} + \mathbf{0} = \mathbf{A}, \quad \lambda \mathbf{0} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{0} \mathbf{A} = \mathbf{0}$$

7. ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{B}$  ਅਤੇ  $\mathbf{A}$  ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਉਣ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $\mathbf{A}$  ਅਤੇ  $-\mathbf{B}$  ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

8. ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{A}$  ਨੂੰ ਉਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\mathbf{a}$  ਅਤੇ  $\mathbf{b}$  ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਘਟਕ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$\mathbf{A} = \lambda \mathbf{a} + \mu \mathbf{b}$$

ਇੱਥੇ  $\lambda$  ਅਤੇ  $\mu$  ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

9. ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{A}$  ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਉਹ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਇੱਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{A}$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|}$$

ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼  $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$  ਇਕਾਈ ਪਰਿਮਾਣ ਵਾਲੇ ਉਹ ਸਦਿਸ਼ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਸੱਜਾ ਹੱਥ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (Right handed co-ordinate system) ਦੇ ਧੁਰਿਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x$ -,  $y$ -,  $z$ - ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

10. ਦੋ ਵਿਮਾਂ ਲਈ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{A}$  ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:  $\mathbf{A} = A_x \hat{\mathbf{i}} + A_y \hat{\mathbf{j}}$

ਇੱਥੇ  $A_x$  ਅਤੇ  $A_y$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x$ -,  $y$ - ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ  $\mathbf{A}$  ਦੇ ਘਟਕ ਹਨ। ਜੇ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{A}$ ,  $x$ - ਧੁਰੇ ਨਾਲ  $\theta$  ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ

$$A_x = A \cos \theta, \quad A_y = A \sin \theta \quad \text{ਅਤੇ} \quad A = |\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{A^2 \cos^2 \theta + A^2 \sin^2 \theta}, \quad \tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

11. ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਤਮਕ ਵਿਧੀ (Analytical Method) ਨਾਲ ਵੀ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਜੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ  $x$ - $y$  ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\mathbf{A}$  ਅਤੇ  $\mathbf{B}$  ਦਾ ਜੋੜ  $\mathbf{R}$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ  $\mathbf{R} = R_x \hat{\mathbf{i}} + R_y \hat{\mathbf{j}}$ , ਜਿੱਥੇ  $R_x = A_x + B_x$  ਅਤੇ  $R_y = A_y + B_y$

12. ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{r}$  ਨੂੰ ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:  $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$

ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\mathbf{r}$  ਅਤੇ  $\mathbf{r}'$  ਵਿਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{r} &= \mathbf{r}' - \mathbf{r} \\ &= (x' - x)\hat{\mathbf{i}} + (y' - y)\hat{\mathbf{j}} \\ &= \Delta x \hat{\mathbf{i}} + \Delta y \hat{\mathbf{j}} \end{aligned}$$

13. ਜੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $\Delta t$  ਵਿੱਚ  $\Delta \mathbf{r}$  ਨਾਲ ਵਿਸਥਾਪਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ  $\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$  ਹੋਵੇਗਾ। ਕਿਸੇ ਛਿਣ  $t$  ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਉਸਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ  $\Delta t$  ਸਿਫਰ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ,

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$\mathbf{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k} \quad \text{ਜਿੱਥੇ } v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$$

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ  $\mathbf{v}$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕਣ ਦੇ ਪਥ ਦੇ ਵਕਰ ਦੀ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

14. ਜੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ  $\Delta t$  ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ  $\mathbf{v}$  ਤੋਂ  $\mathbf{v}'$  ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}' - \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad \text{ਹੋਵੇਗਾ।}$$

ਜਦੋਂ  $\Delta t$  ਦਾ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਉੱਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ  $\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$  ਹੋਵੇਗਾ।

ਘਟਕ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :

$$\mathbf{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

$$\text{ਇੱਥੇ } a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}, a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

15. ਜੇ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ  $a = |\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$  ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ ਅਤੇ ਛਿਣ  $t = 0$  ਤੇ ਉਸਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{r}_0$  ਹੈ, ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਛਿਣ  $t$  ਤੇ ਉਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \quad \text{ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਵੇਗ}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} t \quad \text{ਹੋਵੇਗਾ।}$$

ਇੱਥੇ  $\mathbf{v}_0$ ,  $t = 0$  ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਘਟਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਕਾਲੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਅਤੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਸੁਪਰ ਪੋਜ਼ੀਸ਼ਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

16. ਪ੍ਰੇਪਿਤ ਹੋਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਉਡਾਣ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਪ੍ਰੇਪਕ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਜੇ  $x$ - ਧੁਰੇ ਤੋਂ  $\theta_0$  ਕੋਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ  $v_0$  ਹੈ ਤਾਂ  $t$  ਛਿਣ ਦੇ ਬਾਅਦ ਪ੍ਰੇਪਕ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਵੇਗ ਸੰਬੰਧੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣਗੀਆਂ।

$$x = (v_0 \cos \theta_0) t$$

$$y = (v_0 \sin \theta_0) t - (1/2) g t^2$$

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - g t$$

ਪ੍ਰੇਪਕ ਦਾ ਪਥ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਸਮੀਕਰਨ  $y = (\tan \theta_0) x - \frac{g x^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2}$  ਹੋਵੇਗਾ।

ਪ੍ਰੇਪਕ ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ

$$h_m = \frac{(v_0 \sin \theta_0)^2}{2g} \text{ ਅਤੇ}$$

ਇਸ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗਾ ਸਮਾਂ  $t_m = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$  ਹੋਵੇਗਾ।

ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੁਆਰਾ ਆਪਣੀ ਅੰਠਿਕ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਤੱਕ, ਜਿਸ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਉਤਰਦੇ ਸਮੇਂ  $y = 0$  ਹੋਵੇ, ਚੱਲੀ ਗਈ ਖਿਤਜੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੀ ਰੇਂਜ  $R$  ਆਖਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਦੀ ਰੇਂਜ  $R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$  ਹੋਵੇਗੀ।

17. ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਚੱਕਰੀ ਪਥ 'ਤੇ ਚਲਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ  $v$  ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $R$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ  $a_c = v^2 / R$  ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗੀ। ਕੋਣੀ ਚਾਲ  $\omega$  ਕੋਣੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਮਾਂ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਰੇਖੀ ਵੇਗ  $v = \omega R$  ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ  $a_c = \omega^2 R$  ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ  $T$  ਅਤੇ ਆਵ੍ਰਿਤੀ  $\nu$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ  $\omega$ ,  $\nu$  ਅਤੇ  $a_c$  ਦੇ ਮੁੱਲ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣਗੇ।

$$\omega = 2\pi\nu, v = 2\pi\nu R, a_c = 4\pi^2\nu^2 R$$

ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ	ਚਿੰਨ੍ਹ	ਵਿਮਾਂ	ਮਾਤਰਕ	ਟਿੱਪਣੀ
ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼	$\mathbf{r}$	[L]	m	ਸਦਿਸ਼ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਵੀ ਇਸਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
ਵਿਸਥਾਪਨ	$\Delta \mathbf{r}$	[L]	m	ਸਦਿਸ਼ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਵੀ ਇਸਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
ਵੇਗ		[LT <sup>-1</sup> ]	m s <sup>-1</sup>	
(a) ਔਸਤ	$\bar{\mathbf{v}}$			$= \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ , ਸਦਿਸ਼
(b) ਤਤਕਾਲੀ	$\mathbf{v}$			$= \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ , ਸਦਿਸ਼
ਪ੍ਰਵੇਗ		[LT <sup>-2</sup> ]	m s <sup>-2</sup>	
(a) ਔਸਤ	$\bar{\mathbf{a}}$			$= \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$ ,
(b) ਤਤਕਾਲੀ	$\mathbf{a}$			$= \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ , ਸਦਿਸ਼
ਪ੍ਰਬੰਧਕ ਗਤੀ				
(a) ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਲਈ ਲੱਗਾ ਸਮਾਂ	$t_m$	[T]	s	$= \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$
(b) ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ	$h_m$	[L]	m	$= \frac{(v_0 \sin \theta_0)^2}{2g}$
(c) ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ	$R$	[L]	m	$= \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$
ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ				
(a) ਕੋਣੀ ਚਾਲ	$\omega$	[T <sup>-1</sup> ]	rad/s	$= \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{v}{R}$
(b) ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ	$a_c$	[LT <sup>-2</sup> ]	m s <sup>-2</sup>	$= \frac{v^2}{R}$

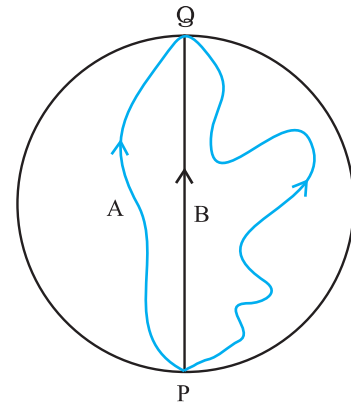
**ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ (Points to ponder)**

1. ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚਕਾਰ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਸਧਾਰਨ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਵਿਸਥਾਪਨ ਕੇਵਲ ਪਥ ਦੇ ਅੰਤਿਮ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜਦਕਿ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਨਾਂ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ) ਵਾਸਤਵਿਕ ਪਥ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਦੋਂ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਗੀਆਂ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਰਸਤੇ ਵਿੱਚ ਆਪਣੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ। ਹੋਰ ਦੂਜੀਆਂ ਪਰਿਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
2. ਉਪਰੋਕਤ ਬਿੰਦੂ 1 ਤੋਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮਾਂ-ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਜਾਂ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗੀ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗੀ। ਦੋਵੇਂ ਬਰਾਬਰ ਉਦੋਂ ਹੋਣਗੀਆਂ, ਜਦੋਂ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।
3. ਸਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨ (4.3 a) ਅਤੇ (4.34 a) ਧੁਰੇ ਦੀ ਚੋਣ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ। ਬੇਸ਼ੱਕ ਤੁਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਦੋ ਅਜ਼ਾਦ ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।
4. ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨ ਇਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਲਾਗੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਮੁੱਲ ਤਾਂ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹਰ ਵੇਲੇ ਬਦਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।
5. ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਦੋ ਵੇਗ  $\mathbf{v}_1$  ਅਤੇ  $\mathbf{v}_2$  ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਵੇਗ  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$  ਹੋਵੇਗਾ। ਉਪਰੋਕਤ ਸੂਤਰ ਅਤੇ ਵਸਤੂ 2 ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਸਤੂ 1 ਦਾ ਵੇਗ ਭਾਵ  $\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$  ਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝੋ। ਇੱਥੇ  $\mathbf{v}_1$  ਅਤੇ  $\mathbf{v}_2$  ਕਿਸੇ ਸਾਂਝੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਹਨ।
6. ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਉਸਦੀ ਚਾਲ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹੈ।
7. ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਰਸਤੇ ਦਾ ਅਕਾਰ ਸਿਰਫ਼ ਪ੍ਰਵੇਗ ਤੋਂ ਹੀ ਨਿਰਧਾਰਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਪਰੰਤੂ ਇਹ ਗਤੀ ਦੀਆਂ ਅਰੰਭਿਕ ਅਵਸਥਾਵਾਂ (ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ) ਤੇ ਵੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਹੀ ਗੁਰੂਤਵੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਰਸਤਾ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਕੋਈ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਵੀ, ਅਜਿਹਾ ਅਰੰਭਿਕ ਅਵਸਥਾਵਾਂ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਹੋਵੇਗਾ।

**ਅਭਿਆਸ (EXERCISE)**

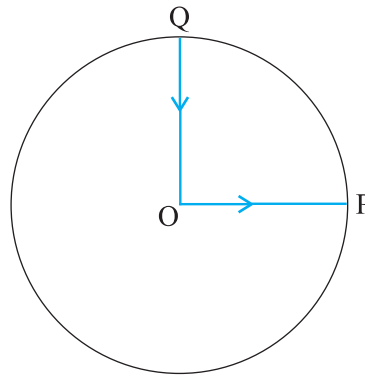
- 4.1 ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸਦਿਸ਼ ਹਨ ਅਤੇ ਕਿਹੜੀਆਂ ਅਦਿਸ਼ ?  
ਆਇਤਨ, ਪੁੰਜ, ਚਾਲ, ਪ੍ਰਵੇਗ, ਘਣਤਾ, ਮੋਲ ਸੰਖਿਆ, ਵੇਗ, ਕੋਣੀ ਆਵ੍ਰਤੀ, ਕੋਣੀ ਵੇਗ।
- 4.2 ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸੂਚੀ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਦੋ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਛਾਂਟੋ :  
ਬਲ, ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ, ਕਾਰਜ, ਕਰੰਟ, ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ, ਬਿਜਲਈ ਖੇਤਰ, ਔਸਤ ਵੇਗ, ਚੁੰਬਕੀ ਮੋਮੈਂਟ, ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ।
- 4.3 ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸੂਚੀ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕਮਾਤਰ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਦੱਸੋ।  
ਤਾਪਮਾਨ, ਦਬਾਉ, ਆਵੇਗ, ਸਮਾਂ, ਸ਼ਕਤੀ, ਪੂਰੀ ਪਥ ਲੰਬਾਈ, ਊਰਜਾ, ਗੁਰੂਤਵੀ, ਪ੍ਰਣੈਸ਼ਲ, ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ, ਚਾਰਜ।
- 4.4 ਕਾਰਨ ਸਮੇਤ ਦੱਸੋ ਕਿ ਅਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨਾਲ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਅਰਥ-ਪੂਰਨ ਹਨ ?  
(a) ਦੋ ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ  
(b) ਇੱਕ ਹੀ ਵਿਮਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ  
(c) ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ  
(d) ਦੋ ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ  
(e) ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ  
(f) ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਘਟਕ ਨੂੰ ਉਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਨਾਲ ਜੋੜਨਾ
- 4.5 ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਕਥਨ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਕਾਰਨ ਸਹਿਤ ਦੱਸੋ ਕਿ ਸੱਚ ਹੈ ਜਾਂ ਝੂਠ :  
(a) ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।  
(b) ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਹਰੇਕ ਘਟਕ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਅਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।  
(c) ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਪਥ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।  
(d) ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ (ਪਥ ਤੈਅ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤੀ ਕੁੱਲ ਪਥ ਲੰਬਾਈ) ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਮਾਨ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਣ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।  
(e) ਉਹਨਾਂ ਤਿੰਨ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜੇ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਕਦੇ ਵੀ ਸਿਫ਼ਰ ਸਦਿਸ਼ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
- 4.6 ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਅਸਮੀਕਰਨਾਂ (Inequating) ਦੀ ਜਿਊਮੈਟਰੀਕਲ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਸਥਾਪਨਾ ਕਰੋ।  
(a)  $|a+b| \leq |a| + |b|$                       (b)  $|a+b| \geq |a| + |b|$   
(c)  $|a-b| \leq |a| + |b|$                       (d)  $|a-b| \geq ||a| - |b||$   
ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਕਦੋਂ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?

- 4.7** ਦਿੱਤਾ ਹੈ  $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d} = \mathbf{0}$  ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕਥਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ ਹੈ :
- (a)  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{d}$  ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਸਿਫ਼ਰ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ।
  - (b)  $\mathbf{a} + \mathbf{c}$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\mathbf{b} + \mathbf{d}$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।
  - (c)  $\mathbf{a}$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  ਅਤੇ  $\mathbf{d}$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਤੋਂ ਕਦੇ ਵੀ ਵੱਧ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।
  - (d) ਜੇ  $\mathbf{a}$  ਅਤੇ  $\mathbf{d}$  ਸੰਰੇਖੀ ਨਹੀਂ ਹਨ ਤਾਂ  $\mathbf{b} + \mathbf{c}$  ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ  $\mathbf{a}$  ਅਤੇ  $\mathbf{d}$  ਦੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਹ  $\mathbf{a}$  ਅਤੇ  $\mathbf{d}$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇਕਰ ਉਹ ਸੰਰੇਖੀ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ 4.20

- 4.8** ਤਿੰਨ ਲੜਕੀਆਂ 200m ਅਰਧਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਦੀ ਬਰਫੀਲੀ ਸੜ੍ਹਾ ਤੇ ਸਕੇਟਿੰਗ ਕਰ ਰਹੀਆਂ ਹਨ। ਉਹ ਸੜ੍ਹਾ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਸਕੇਟਿੰਗ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ P ਦੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਉਲਟ ਬਿੰਦੂ Q ਉੱਪਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਥਾਂ ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਪਹੁੰਚਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.20 ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਲੜਕੀ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕਿੰਨਾ ਹੈ ? ਕਿਸ ਲੜਕੀ ਲਈ ਇਹ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਸਕੇਟ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪਥ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ?
- 4.9** ਕੋਈ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਕਿਸੇ ਚਕਰਾਕਾਰ ਦੇ ਪਾਰਕ ਦੇ ਕੇਂਦਰ O ਤੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪਾਰਕ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ P 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ। ਫਿਰ ਤੋਂ ਉਹ ਪਾਰਕ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾਉਂਦਾ ਹੋਇਆ OQ ਦੇ ਰਸਤੇ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.21 ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪਾਰਕ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 1 km ਹੈ। ਜੇ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਲਈ 10 ਮਿੰਟ ਲੱਗਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਦਾ (a) ਕੁੱਲ ਵਿਸਥਾਪਨ (b) ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ (c) ਔਸਤ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?



ਚਿੱਤਰ 4.21

- 4.10** ਕਿਸੇ ਖੁਲ੍ਹੇ ਮੈਦਾਨ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਮੋਟਰ ਚਾਲਕ ਅਜਿਹਾ ਰਸਤਾ ਅਪਣਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਹਰੇਕ 500m ਦੇ ਬਾਅਦ ਉਸਦੇ ਪੱਥੇ ਪਾਸੇ  $60^\circ$  ਕੋਣ ਤੇ ਮੁੜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮੋੜ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਕੇ ਮੋਟਰ ਚਾਲਕ ਦਾ ਤੀਸਰਾ, ਛੇਵੇਂ ਅਤੇ ਅੱਠਵੇਂ ਮੋੜ ਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੱਸੋ। ਹਰੇਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਮੋਟਰ ਚਾਲਕ ਦੁਆਰਾ ਇਹਨਾਂ ਮੋੜਾਂ ਤੇ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਕੁੱਲ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਨਾਲ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।
- 4.11** ਕੋਈ ਯਾਤਰੀ ਕਿਸੇ ਨਵੇਂ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ ਆਇਆ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹ ਸਟੇਸ਼ਨ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਹੋਟਲ ਤੱਕ ਜੋ 10km ਦੂਰ ਹੈ, ਜਾਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਬੇਈਮਾਨ ਟੈਕਸੀ ਚਾਲਕ 23km ਦੇ ਚਕਰਾਕਾਰ ਦੇ ਰਸਤੇ ਤੋਂ ਉਸਨੂੰ ਲੈ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 28 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਹੋਟਲ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ। (a) ਟੈਕਸੀ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਅਤੇ (b) ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਕੀ ਉਹ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?
- 4.12** ਮੀਂਹ ਦਾ ਪਾਣੀ  $30\text{ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਉੱਪਰੋਂ ਹੇਠਾਂ ਡਿਗ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਔਰਤ ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਦੱਖਣ ਵੱਲ  $10\text{ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ ਆਪਣੀ ਛੱਤਰੀ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ?
- 4.13** ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਸਥਿਰ ਪਾਣੀ ਵਿੱਚ  $4.0\text{kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਤੈਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ 1.0km ਚੌੜੀ ਨਦੀ ਪਾਰ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ ਜੇਕਰ ਨਦੀ  $3.0\text{kmh}^{-1}$  ਦੀ ਸਥਿਰ ਚਾਲ ਨਾਲ ਵਹਿ ਰਹੀ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਉਹ ਨਦੀ ਦੇ ਵਹਾਉ ਦੀ ਲੰਬਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਤੈਰ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ ? ਜਦੋਂ ਉਹ ਨਦੀ ਦੇ ਦੂਜੇ ਕਿਨਾਰੇ ਤੇ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਨਦੀ ਦੇ ਵਹਾਉ ਵੱਲ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰ ਪਹੁੰਚੇਗਾ ?
- 4.14** ਕਿਸੇ ਬੰਦਰਗਾਹ ਵਿੱਚ  $72\text{kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਹਵਾ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਬੰਦਰਗਾਹ ਵਿੱਚ ਖੜ੍ਹੀ ਕਿਸੇ ਕਿਸ਼ਤੀ ਦੇ ਉੱਪਰ ਲੱਗਾ ਝੰਡਾ N-E ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਹਿਰਾ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੇ ਉਹ ਕਿਸ਼ਤੀ ਉੱਤਰ ਵੱਲ  $51\text{kmh}^{-1}$  ਦੀ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦੇਵੇ ਤਾਂ ਕਿਸ਼ਤੀ ਤੇ ਲੱਗਾ ਝੰਡਾ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਹਿਰਾਏਗਾ ?
- 4.15** ਕਿਸੇ ਲੰਬੇ ਹਾਲ ਦੀ ਛੱਤ 25m ਉੱਚੀ ਹੈ। ਉਸਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਖਿਤਜੀ ਦੂਰੀ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ਜਿਸ ਵਿੱਚ  $40\text{ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸੁੱਟੀ ਗਈ ਕੋਈ ਗੋਦ ਛੱਤ ਨਾਲ ਟਕਰਾਏ ਬਿਨਾਂ ਲੰਘ ਜਾਏ ?
- 4.16** ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਦਾ ਕੋਈ ਖਿਡਾਰੀ ਕਿਸੇ ਗੋਦ ਨੂੰ 100m ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਖਿਤਜੀ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਸੁੱਟ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਖਿਡਾਰੀ ਉਸੇ ਗੋਦ ਨੂੰ ਜ਼ਮੀਨ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਕਿੰਨੀ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਸੁੱਟ ਸਕਦਾ ਹੈ ?



- 4.17** 80 ਮੀਟਰ ਲੰਬੇ ਧਾਗੇ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਰੇ ਤੇ ਪੱਥਰ ਬੰਨ੍ਹਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਦੇ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਖਿਤਜੀ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਪੱਥਰ 25s ਵਿੱਚ 14 ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪੱਥਰ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?
- 4.18** ਕੋਈ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼  $900 \text{ kmh}^{-1}$  ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਉੱਡ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ  $1.00 \text{ km}$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਕੋਈ ਖਿਤਜੀ ਲੂਪ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਗੁਰੂਤਵੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।
- 4.19** ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਕਾਰਨ ਦੇ ਕੇ ਦੱਸੋ ਕਿ ਇਹ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।  
 (a) ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਨੇਟ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਤੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।  
 (b) ਕਿਹੜੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਸਦਾ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਣ ਦੇ ਰਸਤੇ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।  
 (c) ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਗਿਆ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- 4.20** ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਹੈ :

$$\mathbf{r} = (3.0t \hat{i} - 2.0t^2 \hat{j} + 4.0\hat{k}) \text{ m}$$

ਇੱਥੇ  $t$  ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਾਕਾਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਕਿ  $\mathbf{r}$  ਨੂੰ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾ ਸਕੇ।

- (a) ਕਣ ਦਾ  $\mathbf{v}$  ਅਤੇ  $\mathbf{a}$  ਪਤਾ ਕਰੋ।  
 (b)  $t = 2.0$  ਸੈਕੰਡ ਤੇ ਕਣ ਦੇ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ?
- 4.21** ਕੋਈ ਕਣ  $t = 0$  ਛਿਣ ਤੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ  $10 \hat{j} \text{ ms}^{-1}$  ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ  $x - y$  ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ  $(8.0\hat{i} + 2.0\hat{j}) \text{ ms}^{-2}$  ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ।  
 (a) ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਕਣ ਦਾ  $x$  ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ  $16 \text{ m}$  ਹੋਵੇਗਾ ? ਇਸ ਸਮੇਂ ਇਸਦਾ  $y$ - ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?  
 (b) ਇਸ ਛਿਣ ਕਣ ਦੀ ਚਾਲ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

- 4.22**  $\hat{i}$  ਅਤੇ  $\hat{j}$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x$ - ਅਤੇ  $y$ - ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\hat{i} + \hat{j}$  ਅਤੇ  $\hat{i} - \hat{j}$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?  
 ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$  ਦੇ  $\hat{i} + \hat{j}$  ਅਤੇ  $\hat{i} - \hat{j}$  ਦੇ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਪਤਾ ਕਰੋ। (ਤੁਸੀਂ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ)

- 4.23** ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਜਿਵੇਂ ਮਰਜ਼ੀ ਹੋ ਰਹੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੰਬੰਧਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸੱਚ ਹੈ ?

(a)  $\mathbf{v}_{\text{ਔਸਤ}} = (1/2) [\mathbf{v}(t_1) + \mathbf{v}(t_2)]$

(b)  $\mathbf{v}_{\text{ਔਸਤ}} = [\mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1)] / (t_2 - t_1)$

(c)  $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(0) + \mathbf{a}t$

(d)  $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(0) + \mathbf{v}(0)t + (1/2)\mathbf{a}t^2$

(e)  $\mathbf{a}_{\text{ਔਸਤ}} = [\mathbf{v}(t_2) - \mathbf{v}(t_1)] / (t_2 - t_1)$

ਇੱਥੇ 'ਔਸਤ' ਤੋਂ ਭਾਵ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $t_2$  ਅਤੇ  $t_1$  ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਔਸਤ ਮਾਨ ਤੋਂ ਹੈ।

- 4.24** ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਕਥਨ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਕਾਰਨ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨ ਸਮੇਤ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਸੱਚ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਅਦਿਸ਼ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ਜੋ  
 (a) ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।  
 (b) ਕਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।  
 (c) ਵਿਮ-ਹੀਣ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।  
 (d) ਕਿਸੇ ਸਥਾਨ ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ।

- 4.25** ਕੋਈ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਧਰਤੀ ਤੋਂ  $3400 \text{ m}$  ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੇ ਉੱਡ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੇ ਧਰਤੀ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਦੀ  $10.0$  ਸੈਕੰਡ ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ  $30^\circ$  ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ ?

### ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ (ADDITIONAL EXERCISES)

- 4.26** ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਕੀ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਇਸਦੀ ਕੋਈ ਸਥਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ? ਕੀ ਇਹ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਾਨਾਂ ਤੇ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\mathbf{a}$  ਅਤੇ  $\mathbf{b}$  ਦਾ ਬਰਾਬਰ ਭੌਤਿਕ ਪ੍ਰਭਾਵ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੇ ਸਮੱਰਥਨ ਵਿੱਚ ਉਦਾਹਰਨ ਦਿਉ।
- 4.27** ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਕੀ ਇਸਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਰਾਸ਼ੀ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਹੋਵੇ, ਉਹ ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ ਸਦਿਸ਼ ਹੋਵੇਗੀ ? ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਘੁੰਮਣ-ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ-ਕੋਣ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਕੀ ਇਸਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਵੀ ਘੁੰਮਣ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ ?

**4.28** ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨਾਲ ਕੋਈ ਸਦਿਸ਼ ਸੰਬੰਧਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ :

- (a) ਕਿਸੇ ਲੂਪ ਵਿੱਚ ਮੋੜੀ ਗਈ ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ
- (b) ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਖੇਤਰ
- (c) ਕਿਸੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਨਾਲ ? ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ।

**4.29** ਕੋਈ ਗੋਲੀ ਖਿਤਜ ਨਾਲ  $30^\circ$  ਦੇ ਕੋਣ ਤੇ ਚਲਾਈ ਗਈ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹ ਧਰਾਤਲ ਤੇ  $3.0\text{km}$  ਦੂਰ ਡਿਗਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰਕੇ ਕੀ  $5.0\text{km}$  ਦੂਰ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਟਾਰਗੇਟ ਨੂੰ ਭੇਦਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ? ਗੋਲੀ ਦੀ ਨਾਲ ਮਖੀ ਚਾਲ ਨੂੰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਮੰਨੋ ਅਤੇ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਉਪੇਖਿਤ ਕਰੋ।

**4.30** ਕੋਈ ਲੜਾਕੂ ਜਹਾਜ਼  $1.5\text{km}$  ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੇ  $720\text{kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਉੱਡ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਭੇਦੀ ਤੋਪ ਦੇ ਠੀਕ ਉੱਪਰ ਤੋਂ ਲੰਘਦਾ ਹੈ। ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਨਾਲ ਤੋਪ ਦੀ ਨਾਲ ਦਾ ਕੀ ਕੋਣ ਹੋਵੇ ਜਿਸ ਨਾਲ  $600\text{ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਦਾਗਿਆ ਗਿਆ ਗੋਲਾ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਤੇ ਵਾਰ ਕਰ ਸਕੇ। ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਦੇ ਚਾਲਕ ਨੂੰ ਕਿਸ ਨਿਊਨਤਮ ਉਚਾਈ ਤੇ ਜਹਾਜ਼ ਨੂੰ ਉਡਾਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ? ਜਿਸ ਨਾਲ ਗੋਲਾ ਲੱਗਣ ਤੋਂ ਬਚਿਆ ਜਾ ਸਕੇ। ( $g = 10\text{m/s}^2$ )

**4.31** ਇੱਕ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ  $27\text{kmh}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਸੜਕ ਤੇ ਉਹ  $80\text{m}$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਚੱਕਰੀ ਮੋੜ ਤੇ ਪੁੱਜਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਬੇਕ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਆਪਣੀ ਚਾਲ ਨੂੰ  $0.5\text{ms}^{-1}$  ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਦਰ ਨਾਲ ਘੱਟ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਚੱਕਰੀ ਮੋੜ ਤੇ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਦੇ ਨੇਟ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**4.32** (a) ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੇ  $x$ - ਧੁਰੇ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਸਮਾਂ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$(t) = \tan^{-1} \left( \frac{v_{0y} - gt}{v_{0x}} \right)$$

(b) ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਸੁੱਟੇ ਗਏ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਨ  $\tan^{-1} \left( \frac{4h_m}{R} \right)$  ਹੋਵੇਗਾ। ਇੱਥੇ ਵਰਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਤੀਕਾਂ ਦੇ ਅਰਥ ਆਮ ਹੀ ਹਨ।

\*\*\*\*\*

## ਪਾਠ-5

## ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮ (Laws of Motion)

- 5.1 ਭੂਮਿਕਾ
- 5.2 ਅਰਸਤੂ ਦਾ ਭਰਮ ਭੁਲੇਖਾ
- 5.3 ਜੜਤਾ ਦਾ ਨਿਯਮ
- 5.4 ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਗਤੀ ਨਿਯਮ
- 5.5 ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਦੂਜਾ ਗਤੀ ਨਿਯਮ
- 5.6 ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਤੀਜਾ ਗਤੀ ਨਿਯਮ
- 5.7 ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਕ
- 5.8 ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ
- 5.9 ਯੰਤਰਕੀ ਵਿੱਚ ਸਧਾਰਨ ਬਲ
- 5.10 ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ
- 5.11 ਯਾਂਤਰਿਕੀ ਵਿੱਚ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ  
ਸਾਰ  
ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ  
ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ

### 5.1 ਭੂਮਿਕਾ (INTRODUCTION)

ਪਿਛਲੇ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਸਾਡਾ ਸੰਬੰਧ ਖਲਾਅ (Space) ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ (particle) ਦੀ ਗਤੀ ਮਾਤਰਾਤਮਕ (quantitative) ਵਰਣਨ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸੀ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ (uniform motion) ਲਈ ਕੇਵਲ ਵੇਗ (velocity) ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ (concept) ਦੀ ਲੋੜ ਸੀ ਜਦੋਂ ਕਿ ਅਸਮਾਨ ਗਤੀ (non-uniform motion) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ (acceleration) ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਦੀ ਵਾਧੂ ਲੋੜ ਪਈ। ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨਹੀਂ ਪੁੱਛਿਆ ਕਿ ਪਿੰਡਾਂ (bodies) ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਕੀ ਕਾਰਨ ਹੈ? ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਆਪਣਾ ਧਿਆਨ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਇਸ ਮੂਲ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਕਰਾਂਗੇ।

ਆਉ, ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਆਮ ਅਨੁਭਵਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਈਏ। ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਪਈ ਫੁਟਬਾਲ ਨੂੰ ਗਤੀ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿਸੇ ਨਾ ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਉਸ ਤੇ ਕਿੱਕ ਮਾਰਨੀ ਪਵੇਗੀ। ਕਿਸੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਸੁੱਟਣ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਪ੍ਰੇਰਿਤ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ। ਮੰਦ ਹਵਾ ਰੁੱਖ ਦੀਆਂ ਟਹਿਣੀਆਂ ਨੂੰ ਝੂਲਾ ਦਿੰਦੀ ਹੈ, ਤੇਜ਼ ਚਲਦੀ ਹਵਾ ਦਾ ਝੁੱਲਾ ਤਾਂ ਭਾਰੀ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਵੀ ਹਿਲਾ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

ਵਗਦੀ ਨਦੀ ਕਿਸੇ ਕਿਸ਼ਤੀ ਨੂੰ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਨਾਵਿਕ ਤੋਂ ਹੀ ਗਤੀਮਾਨ ਕਰ ਦਿੰਦੀ ਹੈ। ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿਚਲੀ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਗਤੀਮਾਨ ਕਰਨ ਲਈ ਬਾਹਰੀ ਸਾਧਨ ਦੁਆਰਾ ਬਲ ਲਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗਤੀ ਨੂੰ ਰੋਕਣ ਜਾਂ ਧੀਮਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢਾਲੂ ਤਲ (inclined plane) ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ ਰਿੜ੍ਹਦੀ ਕਿਸੇ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਲ ਲਗਾ ਕੇ ਰੋਕਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਹਨਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ, ਬਲ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਸਾਧਨ (ਹੱਥ, ਹਵਾ, ਪਾਣੀ ਦੀ ਧਾਰਾ ਆਦਿ) ਪਿੰਡ ਦੇ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਪਰ ਇਹ ਸਦਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਧੱਕੇ ਦੇ ਅਰਾਮ ਨਾਲ ਛੱਡਿਆ ਗਿਆ ਪੱਥਰ ਧਰਤੀ ਦੀ ਗੁਰੂਤਾ ਖਿੱਚ ਕਾਰਣ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਛੜ ਚੁੰਬਕ ਦੂਰ ਤੋਂ ਹੀ ਲੋਹੇ ਦੀਆਂ ਕਿੱਲਾਂ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਵੱਲ ਆਕਰਸ਼ਿਤ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਬਾਹਰੀ ਸਾਧਨ (ਇਹਨਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ) ਇੱਕ ਦੂਰੀ ਤੋਂ ਵੀ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਬਲ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਰੁਕੇ ਹੋਏ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਗਤੀ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਗਤੀਮਾਨ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਰੋਕਣ ਲਈ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਬਲ ਨੂੰ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿਸੇ ਬਾਹਰੀ ਸਾਧਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਬਾਹਰੀ ਸਾਧਨ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਨਹੀਂ ਵੀ।



ਇੱਥੋਂ ਤੱਕ ਤਾਂ ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ। ਪਰ ਉਦੋਂ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਪਿੰਡ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚਲਦਾ ਹੈ (ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਬਰਫ਼ ਦੇ ਖਿਤਿਜੀ ਫਰਸ਼ (horizontal ice slab) ਰਗੜ ਬਲ (ਠੋਸਾਂ ਵਿੱਚ) ਜਾਂ ਵਿਸਕਸ ਤੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਲ (constant speed) ਨਾਲ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਕੋਈ ਸਕੇਟਰ (skatter) (ਬਰਫ਼ ਤੇ ਚਲਣ ਲਈ)? ਕੀ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਬਣਾ ਕੇ ਰੱਖਣ ਲਈ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ?

### 5.2 ਅਰਸਤੂ ਦਾ ਭਰਮ ਭੁਲੇਖਾ (ARISTOTLE'S FALLACY)

ਉਪਰੋਕਤ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੌਖਾ ਹੀ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਐਪਰ ਨੂੰ ਇਸਦਾ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਵਿੱਚ ਕਈ ਯੁੱਗ ਲੱਗ ਗਏ ਸਨ। ਬੇਸ਼ੱਕ ਸਤ੍ਹਾਰਵੀਂ ਸਦੀ ਵਿੱਚ ਗੈਲੀਲਿਉ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਨਿਊਟਨ ਯੰਤਰਿਕ ਦਾ ਅਧਾਰ ਬਣਿਆ ਜਿਸਨੇ ਆਧੁਨਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਜਨਮ ਦਾ ਸੰਕੇਤ ਦਿੱਤਾ।

ਮਹਾਨ ਯੂਨਾਨੀ (Greek) ਵਿਚਾਰਕ, ਅਰਸਤੂ (Aristotle, 384 B.C.– 322 B.C.) ਨੇ ਇਹ ਵਿਚਾਰ ਰੱਖਿਆ ਕਿ ਜੇ ਕੋਈ ਪਿੰਡ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਉਸੇ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਬਣਾਈ ਰੱਖਣ ਦੇ ਲਈ ਕੋਈ ਨਾ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਸਾਧਨ ਜ਼ਰੂਰ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਇਸ ਵਿਚਾਰ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਕਮਾਨ 'ਤੇ ਛੱਡਿਆ ਗਿਆ ਤੀਰ ਉੱਡਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਤੀਰ ਦੇ ਪਿੱਛੇ ਦੀ ਹਵਾ ਉਸ ਨੂੰ ਧੱਕਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਅਰਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਵਿਕਸਿਤ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਵਿਚਾਰਾਂ ਦੇ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਢਾਂਚੇ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਸੀ। ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਅਰਸਤੂ ਦੇ ਵਧੇਰੇ ਕਰਕੇ ਵਿਚਾਰ ਹੁਣ ਗਲਤ ਮੰਨੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਹੁਣ ਚਿੰਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਆਪਣੇ ਕੰਮ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਅਰਸਤੂ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ — ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਗਤੀਮਾਨ ਰੱਖਣ ਲਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਅੱਗੇ ਦੇਖਾਂਗੇ, ਅਰਸਤੂ ਦਾ ਗਤੀ ਨਿਯਮ ਦੋਸ਼-ਵਾਲਾ ਹੈ। ਐਪਰ, ਮੁਤਾਬਿਕ ਇਹ ਇੱਕ ਕੁਦਰਤੀ ਨਜ਼ਰੀਆ ਹੈ, ਜੋ ਕੋਈ ਵੀ ਵਿਅਕਤੀ ਆਪਣੇ ਆਮ ਅਨੁਭਵਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਆਪਣੀ ਸਾਧਾਰਣ ਖਿਡੌਣਾ ਕਾਰ (ਬਿਨਾਂ ਬਿਜਲੀ ਦੇ ਚਲਣ ਵਾਲੀ) ਨਾਲ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਖੇਡਦੀ ਛੋਟੀ ਬੱਚੀ ਵੀ ਆਪਣੇ ਅੰਤਰ ਗਿਆਨ ਨਾਲ ਇਹ ਜਾਣਦੀ ਹੈ ਕਿ ਕਾਰ ਨੂੰ ਚਲਦੀ ਰੱਖਣ ਲਈ ਉਸ ਨਾਲ ਬੰਨ੍ਹੀ ਡੋਰੀ ਨੂੰ ਸਥਾਈ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕੁਝ ਬਲ ਲਗਾ ਕੇ ਲਗਾਤਾਰ ਖਿੱਚਣਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ ਉਹ ਡੋਰੀ ਨੂੰ ਛੱਡ ਦਿੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਕੁਝ ਪਲ ਬਾਅਦ ਕਾਰ ਰੁੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਵਧੇਰੇ ਕਰਕੇ ਸੱਥਲੀ ਗਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਆਮ ਅਨੁਭਵ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਿੰਡਾਂ ਨੂੰ ਗਤੀਮਾਨ ਬਣਾਈ ਰੱਖਣ ਲਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਚੱਲਣ ਲਈ ਸੁਤੰਤਰ ਛੱਡ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਅੰਤ ਨੂੰ ਰੁੱਕ ਹੀ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਫਿਰ ਅਰਸਤੂ ਦੇ ਤਰਕ ਵਿੱਚ ਕੀ ਦੋਸ਼ ਹੈ? ਇਸਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ ਗਤੀਮਾਨ ਖਿਡੌਣਾ ਕਾਰ ਇਸ ਲਈ ਰੁੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਫਰਸ਼ ਦੁਆਰਾ ਕਾਰ ਤੇ ਲਗਣ ਵਾਲਾ ਬਾਹਰੀ ਰਗੜ ਬਲ

(frictional force) ਇਸ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਬਲ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨੂੰ ਖਤਮ ਕਰਨ ਲਈ ਬੱਚੀ ਨੂੰ ਕਾਰ ਤੇ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਲਗਾਉਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਾਰ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਤੇ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ; ਬੱਚੀ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਬਲ ਫਰਸ਼ ਦੇ ਬਲ (ਰਗੜ ਬਲ) ਨੂੰ ਖਤਮ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਕੋਰੋਲਰੀ (corollary) ਹੈ : ਜੇ ਕੋਈ ਰਗੜ ਨਾ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਬੱਚੀ ਦੀ ਖਿਡੌਣਾ ਕਾਰ ਦੀ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਬਣਾਈ ਰੱਖਣ ਲਈ, ਕੋਈ ਵੀ ਬਲ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦੀ।

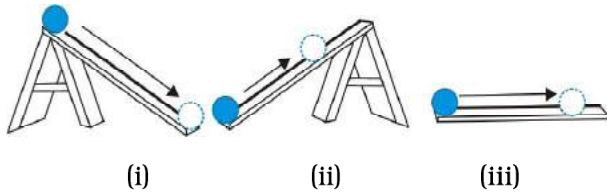
ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਸਦਾ ਹੀ ਖੁਰਦਰਾਪਨ ਰਗੜ ਬਲ (ਠੋਸਾਂ ਵਿੱਚ) ਜਾਂ ਵਿਸਕਸ ਬਲ (viscous force) (ਤਰਲਾਂ ਵਿੱਚ) ਆਦਿ ਮੌਜੂਦ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਉਹਨਾਂ ਵਿਵਹਾਰਕ ਅਨੁਭਵਾਂ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਵਸਤੂਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਬਣਾਈ ਰੱਖਣ ਲਈ ਰਗੜ ਬਲ ਤੇ ਕਾਬੂ ਪਾਉਣ ਲਈ ਸਾਧਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਬਲ ਲਗਾਉਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਰਸਤੂ ਤੋਂ ਗਲਤੀ ਕਿੱਥੇ ਹੋਈ। ਉਸਨੇ ਆਪਣੇ ਇਸ ਵਿਵਹਾਰਕ ਅਨੁਭਵ ਨੂੰ ਇੱਕ ਮੌਲਿਕ ਤਰਕ ਦਾ ਰੂਪ ਦਿੱਤਾ। ਗਤੀ ਅਤੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਕੁਦਰਤ ਦੇ ਯਥਾਰਥ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਜਾਣਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਆਦਰਸ਼ ਸੰਸਾਰ ਦੀ ਕਲਪਨਾ ਕਰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਵਿਰੋਧੀ ਰਗੜ ਬਲ ਦੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਸੰਭਵ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹੀ ਗੈਲੀਲਿਉ (Galileo) ਨੇ ਕੀਤਾ ਸੀ।

### 5.3 ਜੜ੍ਹਤਾ ਦਾ ਨਿਯਮ (THE LAW OF INERTIA)

ਗੈਲੀਲਿਉ ਨੇ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਇੱਕ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਕੀਤਾ ਸੀ। ਕਿਸੇ (i) ਢਾਲੂ ਤਲ (inclined plane) ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂਆਂ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਦੋਂਕਿ (ii) ਤਲ ਦੇ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਮੰਦਿਤ (retarded) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਖਿਤਿਜੀ ਸਮਤਲ ਤੇ ਗਤੀ (iii) ਇਹਨਾਂ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਹੈ। ਗੈਲੀਲਿਉ ਨੇ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਿਆ ਕਿ ਕਿਸੇ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਖਿਤਿਜੀ ਸਮਤਲ ਤੇ ਗਤੀਮਾਨ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਵਿੱਚ ਨਾ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਮੰਦਨ ਅਰਥਾਤ ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 5.1(a).

ਗੈਲੀਲਿਉ ਦੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਉਸ ਨੇ ਦੋ ਢਾਲੂ ਤਲਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ, ਤੋਂ ਵੀ ਇਹੀ ਸਿੱਟਾ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਛੱਡੀ ਗਈ ਗੋਦ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਰਿੜ੍ਹਦੀ ਹੈ ਤੇ ਦੂਸਰੇ ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੇ ਉੱਪਰ ਚੜ੍ਹਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਦੋਵੇਂ ਢਾਲੂ ਤਲਾਂ ਦੀਆਂ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਵਧੇਰੇ ਰਫ਼ ਨਹੀਂ ਹਨ ਤਾਂ ਗੋਦ ਦੀ ਅੰਤਮ ਉਚਾਈ ਉਸਦੀ ਆਰੰਭਿਕ ਉਚਾਈ ਦੇ ਲਗਭਗ ਸਮਾਨ (ਕੁਝ ਘਟ ਪਰੰਤੂ ਵੱਧ ਕਦੇ ਨਹੀਂ) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਆਦਰਸ਼ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਜਦੋਂ ਰਗੜ ਬਲ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਲਪਤ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗੋਦ ਦੀ ਅੰਤਮ ਉਚਾਈ ਉਸਦੀ ਆਰੰਭਿਕ ਉਚਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

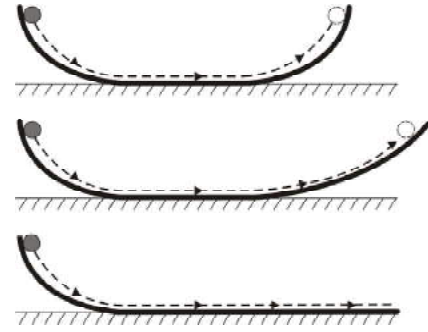




ਚਿੱਤਰ 5.1 (a)

ਹੁਣ ਜੇ ਦੂਸਰੇ ਸਮਤਲ ਦੀ ਢਾਲ ਨੂੰ ਘਟਾ ਕੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਈਏ ਤਾਂ ਫਿਰ ਵੀ ਗੇਂਦ ਉਸੇ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਪੁੱਜੇਗੀ, ਪਰ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਤੇ ਉਹ ਵੱਧ ਦੂਰ ਜਾਵੇਗੀ। ਸੀਮਾਂਤ ਸਥਿਤੀ (limiting case) ਵਿੱਚ, ਜਦੋਂ ਦੂਸਰੇ ਸਮਤਲ ਦੀ ਢਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ (ਅਰਥਾਤ ਇਹ ਖਿਤਜੀ ਤਲ ਹੈ) ਤਦ ਗੇਂਦ ਅਨੰਤ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਚਲਦੀ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸਦੀ ਗਤੀ ਕਦੇ ਨਹੀਂ ਰੁਕੇਗੀ। ਬੇਸ਼ਕ ਇਹ ਇੱਕ ਆਦਰਸ਼ ਸਥਿਤੀ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 5.1(b))। ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਗੇਂਦ ਖਿਤਜੀ ਸਮਤਲ ਤੇ ਇੱਕ ਸੀਮਿਤ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਚੱਲਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਬਾਹਰੀ ਵਿਰੋਧੀ ਰਗੜ ਬਲ ਜਿਸ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਰੂਪਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ, ਦੇ ਕਾਰਨ ਵਿਰਾਮ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਐਪਰ ਜੇ ਰਗੜ ਨਾ ਹੁੰਦੀ ਤਾਂ ਗੇਂਦ ਖਿਤਜੀ ਸਮਤਲ ਤੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਲਗਾਤਾਰ ਚਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗੈਲੀਲਿਉ ਨੂੰ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਨਵੀਂ ਅੰਤਰ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈ, ਜੋ ਅਰਸਤੂ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਸੰਬੰਧੀਆਂ



ਚਿੱਤਰ 5.1 (b) ਦੇ ਢਾਲੂ ਤਲਾਂ ਤੇ ਗਤੀ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਤੋਂ ਗੈਲੀਲਿਉ ਨੇ ਜੜਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਮਾਨਿਤ ਕੀਤੇ।

ਨੂੰ ਸਮਝ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਆਈ। ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਅਤੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੀ ਅਵਸਥਾ (ਅਰਥਾਤ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ) ਤੁੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਦੋਵਾਂ ਹੀ ਕੇਸਾਂ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੋਈ ਬਲ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ। ਇਹ ਸੋਚਣਾ ਦੋਸ਼ ਪੂਰਣ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਉਸ ਤੇ ਕੋਈ ਬਲ ਲਗਾਉਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਬਣਾਈ ਰੱਖਣ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਰਗੜ ਬਲ ਨੂੰ ਨਿਰਸਤ ਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂਕਿ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗੇ ਦੋਨੋਂ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦਾ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਵੇ।

**ਪ੍ਰਾਚੀਨ ਭਾਰਤੀ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਧਾਰਨਾਵਾਂ**

ਪ੍ਰਾਚੀਨ ਭਾਰਤੀ ਵਿਚਾਰਕਾਂ ਨੇ ਵੀ ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿਕਸਿਤ ਕਰ ਲਈ ਸੀ। ਬਲ ਜੋ ਗਤੀ ਦਾ ਕਾਰਨ ਹੈ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ ਦਾ ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ : ਲਗਾਤਾਰ ਦਬਾਅ ਦੇ ਕਾਰਨ ਬਲ (ਜਿਸ ਨੂੰ ਨੋਦਨ ਕਿਹਾ ਗਿਆ) ਜਿਵੇਂ ਜਲ ਯਾਤਰਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਪਾਲ-ਵਾਲੇ ਜਹਾਜ਼ਾਂ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਚਲਦੀ ਹਵਾ ਦਾ ਬਲ; ਆਘਾਤ (ਅਭਿਘਾਤ) ਜੋ ਕ੍ਰਮਹਾਰ ਦੁਆਰਾ ਚੱਕੇ ਨੂੰ ਛੜ ਨਾਲ ਘੁਮਾਉਣ ਤੇ ਲੱਗਦਾ ਹੈ; ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ (ਵੇਗ) ਦੇ ਲਈ ਜਾਂ ਲਚਕੀਲੇ ਪਿੰਡਾਂ (elastic body) ਵਿੱਚ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਪੁੰਨਰ ਸਥਾਪਨ ਦੀ ਚਿਰਜੀਵੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ (ਸੰਸਕਾਰ) ਡੋਰੀ, ਛੜ ਆਦਿ ਨਾਲ ਸੰਚਾਰਿਤ ਬਲ। ਗਤੀ ਦੇ 'ਵੈਸ਼ੇਸ਼ਿਕਾ' ਸਿਧਾਂਤ ਵਿੱਚ ਵੇਗਾਂ ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ ਸ਼ਾਇਦ ਜੜਤਾ ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੈ। ਵੇਗ, ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲਣ ਦੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ, ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆ ਵਸਤੂਆਂ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵਾਯੂਮੰਡਲ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ, ਦੁਆਰਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਜਿਹਾ ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਰਗੜ ਅਤੇ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੇ ਵਿਚਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਦਾ ਵਿਚਾਰ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਇਹ ਅਨੁਮਾਨ ਸਹੀ ਸੀ ਕਿ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ (ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ, ਘੁੰਮਣਸ਼ੀਲ ਅਤੇ ਕੰਪਨ) ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸੰਘਟਕ ਕਣਾਂ ਦੀ ਸਿਰਫ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਗਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੀ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਪੌਣ (wind) ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੇ ਕਿਸੇ ਪੱਤੇ ਦੀ ਕੁੱਲ ਮਿਲਾ ਕੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ ਗਤੀ (ਪਤਨ) ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ ਉਸ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣਸ਼ੀਲਤਾ ਅਤੇ ਕੰਪਨ ਗਤੀ (ਭ੍ਰਮਣ, ਸੰਪਦਨ) ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਪਰ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਉਸ ਪੱਤੇ ਦੇ ਹਰੇਕ ਕਣ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ (ਲਘੂ) ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਗਤੀ ਦੇ ਮਾਪ, ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਭਾਰਤੀ ਚਿੰਤਨ ਵਿੱਚ ਕਾਫੀ ਬਲ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ। ਇਹ ਜਾਣਕਾਰੀ ਸੀ ਕਿ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਉਸਦੀਆਂ ਤਿੰਨੋਂ ਧੁਰੀਆਂ (axes) ਤੋਂ ਦੂਰੀਆਂ ਮਾਪ ਕੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਸੀ। ਭਾਸਕਰ (Bhaskra 1150 A.D.) ਤਤਕਾਲੀ ਗਤੀ (instantaneous motion) ਦੀ ਅਵਧਾਰਨਾ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਕੀਤੀ ਜਿਸ ਨਾਲ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਕੈਲਕੁਲਸ (Differential Calculus) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੁਆਰਾ ਤਤਕਾਲਿਕ ਵੇਗ ਦੀ ਆਧੁਨਿਕ ਸੰਕਲਪਨਾ ਦਾ ਪੂਰਵ ਗਿਆਨ ਹੋਇਆ। ਤਰੰਗ ਅਤੇ ਧਾਰਾ (ਪਾਣੀ ਦੀ) ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਿਆ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਸੀ; ਧਾਰਾ ਗੁਰੂਤਾ ਅਤੇ ਤਰਲਤਾ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਜਲ ਕਣਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਤਰੰਗ ਜਲ ਕਣਾਂ ਦੇ ਕੰਪਨ ਦੇ ਸੰਚਾਰਣ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮ ਹੈ।

ਸਾਹਾਂਸ਼ ਵਿੱਚ, ਜੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਰਹਿ ਰਿਹਾ ਪਿੰਡ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਪਿੰਡ ਲਗਾਤਾਰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਵਸਤੂ ਦੇ ਇਸ ਗੁਣ ਨੂੰ ਜੜਤਾ (inertia) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜੜਤਾ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ “ਬਦਲਾਵ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ”।

ਕੋਈ ਪਿੰਡ ਆਪਣੀ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਜਾਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਦੀ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਕੋਈ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਉਸ ਨੂੰ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਲਈ ਮਜਬੂਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।



#### 5.4 ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਗਤੀ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਨਿਯਮ (NEWTON'S FIRST LAW OF MOTION)

ਗੈਲੀਲਿਉ ਦੀ ਸਰਲ ਪਰ ਕ੍ਰਾਂਤੀਕਾਰ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਨੇ ਅਰਸਤੂ ਦੀਆਂ ਯੰਤਰਿਕੀ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਕਾਰ ਦਿੱਤਾ। ਹੁਣ ਇੱਕ ਨਵੀਂ ਯੰਤਰਿਕੀ ਦਾ ਵਿਕਾਸ ਕੀਤਾ ਜਾਣਾ ਸੀ। ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਇਸ ਕਾਰਨ ਨੂੰ ਸਰ ਆਈਜ਼ੈਕ ਨਿਊਟਨ (Issac Newton) ਨੇ ਜਿਸਨੂੰ ਯੂਰਪ ਦਾ ਮਹਾਨਤਮ ਵਿਗਿਆਨੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਲਗਭਗ ਇੱਕਲੇ ਨੇ ਹੀ ਮੁਕੰਮਲ ਕੀਤਾ।

ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਗੈਲੀਲਿਉ ਦੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਗਤੀ ਦੇ ਤਿੰਨ ਨਿਯਮਾਂ ਜੋ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਯੰਤਰਿਕੀ ਦੀ ਬੁਨਿਆਦ ਰੱਖੀ। ਗੈਲੀਲਿਉ ਦਾ ਜੋੜਤਾ ਦਾ ਨਿਯਮ ਉਸਦਾ ਅਰੰਭ ਬਿੰਦੂ ਸੀ ਜਿਸਦਾ ਨਿਊਟਨ ਨੇ “ਗਤੀ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਨਿਯਮ” ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੂਤਰਬੱਧ ਕੀਤਾ।

“ਹਰੇਕ ਪਿੰਡ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਆਪਣੀ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਜਾਂ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਦੀ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਉਸ ਨੂੰ ਹੋਰ ਢੰਗ ਨਾਲ ਵਿਵਹਾਰ ਕਰਨ ਲਈ ਮਜਬੂਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।”

ਹੁਣ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਜਾਂ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹੀ “ਜ਼ੀਰੋ ਪ੍ਰਵੇਗ” ਛੁਪਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਗਤੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ, ਸਰਲ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਦੱਸਿਆ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਜੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ (Non-zero) ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਿਰਫ ਉਦੋਂ ਹੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਲੱਗਦਾ ਹੋਵੇ।

ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦਾ ਸਾਹਮਣਾ ਕਰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਸਤੂ ਤੇ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅੰਤਰਾ ਤਾਰਕੀ ਅਕਾਸ਼ (interstellar space) ਵਿੱਚ ਸਾਰੀਆਂ ਗੁਰੂਤਵੀ ਵਸਤੂਆਂ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਦੂਰ ਕਿਸੇ ਅੰਤਰਿਕਸ਼ ਯਾਨ (space ship), ਜਿਸਦੇ ਸਾਰੇ ਰਾਕੇਟ ਬੰਦ ਕੀਤੇ ਜਾ ਚੁੱਕੇ ਹੋਣ ਤੇ ਕੋਈ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੁੰਦਾ। ਗਤੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਇਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਇਹ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਰਹਿਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਐਪਰ ਅਨੁਸਾਰ ਬਹੁਤ ਵਾਰੀ ਸਾਨੂੰ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਗਿਆਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਉਸ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ, ਜੇ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਗਿਆਤ ਹੋਵੇ ਕਿ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਅਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੈ (ਭਾਵ ਇਹ ਵਸਤੂ ਜਾਂ ਤਾਂ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ ਜਾਂ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ) ਤਦ ਅਸੀਂ ਗਤੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਸ ਵਸਤੂ ਤੇ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ

ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਹਰ ਸਥਾਨ ਤੇ ਹੈ। ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਧਰਤੀ ਤੇ ਹੋ ਰਹੀਆਂ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ, ਧਰਤੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਸਾਰੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਦੇ ਨਾਲ ਹੀ, ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਵਸਤੂਆਂ ਸਦਾ ਹੀ ਰਗੜ ਬਲ, ਲੇਸਲੇਪਨ (viscous) ਕਾਰਨ ਵਿਰੋਧੀ ਖਿੱਚ (drag) ਆਦਿ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਜੋ ਧਰਤੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਜਾਂ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਜਿਹਾ ਹੋਣ ਦਾ ਕਾਰਨ ਇਹ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਤੇ ਕੋਈ ਬਲ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਬਲਕਿ ਉਸ ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰ ਰਹੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਨਿਰਸਤ ਕਰਕੇ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ‘ਜ਼ੀਰੋ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ’ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਹੁਣ ਮੇਜ਼ ਤੇ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਰੱਖੀ ਇੱਕ ਪੁਸਤਕ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ (ਚਿੱਤਰ (5.2(a)))। ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਤੇ ਦੋ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਹਨ — ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ (ਅਰਥਾਤ ਪੁਸਤਕ ਦਾ ਭਾਰ  $W$ ) ਹੇਠਾਂ ਵਲ ਨੂੰ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਮੇਜ਼ ਦੁਆਰਾ ਪੁਸਤਕ ਤੇ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਅਭਿਲੰਬ ਬਲ  $R$  ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ।  $R$  ਖੁਦ ਸਮਾਯੋਜਿਤ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਹੈ। ਇਹ ਉੱਪਰ ਵਰਣਨ ਕੀਤੀ ਦੂਸਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ। ਬਲਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਤਾਂ ਪੂਰਾ ਗਿਆਨ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਗਤੀ ਦੀ ਅਵਸਥਾ ਗਿਆਤ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਪੁਸਤਕ ਨੂੰ ਵਿਰਾਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ।

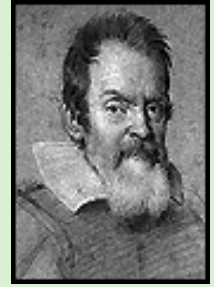
ਇਸ ਲਈ ਗਤੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ  $R$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $W$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਅਕਸਰ ਅਜਿਹੇ ਕਥਨ ਦਾ ਟਾਕਰਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ; “ਕਿਉਂਕਿ  $W = R$ , ਬਲ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਨਿਰਸਤ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਪੁਸਤਕ ਵਿਰਾਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ।” ਇਹ ਸੋਚ ਸਮਝ ਦੇ ਉਲਟ ਹੈ। ਸਹੀ ਕਥਨ ਵਿੱਚ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ : “ਕਿਉਂਕਿ ਪੁਸਤਕ ਵਿਰਾਮ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀ ਹੈ”; ਗਤੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਇਸ ਤੇ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਅਭਿਲੰਬ  $R$  ਪੁਸਤਕ ਦੇ ਭਾਰ  $W$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕਾਰ ਵਿਰਾਮ ਤੋਂ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ ਆਪਣੀ ਚਾਲ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਕਰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਚੀਕਣੀ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ ਤੇ ਪੁੱਜ ਕੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ (5.2(b)))। ਜਦੋਂ ਇਹ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਤੇ ਕੋਈ ਨੇਟ ਬਲ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ। ਚਾਲ ਵਿੱਚ ਵਾਧੇ ਦੇ ਸਮੇਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਕਾਰ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ ਕਿਸੇ ਵੀ ਅੰਤਰਿਕ ਬਲ ਨੂੰ ਜ਼ਿੰਮੇਵਾਰ ਨਹੀਂ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਸੁਣਨ ਵਿੱਚ ਇਹ ਅਨੋਖਾ ਲੱਗ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਇਹ ਸੱਚ ਹੈ। ਸੜਕ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਬਲ ਰਗੜ ਬਲ ਹੀ ਹੈ। ਸਾਰੀਆਂ ਗੱਲਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਾਰ



## ਗੈਲੀਲਿਓ ਗੈਲੀਲੀ (1564 - 1642) (Galileo Galilei)

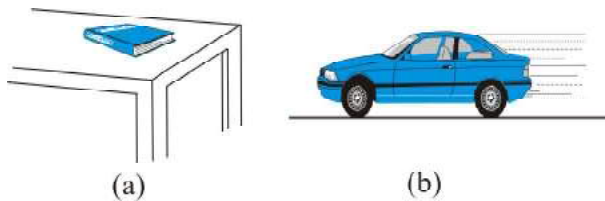
ਇਟਲੀ ਦੇ ਪੀਸਾ ਨਾਮਕ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ 1564 ਈ. ਵਿੱਚ ਜਨਮੇ ਗੈਲੀਲਿਓ ਗੈਲੀਲੀ ਲਗਭਗ ਚਾਰ ਸਦੀਆਂ ਪਹਿਲਾਂ ਯੂਰੋਪ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਕ੍ਰਾਂਤੀ ਦੇ ਸੂਤਰਧਾਰ ਸਨ। ਉਸਨੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ ਕੀਤੀ। ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਢਾਲੂ ਤਲਾਂ ਤੇ ਗਤੀ ਜਾਂ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਉਸਨੇ ਅਰਸਤੂ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਸੀ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਗਤੀਮਾਨ ਰੱਖਣ ਲਈ ਕਿਸੇ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਭਾਰੀ ਪਿੰਡ ਹਲਕੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਹੀ ਤੇਜ਼ ਗਤੀ ਨਾਲ ਡਿਗਦੇ ਹਨ, ਦਾ ਖੰਡਨ ਕੀਤਾ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਖੋਜ ਕੀਤੀ ਜੋ ਆਈਜ਼ਕ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਯੁਗਾਂਤਰੀ ਕਾਰਜ ਦਾ ਅਰੰਭ ਬਿੰਦੂ ਸੀ।



ਗੈਲੀਲਿਓ ਦੇ ਖਗੋਲ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿਚਲੇ ਆਵਿਸ਼ਕਾਰ ਵੀ ਉੱਨ੍ਹੇ ਹੀ ਕ੍ਰਾਂਤੀਕਾਰੀ ਸਨ। 1609 ਈ. ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਆਪਣਾ ਦੂਰਦਰਸ਼ੀ (ਜਿਸਦੀ ਖੋਜ ਪਹਿਲਾਂ ਹਾਲੈਂਡ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਸੀ) ਖੁਦ ਬਣਾਇਆ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਆਪਣੇ ਕਈ ਹੋਰਾਨ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰੋਖਣਾਂ ਚੰਦਰਮਾ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਪਰਬਤ ਅਤੇ ਗਰਤ; ਸੂਰਜ ਦੇ ਕਾਲੇ ਖੱਬੇ; ਬ੍ਰਹਿਸਪਤੀ ਦੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਅਤੇ ਸ਼ੁੱਕਰ ਦੀਆਂ ਕਲਾਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਕੀਤਾ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਿਆ ਕਿ ਆਕਾਸ਼ ਗੰਗਾ, ਆਪਣੀ ਰੋਸ਼ਨੀ ਨਾ ਦਿਖਾਈ ਦੇ ਸਕਣ ਵਾਲੇ ਅਣਗਿਣਤ ਤਾਰਿਆਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਆਪਣੇ ਵਿਗਿਆਨਕ ਤਰਕ ਦੀ ਅਤਿ ਉੱਤਮ ਰਚਨਾ “ਭਾਇਲਾਗ ਆਨ ਦੀ ਟੂ ਚੀਫ ਵਰਲਡ ਸਿਸਟਮਸ” ਵਿੱਚ ਗੈਲੀਲਿਓ ਨੇ ਕਾਪਰਨਿਕਸ (Copernicus) ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਸੌਰ ਪਰਿਵਾਰ ਦੇ “ਸੂਰਜ ਕੇਂਦਰੀ ਸਿਧਾਂਤ” ਦਾ ਸਮਰਥਨ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਆਖਿਰ ਇਸੇ ਸਿਧਾਂਤ ਨੂੰ ਵਿਸ਼ਵਵਿਆਪੀ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈ।

ਗੈਲੀਲਿਓ ਦੇ ਨਾਲ ਹੀ ਵਿਗਿਆਨਕ ਜਾਂਚ (ਖੋਜਬੀਨ) ਦੀ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮੋੜ ਆਇਆ। ਹੁਣ ਵਿਗਿਆਨ ਸਿਰਫ ਕੁਦਰਤ ਦਾ ਪ੍ਰੋਖਣ ਅਤੇ ਪ੍ਰੋਖਣਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਤਾਰਕਿਕ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਣਾ ਹੀ ਨਹੀਂ ਰਹਿ ਗਿਆ ਸੀ। ਹੁਣ ਵਿਗਿਆਨ ਤੋਂ ਭਾਵ ਨਵੀਆਂ-ਨਵੀਆਂ ਯੁਕਤੀਆਂ ਬਣਾ ਕੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਸਿਧਾਂਤਾਂ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਖੰਡਨ ਕਰਨਾ ਹੋ ਗਿਆ ਸੀ। ਵਿਗਿਆਨ ਦਾ ਅਰਥ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਮਾਪ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤਕ ਸੰਬੰਧਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਗਿਆ ਸੀ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਇਸ ਵਿਲੱਖਣ ਯੋਗਤਾ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੀ ਗੈਲੀਲਿਓ ਨੂੰ ਆਧੁਨਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਦਾ ਜਨਕ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਦੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਕਾਰਨ ਰਗੜ ਬਲ ਹੀ ਹੈ (ਰਗੜ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਅਨੁਭਾਗ 5.9 ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੋਗੇ)। ਜਦੋਂ ਕਾਰ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਤੇ ਕੋਈ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।



**ਚਿੱਤਰ 5.2** (a) ਮੇਜ਼ ਤੇ ਵਿਰਾਮ ਵਿੱਚ ਰਖੀ ਪੁਸਤਕ ਅਤੇ (b) ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਕਾਰ, ਇਹਨਾਂ ਦੋਵਾਂ ਹੀ ਕੇਸਾਂ ਵਿੱਚ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

ਗਤੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ ਸਮਿਲਤ ਜੜ੍ਹਤਾ ਦਾ ਗੁਣ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਪੱਸ਼ਟ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਰੁਕੀ ਹੋਈ ਬਸ ਵਿੱਚ ਬੇਧਿਆਨੀ ਨਾਲ ਖੜੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਕਦਮ ਡਰਾਈਵਰ ਬਸ ਨੂੰ ਚਲਾ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਝਟਕੇ ਨਾਲ ਪਿੱਛੇ ਵੱਲ ਨੂੰ ਡਿੱਗ ਪੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂ? ਸਾਡੇ ਪੈਰ ਬਸ ਦੀ ਫਰਸ਼ ਨੂੰ ਛੂਹ ਰਹੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਰਗੜ ਬਲ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉੱਥੇ ਹੀ ਰਹਿੰਦੇ ਜਿੱਥੇ ਪਹਿਲਾਂ ਸੀ ਜਦੋਂ ਕਿ ਸਾਡੇ ਪੈਰਾਂ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਬਸ ਦਾ ਫਰਸ਼ ਸਿਰਫ ਅੱਗੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਿਰਕਦਾ ਅਤੇ ਬਸ ਦਾ ਪਿੱਛੇ ਦਾ ਭਾਗ ਸਾਡੇ ਵਿੱਚ ਟਕਰਾਉਂਦਾ। ਪਰ ਕਿਸਮਤ ਨਾਲ, ਸਾਡੇ ਪੈਰ ਅਤੇ ਫਰਸ਼ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਰਗੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਬਸ ਦੀ ਪਕੜ ਬਹੁਤ ਵੱਧ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਜਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਧਾਰਨ ਹੈ ਤਾਂ ਰਗੜ ਬਲ ਸਾਡੇ ਪੈਰਾਂ ਨੂੰ ਬਸ ਦੇ ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਕਰਨ

ਲਈ ਕਾਫ਼ੀ ਹੋਵੇਗਾ। ਪਰ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਸਾਡਾ ਸਰੀਰ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ (rigid body) ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਰੂਪ ਵਿਗਾੜ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ ਇਸ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖ ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਇਹ ਹੋਇਆ ਕਿ ਜਦੋਂ ਸਾਡੇ ਪੈਰ ਬਸ ਦੇ ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਵੱਧਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸਰੀਰ ਦਾ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਜੜ੍ਹਤਾ ਦੇ ਕਾਰਨ ਉੱਥੇ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਬਸ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਅਸੀਂ ਪਿੱਛੇ ਵੱਲ ਸੁੱਟ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਇਹ ਘਟਨਾ ਘਟਦੀ ਹੈ, ਸਰੀਰ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗਾਂ ਤੇ ਪੇਸ਼ੀ ਬਲ (ਪੈਰਾਂ ਦੁਆਰਾ) ਕਾਰਜ ਕਰਨ ਲਗਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਸਰੀਰ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਪੈਰਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਘਟਨਾ ਤੇਜ਼ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚਲਦੀ ਬਸ ਦੇ ਇਕਦਮ ਰੁਕਣ ਤੇ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਸਾਡੇ ਪੈਰ ਰਗੜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਰੁਕ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਰਗੜ ਬਲ ਪੈਰਾਂ ਅਤੇ ਬਸ ਦੇ ਫਰਸ਼ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਨਹੀਂ ਹੋਣ ਦਿੰਦਾ। ਪਰ ਸਰੀਰ ਦਾ ਬਾਕੀ ਭਾਗ, ਜੜ੍ਹਤਾ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਅੱਗੇ ਵੱਲ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਅਸੀਂ ਅੱਗੇ ਸੁੱਟ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ। ਪੁਨਰ ਸਥਾਪਨ ਪੇਸ਼ੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਕਾਰਜ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਤੇ ਸਰੀਰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 5.1** ਕੋਈ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਅਕਾਸ਼ ਵਿੱਚ  $100 \text{ m s}^{-2}$  ਦੀ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਦਰ ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਆਪਣੇ ਪੁਲਾੜ ਜਹਾਜ਼ ਤੋਂ ਦੁਰਘਟਨਾਵਸ਼ ਬਾਹਰ ਸੁੱਟ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਸ ਸਮੇਂ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਪੁਲਾੜ ਜਹਾਜ਼ ਵਿੱਚੋਂ ਬਾਹਰ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਸ ਤੋਂ ਤੁਰੰਤ ਬਾਅਦ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕੀ ਹੈ? (ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਯਾਤਰੀ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਉਸਦੇ ਨੇੜੇ ਕੋਈ ਤਾਰਾ ਨਹੀਂ ਹੈ)।



**ਹੱਲ :** ਜਿਸ ਸਮੇਂ ਉਹ ਯਾਤਰੀ ਜਹਾਜ਼ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਸੇ ਸਮੇਂ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਤੇ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਿਆ ਹੈ ਕਿ ਯਾਤਰੀ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਉਸਦੇ ਨੇੜੇ ਕੋਈ ਤਾਰਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਪੁਲਾੜ ਜਹਾਜ਼ ਛੋਟਾ ਹੋਣ ਕਾਰਨ ਇਸ ਦੁਆਰਾ ਯਾਤਰੀ ਤੇ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਹੈ। ਗਤੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ◀

### 5.5 ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਗਤੀ ਦਾ ਦੂਜਾ ਨਿਯਮ (NEWTON'S SECOND LAW OF MOTION)

ਗਤੀ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਨਿਯਮ ਉਸ ਸਧਾਰਨ ਕੇਸ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ ਰੱਖਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ਗਤੀ ਦਾ ਦੂਜਾ ਨਿਯਮ ਉਹਨਾਂ ਵਿਆਪਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ ਰੱਖਦਾ ਹੈ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੋਈ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ। ਇਹ ਨਿਯਮ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਅਤੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

#### ਸੰਵੇਗ (Momentum)

ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸੰਵੇਗ ਨੂੰ ਉਸ ਦੇ ਪੁੰਜ  $m$  ਅਤੇ ਵੇਗ  $\mathbf{v}$  ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੁਆਰਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ  $\mathbf{p}$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v} \quad \dots(5.1)$$

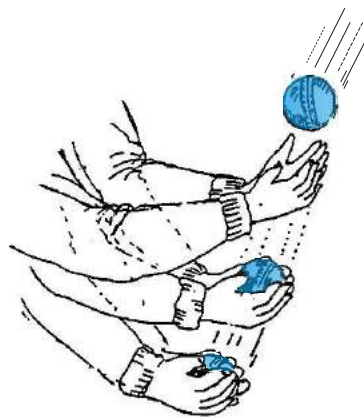
ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸਧਾਰਨ ਅਨੁਭਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਤੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਸਾਨੂੰ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਮਹੱਤਵ ਦਾ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ।

- ਮੰਨ ਲਉ ਇੱਕ ਘਟ ਵਜ਼ਨੀ ਵਾਹਨ (ਜਿਵੇਂ ਛੋਟੀ ਕਾਰ) ਅਤੇ ਇੱਕ ਵੱਧ ਵਜ਼ਨ ਵਾਲਾ ਵਾਹਨ (ਜਿਵੇਂ ਸਮਾਨ ਨਾਲ ਲੱਦਿਆ ਟਰੱਕ) ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਕਿਸੇ ਖਿਤਜੀ ਸੜਕ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਸਾਰੇ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਵਾਉਣ ਲਈ ਕਾਰ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਟਰੱਕ ਨੂੰ ਧਕੇਲਣ ਲਈ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇ ਇੱਕ ਹਲਕਾ ਪਿੰਡ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭਾਰੀ ਪਿੰਡ ਦੋਨੋਂ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹਨ ਤਾਂ ਸਮਾਨ ਸਮਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਪਿੰਡਾਂ ਨੂੰ ਰੋਕਣ ਲਈ ਹਲਕੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਭਾਰੀ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਵੱਧ ਮਿਕਦਾਰ ਦੇ ਵਿਰੋਧੀ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਦੋ ਪੱਥਰ, ਇੱਕ ਹਲਕਾ ਤੇ ਦੂਜਾ ਭਾਰੀ, ਇੱਕੋ ਹੀ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਸੁੱਟੇ ਜਾਣ ਤਾਂ ਧਰਤੀ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਕਿਸੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਲਈ ਭਾਰੀ ਪੱਥਰ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਹਲਕੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਫੜਨਾ (catch) ਸੌਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਪੈਰਾਮੀਟਰ (parameter) ਹੈ ਜੋ ਗਤੀ ਤੇ ਬਲ ਦੇ ਅਸਰ ਨੂੰ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।
- ਵਿਚਾਰ ਕਰਨ ਯੋਗ ਇੱਕ ਹੋਰ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਪੈਰਾਮੀਟਰ ਹੈ- ਚਾਲ। ਬੰਦੂਕ ਵਿੱਚ ਚਲਾਈ ਗਈ ਕੋਈ ਗੋਲੀ ਰੁਕਣ ਤੋਂ

ਪਹਿਲਾਂ ਮਨੁੱਖੀ ਇਸ਼ੂਆਂ ਨੂੰ ਸੌਖਿਆਂ ਚੀਰ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਦੁਰਘਟਨਾ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਉਸ ਗੋਲੀ ਨੂੰ ਸਾਧਾਰਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਵੱਧ ਹਾਨੀ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪੁੰਜ ਦੇ ਲਈ ਜੇ ਚਾਲ ਵੱਧ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਰੋਕਣ ਲਈ ਵੱਧ ਮਿਕਦਾਰ (magnitude) ਦੇ ਵਿਰੋਧੀ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕਠਿਆਂ ਲੈਣ ਤੇ, ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਵੇਗ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ, ਅਰਥਾਤ ਸੰਵੇਗ, ਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਗਤੀ ਦਾ ਇੱਕ ਪ੍ਰਸੰਗਿਕ ਚਲ (variable) ਹੈ। ਜੇ ਦਿੱਤੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਤਾਂ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਵਧੇਰੇ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਪਵੇਗੀ।

- ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਦਾ ਕੋਈ ਤਜਰਬੇਕਾਰ ਖਿਡਾਰੀ ਤੇਜ਼ ਗਤੀ ਨਾਲ ਆ ਰਹੀ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਇੱਕ ਨਵੇਂ ਖਿਡਾਰੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਕਿਤੇ ਵੱਧ ਸੌਖ ਨਾਲ ਫੜ ਲੈਂਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂਕਿ ਨਵਾਂ ਖਿਡਾਰੀ ਉਸ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਕੈਚ ਕਰਨ ਲੱਗਾ ਸੱਟ ਖਾ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਇੱਕ ਕਾਰਨ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਤਜਰਬੇਕਾਰ ਖਿਡਾਰੀ, ਆਪਣੇ ਹੱਥਾਂ ਨਾਲ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਕੈਚ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਸਮਾਂ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਧਿਆਨ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਤਜਰਬੇਕਾਰ ਖਿਡਾਰੀ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਫੜਨ ਲੱਗਿਆਂ ਆਪਣੇ ਹੱਥਾਂ ਨੂੰ ਪਿੱਛੇ ਵੱਲ ਖਿੱਚਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 5.3)। ਜਦੋਂ ਕਿ ਨਵਾਂ ਖਿਡਾਰੀ ਆਪਣੇ ਹੱਥਾਂ ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਰੱਖਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਲਗਭਗ ਤਤਕਾਲ ਹੀ ਫੜਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਤਤਕਾਲ ਹੀ ਰੋਕਣ ਲਈ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਬਲ ਲਗਾਉਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਉਸ ਦੇ ਹੱਥ ਤੇ ਸੱਟ ਲੱਗ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਸਿੱਟਾ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ। ਬਲ ਸਿਰਫ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਤੇ ਹੀ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ, ਉਹ ਇਸ ਗੱਲ 'ਤੇ ਵੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿੰਨੀ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਇਹ ਬਦਲਾਵ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਮਾਨ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਜੇ ਘੱਟ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਵਧੇਰੇ ਬਲ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ, ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਵੱਧ ਹੈ, ਤਾਂ ਬਲ ਵੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

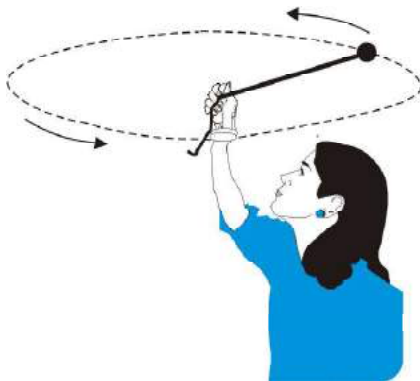
**ਚਿੱਤਰ 5.3** ਬਲ ਸਿਰਫ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਤੇ ਹੀ ਨਿਰਭਰ



ਚਿੱਤਰ 5.3

ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ, ਬਲਕਿ ਉਹ ਇਸ ਗੱਲ ਤੇ ਵੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਿੰਨੀ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਅਭਿਆਸਤ ਖਿਡਾਰੀ ਗੇਂਦ ਫੜਨ ਸਮੇਂ ਆਪਣੇ ਹੱਥਾਂ ਨੂੰ ਪਿੱਛੇ ਵੱਲ ਖਿੱਚਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਰੋਕਣ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਸਮਾਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਲਈ ਘੱਟ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਪੈਂਦੀ ਹੈ।

- ਇੱਕ ਹੋਰ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਪ੍ਰੋਖਣ ਇਸ ਤੱਥ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਵੇਗ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ (ਅਰਥਾਤ ਸੰਵੇਗ) ਹੀ ਗਤੀ ਉੱਤੇ ਬਲ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਦਾ ਮੂਲ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪੁੰਜਾਂ ਦੇ ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ, ਜੋ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹਨ, ਤੇ ਕੋਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਲ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਲਈ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹਲਕਾ ਪਿੰਡ, ਭਾਰੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਵਧੇਰੇ ਚਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਪਰੰਤੂ, ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ, ਪ੍ਰੋਖਣ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਕਿ, ਹਰੇਕ ਪਿੰਡ ਸਮਾਨ ਸੰਵੇਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਮਾਨ ਸਮੇਂ ਦੇ ਲਈ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਸਮਾਨ ਬਲ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪ੍ਰਮਾਣਿਕ ਮਾਰਗਦਰਸ਼ਕ ਸਿਧਾਂਤ ਹੈ।
- ਪਿਛਲੇ ਪ੍ਰੋਖਣਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਸਾਦਿਸ਼ (vector) ਚਰਿੱਤਰ ਅਰਥਪੂਰਨ ਨਹੀਂ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਤੱਕ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ, ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਅਤੇ ਸੰਵੇਗ, ਸਮਾਂਤਰ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਪਰ ਸਦਾ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਮੰਨ ਲਉ, ਕਿਸੇ ਡੇਰੀ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਖਿਤਿਜੀ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਪਰੰਤੂ ਇਸ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਲਗਾਤਾਰ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 5.4) ਸੰਵੇਗ ਸਾਦਿਸ਼ ਵਿੱਚ ਇਹ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਰਨ ਲਈ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਬਲ ਡੇਰੀ ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਸਾਡੇ ਹੱਥਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਨੁਭਵਾਂ ਤੋਂ ਇਹ ਸੰਕੇਤ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਹੋਰ ਵੀ ਵੱਧ ਚਾਲ ਅਤੇ/ਜਾਂ ਛੋਟੇ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਦੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਹੱਥਾਂ



ਚਿੱਤਰ 5.4

ਦੁਆਰਾ ਵੱਧ ਬਲ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਵੱਧ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜਾਂ ਇਸ ਦੇ ਤੁੱਲ ਸੰਵੇਗ ਸਾਦਿਸ਼ (vector) ਦੇ ਬਦਲਾਵ ਦੀ ਵੱਧ ਦਰ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਸੰਕੇਤ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੰਵੇਗ ਸਾਦਿਸ਼ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਲਈ ਵਧੇਰੇ ਬਲ ਲਗਾਉਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

**ਚਿੱਤਰ 5.4** ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਮਿਕਦਾਰ ਸਥਿਰ ਰਹਿਣ ਤੇ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਵ ਦੇ ਲਈ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਅਨੁਭਵ ਅਸੀਂ ਡੇਰੀ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਘੁਮਾ ਕੇ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਇਹ ਗੁਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰੋਖਣ ਸਾਨੂੰ ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਵੱਲ ਲੈ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਸੀ :

ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਲਗਾਏ ਗਏ ਬਲ ਦੇ ਸਿੱਧੇ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸੇ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਲ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇ  $m$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੋਈ ਬਲ  $F$  ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ  $\Delta t$  ਤੱਕ ਲਗਾਉਣ ਤੇ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਵੇਗ ਵਿੱਚ  $v$  ਤੋਂ  $v + \Delta v$  ਦਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਸੰਵੇਗ  $m v$  ਵਿੱਚ  $\Delta(m v)$  ਦਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ,

$$F \propto \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{or} \quad F = k \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

ਇੱਥੇ  $k$  ਅਨੁਪਾਤ ਦਾ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ। ਜੇ  $\Delta t \rightarrow 0$ , ਪਦ

$\frac{\Delta p}{\Delta t}$ ,  $t$  ਦੇ ਸਾਪੇਖ  $p$  ਦਾ ਅਵਕਲਜ਼ ਜਾਂ ਡੇਰੀਵੇਟਿਵ ਜਾਂ ਅਵਕਲਨ (ਡੀਫਰੇਂਸ਼ੀਅਲ) ਗੁਣਾਂਕ (differential coefficient) ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ  $\frac{dp}{dt}$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ,

$$F = k \frac{dp}{dt} \quad \dots(5.2)$$

ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਪੁੰਜ  $m$  ਦੇ ਪਿੰਡ ਲਈ

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(m v) = m \frac{dv}{dt} = m a \quad \dots(5.3)$$

ਅਰਥਾਤ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ,

$$F = k m a \quad \dots(5.4)$$

ਜੇ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਬਲ  $F$ , ਪੁੰਜ  $m$  ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ  $a$  ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਕ੍ਰਮ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਬਲ ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਦੀ ਅੱਜੇ ਤੱਕ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤੀ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਬਲ ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (5.4) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ



ਅਸੀਂ  $k$  ਦੇ ਲਈ ਕੋਈ ਵੀ ਮਾਨ ਚੁਣਨ ਲਈ ਸੁਤੰਤਰ ਹਾਂ। ਸਰਲਤਾ ਲਈ ਅਸੀਂ  $k = 1$  ਚੁਣਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ।

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = m\mathbf{a} \quad \dots(5.5)$$

SI ਮਾਤਰਕਾਂ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਮਾਤਰਕ ਬਲ ਉਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ  $1\text{kg}$  ਦੇ ਪਿੰਡ ਵਿੱਚ  $1\text{m s}^{-2}$  ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਮਾਤਰਕ ਬਲ ਨੂੰ ਨਿਊਟਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਕ  $\text{N}$  ਹੈ।

$$1\text{N} = 1\text{kg m/s}^2$$

ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਕੁਝ ਮਹਤਵਪੂਰਨ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦੇਣਾ ਹੈ :

1. ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ  $\mathbf{F} = 0$  ਤੋਂ ਤਾਤਪਰ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਕਿ  $\mathbf{a} = 0$  ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਕੂਲ ਹੈ।
2. ਗਤੀ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨਿਯਮ ਹੈ। ਇਹ, ਅਸਲ ਵਿੱਚ, ਤਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਤੁੱਲ ਹੈ, ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਘਟਕ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ :

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = ma_x$$

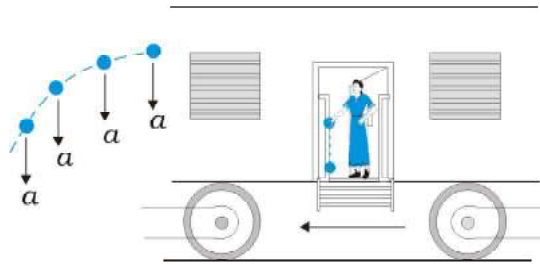
$$F_y = \frac{dp_y}{dt} = ma_y$$

$$F_z = \frac{dp_z}{dt} = ma_z \quad \dots(5.6)$$

ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੋਇਆ ਕਿ ਜੇ ਕੋਈ ਬਲ ਪਿੰਡ ਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਬਲਕਿ ਉਸ ਨਾਲ ਕੋਈ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਤਦ ਉਹ ਸਿਰਫ਼ ਬਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦੇ ਘਟਕ ਨੂੰ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਬਲ ਦੇ ਅਭਿਲੰਬ ਵੇਗ ਦਾ ਘਟਕ ਅਪਵਰਤਿਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਲੰਬੇ ਦਾਅ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਅਧੀਨ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਥੇਪਕ ਦੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦਾ ਖਿਤਿਜੀ ਘਟਕ (horizontal component) ਅਪਵਰਤਿਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 5.5)।

3. ਸਮੀਕਰਨ (5.5) ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਗਤੀ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਕਣ ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ  $\mathbf{F}$  ਕਣ ਤੇ ਲਗੇ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਅਤੇ  $\mathbf{a}$  ਕਣ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਐਪਰ, ਇਸ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਇਸੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਜਾਂ, ਇਥੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ,  $\mathbf{F}$  ਦਾ ਉਲੇਖ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲਗੇ ਕੁੱਲ ਬਲ ਅਤੇ  $\mathbf{a}$  ਦਾ ਉਲੇਖ ਸਾਰੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਧੇਰੇ ਯਥਾਰਥਤਾ ਨਾਲ,  $\mathbf{a}$  ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੈ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਪਾਠ 7 ਵਿੱਚ ਵਿਸਤਾਰ ਨਾਲ

ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ। ਸਿਸਟਮ ਵਿਚਲੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਨੂੰ  $\mathbf{F}$  ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 5.5

ਚਿੱਤਰ 5.5 ਕਿਸੇ ਪਲ ਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਉਸੇ ਪਲ ਦੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਰੇਲਗੱਡੀ ਤੋਂ ਕੋਈ ਪੱਥਰ ਬਾਹਰ ਸੁੱਟਦੇ ਨਾਲ ਹੀ ਤੁਰੰਤ ਬਾਅਦ, ਜੇ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਨੂੰ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਮੰਨ ਲਈਏ, ਤਾਂ ਉਸ ਪੱਥਰ ਤੇ ਕੋਈ ਖਿਤਿਜੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜਾਂ ਬਲ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਕੁਝ ਪਲ ਪਹਿਲਾਂ ਪੱਥਰ ਤੇ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਅਸਰ ਹੁਣ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖ਼ਤਮ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

4. ਗਤੀ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਇੱਕ ਸਥਾਨਿਕ ਸੰਬੰਧ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪਲ ਤੇ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ (ਕਣ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਸਥਾਨ) ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ  $\mathbf{F}$  ਉਸੇ ਪਲ ਉਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ  $\mathbf{a}$  ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ। ਅਰਥਾਤ 'ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਉਸੇ ਸਮੇਂ ਉਸ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਇਤਿਹਾਸ ਦੁਆਰਾ ਨਹੀਂ (ਚਿੱਤਰ 5.5)।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 5.2**  $90\text{ms}^{-1}$  ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਮਾਨ  $0.04\text{kg}$  ਪੁੰਜ ਦੀ ਕੋਈ ਗੋਲੀ ਲਕੜੀ ਦੇ ਭਾਰੀ ਗੁਟਕੇ ਅੰਦਰ  $60\text{cm}$  ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਜਾ ਕੇ ਰੁੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਗੁਟਕੇ ਦੁਆਰਾ ਗੋਲੀ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਔਸਤ ਅਵਰੋਧੀ ਬਲ ਕੀ ਹੈ?

ਹੱਲ : ਗੋਲੀ ਦਾ ਮੰਦਨ ' $a$ ' (ਸਥਿਰ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ)

$$a = \frac{-u^2}{2s} = \frac{-90 \times 90}{2 \times 0.6} \text{m s}^{-2} = -6750 \text{m s}^{-2}$$

$$\begin{aligned} \text{ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ, ਮੰਦਨ ਬਲ} \\ = 0.04\text{kg} \times 6750\text{m s}^{-2} = 270\text{N} \end{aligned}$$

ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ, ਅਸਲ ਅਵਰੋਧੀ ਬਲ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ, ਗੋਲੀ ਦਾ ਮੰਦਨ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਇਸ ਲਈ, ਉੱਤਰ ਸਿਰਫ਼ ਔਸਤ ਅਵਰੋਧੀ ਬਲ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 5.3** ਪੁੰਜ  $m$  ਦੇ ਇੱਕ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ,  $y = ut + \frac{1}{2}gt^2$  ਨਾਲ ਵਰਣਿਤ ਹੈ। ਉਸ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਨੂੰ ਗਿਆਤ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ

$$y = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{ਹੁਣ, } v = \frac{dy}{dt} = u + gt$$

$$\text{ਪ੍ਰਵੇਗ, } a = \frac{dv}{dt} = g$$

ਸਮੀਕਰਨ (5.5) ਤੋਂ ਬਲ

$$F = ma = mg$$

ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੀਕਰਨ ਨਾਲ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਅਧੀਨ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਣਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ  $y$  ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ  $g$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਹੈ। ◀

### ਆਵੇਗ (Impulse)

ਕਦੇ-ਕਦੇ ਸਾਡਾ ਟਾਕਰਾ ਅਜਿਹੇ ਦ੍ਰਿਸ਼ਾਂ ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੋਈ ਵੱਡਾ ਬਲ, ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਸਮੇਂ ਦੇ ਲਈ ਕਾਰਜ ਕਰਕੇ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸੰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਮਾਪਣਯੋਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਗੇਂਦ ਕਿਸੇ ਕੰਧ ਨਾਲ ਟਕਰਾ ਕੇ ਪਰਾਵਰਤਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਕੰਧ ਦੁਆਰਾ ਗੇਂਦ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਸਮੇਂ ਦੇ ਲਈ (ਜਿੰਨੇ ਸਮੇਂ ਤੱਕ ਦੋਨੋਂ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ) ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਵੀ ਇਹ ਬਲ ਗੇਂਦ ਦੇ ਸੰਵੇਗ ਨੂੰ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਰਨ ਲਈ ਕਾਫ਼ੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਕਸਰ ਇਹਨਾਂ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਬਲ ਅਤੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰਨਾ ਔਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਬਲ ਅਤੇ ਸਮੇਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ, ਜੋ ਕਿ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੈ, ਇੱਕ ਮਾਪਣਯੋਗ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਇਸ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਆਵੇਗ (Impulse) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ :

$$\begin{aligned} \text{ਆਵੇਗ} &= \text{ਬਲ} \times \text{ਸਮਾਂ ਅਵਧੀ} \\ &= \text{ਸੰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ} \quad \dots(5.7) \end{aligned}$$

ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਪੈਦਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਘੱਟ ਸਮੇਂ ਦੇ ਲਈ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਵੱਡੇ ਬਲ ਨੂੰ ਆਵੇਗੀ ਬਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਦਕਿ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਇਤਿਹਾਸ ਵਿੱਚ ਆਵੇਗੀ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਸੰਕਲਪਨਾਤਮਕ ਰੂਪ ਨਾਲ ਆਮ ਬਲਾਂ ਤੋਂ ਵੱਖ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ, ਨਿਊਟਨ ਯਾਂਤਰਿਕੀ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹਾ ਕੋਈ ਫ਼ਰਕ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਹੋਰ ਬਲਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਆਵੇਗੀ ਬਲ ਵੀ ਬਲ ਹੈ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਵੱਡਾ ਹੈ ਅਤੇ ਘੱਟ ਸਮੇਂ ਦੇ ਲਈ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 5.4** ਕੋਈ ਬੱਲੇਬਾਜ਼ ਕਿਸੇ ਗੇਂਦ ਦੀ ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਚਾਲ ਜੋ  $12 \text{ m s}^{-1}$  ਹੈ, ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕੀਤੇ ਉਸ ਤੇ ਹਿੱਟ ਲਗਾ ਕੇ ਸਿੱਧੇ ਗੇਂਦਬਾਜ਼ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵਾਪਸ ਭੇਜ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਗੇਂਦ ਦਾ ਪੁੰਜ  $0.15 \text{ kg}$  ਹੈ, ਤਾਂ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਆਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ। (ਗੇਂਦ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਰੱਖੀ ਮੰਨੋ)।

ਹੱਲ : ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ

$$= 0.15 \times 12 - (-0.15 \times 12) = 3.6 \text{ N s,}$$

ਆਵੇਗ =  $3.6 \text{ N s}$  ਬੱਲੇਬਾਜ਼ ਤੋਂ ਗੇਂਦਬਾਜ਼ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਹ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਬੱਲੇਬਾਜ਼ ਦੁਆਰਾ ਗੇਂਦ ਤੇ ਲਗਿਆ ਬਲ ਅਤੇ ਗੇਂਦ ਅਤੇ ਬੱਲੇ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸੰਪਰਕ ਦਾ ਸਮਾਂ ਗਿਆਤ ਕਰਨਾ ਇੱਕ ਮੁਸ਼ਕਲ ਕੰਮ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਆਵੇਗ ਦਾ ਪਰੀਕਲਨ ਤੁਰੰਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ◀

### 5.6 ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਗਤੀ ਦਾ ਤੀਜਾ ਨਿਯਮ (NEWTON'S THIRD LAW OF MOTION)

ਗਤੀ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲਗੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਅਤੇ ਉਸ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਦੱਸਦਾ ਹੈ। ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਦਾ ਸਾਧਨ ਕੀ ਹੈ? ਕਿਹੜਾ ਸਾਧਨ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ? ਨਿਊਟਨ ਯੰਤਰਿਕੀ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਸਰਲ ਉੱਤਰ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਸਦਾ ਹੀ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਪਿੰਡ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ A ਅਤੇ B ਦੇ ਜੋੜੇ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਮੰਨ ਲਉ ਪਿੰਡ B ਪਿੰਡ A ਤੇ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਤਦ ਇਹ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੁਭਾਵਿਕ ਹੈ। ਕੀ ਪਿੰਡ A ਵੀ ਪਿੰਡ B ਤੇ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ? ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਉਤਰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ। ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਕੁੰਡਲੀਦਾਰ ਕਮਾਨੀ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਹੱਥਾਂ ਨਾਲ ਦਬਾਉਗੇ ਤਾਂ ਉਹ ਕਮਾਨੀ ਤੁਹਾਡੇ ਹੱਥਾਂ ਦੇ ਬਲ ਨਾਲ ਨਪੀੜੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਨਪੀੜੀ ਕਮਾਨੀ ਵੀ ਪ੍ਰਤੀਉੱਤਰ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਡੇ ਹੱਥਾਂ ਤੇ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦੇ ਹੋ, ਪਰ ਉਦੋਂ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਪਿੰਡ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ? ਧਰਤੀ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕਿਸੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ ਖਿੱਚਦੀ ਹੈ। ਕੀ ਪੱਥਰ ਧਰਤੀ ਤੇ ਕੋਈ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ? ਇਸਦਾ ਉੱਤਰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਪੱਥਰ ਦੁਆਰਾ ਧਰਤੀ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨੂੰ ਨਹੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਪਰੰਤੂ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ। ਹਾਂ, ਪੱਥਰ ਵੀ ਧਰਤੀ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਬਲ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨਹੀਂ ਹੋ ਪਾਉਂਦੀ, ਇਸਦਾ ਕਾਰਨ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਵੱਧ ਭਾਰ ਹੋਣ ਕਾਰਨ ਧਰਤੀ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਪੱਥਰ ਦੁਆਰਾ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਘੱਟ ਬਲ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਿਊਟਨੀ ਯੰਤਰਿਕੀ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਬਲ ਕਦੇ ਵੀ ਇਕੱਲਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਆਪਸੀ ਕਿਰਿਆ ਬਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਬਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਹੀ ਜੋੜਿਆਂ (pairs) ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਨਾਲ ਹੀ, ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਆਪਸੀ ਬਲ ਸਦਾ ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਇਸ ਧਾਰਨਾ



ਨੂੰ ਗਤੀ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ।

ਹਰੇਕ ਕਿਰਿਆ ਦੀ ਸਦਾ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਇੰਨੀ ਸਾਫ਼ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੇ ਰੋਚਕ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਆਮ ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਅੰਗ ਬਣ ਗਈ ਹੈ। ਸ਼ਾਇਦ ਇਸੇ ਲਈ ਗਤੀ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਕਾਫ਼ੀ ਭਰਮ-ਭੁਲੇਖੇ ਹਨ। ਆਓ ਗਤੀ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਈਏ, ਖ਼ਾਸ ਕਰਕੇ ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਪਦਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ।

1. ਗਤੀ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ ਪਦਾਂ-ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਦਾ ਅਰਥ 'ਬਲ' ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਲਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਦਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਦੇ-ਕਦੇ ਭਰਮ ਪੈਦਾ ਕਰ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸਰਲ ਅਤੇ ਸਪੱਸ਼ਟ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ –

ਬਲ ਸਦਾ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਪਿੰਡ A ਤੇ ਪਿੰਡ B ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਬਲ ਪਿੰਡ B ਤੇ A ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਏ ਬਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

2. ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਪਦਾਂ ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਤੋਂ ਇਹ ਭਰਮ ਪੈਦਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਰਿਆ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਆਂਦੀ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ ਕਿਰਿਆ ਕਾਰਨ ਹੈ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਭਾਵ। ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹਾ ਕੋਈ ਕਾਰਨ-ਪ੍ਰਭਾਵ ਸੰਬੰਧ ਨਹੀਂ ਹੈ। A ਤੇ B ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਬਲ ਅਤੇ B ਤੇ C ਦੁਆਰਾ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਇੱਕੋ ਹੀ ਛਿਣ ਤੇ ਲਗਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਸੰਕੇਤ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਇੱਕ ਨੂੰ ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
3. ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਬਲ ਦੋ ਭਿੰਨ ਪਿੰਡਾਂ ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਇੱਕ ਹੀ ਵਸਤੂ ਤੇ ਨਹੀਂ। ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ A ਅਤੇ B ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ,

$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA} \quad \dots(5.8)$$

A ਤੇ B ਦੁਆਰਾ ਬਲ = - B ਤੇ A ਦੁਆਰਾ ਬਲ  
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਪਿੰਡ (A ਜਾਂ B) ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਦੋ ਬਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਹੀ ਪ੍ਰਸੰਗਿਕ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਬਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰਕੇ ਯਕੀਨੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਕਿ ਨੇਟ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ, ਇਹ ਤਰ੍ਹੱਟੀ ਪੂਰਣ ਹੋਵੇਗਾ। ਫਿਰ ਵੀ, ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਿੰਡ ਮੰਨ ਕੇ ਉਸ ਤੇ

### ਆਈਜ਼ਕ ਨਿਊਟਨ (1642 - 1727) (Isaac Newton)

ਆਈਜ਼ਕ ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਜਨਮ ਸਾਲ 1642 ਈ. ਵਿੱਚ ਇਗਲੈਂਡ ਦੇ ਵੂਲਸਥਾਰਪ (Woolsthorpe) ਨਾਮ ਦੇ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ ਹੋਇਆ, ਸੰਯੋਗ ਨਾਲ ਗੈਲੀਲਿਓ ਦਾ ਦੇਹਾਂਤ ਵੀ ਇਸੇ ਸਾਲ ਹੋਇਆ। ਸਕੂਲੀ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਅਦਭੁਤ ਗਣਿਤਿਕ ਪ੍ਰਤੀਭਾ ਅਤੇ ਯੰਤਰਿਕ ਰੁਚੀ ਹੋਰ ਲੋਕਾਂ ਤੋਂ ਛੁਪੀ ਰਹੀ। ਸਾਲ 1662 ਵਿੱਚ ਸਨਾਤਨ ਪੂਰਵ (undergraduate) ਪੜ੍ਹਾਈ ਲਈ ਉਹ ਕੈਂਬਰਿਜ਼ ਗਏ। ਸਾਲ 1669 ਵਿੱਚ ਪਲੇਗ-ਮਹਾਮਾਰੀ ਫੈਲਣ ਦੇ ਕਾਰਨ ਵਿਸ਼ਵਵਿਦਿਆਲਾ ਬੰਦ ਕਰਨਾ ਪਿਆ ਅਤੇ ਨਿਊਟਨ ਆਪਣੀ ਮਾਤਰਭੂਮੀ ਵਾਪਸ ਪਰਤ ਗਏ। ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਸਾਲਾਂ ਦੇ ਇਕੱਲੇ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਸ਼ੁੱਠੀ ਸਿਰਜਣਾਤਮਕ ਸ਼ਕਤੀ ਖਿੜ ਗਈ। ਗਣਿਤ ਅਤੇ ਭੌਤਿਕੀ ਦੇ ਮੂਲ ਅਵਿਸ਼ਕਾਰਾਂ, ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਤਮਕ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਲਈ ਦੋ ਪਦੀ ਪ੍ਰਮੇਅ (Binomial theorem), ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ (calculus) ਦੀ ਸ਼ੁਰੂਆਤ, ਗੁਰੂਤਾ ਖਿੱਚ ਦਾ ਉਲਟ ਅਨੁਪਾਤੀ ਵਰਗ ਨਿਯਮ (Inverse square law of gravitation) ਸਫ਼ੇਦ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਸਪੈਕਟਰਮ (spectrum of white light) ਆਦਿ ਦਾ ਹੜ੍ਹ ਜਿਹਾ ਆ ਗਿਆ। ਵਾਪਸ ਕੈਂਬਰਿਜ਼ ਪਰਤ ਕੇ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਕੀ ਵਿੱਚ ਆਪਣੀਆਂ ਖੋਜਾਂ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਵਧਾਇਆ ਅਤੇ ਪਰਾਵਰਤੀ ਦੂਰਦਰਸ਼ਕ (reflecting telescope) ਦੀ ਰਚਨਾ ਕੀਤੀ।



ਸਾਲ 1684 ਈ. ਵਿੱਚ ਆਪਣੇ ਮਿੱਤਰ ਐਡਮੰਡ ਹੈਲੀ (Edmund Halley) ਦੇ ਉਤਸ਼ਾਹਿਤ ਕਰਨ ਤੇ ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਆਪਣੇ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਆਵਿਸ਼ਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕੀਤਾ ਅਤੇ “ਦੀ ਪ੍ਰਿੰਸੀਪੀਆ ਮੈਥੇਮੈਟੀਕਾ” (The Principia Mathematica) ਨਾਮ ਦੇ ਮਹਾਨ ਗ੍ਰੰਥ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕੀਤੀ ਜੋ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕਾਲ ਵਿੱਚ ਰਚੇ ਗਏ ਮਹਾਨਤਮ ਗ੍ਰੰਥਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਗ੍ਰੰਥ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਗਤੀ ਦੇ ਤਿੰਨਾਂ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਖਿੱਚ ਦੇ ਵਿਸ਼ਵਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪੇਸ਼ ਕੀਤਾ ਜੋ ਕੇਪਲਰ (Kepler's) ਦੇ ਗ੍ਰਹਿ ਗਤੀ ਦੇ ਤਿੰਨੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਗ੍ਰੰਥ ਵਿੱਚ ਨਵੀਆਂ-ਨਵੀਆਂ ਪੱਥ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਕ ਉਪਲਬਧੀਆਂ ਕੁੱਟ-ਕੁੱਟ ਕੇ ਭਰੀਆਂ ਸਨ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ- ਤਰਲ ਯੰਤਰਕੀ ਦੇ ਮੂਲ ਸਿਧਾਂਤ, ਤਰੰਗ ਗਤੀ ਦਾ ਗਣਿਤ, ਧਰਤੀ, ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਹੋਰ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੇ ਪੁੰਜਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ, precession of equinoxes ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ, ਜਵਾਰ ਭਾਟਿਆਂ ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ, ਆਦਿ। ਸਾਲ 1704 ਈ. ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉੱਚ ਕੋਟੀ ਦਾ ਗ੍ਰੰਥ “ਆਪਟੀਕਲ” ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਆਪਣੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਅਤੇ ਵਰਣ ਸੰਬੰਧੀ ਕਾਰਜ ਦਾ ਸਾਰ ਪੇਸ਼ ਕੀਤਾ।

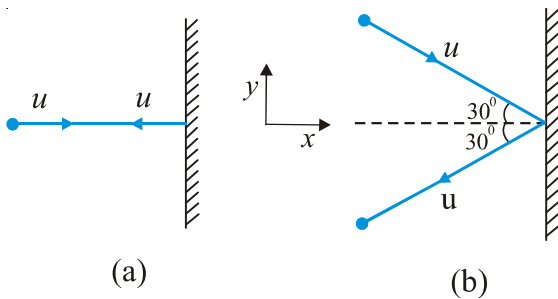
ਕਾਪਰਨਿਕਸ (Copernicus) ਨੇ ਜਿਸ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਕ੍ਰਾਂਤੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰੇਰਿਤ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਜਿਸ ਨੂੰ ਕੇਪਲਰ ਅਤੇ ਗੈਲੀਲਿਓ ਨੇ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਵਧਾਇਆ, ਉਸ ਨੂੰ ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਸ਼ਾਨਦਾਰ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਪੂਰਣਤਾ ਵੱਲ ਪਹੁੰਚਾਇਆ ਨਿਊਟਨੀ ਯੰਤਰਕੀ ਨੇ ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਅਕਾਸ਼ੀ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕੀਤਾ। ਇੱਕ ਹੀ ਸਮੀਕਰਨ ਧਰਤੀ ਤੇ ਸੋਬ ਦੇ ਡਿਗਣ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਚੰਦਰਮਾਂ ਦੀ ਪਰਿਕ੍ਰਮਾ ਕਰਨ ਨੂੰ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਕਰ ਸਕਦੀ ਸੀ। ਤਰਕ ਦੀ ਯੁੱਗ ਦਾ ਆਗਾਜ਼ ਹੋ ਚੁੱਕਾ ਸੀ।

ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹੋ, ਤਾਂ  $F_{AB}$  ਅਤੇ  $F_{BA}$  ਉਸ ਸਿਸਟਮ (A + B) ਦੇ ਅੰਤਰਿਕ ਬਲ ਹਨ। ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਮਿਲ ਕੇ ਜ਼ੀਰੋ ਬਲ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਜਾਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰਿਕ ਬਲ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਖਤਮ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਤੱਥ ਹੈ ਜੋ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਜਾਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੋਣ ਦੇ ਯੋਗ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ। (ਦੇਖੋ ਪਾਠ 7)।

**ਉਦਾਹਰਨ 5.5** ਦੋ ਸਮਰੂਪ ਬਿਲਿਅਰਡ ਗੇਂਦਾਂ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ (rigid) ਕੰਧ ਨਾਲ ਬਰਾਬਰ ਚਾਲ ਨਾਲ, ਪਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕੋਣਾਂ ਤੇ, ਟਕਰਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ 5.6 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਚਾਲ ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਕਮੀ ਆਏ ਪਰਾਵਰਤਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। (i) ਹਰੇਕ ਗੇਂਦ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕੰਧ ਤੇ ਬਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੀ ਹੈ? ਤੇ (ii) ਕੰਧ ਦੁਆਰਾ ਦੋਵੇਂ ਗੇਂਦਾਂ ਤੇ ਲਗੇ ਆਵੇਗਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਕੀ ਹੈ?

**ਹੱਲ:** ਸੁਭਾਵਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਪੁਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੋਣਗੇ (i) ਇਹ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ (a) ਵਿੱਚ ਗੇਂਦ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕੰਧ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ ਕੰਧ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ (normal) ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਜਦੋਂਕਿ (b) ਵਿੱਚ ਗੇਂਦ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕੰਧ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਕੰਧ ਤੇ ਲੰਬ ਦੇ ਨਾਲ  $30^\circ$  ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਉੱਤਰ ਸਹੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਕੇਸਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਧ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਕੰਧ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਕੰਧ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕਰੀਏ? ਇਸ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਕੋਈ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਯੁਗਤ ਅਪਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਵੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕੰਧ ਕਾਰਨ ਗੇਂਦ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ (ਜਾਂ ਆਵੇਗ) ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ (i) ਦਾ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਲਈ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਹਰੇਕ ਗੇਂਦ ਦਾ ਪੁੰਜ  $m$  ਹੈ ਅਤੇ ਕੰਧ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਤੇ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਦ ਦੋਨੋਂ ਗੇਂਦਾਂ ਦੀ ਚਾਲ  $u$  ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ  $x$  ਅਤੇ  $y$ -ਧੁਰਿਆਂ (axis) ਦੀ ਚੋਣ ਕਰੋ, ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ ਗੇਂਦ ਦੇ ਸੰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ —



ਚਿੱਤਰ 5.6

**ਕੇਸ (a)**

$$(p_x)_{\text{ਅੰਰਿਕ}} = mu \quad (p_y)_{\text{ਅੰਰਿਕ}} = 0$$

$$(p_x)_{\text{ਅੰਰਿਕ}} = mu \quad (p_y)_{\text{ਅੰਰਿਕ}} = 0$$

ਆਵੇਗ, ਸੰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਵਿੱਚ ਹੋਏ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਰਕੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ

$$\text{ਆਵੇਗ ਦਾ } x\text{-ਘਟਕ (component)} = -2 mu$$

$$\text{ਆਵੇਗ ਦਾ } y\text{-ਘਟਕ (component)} = 0$$

ਆਵੇਗ ਅਤੇ ਬਲ ਸਮਾਨ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਉਪਰੋਕਤ ਚਰਚਾ ਤੋਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਕੰਧ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗੇਂਦ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਕੰਧ ਦੇ ਲੰਬ ਅਤੇ ਗਤੀ ਦੀ ਰਿਣਾਤਮਕ  $x$ -ਦਿਸ਼ਾ (negative  $x$ -direction) ਵੱਲ ਹੈ। ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਗੇਂਦ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕੰਧ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਕੰਧ ਦੇ ਲੰਬਾਤਮਕ ਅਤੇ ਗਤੀ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ  $x$ -ਦਿਸ਼ਾ (positive  $x$ -direction) ਵਿੱਚ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਵਿੱਚ ਇਹ ਨਹੀਂ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਕਿ ਕੰਧ ਨਾਲ ਟੱਕਰ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਅਲਪ ਸਮਾਂ ਕਿੰਨਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਬਲ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਨੂੰ ਪੱਕੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਨਹੀਂ ਦੱਸਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ।

**ਕੇਸ (b)**

$$(p_x)_{\text{ਅੰਰਿਕ}} = mu \cos 30^\circ \quad (p_y)_{\text{ਅੰਰਿਕ}} = - mu \sin 30^\circ$$

$$(p_x)_{\text{ਅੰਰਿਕ}} = - mu \cos 30^\circ \quad (p_y)_{\text{ਅੰਰਿਕ}} = - mu \sin 30^\circ$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ  $p_x$  ਦਾ ਚਿਨ੍ਹ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ  $p_y$  ਦਾ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ। ਇਸ ਲਈ

$$\text{ਆਵੇਗ ਦਾ } x\text{-ਘਟਕ} = -2 mu \cos 30^\circ$$

$$\text{ਆਵੇਗ ਦਾ } y\text{-ਘਟਕ} = 0$$

(ਅਤੇ ਬਲ) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ (a) ਵਿੱਚ ਸੀ। ਇਹ ਕੰਧ ਦੇ ਲੰਬਾਤਮਕ ਰਿਣਾਤਮਕ  $x$ -ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ ਗੇਂਦ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕੰਧ ਤੇ ਬਲ ਕੰਧ ਦੇ ਲੰਬਾਤਮਕ, ਧਨਾਤਮਕ  $x$ -ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੈ।

ਕੇਸ (a) ਅਤੇ ਕੇਸ (b) ਵਿੱਚ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਕੰਧ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਆਵੇਗਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ।

$$2 mu / (2 mu \cos 30^\circ) = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.2$$

### 5.7 ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਕ (CONSERVATION OF MOMENTUM)

ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਅਤੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਨਤੀਜੇ : ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਨ ਨਿਯਮ ਵੱਲ ਸਾਨੂੰ ਵਧਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਜਾਣੀ ਪਛਾਣੀ ਉਦਾਹਰਨ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਕਿਸੇ ਬੰਦੂਕ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਗੋਲੀ ਚਲਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਬੰਦੂਕ ਦੁਆਰਾ ਗੋਲੀ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ  $F$  ਹੈ, ਤਾਂ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਗੋਲੀ ਦੁਆਰਾ ਬੰਦੂਕ



ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਲ  $-F$  ਹੈ। ਦੋਨੋਂ ਬਲ ਬਰਾਬਰ ਸਮਾਂ ਵਿੱਚ  $\Delta t$  ਤੱਕ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਗੋਲੀ ਦਾ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ  $F \Delta t$  ਹੈ ਅਤੇ ਬੰਦੂਕ ਦਾ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ  $-F \Delta t$  ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਦੋਨੋਂ ਵਿਰਾਮ ਵਿੱਚ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਅੰਤਿਮ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇ ਚਲਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਗੋਲੀ ਦਾ ਸੰਵੇਗ,  $p_b$  ਹੈ ਅਤੇ ਬੰਦੂਕ ਦਾ ਰਿਕੋਆਇਲ ਸੰਵੇਗ (Recoil momentum),  $p_g$  ਹੈ, ਤਾਂ

$$p_g = -p_b \text{ ਜਾਂ } p_g + p_b = 0$$

ਅਰਥਾਤ, ਗੋਲੀ ਬੰਦੂਕ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਕਿਸੇ ਅਲੱਗ-ਥੱਲਗ (isolated) ਸਿਸਟਮ (ਜਾਂ ਕੋਈ ਸਿਸਟਮ ਜਿਸ ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ) ਵਿੱਚ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਆਪਸੀ ਬਲ ਵਿਅਕਤੀਗਤ ਪੱਧਰ ਤੇ ਕਣਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਪਰ ਕਿਉਂਕਿ ਹਰੇਕ ਜੋੜੇ ਦੇ ਲਈ ਆਪਸੀ ਬਲ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਹਨ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਖਤਮ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਕੁੱਲ ਸੰਵੇਗ ਅਪਵਰਤਿਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਸੰਵੇਗ - ਸੁਰੱਖਿਅਨ ਨਿਯਮ (law of conservation of momentum) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕਿਰਿਆ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਅਲੱਗ-ਥੱਲਗ ਸਿਸਟਮ (isolated system) ਦਾ ਕੁੱਲ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਸੰਵੇਗ-ਸੁਰੱਖਿਅਨ ਦੇ ਇਸਤੇਮਾਲ ਦਾ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਉਦਾਹਰਨ ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਟੱਕਰ (collision) ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਹੈ। ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ A ਅਤੇ B ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਆਰੰਭਿਕ ਸੰਵੇਗ  $p_A$  ਅਤੇ  $p_B$  ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਟਕਰਾਉਂਦੇ ਹਨ ਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਵੱਖ ਹੋਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅੰਤਿਮ ਸੰਵੇਗ ਬਾਰੀ ਸਿਰ  $p'_A$  ਅਤੇ  $p'_B$  ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ

$$F_{AB} \Delta t = p'_A - p_A$$

ਅਤੇ  $F_{BA} \Delta t = p'_B - p_B$

(ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਦੋਵੇਂ ਬਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਸਮਾਂ ਵਿੱਚ  $\Delta t$  ਲਈ ਹੈ, ਜੋ ਉਹ ਸਮਾਂ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਪਿੰਡ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ)। ਕਿਉਂਕਿ

$$F_{AB} \Delta t = -F_{BA} \Delta t \text{ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ,}$$

$$p'_A - p_A = -(p'_B - p_B)$$

ਜਾਂ  $p'_A + p'_B = p_A + p_B$  ... (5.9)

ਜੋ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਲੱਗ-ਥੱਲਗ ਸਿਸਟਮ (A+B) ਦਾ ਕੁੱਲ ਅੰਤਿਮ ਸੰਵੇਗ ਉਸਦੇ ਅਰੰਭਿਕ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਰਹੇ ਕਿ, ਇਹ ਨਿਯਮ ਦੋਵੇਂ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਟੱਕਰਾਂ-ਲਚਕਦਾਰ ਅਤੇ ਗੈਰ-ਲਚਕਦਾਰ (elastic and inelastic)

ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਵਿੱਚ ਦੂਸਰੀ ਸ਼ਰਤ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਆਰੰਭਿਕ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਅੰਤਿਮ ਊਰਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (ਦੇਖੋ ਪਾਠ 6)

### 5.8 ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ (EQUILIBRIUM OF A PARTICLE)

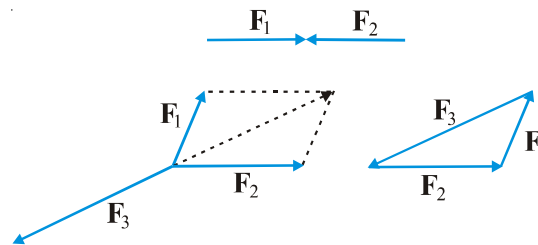
ਯੰਤਰਕੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਦਾ ਉਲੇਖ ਉਹਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੇ ਲਈ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਣ ਤੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ\* ਹੋਵੇ। ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਇਸਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਜਾਂ ਤਾਂ ਕਣ ਵਿਰਾਮ ਵਿੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਜੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ ਦੋ ਬਲ  $F_1$  ਅਤੇ  $-F_2$  ਲੱਗਦੇ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ

$$F_1 = -F_2 \quad \dots(5.10)$$

ਅਰਥਾਤ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਦੇ ਦੋਵੇਂ ਬਲ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

ਤਿੰਨ ਸੰਗਾਮੀ (concurrent) ਬਲਾਂ  $F_1$ ,  $F_2$  ਅਤੇ  $F_3$  ਦੇ ਅਧੀਨ ਸੰਤੁਲਨ (equilibrium) ਦੇ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਤਿੰਨਾਂ ਬਲਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ :

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0 \quad \dots(5.11)$$



ਚਿੱਤਰ 5.7 ਸੰਗਾਮੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਅਧੀਨ ਸੰਤੁਲਨ

ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਬਲਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਿਯਮ (parallelogram law of forces) ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੋਈ ਦੋ ਬਲਾਂ, ਮੰਨ ਲਉ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$ , ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ (resultant) ਤੀਸਰੇ ਬਲ  $F_3$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 5.7 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸੰਤੁਲਨ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨੇ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ, ਜਿਸ ਤੇ ਚੱਕਰੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ ਤੀਰ (vector arrows taken in the same sense) ਬਣੇ ਹੋਣ, ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨਤੀਜੇ (result) ਦਾ ਵਿਆਪੀਕਰਨ (generalization) ਬਲਾਂ ਦੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਲਗਾਏ ਬਲਾਂ

\* ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਲਈ ਸਿਰਫ ਸਥਾਨਾਤਰਨ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ (ਜ਼ੀਰੋ ਨੇਟ ਬਲ) ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਬਲਕਿ ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ (ਜ਼ੀਰੋ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਟਾਰਕ) ਵੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ, ਇਹ ਅਸੀਂ ਪਾਠ 7 ਵਿੱਚ ਦੇਖਾਂਗੇ।



$F_1, F_2, \dots, F_n$  ਦੇ ਅਧੀਨ ਕੋਈ ਕਣ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇ ਉਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਨੂੰ  $n$ -ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਬੰਦ ਬਹੁਭੁਜ (polygon) ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਉੱਪਰ ਚੱਕਰੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ (same sense) ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕੇ।

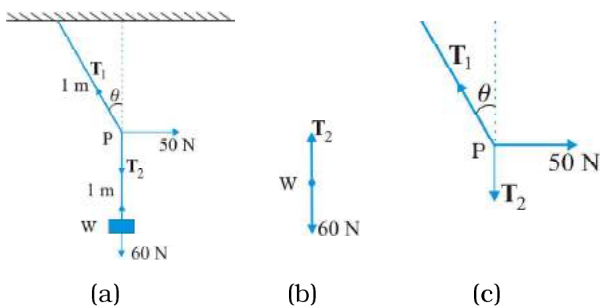
ਸਮੀਕਰਨ (5.11) ਤੋਂ

$$\begin{aligned} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} &= 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} &= 0 \\ F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} &= 0 \end{aligned} \quad \dots(5.12)$$

ਜਿੱਥੇ  $F_{1x}, F_{1y}$  ਅਤੇ  $F_{1z}$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $F_1$  ਦੇ  $x, y$  ਅਤੇ  $z$  ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘਟਕ (component) ਹਨ।

**ਉਦਾਹਰਨ 5.6** 6 kg ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਛੱਤ ਤੋਂ 2 m ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਡੋਰੀ ਦੁਆਰਾ ਲਟਕਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਡੋਰੀ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਚਿੱਤਰ 5.8 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਖਿਤਿਜੀ ਦਿਸ਼ਾ (horizontal) ਵਿੱਚ 50N ਬਲ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਡੋਰੀ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ (vertical) ਨਾਲ ਕਿੰਨਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ? ( $g = 10 \text{ m s}^{-1}$  ਲਉ)। ਡੋਰੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਹੈ?

**ਹੱਲ:** ਚਿੱਤਰ 5.8(b) ਅਤੇ 5.8(c) ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਲੇਖ (free-body diagram) ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ 5.8(b) ਭਾਰ W ਦਾ



ਚਿੱਤਰ 5.8

ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ ਹੈ ਅਤੇ 5.8(c) ਬਿੰਦੂ P ਦਾ ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਭਾਰ W ਦੀ ਸੰਤੁਲਨ ਅਵਸਥਾ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ,  $T_2 = 6 \times 10 = 60 \text{ N}$

ਹੁਣ ਤਿੰਨ ਬਲਾਂ ਤਨਾਵ  $T_1$  ਅਤੇ  $T_2$ , ਅਤੇ ਖਿਤਿਜੀ ਬਲ 50 N ਦੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਧੀਨ ਪੁੰਜ ਬਿੰਦੂ P ਦੀ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਪਰਿਣਾਮੀ ਬਲ ਦੇ ਖਿਤਿਜੀ ਅਤੇ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ (horizontal and vertical) ਘਟਕਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤੌਰ ਤੇ ਜ਼ਿਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ —

$$T_1 \cos \theta = T_2 = 60 \text{ N}$$

$$T_1 \sin \theta = 50 \text{ N}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{5}{6} \text{ ਜਾਂ } \theta = \tan^{-1} \left( \frac{5}{6} \right) = 40^\circ$$

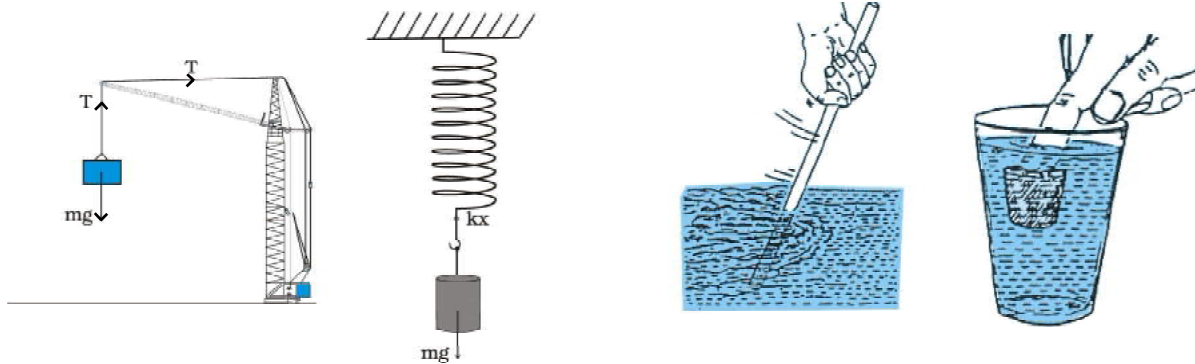
ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਉੱਤਰ ਨਾ ਤਾਂ ਡੋਰੀ (ਜਿਸ ਦਾ ਪੁੰਜ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਮੰਨਿਆ ਹੈ) ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤੇ ਨਾ ਹੀ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਤੇ ਖਿਤਿਜੀ ਬਲ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

### 5.9 ਯੰਤਰਕੀ ਵਿੱਚ ਸਧਾਰਨ ਬਲ (COMMON FORCES IN MECHANICS)

ਯੰਤਰਕੀ ਵਿੱਚ ਸਾਡਾ ਟਾਕਰਾ ਕਈ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਬਲਾਂ ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ, ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਸਰਵ ਵਿਆਪਕ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਸਾਰੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਗੁਰੂਤਾ ਖਿੱਚ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਗੁਰੂਤਾ ਖਿੱਚ ਬਲ (force of gravity) ਅਕਾਸ਼ੀ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਨੂੰ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਗੁਰੂਤਾ ਖਿੱਚ ਬਲ ਕਿਸੇ ਦੂਰੀ ਤੇ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਮਾਧਿਅਮ (intervening medium) ਦੇ ਕਾਰਜ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਯੰਤਰਕੀ ਵਿੱਚ ਆਮ ਕਰਕੇ ਸਾਰੇ ਸਧਾਰਨ ਬਲ ਸੰਪਰਕ ਬਲ\* (contact forces) ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਨਾਮ ਤੋਂ ਹੀ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ, ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਪਿੰਡ ਨਾਲ ਜਾਂ ਤਰਲ ਦੇ ਸੰਪਰਕ ਦੁਆਰਾ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਈ ਪਿੰਡ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, (ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਮੋਜ਼ ਤੇ ਰੱਖੀ ਕੋਈ ਪੁਸਤਕ; ਛੜਾਂ, ਕਬਜ਼ਿਆਂ (rods and hinges) ਅਤੇ ਹੋਰ ਕਈ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਹਾਰਿਆਂ (supports) ਨਾਲ ਜੁੜਿਆ (connected) ਕੋਈ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ (rigid body) ਦਾ ਸਿਸਟਮ, ਤਾਂ ਉੱਥੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਨ ਵਾਲੇ (ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਜੋੜੇ ਲਈ) ਆਪਸੀ ਸੰਪਰਕ ਬਲ (contact force) ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਲੰਬਾਤਮਕ (normal) ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਦੇ ਘਟਕ ਨੂੰ ਲੰਬਾਤਮਕ ਬਲ (ਜਾਂ ਲੰਬਾਤਮਕ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ Normal reaction) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਘਟਕ ਨੂੰ ਰਗੜ ਬਲ (friction) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਉਦੋਂ ਹੀ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਠੋਸ, ਤਰਲਾਂ ਦੇ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਨੂੰ ਤਰਲ ਵਿੱਚ ਡੋਬਿਆ (immersed) ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇੱਕ ਉਤਪਲਾਵਨ ਬਲ (upward bouyant) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਠੋਸ ਦੁਆਰਾ ਵਿਸਥਾਪਿਤ ਤਰਲ ਦੇ ਭਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਸਕਸ (viscous force) ਬਲ, ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ (air resistance) ਆਦਿ ਵੀ ਸੰਪਰਕ ਬਲਾਂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 5.9)।

\* ਸਹੂਲਤ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਚਾਰਜਿਤ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਪਿੰਡਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਨਹੀਂ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਲਈ, ਗੁਰੂਤਾ ਖਿੱਚ ਬਲ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਇੱਥੇ ਬਿਜਲਈ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲ ਬਿਨਾਂ ਸੰਪਰਕ (non-contact) ਵਾਲੇ ਬਲ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ 5.9 ਯਾਂਤਰਕੀ ਵਿੱਚ ਸੰਪਰਕ ਬਲਾਂ ਦੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨ

ਦੋ ਸਧਾਰਨ ਬਲ ਕਮਾਨੀ ਬਲ (force due to spring) ਅਤੇ ਡੋਰੀ ਵਿੱਚ ਤਨਾਵ (tension in a string) ਹਨ। ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਕਮਾਨੀ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਨਪੀੜਿਆ (compressed) ਜਾਂ ਖਿੱਚ ਕੇ ਲੰਬਾ (extended) ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ। ਤਾਂ ਇੱਕ ਪੁਨਰਸਥਾਪਨ ਬਲ (restoring force) ਪੈਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਬਲ ਅਕਸਰ ਨਪੀੜਨ ਜਾਂ ਦੀਰਘਕਰਨ (compression or elongation) ਦੇ ਅਨੁਪਾਤੀ (proportional) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। (ਛੋਟੇ ਵਿਸਥਾਪਨਾਂ ਲਈ)। ਕਮਾਨੀ ਬਲ  $F$  ਨੂੰ,  $F = -kx$  ਦੁਆਰਾ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਥੇ  $x$  ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੈ ਅਤੇ  $k$  ਨੂੰ ਕਮਾਨੀ ਸਥਿਰ ਅੰਕ (spring constant) ਜਾਂ ਬਲ ਸਥਿਰ ਅੰਕ (force constant) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਬਲ ਗੈਰ ਤਾਣੀ ਅਵਸਥਾ (unstretched state) ਤੋਂ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਉਲਟ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਡੋਰੀ ਜੋ ਕਿ ਖਿੱਚ ਪਾਉਣ ਤੇ ਲੰਬੀ ਹੋਣ ਦਾ ਗੁਣ ਨਹੀਂ ਰੱਖਦੀ (inextensible) ਦੇ ਲਈ, ਬਲ ਸਥਿਰ ਅੰਕ (force constant) ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਡੋਰੀ ਦੇ ਪੁਨਰਸਥਾਪਨ ਬਲ (restoring force) ਨੂੰ ਤਨਾਵ (Tension) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਪਰੰਪਰਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਾਰੀਆਂ ਡੋਰੀਆਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ (along) ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਤਨਾਵ  $T$  ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਨਾਂ-ਮਾਤਰ ਪੁੰਜ (negligible mass) ਵਾਲੀ ਡੋਰੀ ਦੇ ਲਈ, ਡੋਰੀ ਦੇ ਹਰ ਹਿੱਸੇ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਤਨਾਵ ਮੰਨਣ ਦੀ ਪਰੰਪਰਾ ਸਹੀ ਹੈ।

ਪਾਠ 1 ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਖਿਆ ਕਿ ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਚਾਰ ਮੂਲ ਬਲ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਮਜ਼ੋਰ ਅਤੇ ਪ੍ਰਬਲ (weak and strong) ਬਲ ਅਜਿਹੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਇੱਥੇ ਸਾਡੇ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਯੰਤਰਕੀ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਗੁਰੁਤਾਕਰਸ਼ਣੀ ਬਲ ਅਤੇ ਬਿਜਲਈ ਬਲ ਹੀ ਪ੍ਰਸੰਗਕ ਹਨ। ਯਾਂਤਰਕੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਅਸੀਂ ਹੁਣੇ ਵਰਨਣ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਿਜਲਈ ਬਲਾਂ ਤੋਂ ਹੀ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਗੱਲ ਹੈਰਾਨ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਲੱਗ ਸਕਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਯਾਂਤਰਕੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਣਚਾਰਜਿਤ ਅਤੇ ਗੈਰ ਚੁੰਬਕੀ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਪਰ ਸੂਖਮ ਪੱਧਰ ਤੇ, ਸਾਰੇ ਪਿੰਡ ਚਾਰਜਿਤ ਘਟਕਾਂ (constituents), ਨਾਭਿਕਾਂ ਅਤੇ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨਾਂ (nuclei and

electrons) ਤੋਂ ਮਿਲ ਕੇ ਬਣੇ ਹਨ ਅਤੇ ਆਣਵਿਕ (molecular), ਟੱਕਰਾਂ (collisions), ਪ੍ਰਤੀਘਾਤਾਂ (impacts) ਅਤੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਲਚਕਤਾ (elasticity) ਆਦਿ ਦੇ ਕਾਰਨ ਪੈਦਾ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੰਪਰਕ ਬਲਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਆਖਰ ਨੂੰ ਇਹ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਚਾਰਜਿਤ ਘਟਕਾਂ ਵਿਚਲੇ ਬਿਜਲਈ ਬਲ ਹੀ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਦੀ ਵਿਸਥਾਰ ਪੂਰਵਕ ਸੂਖਮ ਉਤਪਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਜਾਣਕਾਰੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹੈ ਅਤੇ ਸਬੂਲ ਪੱਧਰ ਤੇ ਯੰਤਰਿਕ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰਨ ਦੇ ਨਜ਼ਰੀਏ ਨਾਲ ਉਪਯੋਗੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹੀ ਕਾਰਨ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਗੁਣਾਂ ਦੇ ਅਨੁਭਵ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

### 5.9.1 ਰਗੜ (Friction)

ਆਉ, ਫਿਰ ਤੋਂ ਖਿਤਜੀ ਮੇਜ਼ ਤੇ ਰੱਖੇ  $m$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਪਿੰਡ ਵਾਲੇ ਉਦਾਹਰਨ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ। ਗੁਰੁਤਾ ਬਲ ( $mg$ ) ਨੂੰ ਮੇਜ਼ ਦਾ ਲੰਬਾਤਮਕ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਬਲ (Normal reaction force) ( $N$ ) ਨਿਰਸਤ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ  $F$  ਪਿੰਡ ਤੇ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਨੁਭਵ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਕਿ ਮਿਕਦਾਰ (magnitude) ਵਿੱਚ ਛੋਟਾ ਬਲ ਲਗਾਉਣ ਤੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਕਰਨ ਲਈ ਨਾਕਾਫ਼ੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਜੇ ਲਗਾਇਆ ਬਲ ਹੀ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਇੱਕੋ-ਇੱਕ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਹ ਬਲ ਮਿਕਦਾਰ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਵੀ ਛੋਟਾ ਜਾਂ ਘੱਟ ਹੀ ਕਿਉਂ ਨਾ ਹੋਵੇ, ਪਿੰਡ ਨੂੰ  $F/m$  ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ, ਕਿ ਜੇ ਪਿੰਡ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ ਤਾਂ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੋਈ ਹੋਰ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਖਿਤਜ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਾਰਜ ਕਰਨ ਲੱਗ ਪਿਆ ਹੈ, ਜੋ ਲਗਾਏ ਬਲ  $F$  ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਪਿੰਡ ਤੇ ਨੇਟ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਵਿਰੋਧੀ ਬਲ  $f_s$ , ਜੋ ਮੇਜ਼ ਦੇ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਲੱਗਦਾ ਹੈ, ਰਗੜ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 5.10(a)) ਇੱਥੇ ਪੈਰਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਅੱਖਰ (subscripts) ਨੂੰ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ (static friction)



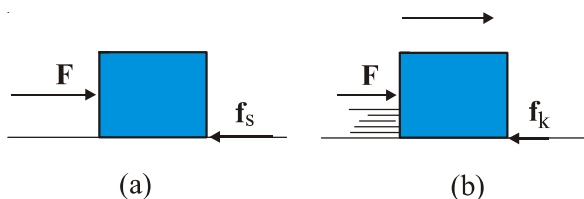
ਦੇ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਤਾਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸ ਦੀ ਗਤਿਜ ਰਗੜ (kinetic friction)  $f_k$  ਜਿਸ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਬਾਦ ਵਿੱਚ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ, (ਚਿੱਤਰ 5.10(b)), ਤੋਂ ਵੱਖਰਾ ਕਰਕੇ ਪਛਾਣ ਕਰ ਸਕੀਏ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਦਾ ਆਪਣਾ ਕੋਈ ਵਜੂਦ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਲਗਾਇਆ ਨਹੀਂ ਜਾਂਦਾ, ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਜਿਸ ਪਲ ਕੋਈ ਬਲ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਸੇ ਪਲ ਰਗੜ ਬਲ ਵੀ ਲੱਗਣ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਵਿਰਾਮ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਜਦੋਂ ਆਰੋਪਿਤ ਬਲ  $F$  ਵੱਧਦਾ ਹੈ, ਲਗਾਏ ਬਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਹਿੰਦੇ ਹੋਏ  $f_s$  ਵੀ ਇੱਕ ਸੀਮਾ ਤੱਕ ਵਧਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ, ਪੈਦਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਗਤੀ (impending motion) ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਪੈਦਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਗਤੀ ਤੋਂ ਭਾਵ ਅਜਿਹੀ ਗਤੀ ਤੋਂ ਹੈ ਜੋ ਤਾਂ ਹੀ ਹੋਵੇਗੀ ਜਦੋਂ (ਪਰ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਨਹੀਂ) ਕਿਸੇ ਲਗਾਏ ਗਏ ਬਲ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਰਗੜ ਹਾਜ਼ਰ ਨਾ ਹੋਵੇ।

ਅਸੀਂ ਅਨੁਭਵ ਤੋਂ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਲਗਾਇਆ ਬਲ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸੀਮਾ ਤੋਂ ਵੱਧਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਪਿੰਡ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਇਹ ਦੇਖਿਆ ਗਿਆ ਕਿ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਦਾ ਸੀਮਾ ਤੱਕ ਜਾਂ ਚਰਮ ਮਾਨ (limiting value)  $(f_s)_{\max}$  ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਅਤੇ ਲੰਬਾਤਮਕ ਬਲ ( $N$ ) ਦੇ ਨਾਲ ਲਗਭਗ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

$$(f_s)_{\max} = \mu_s N \quad \dots(5.13)$$

ਇੱਥੇ  $\mu_s$  ਅਨੁਪਾਤਿਕ ਸਥਿਰ ਅੰਕ (proportional contacts) ਹੈ, ਜੋ ਸਿਰਫ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਸੁਭਾਅ ਤੇ ਹੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $\mu_s$  ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ (coefficient of static friction) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

$$f_s \leq \mu_s N \quad \dots(5.14)$$



ਚਿੱਤਰ 5.10 ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਨਿਯਮ ਸਰਕਣਸ਼ੀਲ (sliding) ਰਗੜ

(a) ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਪਿੰਡ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਸੀਮਾ ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (b) ਇੱਕ ਵਾਰ ਜਦੋਂ ਪਿੰਡ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਤੇ ਸਰਕਣਸ਼ੀਲ ਜਾਂ ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਕਾਰਜ ਕਰਨ ਲੱਗਦੀ ਹੈ ਜੋ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਆਮ ਕਰਕੇ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਦੇ ਅਧਿਕਤਮ ਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਜੇ ਲਗਾਏ ਬਲ  $F$  ਦਾ ਮਾਨ  $(f_s)_{\max}$  ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਪਿੰਡ ਸਤ੍ਹਾ ਤੇ ਸਰਕਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਇਹ ਦੇਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਰਗੜ ਬਲ, ਅਧਿਕਤਮ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਬਲ  $(f_s)_{\max}$  ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਰਗੜ ਬਲ, ਜਦੋਂ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਗਤਿਜ ਜਾਂ ਸਰਕਣਸ਼ੀਲ ਰਗੜ (Kinetic or sliding friction) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ  $f_k$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਵੀ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀ। ਨਾਲ ਹੀ, ਇਹ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਦੇ ਵੇਗ ਤੇ ਵੀ ਲਗਭਗ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਯਮ, ਜੋ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਦੇ ਲਈ ਨਿਯਮ ਦੇ ਸਮਰੂਪ ਹੈ, ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦਾ ਹੈ :

$$f_k = \mu_k N \quad \dots(5.15)$$

ਇਥੇ  $\mu_k$  ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ ਹੈ ਜੋ ਸਿਰਫ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਸੁਭਾਅ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉੱਪਰ ਵਰਣਨ ਕੀਤਾ ਜਾ ਚੁਕਾ ਹੈ, ਪ੍ਰਯੋਗ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਕਿ  $\mu_k$ ,  $\mu_s$  ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ, ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ, ਗਤੀਮਾਨ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ  $(F - f_k)/m$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ,  $F = f_k$ । ਜੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲਗੇ ਬਲ ਨੂੰ ਹਟਾ ਲਈਏ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ  $-f_k/m$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਆਖਰ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਰੁਕ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉੱਪਰ ਵਰਣਨ ਕੀਤੇ ਗਏ ਰਗੜ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਉਸ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ, ਬਿਜਲਈ ਅਤੇ ਚੁੰਬਕੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਅਨੁਭਵਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ, ਜੋ ਸਿਰਫ ਸੀਮਤ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਹੀ ਲਗਭਗ ਸਹੀ ਹਨ। ਫਿਰ ਵੀ ਇਹ ਨਿਯਮ ਯੰਤਰਕੀ ਵਿੱਚ ਵਿਵਹਾਰਕ ਗਣਨਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਲਾਭਦਾਇਕ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਦੋ ਪਿੰਡ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਪਿੰਡ ਹੋਰ ਪਿੰਡ ਦੁਆਰਾ ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ, ਰਗੜ ਬਲ ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਦਾ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਘਟਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਜਾਂ ਅਸਲ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਗਤੀ ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਕਿਸੇ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੇ ਡੱਬੇ ਵਿੱਚ ਰਖੇ ਬੱਕਸ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਜੇ ਬੱਕਸ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਸਥਿਰ ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਉਹ ਰੇਲਗੱਡੀ ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਉਹ ਕਿਹੜਾ ਬਲ ਹੈ ਜੋ ਬੱਕਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ? ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੀ ਕਲਪਨਾਯੋਗ ਬਲ ਹੈ, ਅਤੇ ਉਹ ਹੈ ਰਗੜ ਬਲ। ਜੇ ਕੋਈ ਰਗੜ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੇ ਡੱਬੇ ਦੀ ਫਰਸ਼

ਤਾਂ ਅੱਗੇ ਵੱਲ ਨੂੰ ਸਰਕੇਗਾ ਪਰ ਜੋੜਨ ਦੇ ਕਾਰਨ ਬੱਕਸ ਆਪਣੀ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਹੀ ਰਹੇਗਾ। (ਅਤੇ ਗੱਡੀ ਦੇ ਡੱਬੇ ਦਾ ਪਿਛਲੀ ਕੰਧ ਨਾਲ ਟਕਰਾਏਗਾ। ਇਸ ਪੈਦਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਰਹੀ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਦਾ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ  $f_s$  ਦੁਆਰਾ ਵਿਰੋਧ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ, ਬੱਕਸ ਨੂੰ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਸਥਿਤ ਰਖਦੇ ਹੋਏ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 5.7** ਕੋਈ ਬੱਕਸ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੇ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਸਥਿਰ ਰੱਖਿਆ ਹੈ। ਜੇ ਬੱਕਸ ਅਤੇ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੇ ਫਰਸ਼ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ 0.15 ਹੈ, ਤਾਂ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦਾ ਉਹ ਅਧਿਕਤਮ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਬੱਕਸ ਨੂੰ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੇ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਸਥਿਰ ਰੱਖਣ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

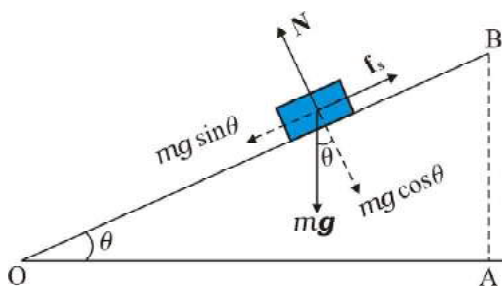
**ਹੱਲ :** ਕਿਉਂਕਿ ਬੱਕਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ

$$ma = f_s \leq \mu_s N = \mu_s mg$$

ਜਾਂ  $a \leq \mu_s g$

$$\therefore a_{\max} = \mu_s g = 0.15 \times 10 \text{ ms}^{-2} = 1.5 \text{ ms}^{-2}$$

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 5.8** 4 kg ਦਾ ਕੋਈ ਗੁਟਕਾ ਇੱਕ ਖਿਤਜੀ ਸਮਤਲ ਤੇ ਰੱਖਿਆ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 5.11)। ਸਮਤਲ ਦੀ ਹੌਲੀ-ਹੌਲੀ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਢਲਾਣ ਵਧਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਖਿਤਜੀ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਕੋਣ  $\theta = 15^\circ$  ਤੇ ਉਹ ਗੁਟਕਾ ਸਰਕਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਨਹੀਂ ਕਰ ਦਿੰਦਾ। ਸਤਹਿ ਅਤੇ ਗੁਟਕੇ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ ਕੀ ਹੈ?



ਚਿੱਤਰ 5.11

**ਹੱਲ :** ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਰਖੇ m ਪੁੰਜ ਦੇ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰ ਰਹੇ ਬਲ ਹਨ (i) ਗੁਟਕੇ ਦਾ ਭਾਰ mg ਖੜੇ ਦਾਅ ਹੋਨਾ ਵੱਲ ਨੂੰ (vertically downwards) (ii) ਸਮਤਲ ਦੁਆਰਾ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਲੰਬਾਤਮਕ ਬਲ N, ਅਤੇ (iii) ਪੈਦਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਬਲ  $f_s$ । ਗੁਟਕੇ ਦੀ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ

ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਜ਼ੀਰੋ ਬਲ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ। ਭਾਰ mg ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਪਘਟਿਤ ਤੇ

$$mg \sin \theta = f_s, \quad mg \cos \theta = N$$

ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ  $\theta$  ਵਧਦਾ ਹੈ, ਸਵੈ ਵਿਵਸਥਿਤ (self adjusting) ਰਗੜ ਬਲ  $f_s$  ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਵਧਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ,  $\theta = \theta_{\max}$  ਤੇ ਇਹ ਆਪਣਾ ਅਧਿਕਤਮ ਮਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਕਰ ਲੈਂਦਾ  $(f_s)_{\max} = \mu_s N$ , ਜਿੱਥੇ  $\mu_s$  ਗੁਟਕੇ ਅਤੇ ਸਮਤਲ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ,

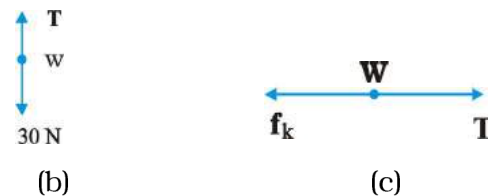
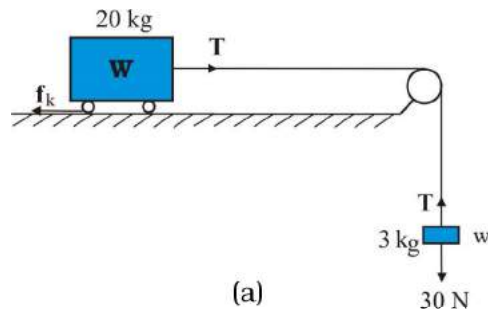
$$\tan \theta_{\max} = \mu_s \text{ or } \theta_{\max} = \tan^{-1} \mu_s$$

ਜਦੋਂ  $\theta$  ਦਾ ਮਾਨ  $\theta_{\max}$  ਤੋਂ ਸਿਰਫ ਕੁਝ ਹੀ ਵੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਨੇਟ ਬਲ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਗੁਟਕਾ ਸਰਕਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ,  $\theta_{\max}$  ਸਿਰਫ  $\mu_s$  ਤੇ ਹੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਇਹ ਗੁਟਕੇ ਦੇ ਪੁੰਜ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।

$$\theta_{\max} = 15^\circ, \text{ ਦੇ ਲਈ}$$

$$\mu_s = \tan 15^\circ = 0.27$$

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 5.9** ਚਿੱਤਰ 5.12(a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਬਲਾਕ-ਟਰਾਲੀ ਸਿਸਟਮ ਕੀ ਹੈ, ਜੇ ਟਰਾਲੀ ਅਤੇ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਵਿੱਚ ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ 0.04 ਹੈ? ਡੇਰੀ ਵਿੱਚ ਤਨਾਵ ਕੀ ਹੈ? ( $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ ) ਡੇਰੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਨਕਾਰਯੋਗ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 5.12



**ਹੱਲ:** ਕਿਉਂਕਿ ਡੋਰੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ ਅਤੇ ਘਿਰਣੀ (pulley) ਚਿਕਣੀ ਹੈ, 3 kg ਦੇ ਬਲਾਕ ਅਤੇ 20 kg ਦੀ ਟਰਾਲੀ (trolley) ਦੋਨਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਬਲਾਕ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ (ਚਿੱਤਰ 5.12(b)),

$$30 - T = 3a$$

ਟਰਾਲੀ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ (ਚਿੱਤਰ 5.12(c)),

$$T - f_k = 20 a.$$

$$\text{ਹੁਣ} \quad f_k = \mu_k N,$$

ਜਿੱਥੇ  $\mu_k$  ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ ਹੈ ਅਤੇ N ਲੰਬਾਤਮਕ ਬਲ ਹੈ। ਜਿੱਥੇ

$$\mu_k = 0.04, \text{ ਅਤੇ}$$

$$N = 20 \times 10$$

$$= 200 \text{ N.}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਟਰਾਲੀ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ

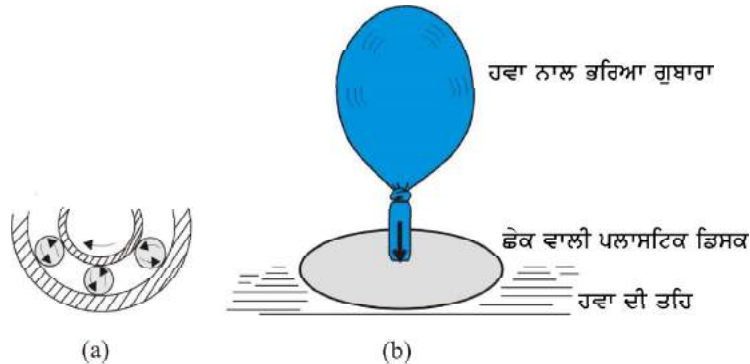
$$T - 0.04 \times 200 = 20 a \quad \text{ਜਾਂ} \quad T - 8 = 20a$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ,

$$a = \frac{22}{23} \text{ m s}^{-2} = 0.96 \text{ m s}^{-2} \text{ ਅਤੇ } T = 27.1 \text{ N.} \quad \blacktriangleleft$$

### ਘੁੰਮਣ ਰਗੜ (Rolling friction)

ਸਿਧਾਂਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਖਿਤਜੀ ਸਮਤਲ ਤੇ ਇੱਕ ਰਿੰਗ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਸਤੂ ਜਾਂ ਗੋਲ ਗੇਂਦ ਵਰਗੇ ਪਿੰਡ ਜੋ ਬਿਨਾਂ ਸਰਕੇ ਸਿਰਫ਼ ਰੁੜ੍ਹਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਤੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਰਗੜ ਬਲ ਨਹੀਂ ਲਗੇਗਾ।



**ਚਿੱਤਰ 5.13** ਰਗੜ ਨੂੰ ਘੱਟ ਕਰਨ ਦੇ ਕੁਝ ਉਪਾਅ। (a) ਮਸ਼ੀਨ ਦੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਬਾਲ ਬਿਅਰਿੰਗ ਲਗਾ ਕੇ (b) ਸਾਪੇਖਕ ਗਤੀ ਕਰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹਵਾ ਦਾ ਨਪੀੜਿਆ ਗੱਦਾ।

ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰ ਪੱਲ ਸਮਤਲ ਅਤੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਪਰਕ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇ ਕੋਈ ਸਰਕਣ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਸੰਪਰਕ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਮਤਲ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕੋਈ ਗਤੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸ ਆਦਰਸ਼ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਗਤਿਜ ਜਾਂ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਜੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਲਗਾਤਾਰ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਰਹਿਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ, ਅਤੇ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਨਾ ਕੁਝ ਅਵਰੋਧ (ਘੁੰਮਣ ਰਗੜ) ਜ਼ਰੂਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਲਗਾਤਾਰ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਰਹਿਣ ਲਈ ਉਸ ਤੇ ਕੁਝ ਬਲ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਸਮਾਨ ਭਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ ਘੁੰਮਣ ਰਗੜ ਸਦਾ ਹੀ ਸਰਕਣ ਜਾਂ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘੱਟ (ਇਥੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ 2 ਜਾਂ 3 ਆਰਡਰ ਤੱਕ) ਇਹੀ ਕਾਰਨ ਹੈ ਕਿ ਮਨੁੱਖੀ ਸੱਭਿਅਤਾ ਦੇ ਇਤਿਹਾਸ ਵਿੱਚ ਭਾਰੀ ਬੋਝਾਂ ਦੇ ਪਰਿਵਹਿਣ ਦੇ ਲਈ ਪਹੀਏ ਦੀ ਖੋਜ ਇੱਕ ਵੱਡਾ ਨੀਅ ਪੱਥਰ ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਘੁੰਮਣ ਰਗੜ ਦਾ ਉਦਭਵ (origin) ਬਹੁਤ ਗੰਭੀਰ ਦਾਰ ਹੈ। ਇਹ ਸਥਿਤਿਕ ਅਤੇ ਸਰਕਣ ਰਗੜ ਦੇ ਉਦਭਵ ਤੋਂ ਕੁਝ

ਵੱਖ ਹੈ। ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪੱਲਭਰ ਲਈ ਰੂਪ ਵਿਗਾਤ (deformed) ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੁਝ ਸੀਮਿਤ ਖੇਤਰਫਲ (finite area) (ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ) ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਨੋਟ ਪ੍ਰਭਾਵ ਇਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਦਾ ਇੱਕ ਘਟਕ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਗਤੀ ਦਾ ਅਵਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਨੋਟ ਪ੍ਰਭਾਵ ਇਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਦਾ ਇੱਕ ਘਟਕ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਗਤੀ ਦਾ ਅਵਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਆਮ ਕਰਕੇ ਰਗੜ ਨੂੰ ਇੱਕ ਗੈਰ ਜ਼ਰੂਰੀ ਬਲ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ। ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ, ਜਿਵੇਂ ਕਿਸੇ ਮਸ਼ੀਨ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਲ ਪੁਰਜੇ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਹੋਣ, ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਦੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਭੂਮਿਕਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀਆਂ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਜਿਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਤਾਪ, ਆਦਿ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਊਰਜਾ ਦਾ ਖੈ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਮਸ਼ੀਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਨੇਹਕ (lubricant) ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਨੂੰ ਘੱਟ ਕਰਨ ਦਾ ਇੱਕ ਸਾਧਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਰਗੜ ਨੂੰ ਘੱਟ ਕਰਨ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਪਾਅ ਮਸ਼ੀਨ ਦੇ ਦੋ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਭਾਗਾਂ

ਵਿੱਚ, ਬਾਲ ਬਿਅਰਿੰਗ ਲਗਾਉਣਾ ਹੈ ਚਿੱਤਰ 5.13(a)। (ਕਿਉਂਕਿ ਦੋ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਅਤੇ ਬਾਲ ਬਿਅਰਿੰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਰਗੜ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਊਰਜਾ ਦਾ ਖੋਭ ਘਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਦੋ ਠੋਸ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹਵਾ ਦੀ ਪਤਲੀ ਪਰਤ ਬਣਾ ਕੇ ਰੱਖੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਵੀ ਪ੍ਰਭਾਵੀ ਢੰਗ ਨਾਲ ਰਗੜ ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 5.13(b))।

ਐਪਰ, ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਵਿਵਹਾਰਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ, ਰਗੜ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਵਿੱਚ ਊਰਜਾ-ਖੋਭ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਫਿਰ ਵੀ ਸਾਪੇਖੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਜਲਦੀ ਸਮਾਪਤ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਇਸ ਦੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਭੂਮਿਕਾ ਹੈ। ਮਸ਼ੀਨਾਂ ਅਤੇ ਯੰਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬੇਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਵੀ ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਰਗੜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੀ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਚਲਦੇ ਹਾਂ। ਬਹੁਤ ਫਿਸਲਨ ਵਾਲੀ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਨੂੰ ਚਲਾਉਣਾ ਅਸੰਭਵ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਸਧਾਰਨ ਸੜਕ 'ਤੇ, ਟਾਇਰਾਂ ਅਤੇ ਸੜਕ ਦੇ ਵਿਚਲਾ ਰਗੜ ਬਲ, ਜ਼ਰੂਰੀ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਕਾਰਨ ਕਾਰ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

**5.10 ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ (CIRCULAR MOTION)**

ਅਸੀਂ ਪਾਠ 4 ਵਿੱਚ ਇਹ ਦੇਖਿਆ ਕਿ R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਚਾਲ v ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ  $v^2/R$  ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਲ ਨੂੰ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਇਸ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਬਲ ਹੈ :

$$f_c = \frac{mv^2}{R} \quad \dots(5.16)$$

ਜਿੱਥੇ m ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਹੈ। ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਨਿਰਦੇਸ਼ਿਤ ਇਸ ਬਲ ਨੂੰ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ (centripetal force) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਡੋਰੀ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਡੋਰੀ ਵਿਚਲਾ ਤਨਾਵ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸੂਰਜ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਗਤੀ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਸੂਰਜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਉਸ ਗ੍ਰਹਿ ਤੇ ਲੱਗੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਤੋਂ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਖਿਤਿਜੀ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਨੂੰ ਚੱਕਰੀ ਮੋੜ ਲੈਣ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ, ਰਗੜ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਪੱਧਰੀ ਸੜਕ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਢਾਲੂ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਵੱਕਰੀ ਗਤੀ, ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਰੋਚਕ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ।

**ਸਮਤਲ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ**

ਕਾਰ ਤੇ ਤਿੰਨ ਬਲ ਲੱਗਦੇ (ਚਿੱਤਰ 5.14(a)) :

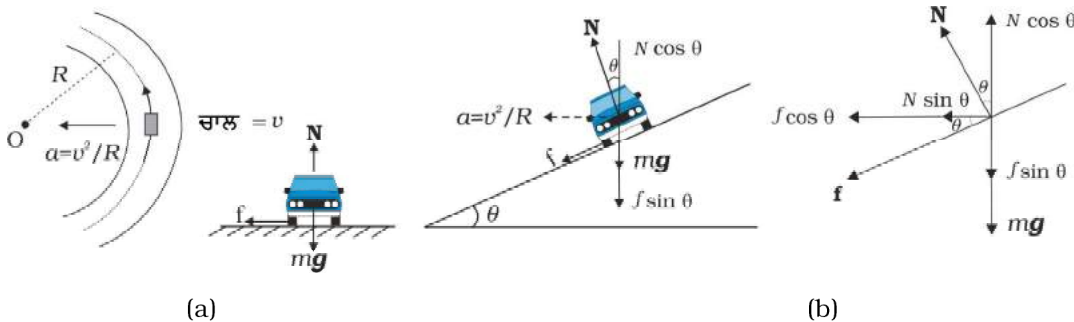
- (i) ਕਾਰ ਦਾ ਭਾਰ, mg
- (ii) ਲੰਬਾਤਮਕ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ, N
- (iii) ਰਗੜ ਬਲ, f

ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਥੇ ਖੜੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ

$$N - mg = 0$$

$$N = mg \quad \dots(5.17)$$

ਵੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਸੜਕ ਦੀ ਸੜ੍ਹਾ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਹੈ। ਇਹ ਬਲ ਕਾਰ ਦੇ ਟਾਇਰਾਂ ਅਤੇ ਸੜਕ ਦੀ ਸੜ੍ਹਾ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਦੇ ਘਟਕ, ਜੋ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ ਰਗੜ ਬਲ ਹੀ ਹੈ, ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕੀਤਾ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਇਥੇ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਹੀ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦੀ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 5.14 ਕਾਰ ਦੀ (a) ਸਮਤਲ ਸੜਕ ਅਤੇ (b) ਢਾਲੂ ਸੜਕ ਤੇ ਵੱਕਰੀ ਗਤੀ।

ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ, ਚੱਕਰ ਤੋਂ ਦੂਰ ਜਾਂਦੀ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਕਾਰ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (5.14) ਅਤੇ (5.16) ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$f \leq \mu_s N = \frac{mv^2}{R}$$

$$v^2 \leq \frac{\mu_s RN}{m} = \mu_s Rg \quad [\because N = mg]$$

ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਕਾਰ ਦੇ ਪੁੰਜ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ  $\mu_s$  ਅਤੇ  $R$  ਦੇ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਨ ਦੇ ਲਈ ਕਾਰ ਦੀ ਵੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦੀ ਕੋਈ ਸੰਭਾਵਿਤ ਅਧਿਕਤਮ ਚਾਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s Rg} \quad \dots(5.18)$$

### ਢਾਲੂ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ

ਜੇ ਸੜਕ ਢਾਲੂ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 5.14(b)) ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਾਰ ਦੀ ਵੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਦੇ ਯੋਗਦਾਨ ਨੂੰ ਘਟਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਥੇ ਫਿਰ ਖੜੋਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ

$$N \cos \theta = m g + f \sin \theta \quad \dots(5.19a)$$

$N$  ਅਤੇ  $f$  ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਦੁਆਰਾ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$N \sin \theta + f \cos \theta = \frac{mv^2}{R} \quad \dots(5.19b)$$

ਇੱਥੇ, ਪਹਿਲਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ,  $f \leq \mu_s N$

$v_{\max}$  ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ  $f = \mu_s N$  ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਸਮੀਕਰਨ (5.19a) ਅਤੇ (5.19b) ਨੂੰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$N \cos \theta = mg + \mu_s N \sin \theta \quad \dots(5.20a)$$

$$N \sin \theta + \mu_s N \cos \theta = mv^2/R \quad \dots(5.20b)$$

ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (5.20a) ਵਿੱਚ

$$N = \frac{mg}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta}$$

ਸਮੀਕਰਨ (5.20b) ਵਿੱਚ  $N$  ਦਾ ਮਾਨ ਰੱਖਣ ਤੇ

$$\frac{mg(\sin \theta + \mu_s \cos \theta)}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta} = \frac{mv_{\max}^2}{R}$$

$$\text{ਜਾਂ } v_{\max} = \left( Rg \frac{\mu_s + \tan \theta}{1 - \mu_s \tan \theta} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \dots(5.21)$$

ਸਮੀਕਰਨ (5.18) ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਢਾਲੂ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਚਾਲ ਸਮਤਲ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਸੰਭਵ ਚਾਲ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (5.21) ਵਿੱਚ  $\mu_s = 0$  ਦੇ ਲਈ

$$v_0 = (Rg \tan \theta)^{\frac{1}{2}} \quad \dots(5.22)$$

ਇਸ ਚਾਲ ਤੇ ਜ਼ਰੂਰੀ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਨ ਲਈ ਰਗੜ ਬਲ ਦੀ ਕੋਈ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਇਸ ਚਾਲ ਨਾਲ ਢਾਲੂ

ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਚਲਾਉਣ ਤੇ ਕਾਰ ਦੇ ਟਾਇਰਾਂ ਦੀ ਘੱਟ ਘਿਸਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਸਮੀਕਰਨ ਤੋਂ ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ  $v < v_0$ , ਦੇ ਲਈ ਰਗੜ ਬਲ ਢਾਲਨ ਦੇ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਕਾਰ ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਾਰਕ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੇ  $\tan \theta \leq \mu_s$  ਹੋਵੇ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 5.10** 18 km/h ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸਮਤਲ ਸੜਕ ਤੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਕੋਈ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਚਾਲ ਨੂੰ ਘੱਟ ਕੀਤੇ 3 m ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਤੀਖਾ ਵੱਕਰੀ ਮੋੜ ਕਟਨਾ ਹੈ। ਟਾਇਰਾਂ ਅਤੇ ਸੜਕ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ 0.1 ਹੈ। ਕੀ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਮੋੜ ਕੱਟਦੇ ਸਮੇਂ ਫਿਸਲ ਦੇ ਡਿਗ ਜਾਵੇਗਾ?

**ਹੱਲ :** ਪੱਧਰੀ ਸੜਕ ਤੇ ਇਕਲਾ ਰਗੜ ਬਲ ਹੀ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਨੂੰ ਬਿਨਾਂ ਫਿਸਲੇ ਵੱਕਰੀ ਮੋੜ ਕੱਟਣ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਚਾਲ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇ, ਅਤੇ/ਜਾਂ ਮੋੜ ਬਹੁਤ ਤੀਖਾ ਹੋਵੇ (ਅਰਥਾਤ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੈ), ਤਾਂ ਰਗੜ ਬਲ ਇਹਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਜ਼ਰੂਰੀ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਨ ਲਈ ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਅਤੇ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਮੋੜ ਕੱਟਦੇ ਸਮੇਂ ਫਿਸਲ ਕੇ ਡਿੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਦੇ ਨਾ ਫਿਸਲਣ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਸਮੀਕਰਨ (5.18) ਦੁਆਰਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ –

$$v^2 \leq \mu_s Rg$$

ਹੁਣ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਪੁਸ਼ਟ ਵਿੱਚ  $R = 3$  m,  $g = 9.8$  ms<sup>-2</sup> ਅਤੇ  $\mu_s = 0.1$  ਜਾਂ  $\mu_s Rg = 2.94$  m<sup>2</sup>s<sup>-2</sup> ਅਤੇ  $v = 18$  km/h = 5 ms<sup>-1</sup>; ਜਾਂ  $v^2 = 25$  m<sup>2</sup>s<sup>-2</sup> ਜਾਂ, ਸ਼ਰਤ  $v^2 \leq \mu_s Rg$  ਦਾ ਪਾਲਣ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਇਸ ਲਈ, ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਤੀਖਾ ਵਕਰੀ ਮੋੜ ਕੱਟਦੇ ਸਮੇਂ ਫਿਸਲਕੇ ਡਿਗੇਗਾ। ◀

► **ਉਦਾਹਰਨ 5.11** 300 m ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੌੜ ਦੇ ਮੈਦਾਨ ਦੀ ਢਾਲ 15° ਹੈ। ਜੇ ਮੈਦਾਨ ਅਤੇ ਰੇਸ ਕਾਰ ਦੇ ਪਹੀਆਂ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ 0.2 ਹੈ, ਤਾਂ (a) ਟਾਇਰਾਂ ਨੂੰ ਘਿਸਣ ਤੋਂ ਬਚਾਉਣ ਲਈ ਰੇਸ ਕਾਰ ਦੀ ਅਨੁਕੂਲਤਮ ਚਾਲ ਅਤੇ (b) ਫਿਸਲਣ ਤੋਂ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁਨਾਸਿਬ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ?

**ਹੱਲ :** ਢਾਲੂ ਮੈਦਾਨ ਤੇ ਬਿਨਾਂ ਫਿਸਲੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਰੇਸਕਾਰ ਨੂੰ ਵਕਰੀ ਮੋੜ ਕੱਟਣ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਬਲ ਅਤੇ ਲੰਬ ਬਲ ਦੇ ਖਿਤਜੀ ਘਟਕ ਦਾ ਯੋਗਦਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਰੇਸ ਕਾਰ ਦੀ ਅਨੁਕੂਲਤਮ ਚਾਲ ਤੇ ਗਤੀ ਲਈ ਲੰਬ ਬਲ ਦਾ ਘਟਕ ਹੀ ਲੋੜੀਂਦਾ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਨ ਲਈ ਕਾਫ਼ੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਰਗੜ ਬਲ ਦੀ ਕੋਈ ਜ਼ਰੂਰਤ



ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਸਮੀਕਰਨ (5.22) ਦੁਆਰਾ ਰੇਸ ਕਾਰ ਦੀ ਅਨੁਕੂਲਤਮ ਚਾਲ  $v_0$  ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

$$v_0 = (R g \tan \theta)^{1/2}$$

$$\text{ਜਿੱਥੇ } R = 300 \text{ m, } \theta = 15^\circ, g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ } v_0 = 28.1 \text{ m s}^{-1}.$$

ਸਮੀਕਰਨ (5.21) ਦੁਆਰਾ ਰੇਸ ਕਾਰ ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁਨਾਸਿਬ ਚਾਲ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

$$v_{max} = \left( R g \frac{\mu_s + \tan \theta}{1 - \mu_s \tan \theta} \right)^{1/2} = 38.1 \text{ m s}^{-1} \quad \blacktriangleleft$$

### 5.11 ਯਾਂਤਰਿਕੀ ਵਿੱਚ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ (SOLVING PROBLEMS IN MECHANICS)

ਗਤੀ ਦੇ ਜਿਹੜੇ ਤਿੰਨ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ ਉਹ ਯਾਂਤਰਿਕੀ ਵੀ ਅਧਾਰਸ਼ੀਲਾ ਹਨ। ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਯਾਂਤਰਿਕੀ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਯਾਂਤਰਿਕੀ ਵੀ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਸਮੱਸਿਆ ਵਿੱਚ ਬਲਾਂ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਦੇ ਅਧੀਨ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਹੀ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸ਼ੁਮੂਲੀਅਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਵਧੇਰੇ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਅਜਿਹੇ ਸੰਯੋਜਨਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਤੇ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਸੰਯੋਜਨ ਦਾ ਹਰੇਕ ਪਿੰਡ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਵੀ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕਿਸੇ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਸਾਡੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੱਥ ਯਾਦ ਰੱਖਣਾ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਸਮੱਸਿਆ ਦਾ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਉਸ ਸੰਯੋਜਨ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਭਾਗ ਨੂੰ ਚੁਣਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਭਾਗ ਤੇ ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਸ਼ਰਤ ਦੇ ਨਾਲ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਚੁਣੇ ਗਏ ਭਾਗ ਤੇ ਸੰਯੋਜਨ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਏ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰਨਾ ਯਕੀਨੀ ਕਰ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸੰਯੋਜਨ ਦੇ ਚੁਣੇ ਗਏ ਭਾਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਿਸਟਮ (System) ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸੰਯੋਜਨ (assembly) ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ (ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲਗੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਹੋਰ ਸਾਧਨਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰਦੇ ਹੋਏ) ਨੂੰ ਵਾਤਾਵਰਨ (environment) ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵੀ ਕਈ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਅਪਣਾਇਆ ਹੈ। ਯਾਂਤਰਿਕੀ ਦੀ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਵਿਵਸਥਿਤ ਢੰਗ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਦਮਾਂ ਨੂੰ ਅਪਣਾਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ –

- (i) ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭਾਗਾਂ-ਸੰਬੰਧਾਂ (links), ਸਹਾਰੇ ਜਾਂ ਟੇਕਾਂ (supports) ਆਦਿ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲਾ ਸੰਖੇਪ ਯੋਜਨਾਵੱਧ ਆਰੇਖ ਖਿੱਚੋ।
- (ii) ਸੰਯੋਜਨ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚੁਣੋ।

(iii) ਇੱਕ ਵੱਖਰਾ ਆਰੇਖ ਖਿੱਚੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਸਿਸਟਮ ਅਤੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲਗਾਏ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰਕੇ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੋਵੇ। ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਸਾਰੇ ਹੋਰ ਸਾਧਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਏ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰੋ।

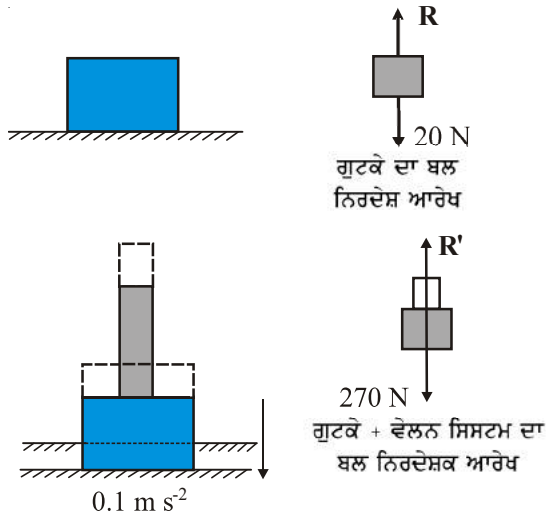
ਸਿਸਟਮ ਦੁਆਰਾ ਵਾਤਾਵਰਨ ਤੇ ਲਗਾਏ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਿਲ ਨਾ ਕਰੋ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਆਰੇਖ ਨੂੰ “ਬਲ-ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ” (force body diagram) (ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਇਸ ਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਨਹੀਂ ਕਿ ਵਿਚਾਰ ਅਧੀਨ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਕੋਈ ਨੇਟ ਬਲ ਨਹੀਂ ਹੈ)।

(iv) ਕਿਸੇ ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ ਵਿੱਚ ਬਲਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਉਹੀ ਸੂਚਨਾਵਾਂ (ਬਲਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ) ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰੋ ਜੋ ਜਾਂ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ ਜਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਬਾਰੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪੱਕਾ ਯਕੀਨ ਹੈ (ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਕਿਸੇ ਪਤਲੀ ਡੋਰੀ ਵਿੱਚ ਤਨਾਵ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਡੋਰੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ)। ਬਾਕੀ ਸਭ ਨੂੰ ਅਗਿਆਤ ਮੰਨਿਆ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਗਿਆਤ ਕੀਤਾ ਜਾਣਾ ਹੈ।

(v) ਜੇ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਸੰਯੋਜਨ ਦੇ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਇਹੀ ਵਿਧੀ ਅਪਣਾਓ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਲਈ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਗਤੀ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ। ਅਰਥਾਤ, ਜੇ A ਦੇ ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ ਵਿੱਚ B ਦੇ ਕਾਰਨ A ਤੇ ਬਲ ਨੂੰ  $F$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ B ਦੇ ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ ਵਿੱਚ A ਦੇ ਕਾਰਨ B ਤੇ ਬਲ ਨੂੰ  $-F$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਅੱਗੇ ਦਿੱਤੇ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਧੀ ਦਾ ਸਪੱਸ਼ਟੀਕਰਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 5.12** ਕਿਸੇ ਕੋਮਲ ਖਿਤਜੀ ਫਰਸ਼ (soft horizontal floor) ਤੇ 2 kg ਪੁੰਜ ਦੀ ਲਕੜੀ ਦਾ ਗੁਟਕਾ ਰੱਖਿਆ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 5.15) ਜਦੋਂ ਇਸ ਗੁਟਕੇ ਦੇ ਉੱਪਰ 25 kg ਪੁੰਜ ਦਾ ਲੋਹੇ ਦਾ ਵੇਲਨ ਰੱਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਫਰਸ਼ ਸਥਿਰ ਗਤੀ ਨਾਲ ਹੇਠਾਂ ਧਸਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਗੁਟਕਾ ਤੇ ਵੇਲਨ ਇਕੱਠੇ  $0.1 \text{ ms}^{-2}$  ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਗੁਟਕੇ ਦੀ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਕਿਰਿਆ (a) ਫਰਸ਼ ਦੇ ਧਸਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ (b) ਫਰਸ਼ ਦੇ ਧਸਨ ਦੇ ਬਾਦ ਕੀ ਹੈ?  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$  ਲਉ। ਸਮੱਸਿਆ ਵਿੱਚ ਕਿਰਿਆ ਪ੍ਰਤਿਕਿਰਿਆ ਜੋੜਿਆਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ।



ਚਿੱਤਰ 5.15

ਹੱਲ :

- (a) ਫਰਸ਼ ਤੇ ਗੁਟਕਾ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਦੋ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਧਰਤੀ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨ ਬਲ  $= 2 \times 10 = 20 \text{ N}$ ; ਅਤੇ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਫਰਸ਼ ਦਾ ਲੰਬ ਬਲ  $R$ । ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਨੇਟ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ, ਅਰਥਾਤ,  $R = 20 \text{ N}$  ਤੀਸਰੇ ਗਤੀ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ ਗੁਟਕੇ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਅਰਥਾਤ ਗੁਟਕੇ ਦੁਆਰਾ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਬਲ ਪਰਿਮਾਣ ਵਿੱਚ  $20 \text{ N}$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਖੜੇਦਾਅ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਹੈ।
- (b) ਸਿਸਟਮ (ਗੁਟਕਾ + ਵੇਲਨ) ਹੇਠਾਂ ਵਲ  $0.1 \text{ ms}^{-2}$  ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਧਸ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਦੋ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ( $270 \text{ N}$ ); ਅਤੇ ਫਰਸ਼ ਦਾ ਲੰਬ ਬਲ  $R'$ । ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ ਗੁਟਕੇ ਅਤੇ ਵੇਲਨ ਦੇ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਨਹੀਂ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ

$$270 - R' = 27 \times 0.1 \text{ N}$$

$$\text{i.e. } R' = 267.3 \text{ N}$$

ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕਿਰਿਆ  $267.3 \text{ N}$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਖੜੇਦਾਅ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ (vertically downward) ਹੈ। ◀

**ਕਿਰਿਆ-ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਜੋੜੇ (Action-reaction pairs)**

- (a) ਦੇ ਲਈ : (i) ਧਰਤੀ ਦੁਆਰਾ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਲਗਾਏ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ  $20 \text{ N}$  (ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਗੁਟਕੇ ਦੁਆਰਾ ਧਰਤੀ ਤੇ

ਲਗਿਆ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ (ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ)  $20 \text{ N}$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨੂੰ (vertically upward) (ਆਰੇਖ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ)।

- (ii) ਗੁਟਕੇ ਦੁਆਰਾ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ (ਕਿਰਿਆ); ਫਰਸ਼ ਦੁਆਰਾ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ (ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ)।
- (b) ਦੇ ਲਈ : (i) ਧਰਤੀ ਦੁਆਰਾ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ( $270 \text{ N}$ ) (ਕਿਰਿਆ) ਸਿਸਟਮ ਦੁਆਰਾ ਧਰਤੀ ਤੇ ਲੱਗੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ (ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ)  $270 \text{ N}$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨੂੰ (ਆਰੇਖ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ)।
- (ii) ਸਿਸਟਮ ਦੁਆਰਾ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ (ਕਿਰਿਆ); ਫਰਸ਼ ਦੁਆਰਾ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ (ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ)

ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ (b) ਦੇ ਲਈ ਵੇਲਨ ਦੁਆਰਾ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਅਤੇ ਗੁਟਕੇ ਦੁਆਰਾ ਵੇਲਨ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਵੀ ਕਿਰਿਆ-ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਯਾਦ ਰਖਣਯੋਗ ਇੱਕ ਮਹਤਵਪੂਰਨ ਤੱਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਕਿਰਿਆ-ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਜੋੜੇ ਦੀ ਰਚਨਾ ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਆਪਸੀ ਬਲਾਂ, ਜੋ ਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਉਲਟ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਨਾਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਹੀ ਪਿੰਡ ਤੇ ਦੋ ਬਲਾਂ, ਜੋ ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਹਾਲਾਤ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਕਿਰਿਆ-ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਜੋੜੇ ਦੀ ਰਚਨਾ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ (a) ਜਾਂ (b) ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਅਤੇ ਫਰਸ਼ ਦੁਆਰਾ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਾ ਲੰਬ ਬਲ ਕੋਈ ਕਿਰਿਆ-ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਜੋੜਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਬਲ ਸੰਯੋਗ ਨਾਲ (a) ਦੇ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਪਿੰਡ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਪਰ ਕੇਸ (b) ਦੇ ਲਈ ਉਹ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਦੇਖ ਲਿਆ ਹੈ। ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਭਾਰ  $270 \text{ N}$  ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਲੰਬ ਬਲ  $R' = 267.3 \text{ N}$  ਹੈ।

ਯਾਂਤਰਿਕੀ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਬਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕ ਆਰੇਖ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਪ੍ਰਥਾ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸਹਾਇਕ ਹੈ। ਇਹ ਤੁਹਾਨੂੰ, ਆਪਣੇ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਜੋ ਖੁਦ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗੇ ਸਾਰੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਲਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਨ ਲਈ ਮਜ਼ਬੂਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪਾਠ ਅਤੇ ਅਗਲੇ ਪਾਠਾਂ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅਭਿਆਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਪ੍ਰਥਾ ਦੇ ਪੋਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਹਾਇਤਾ ਮਿਲੇਗੀ।



## ਸਾਰ (SUMMARY)

1. ਅਰਸਤੂ ਦਾ ਵਿਚਾਰ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣ ਲਈ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਗਲਤ ਹੈ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਕਿਸੇ ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ, ਰਗੜ ਬਲ ਦੀ ਵਿਰੋਧਤਾ ਨੂੰ ਨਿਰਸਤ ਕਰਨ ਲਈ ਪੈਂਦੀ ਹੈ।
2. ਗੈਲੀਲਿਉ ਨੇ ਢਾਲੂ ਤਲਾਂ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਸਧਾਰਨ ਗਤੀ ਦੇ ਪ੍ਰੋਖਣਾਂ ਨੂੰ ਐਕਸਟਰਾਪੋਲੇਟ (extrapolate) ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਤੇ ਪੁੱਜਿਆ। ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਗਤੀ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਨਿਯਮ ਵੀ ਇਹੀ ਨਿਯਮ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੱਸਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। “ਸਾਰੇ ਪਿੰਡ ਲਗਾਤਾਰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਜਾਂ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਰਹਿਣਗੇ, ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕਿਸੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਉਸ ਦੀ ਅਵਸਥਾ ਬਦਲਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ।” ਸਰਲ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਪਹਿਲਾ ਨਿਯਮ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ। “ਜੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ।”
3. ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸੰਵੇਗ ( $\mathbf{p}$ ) ਉਸ ਦੇ ਪੁੰਜ ( $m$ ) ਅਤੇ ਵੇਗ ( $\mathbf{v}$ ) ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}$$

4. ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਗਤੀ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ —

ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਉਸ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਕ੍ਰਮ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸੇ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਲ ਲੱਗਿਆ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਲਈ

$$\mathbf{F} = k \frac{d\mathbf{p}}{dt} = k m \mathbf{a}$$

ਜਿੱਥੇ  $\mathbf{F}$ , ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਨੇਟ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਹੈ ਅਤੇ  $\mathbf{a}$  ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਅਨੁਪਾਤਿਕ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $k = 1$  ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ SI ਮਾਤਰਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ। ਤੱਦ

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = m\mathbf{a}$$

ਬਲ ਦਾ SI ਮਾਤਰਕ newton ਹੈ:  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg ms}^{-2}$

- (a) ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ, ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹੈ ( $\mathbf{F} = 0$  ਤੋਂ ਭਾਵ  $\mathbf{a} = 0$ )
  - (b) ਇਹ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ।
  - (c) ਇਹ ਇੱਕ ਕਣ, ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਜਾਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਸ਼ਰਤ ਇਹ ਹੈ ਕਿ  $\mathbf{F}$  ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਹੋਵੇ ਅਤੇ  $\mathbf{a}$  ਸਾਰੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੈ।
  - (d) ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਿਸੇ ਖ਼ਾਸ ਸਮੇਂ ਬਿੰਦੂ ਤੇ (instant) ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਬਲ  $\mathbf{F}$ , ਉਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਉਸੇ ਖ਼ਾਸ ਸਮੇਂ ਪ੍ਰਵੇਗ  $\mathbf{a}$  ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਇੱਕ ਲੋਕਲ ਨਿਯਮ ਹੈ;  $\mathbf{a}$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਕਿਸੇ ਖ਼ਾਸ ਸਮੇਂ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਗਤੀ ਦੇ ਪਿਛੋਕੜ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ।
5. ਆਵੇਗ (impulse), ਲੱਗ ਰਹੇ ਬਲ (force) ਅਤੇ ਸਮੇਂ (time) ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ ਅਤੇ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਸੰਕਲਪ ਉਸ ਸਮੇਂ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਬਲ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਤੇ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸਮੇਂ ਲਈ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਪਰ ਸੰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਮਾਪਣਯੋਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਪੈਦਾ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ, ਬਲ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਦਾ ਸਮਾਂ ਬਹੁਤਾ ਹੀ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਆਵੇਗਿਤ ਬਲ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਦੌਰਾਨ ਕੋਈ ਸਨਮਾਨਯੋਗ ਬਦਲਾਵ ਨਹੀਂ ਹੋਇਆ ਹੈ।
  6. ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਗਤੀ ਦਾ ਤੀਸਰਾ ਨਿਯਮ —  
ਹਰ ਇੱਕ ਕਿਰਿਆ ਦੇ ਲਈ, ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵੀ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।  
ਸਾਧਾਰਨ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ —  
ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਬਲ ਸਦਾ ਹੀ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਲੱਗਦੇ ਹੋਏ ਵੇਖੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ A ਤੇ ਪਿੰਡ B ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਬਲ ਪਿੰਡ B ਤੇ ਪਿੰਡ A ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਏ ਗਏ ਬਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।  
ਕਿਰਿਆ (Action) ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ (reaction) ਬਲ ਇੱਕੋ ਸਮੇਂ ਬਿੰਦੂ (simultaneous) ਤੇ ਲਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਹਨ। ਇੱਥੇ ਕੋਈ ਕਾਰਨ-ਪ੍ਰਭਾਵ ਵਰਗਾ ਸੰਬੰਧ, ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਵਿਚਕਾਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਆਪਸੀ ਬਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਇੱਕ ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਿੰਡਾਂ ਤੇ ਲਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਨਿਰਸੱਤ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ। ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਆਪਸੀ ਅੰਤਰਿਕ ਕਿਰਿਆ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਦੇ ਬਲ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਖ਼ਤਮ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਨ, ਅਜਿਹੇ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
  7. ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ:  
ਕਿਸੇ ਅਲੱਗ-ਥੱਲਗ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਨਿਯਮ ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਅਤੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਤੋਂ ਵਿਉਤਪੰਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

8. ਰਗੜ

ਰਗੜ ਬਲ ਦੋ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਗਤੀ (ਪੈਦਾ ਕੀਤੀ ਗਈ ਜਾਂ ਵਾਸਤਵਿਕ) ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸੰਪਰਕ ਬਲ ਦਾ, ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਸਾਂਝੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ (common tangent) ਤੇ ਲੱਗਦਾ ਹੋਇਆ ਘਟਕ ਹੈ। ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ (static friction)  $f_s$  ਪੈਦਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ (impending) ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਗਤਿਜ ਰਗੜ  $f_k$  ਅਸਲ ਸਾਪੇਖ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਰਗੜ ਬਲ ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਅਤੇ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਲਗਭਗ ਮੰਨਦੇ ਕਰਦੇ ਹਨ :

$$f_s \leq (f_s)_{\max} = \mu_s R$$

$$f_k = \mu_k R$$

$\mu_s$  (ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ) ਅਤੇ  $\mu_k$  (ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ, co-efficient of kinetic friction) ਸੰਪਰਕ ਸਤ੍ਹਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹਨ। ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਿਆ ਹੈ ਕਿ  $\mu_k < \mu_s$  ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਰਾਸ਼ੀ (quantity)	ਪ੍ਰਤੀਕ (symbol)	ਮਾਤਰਕ (dimensions)	ਵਿਸ਼ੇਸ਼ (remarks)	ਪਿੱਟਣੀ
ਸੰਵੇਗ (momentum)	<b>p</b>	kgm s <sup>-1</sup> or Ns	[MLT <sup>-1</sup> ]	ਸਦਿਸ਼ (vector)
ਬਲ (force)	<b>F</b>	N	[MLT <sup>-2</sup> ]	<b>F = -ma</b> ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ
ਆਵੇਗ (impulse)		kgm s <sup>-1</sup> or Ns	[MLT <sup>-1</sup> ]	ਆਵੇਗ = ਬਲ × ਸਮਾਂ = ਸੰਵੇਗ ਵਿਚ ਪਰਿਵਰਤਨ
ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ (static friction)	<b>f<sub>s</sub></b>	N	[MLT <sup>-2</sup> ]	<b>f<sub>s</sub> ≤ μ<sub>s</sub> N</b>
ਗਤਿਜ ਰਗੜ (kinetic friction)	<b>f<sub>k</sub></b>	N	[MLT <sup>-2</sup> ]	<b>f<sub>k</sub> = μ<sub>k</sub> N</b>

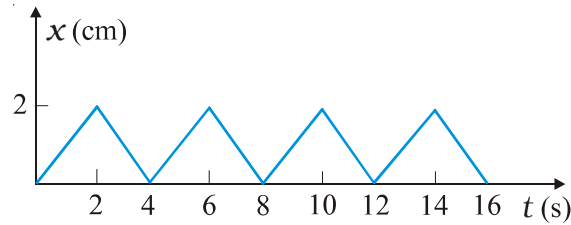
**ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ (Points to ponder)**

- ਬਲ ਸਦਾ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਹਾਲਾਤਾਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੇ ਹੋਏ **F**, **v** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਲ, **v** ਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ, **v** ਦੇ ਅਭਿਲੰਬ ਜਾਂ **v** ਨਾਲ ਕੋਈ ਹੋਰ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਇਹ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਜੇ ਕਿਸੇ ਪੱਲ ਲਈ **v = 0** ਹੋਵੇ, ਜਾਂ ਜੇ ਕੋਈ ਪਿੰਡ ਇੱਕ ਪਲ ਲਈ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਅਰਥ ਨਹੀਂ ਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਕਿ ਬਲ ਜਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇਸ ਸਮੇਂ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹੀ ਹੋਵੇਗਾ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਗੇਂਦ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਸੁੱਟੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਆਪਣੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਉਚਾਈ ਤੇ ਪੁੱਜਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ **v = 0** ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਉਸ ਗੇਂਦ ਤੇ ਗੇਂਦ ਦੇ ਭਾਰ **mg** ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਬਲ ਲਗਾਤਾਰ ਲੱਗਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਇਹ **g** ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੇਂ ਤੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਬਲ ਉਸ ਸਮੇਂ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸਥਾਨ ਦੇ ਹਲਾਤਾਂ ਦੁਆਰਾ ਗਿਆਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਵੀ ਪਿੰਡ ਬਲ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਗਤੀ ਦੇ ਪਿਛੋਕੜ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਜਿਸ ਪਲ ਕੋਈ ਪੱਥਰ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਰੇਲਗੱਡੀ ਵਿੱਚੋਂ ਬਾਹਰ ਸੁੱਟ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਸੇ ਪਲ ਤੇ ਤੁਰੰਤ ਬਾਅਦ, ਜੇ ਚਾਰੋਂ ਪਾਸੇ ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਪੱਥਰ ਤੇ ਕੋਈ ਖਿਤਜੀ ਬਲ (ਜਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ) ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਉਸ ਸਮੇਂ ਪੱਥਰ ਤੇ ਸਿਰਫ ਧਰਤੀ ਦਾ ਲੰਬੇ ਦਾਅ (vertical) ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਹੀ ਲੱਗਦਾ ਹੈ।
- ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ **F = m a** ਵਿੱਚ **F** ਪਿੰਡ ਦੇ ਬਾਹਰ ਦੇ ਸਾਰੇ ਭੌਤਿਕ ਸਾਧਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਨੇਟ ਬਲ ਹੈ। **a** ਬਲ ਦਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਹੈ। **ma** ਨੂੰ **F** ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੋਈ ਹੋਰ ਬਲ ਨਹੀਂ ਸਮਝਿਆ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ।
- ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਬਲ।



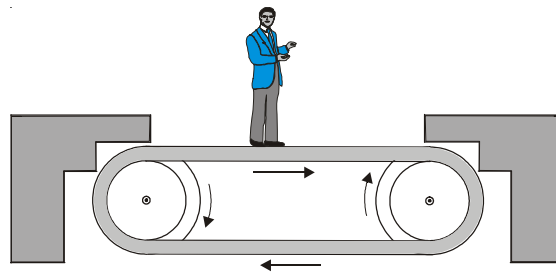
**ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ (ADDITIONAL EXERCISES)**

**5.24** ਚਿੱਤਰ 5.17 ਵਿੱਚ 0.04 kg ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ (Position-time) ਗ੍ਰਾਫ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਕੋਈ ਉਚਿਤ ਭੌਤਿਕ ਸੰਦਰਭ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਕਰੋ। ਪਿੰਡ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਦੋ ਕ੍ਰਮਿਕ ਆਵੇਗਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਮਾਂ-ਅੰਤਰਾਲ ਕੀ ਹੈ? ਹਰੇਕ ਆਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕੀ ਹੈ?



ਚਿੱਤਰ 5.17

**5.25** ਚਿੱਤਰ 5.18 ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ 1 ms<sup>-2</sup> ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਖਿਤਜੀ ਸੰਵਾਹਕ ਪਟੇ (horizontal conveyor belt) ਤੇ ਸਥਿਰ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ। ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਨੇਟ ਬਲ ਕੀ ਹੈ? ਜੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਜੁੱਤਿਆਂ ਅਤੇ ਪਟੇ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ (coefficient of friction) 0.2 ਹੈ, ਤਾਂ ਪਟੇ ਤੇ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਤੱਕ ਉਹ ਵਿਅਕਤੀ ਪਟੇ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਸਥਿਰ ਰਹਿ ਸਕਦਾ ਹੈ। (ਵਿਅਕਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ = 65 kg)



ਚਿੱਤਰ 5.18

**5.26** m ਪੁੰਜ ਵਾਲੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਡੋਰੀ ਤੇ ਇੱਕ ਸਿਰੇ ਨਾਲ ਬੰਨ ਕੇ R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਚੱਕਰ (vertically circle) ਵਿੱਚ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਨੀਚੇ ਵਾਲੇ (lowest) ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ (highest) ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ (vertically downward) ਨੇਟ ਬਲ ਹੈ : (ਸਹੀ ਵਿਕਲਪ ਚੁਣੋ)

ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ  
Lowest Point

ਸਭ ਤੋਂ ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ  
Highest Point

(i)  $mg - T_1$

$mg + T_2$

(ii)  $mg + T_1$

$mg - T_2$

(iii)  $mg + T_1 - (m v_1^2) / R$

$mg - T_2 + (m v_1^2) / R$

(iv)  $mg - T_1 - (m v_1^2) / R$

$mg + T_2 + (m v_1^2) / R$

ਇਥੇ  $T_1$  ਅਤੇ  $v_1$  ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਤਣਾਵ ਅਤੇ ਚਾਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।  $T_2$  ਅਤੇ  $v_2$  ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਮੂਲ ਸਭ ਤੋਂ ਉਪਰਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਹਨ।

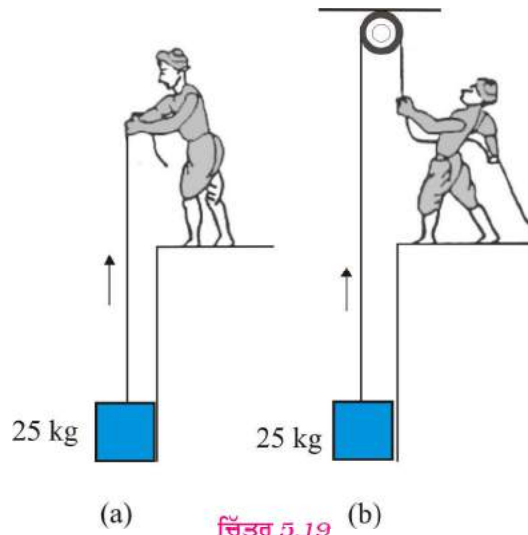
**5.27** 1000 kg ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਹੈਲੀਕਾਪਟਰ 15 ms<sup>-2</sup> ਦੇ ਲੰਮੇਦਾਅ (vertical) ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਉੱਪਰ ਉੱਠਦਾ ਹੈ। ਚਾਲਕ ਦਲ (crew) ਅਤੇ ਯਾਤਰੀਆਂ ਦਾ ਪੁੰਜ 300 kg ਹੈ। ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਲਿਖੋ।

(a) ਚਾਲਕ ਦਲ ਅਤੇ ਯਾਤਰੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ।

(b) ਚਾਰੋਂ ਪਾਸੇ ਦੀ ਹਵਾ ਤੇ ਹੈਲੀਕਾਪਟਰ ਦੇ ਰੋਟਰ ਦੀ ਕਿਰਿਆ, ਅਤੇ

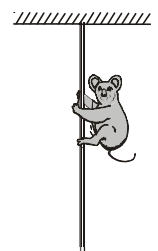
(c) ਚਾਰੋਂ ਪਾਸੇ ਹਵਾ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੈਲੀਕਾਪਟਰ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ।

- 5.28**  $15 \text{ ms}^{-1}$  ਚਾਲ (speed) ਨਾਲ ਖਿਤਜੀ ਵਗਦੀ ਕੋਈ ਪਾਣੀ ਦੀ ਧਾਰ (stream of water flowing horizontally),  $10^{-2} \text{ m}^2$  ਆਡੀ ਕਾਟ ਖੇਤਰਫਲ (cross-sectional area) ਵਾਲੀ ਕਿਸੇ ਨਲੀ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਨਿਕਲਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਨੇੜਲੀ ਕਿਸੇ ਲੰਬੇਦਾਅ (vertical) ਕੰਧ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਪਾਣੀ ਦੀ ਟੱਕਰ ਦੁਆਰਾ, ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਪਾਣੀ ਦੀ ਧਾਰ ਟਕਰਾਉਣ ਤੇ ਵਾਪਿਸ ਨਹੀਂ ਮੁੜਦੀ, ਕੰਧ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- 5.29** ਕਿਸੇ ਮੇਜ਼ ਤੇ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਰੁਪਏ ਦੇ ਦਸ ਸਿੱਕਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੇ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਸਿੱਕੇ ਦਾ ਪੁੰਜ  $m$  ਹੈ, ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਹਰੇਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਲ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਲਿਖੋ :
- ਸੱਤਵੇਂ ਸਿੱਕੇ (ਹੇਠਾਂ ਵੱਲੋਂ ਗਿਣਨ ਤੇ) ਤੇ ਉਸ ਉੱਪਰ ਰੱਖੇ ਸਾਰੇ ਸਿੱਕਿਆਂ ਕਾਰਨ ਬਲ।
  - ਸੱਤਵੇਂ ਸਿੱਕੇ ਤੇ ਅਠਵੇਂ ਸਿੱਕੇ ਦੁਆਰਾ ਲਾਇਆ ਬਲ, ਅਤੇ
  - ਛੇਵੇਂ ਸਿੱਕੇ ਦੀ ਸੱਤਵੇਂ ਸਿੱਕੇ ਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ।
- 5.30** ਕੋਈ ਜਹਾਜ਼ ਆਪਣੇ ਪਰਾਂ (wings) ਦਾ ਖਿਤਜੀ ਨਾਲ  $15^\circ$  ਦੇ ਝੁਕਾਅ ਤੇ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ  $720 \text{ km/h}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਖਿਤਜੀ ਲੂਪ ਪੂਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਲੂਪ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਕੀ ਹੈ ?
- 5.31** ਕੋਈ ਰੇਲਗੱਡੀ ਬਿਨਾਂ ਢਾਲ ਵਾਲੇ  $30 \text{ m}$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਚੱਕਰੀ ਮੋੜ ਤੇ  $54 \text{ km/h}^{-1}$  ਚਾਲ ਨਾਲ ਚਲਦੀ ਹੈ। ਰੇਲਗੱਡੀ ਦਾ ਪੁੰਜ  $10^6 \text{ kg}$  ਹੈ। ਇਸ ਕਾਰਜ ਨੂੰ ਕਰਨ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ (centripetal force) ਕੌਣ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ? ਇੰਜਨ ਜਾਂ ਪਟਰੀਆਂ ? ਪਟਰੀਆਂ ਨੂੰ ਨੁਕਸਾਨ ਤੋਂ ਬਚਾਉਣ ਲਈ ਮੋੜ ਦਾ ਢਾਲ ਕੌਣ ਕਿੰਨਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ?
- 5.32** ਚਿੱਤਰ 5.19 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ  $50 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ  $25 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਢੰਗਾਂ ਨਾਲ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਚੁੱਕਦਾ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਦੁਆਰਾ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਕਿਰਿਆ ਬਲ ਕਿੰਨਾ ਹੈ ? ਜੇ  $700 \text{ N}$  ਅਭਿਲੰਬ ਬਲ (Normal force) ਨਾਲ ਫਰਸ਼ ਬੈਠਣ ਲੱਗ ਜਾਵੇ (floor yields), ਤਾਂ ਫਰਸ਼ ਨੂੰ ਬੈਠਣ ਤੋਂ ਬਚਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ, ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਚੁੱਕਣ ਲਈ ਕਿਹੜਾ ਢੰਗ ਅਪਣਾਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ?



ਚਿੱਤਰ 5.19

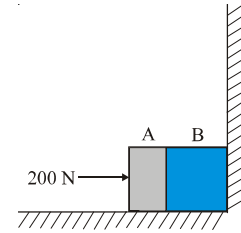
- 5.33**  $40 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਬੰਦਰ  $600 \text{ N}$  ਦੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਣਾਵ ਬਰਦਾਸ਼ਤ ਕਰ ਸਕਣ ਯੋਗ ਕਿਸੇ ਰੱਸੀ ਤੇ ਚੜ੍ਹਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 5.20) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਵਿੱਚ ਰੱਸੀ ਟੁੱਟ ਜਾਵੇਗੀ ?
- ਬੰਦਰ  $6 \text{ ms}^{-2}$  ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਉੱਪਰ ਚੜ੍ਹਦਾ ਹੈ ?
  - ਬੰਦਰ  $4 \text{ ms}^{-2}$  ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਹੇਠਾਂ ਉਤਰਦਾ ਹੈ।
  - ਬੰਦਰ  $5 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਚਾਲ (uniform speed) ਨਾਲ ਉੱਪਰ ਚੜ੍ਹਦਾ ਹੈ।
  - ਬੰਦਰ ਲਗਭਗ ਮੁਕੱਤ ਰੂਪ ਨਾਲ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਾਲ ਰੱਸੀ ਤੋਂ ਡਿਗਦਾ ਹੈ। (ਰੱਸੀ ਦੇ ਪੁੰਜ ਨਕਾਰ ਦਿਉ)।



ਚਿੱਤਰ 5.20



**5.34** ਦੋ ਪਿੰਡ A ਅਤੇ B, ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਵਾਰੀ ਸਿਰ ਪੁੰਜ  $5 \text{ kg}$  ਅਤੇ  $10 \text{ kg}$  ਹੈ, ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮੇਜ਼ ਤੇ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ (rigid) ਕੰਧ ਨਾਲ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹਨ। (ਚਿੱਤਰ 5.21)। ਪਿੰਡਾਂ ਅਤੇ ਮੇਜ਼ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ  $0.15$  ਹੈ।  $200 \text{ N}$  ਦਾ ਕੋਈ ਬਲ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ A ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। (a) ਕੰਧ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ, ਅਤੇ (b) A ਅਤੇ B ਦੇ ਵਿੱਚ ਕਿਰਿਆ-ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਬਲ ਕੀ ਹੈ? ਕੰਧ ਨੂੰ ਹਟਾ ਦੇਣ ਤੇ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ? ਜੇ ਪਿੰਡ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੋ ਤਾਂ ਕੀ (b) ਦਾ ਉੱਤਰ ਬਦਲ ਜਾਵੇਗਾ।  $\mu_s$  ਅਤੇ  $\mu_k$  ਵਿੱਚਲੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਬੇਧਿਆਨਾ ਕਰ ਦਿਓ।

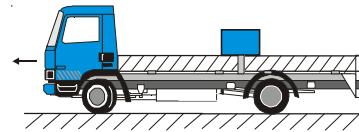


ਚਿੱਤਰ 5.21

**5.35**  $15 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਗੁਟਕਾ ਕਿਸੇ ਲੰਬੀ ਟਰਾਲੀ ਤੇ ਰੱਖਿਆ ਹੈ। ਗੁਟਕੇ ਅਤੇ ਟਰਾਲੀ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ  $0.18$  ਹੈ। ਟਰਾਲੀ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ  $20 \text{ s}$  ਤੱਕ  $0.5 \text{ ms}^{-2}$  ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ

ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੋ ਕੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ (uniform) ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਨ ਲਗਦੀ ਹੈ। (a) ਧਰਤੀ ਤੇ ਸਥਿਰ ਖੜ੍ਹੇ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰੇਖਕ ਨੂੰ, ਅਤੇ (b) ਟਰਾਲੀ ਦੇ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਪ੍ਰੇਖਕ ਨੂੰ ਗੁਟਕੇ ਦੀ ਗਤੀ ਕਿਹੋ-ਜਿਹੀ ਲੱਗੇਗੀ, ਇਸਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰੋ।

**5.36** ਚਿੱਤਰ 5.22 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਟਰੱਕ ਦਾ ਪਿੱਛਲਾ ਭਾਗ ਖੁੱਲ੍ਹਾ ਹੈ ਅਤੇ  $40 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਇੱਕ ਸੰਦੂਕ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ  $5 \text{ m}$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਰੱਖਿਆ ਹੈ। ਟਰੱਕ ਦਾ ਫਰਸ਼ ਅਤੇ ਸੰਦੂਕ ਦੇ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ  $0.15$  ਹੈ। ਕਿਸੇ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ ਤੇ ਟਰੱਕ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਨਾਲ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ  $2 \text{ ms}^{-2}$  ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅੰਰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਚੱਲਣ ਤੇ ਉਹ ਸੰਦੂਕ ਟਰੱਕ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਡਿੱਗ ਜਾਵੇਗਾ (ਸੰਦੂਕ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਨੂੰ ਨਕਾਰ ਦਿਉ)



ਚਿੱਤਰ 5.22

**5.37**  $15 \text{ cm}$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਕੋਈ ਵਡਾ ਗ੍ਰੇਮੇਟੋਨ ਰਿਕਾਰਡ  $33\frac{1}{3} \text{ rev/min}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਰਿਕਾਰਡ ਤੇ ਉਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ  $4 \text{ cm}$  ਅਤੇ  $14 \text{ cm}$  ਦੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਤੇ ਦੋ ਸਿੱਕੇ ਰੱਖੇ ਗਏ

ਹਨ। ਜੇ ਸਿੱਕਾ ਅਤੇ ਰਿਕਾਰਡ ਦੇ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ  $0.15$  ਹੈ ਤਾਂ ਕਿਹੜਾ ਸਿੱਕਾ ਰਿਕਾਰਡ ਦੇ ਨਾਲ ਪਰਿਕਰਮਾ ਕਰੇਗਾ?

**5.38** ਤੁਸੀਂ ਸਰਕਸ ਵਿੱਚ “ਮੌਤ ਦਾ ਖੂਹ” (ਇੱਕ ਖੋਖਲਾ ਜਾਲੀਦਾਰ ਗੋਲ ਚੈਂਬਰ ਤਾਕਿ ਉਸ ਅੰਦਰ ਹੋ ਰਹੇ ਕਿਰਿਆਕਲਾਪਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸ਼ਕ ਦੇਖ ਸਕਣ) ਵਿੱਚ ਮੋਟਰ-ਸਾਇਕਲ ਸਵਾਰ ਨੂੰ ਲੰਬੇਦਾਅ (vertical) ਲੂਪ ਵਿੱਚ ਮੋਟਰ-ਸਾਇਕਲ ਚਲਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਦੇਖਿਆ ਹੋਵੇਗਾ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰੋ ਕਿ ਉਹ ਮੋਟਰ-ਸਾਇਕਲ ਸਵਾਰ ਹੇਠਾਂ ਵਲੋਂ ਕੋਈ ਸਹਾਰਾ ਨਾ ਹੋਣ ਤੇ ਵੀ ਗੋਲ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ (highest point) ਤੋਂ ਨੀਚੇ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ ਡਿਗਦਾ? ਜੇ ਚੈਂਬਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ (radius)  $25 \text{ m}$  ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਲੰਬੇਦਾਅ ਲੂਪ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਮੋਟਰ-ਸਾਇਕਲ ਦੀ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਚਾਲ ਕਿੰਨੀ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ?

**5.39**  $70 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ, ਆਪਣੇ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਧੁਰੇ (vertical axis) ਤੇ  $200 \text{ rev/min}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਘੁੰਮਦੇ ਹੋਏ,  $3 \text{ m}$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਵੇਲਨਾਕਾਰ (cylindrical) ਡਰੱਮ ਦੀ ਅੰਦਰਲੀ ਕੰਧ ਨਾਲ ਉਸਦੇ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ। ਕੰਧ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਕੱਪੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ  $0.15$  ਹੈ। ਕੰਧ ਦੀ ਉਹ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਘੁੰਮਣ ਚਾਲ (rotational speed) ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਨਾਲ ਫਰਸ਼ ਨੂੰ ਇਕਦਮ ਹਟਾ ਲੈਣ ਤੇ ਵੀ, ਉਹ ਵਿਅਕਤੀ ਬਿਨਾਂ ਡਿਗੇ ਦਿਵਾਰ ਨਾਲ ਚਿਪਕਿਆ ਰਹਿ ਸਕੇ।

**5.40** R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਪਤਲੀ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਤਾਰ ਆਪਣੇ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ (vertical) ਵਿਆਸ ਦੇ ਆਲੇ- ਦੁਆਲੇ ਕੋਣੀ ਆਵ੍ਰਤੀ (angular frequency)  $W$  ਨਾਲ ਘੁੰਮ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਹ ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਇਸ ਤਾਰ ਵਿੱਚ ਪਾਇਆ ਕੋਈ ਮਣਕਾ  $W \leq \sqrt{g/R}$  ਦੇ ਲਈ ਆਪਣੇ ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਲੇ ਬਿੰਦੂ (lowest point) ਤੇ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।  $W = \sqrt{2g/R}$  ਦੇ ਲਈ, ਕੇਂਦਰ ਨਾਲ ਮਣਕੇ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵੈਕਟਰ (radius vector), ਹੇਠਾਂ ਵਲ ਨੂੰ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ (vertical downward) ਨਾਲ ਕਿੰਨਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ। (ਰਗੜ ਨੂੰ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਮੰਨੋ)

\*\*\*\*\*



## ਪਾਠ-6

## ਕਾਰਜ, ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਸ਼ਕਤੀ (WORK, ENERGY AND POWER)

- 6.1** ਭੂਮਿਕਾ
- 6.2** ਕਾਰਜ ਅਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ: ਕਾਰਜ-ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ (Theorem)
- 6.3** ਕਾਰਜ
- 6.4** ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ
- 6.5** ਪਰਿਵਰਤੀ (variable) ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ
- 6.6** ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ ਲਈ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਖਿਊਰਮ
- 6.7** ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਧਾਰਨਾ
- 6.8** ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ (conservation)
- 6.9** ਕਿਸੇ ਕਮਾਨੀ (spring) ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ
- 6.10** ਊਰਜਾ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ— ਊਰਜਾ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦਾ ਨਿਯਮ।
- 6.11** ਸ਼ਕਤੀ
- 6.12** ਟੱਕਰਾਂ (Collisions)
- ਸਾਰ  
ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ  
ਅਭਿਆਸ  
ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ  
ਅਨੁਲੱਗ 6.1

### 6.1 ਭੂਮਿਕਾ (INTRODUCTION)

‘ਕਾਰਜ’ (work), ‘ਊਰਜਾ’ (Energy) ਅਤੇ ‘ਸ਼ਕਤੀ’ (Power) ਪਦਾਂ (Terms) ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਈ ਵਾਰ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਕ ਕਿਸਾਨ ਜੋ ਖੇਤਾਂ ਵਿੱਚ ਹਲ ਚਲਾ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਇੱਕ ਮਜ਼ਦੂਰ ਜੋ ਇੱਟਾਂ ਢੇ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜੋ ਪ੍ਰਤੀਯੋਗਿਤਾ ਇਮਤਿਹਾਨ ਲਈ ਪੜ੍ਹਾਈ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਇੱਕ ਚਿੱਤਰਕਾਰ ਜੋ ਕਿ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸੁੰਦਰ ਤਸਵੀਰ (Landscape) ਲੈਂਡਸਕੇਪ ਤਸਵੀਰ ਬਣਾ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਇਹਨਾਂ ਸਾਰਿਆਂ ਲਈ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੰਮ ਕਰ ਰਹੇ ਹਨ। ਪਰ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ, ‘ਕਾਰਜ’ ਸ਼ਬਦ ਨੇ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ (definite) ਅਤੇ ਪਰਿਸ਼ੁੱਧ (ਪ੍ਰੀਸਾਈਜ਼) (Precise) ਅਰਥ ਨੂੰ ਹੀ ਆਪਣੇ ਵਿੱਚ ਸਮੇਟਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਜਿਸ ਦੀ ਕੰਮ ਕਰਨ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ ਦਿਨ ਵਿੱਚ 14-16 ਘੰਟੇ ਹੋਵੇ, ਉਸ ਲਈ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਵਿੱਚ ਤਾਕਤ ਜਾਂ ਊਰਜਾ (stamina or energy) ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਲੜਕੀ ਜੋ ਕਿ ਲੰਬੀ ਦੂਰੀ ਦੀ ਦੌੜਾਕ ਹੈ ਉਸ ਦਾ ਨਾ ਖੱਕਣਾ ਅਤੇ ਊਰਜਾ ਦੀ ਪ੍ਰਸ਼ੰਸਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਊਰਜਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਕਾਰਜ ਕਰਨ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ ਹੈ। ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਵੀ, ਪਦ ‘ਊਰਜਾ’ ਕਾਰਜ ਨਾਲ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੁੜਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ, ਪਰ ਜਿਵੇਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਪਦ ‘ਕਾਰਜ’ ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਹੀ ਪਰਿਸ਼ੁੱਧ (ਸਹੀ) (Precisely) ਢੰਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ‘ਸ਼ਕਤੀ’ ਸ਼ਬਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਕਰਾਟੇ (Karate) ਜਾਂ ਮੁੱਕੇਬਾਜ਼ੀ (Boxing) ਦੀ ਖੇਡ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਮੁੱਕੇ (Powerful punches) ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਤੇਜ਼ ਚਾਲ ਨਾਲ ਮਾਰਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਅਰਥ ਕਾਫ਼ੀ ਹੱਦ ਤੱਕ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ‘ਸ਼ਕਤੀ’ ਸ਼ਬਦ ਦੇ ਅਰਥ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਪਦਾਂ ਦੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਿਮਾਗ ਵਿੱਚ ਬਣੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਅਲਪ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪਾਠ ਦਾ ਮੰਤਵ ਇਹਨਾਂ ਤਿੰਨ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦਾ ਵਿਕਾਸ ਕਰਨਾ ਹੈ ਪਰ ਇਸ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਨੂੰ ਜ਼ਰੂਰੀ ਗਣਿਤਿਕ ਭਾਸ਼ਾ ਮੁੱਖ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ (vectors) ਦੇ ਅਦਿਸ਼ (scalar) ਗੁਣਨਫਲ (product) ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਹੋਵੇਗਾ।

#### 6.1.1 ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ (The Scalar Product)

ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਬਾਰੇ ਪਾਠ 4 ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਿਵੇਂ ਵਿਸਥਾਪਨ (displacement), ਵੇਗ (velocity), ਪ੍ਰਵੇਗ (acceleration), ਬਲ (force) ਆਦਿ ਸਦਿਸ਼ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜਮ੍ਹਾਂ, ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਬਾਰੇ ਵੀ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਜਾਨਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ,

ਕਿਵੇਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਦੋ ਵਿਧੀਆਂ ਹਨ। ਪਹਿਲੀ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ (product) ਤੋਂ ਅਦਿਸ਼ ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸ ਨੂੰ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ (scalar product) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੂਸਰੀ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਤੋਂ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ (vector product) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਪਾਠ 7 ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ। ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਲੋਕ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ (scalar product) ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਕੋਈ ਵੀ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਦੇ ਅਦਿਸ਼ ਜਾਂ ਬਿੰਦੂ ਗੁਣਨਫਲ (scalar or dot product) ਨੂੰ ਅਸੀਂ **A.B** (**A** ਡਾਟ **B**) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਨਾਲ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ—

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta \quad (6.1a)$$

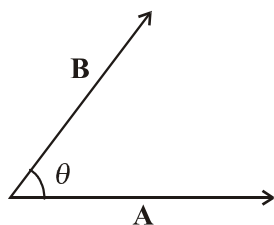
ਇੱਥੇ  $\theta$  ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਵਿਚਲਾ ਕੋਣ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 6.1(a) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ  $A$ ,  $B$  ਅਤੇ  $\cos \theta$  ਅਦਿਸ਼ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ **A** ਅਤੇ **B** ਦਾ ਬਿੰਦੂ ਗੁਣਨਫਲ (dot product) ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਸਦਿਸ਼ **A** ਅਤੇ **B** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੈ।

ਪਰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਕੋਈ ਦਿਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਹੈ।

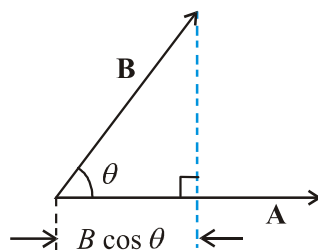
ਸਮੀਕਰਨ 6.1(a) ਤੋਂ

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= A (B \cos \theta) \\ &= B (A \cos \theta) \end{aligned}$$

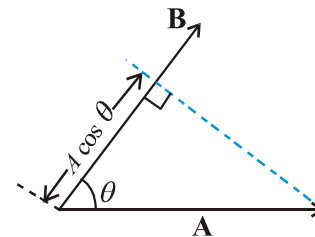
ਜਿਉਮੈਟਰੀ (Geometrically) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ,  $B \cos \theta$  **B** ਦੀ **A** ਤੇ ਪ੍ਰੋਜੈਕਸ਼ਨ (Projection) ਹੈ, [ਚਿੱਤਰ 6.1 (b)] ਅਤੇ  $A \cos \theta$ , **A** ਦੀ **B** ਤੇ ਪ੍ਰੋਜੈਕਸ਼ਨ ਹੈ [ਚਿੱਤਰ 6.1 (c)] ਇਸ ਲਈ **A.B** ਸਦਿਸ਼ **A** ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ **B** ਦੇ ਘਟਕ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਇਹ ਸਦਿਸ਼ **B** ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਦਾ ਸਦਿਸ਼ **B** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।



(a)



(b)



(c)

**ਚਿੱਤਰ 6.1** (a) ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਦਾ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ :  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$ . (b)  $B \cos \theta$ , **B** ਦੀ **A** ਤੇ ਪ੍ਰੋਜੈਕਸ਼ਨ (projection) ਹੈ (c)  $A \cos \theta$ , **A** ਦੀ **B** ਤੇ ਪ੍ਰੋਜੈਕਸ਼ਨ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ 6.1(a) ਤੋਂ ਇਹ ਸੰਕੇਤ ਵੀ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਕ੍ਰਮ-ਵਟਾਂਦਰਾ ਨਿਯਮ (commutative law) ਦਾ ਪਾਲਣ ਕਰਦਾ ਹੈ—

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿਤਰਣ ਨਿਯਮ (distributive law) ਦਾ ਵੀ ਪਾਲਣ ਕਰਦਾ ਹੈ—

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$$

ਅਤੇ  $\mathbf{A} \cdot (\lambda \mathbf{B}) = \lambda (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$

ਇੱਥੇ  $\lambda$  ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ (Real number) ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਿਉਂਤਪਤੀ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਅਭਿਆਸ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਛੱਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਗੁਣ ਅਸੀਂ ਏਕਾਂਕ ਸਦਿਸ਼ਾਂ (unit vectors)  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  ਦਾ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਕੱਢਾਂਗੇ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਲੰਬ (perpendicular) ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ

$$\mathbf{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

ਦਾ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਹੋਵੇਗਾ—

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \end{aligned} \quad (6.1b)$$

ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ 6.1(b) ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ —

(i)  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = A_x A_x + A_y A_y + A_z A_z$

ਜਾਂ  $A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$  (6.1c)

ਕਿਉਂਕਿ  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = |\mathbf{A}| |\mathbf{A}| \cos 0 = A^2$ .

(ii)  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$ , ਜੇ **A** ਅਤੇ **B** ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਲੰਬ (perpendicular) ਹੋਣ।



▶ **ਉਦਾਹਰਨ 6.1** ਬਲ  $\mathbf{F} = (3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$  unit ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ  $\mathbf{d} = (5\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k})$  unit ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।  $\mathbf{F}$  ਦੀ  $\mathbf{d}$  ਤੇ ਪ੍ਰੋਜੈਕਸ਼ਨ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\begin{aligned} \text{ਹੱਲ : } \quad \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} &= F_x d_x + F_y d_y + F_z d_z \\ &= 3(5) + 4(4) + (-5)(3) \\ &= 16 \text{ unit} \end{aligned}$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ } \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = F d \cos \theta = 16 \text{ unit}$$

$$\begin{aligned} \text{ਹੁਣ } \mathbf{F} \cdot \mathbf{F} &= F^2 = F_x^2 + F_y^2 + F_z^2 \\ &= 9 + 16 + 25 \\ &= 50 \text{ unit} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ਅਤੇ } \mathbf{d} \cdot \mathbf{d} &= d^2 = d_x^2 + d_y^2 + d_z^2 \\ &= 25 + 16 + 9 \\ &= 50 \text{ unit} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos \theta &= \frac{16}{\sqrt{50}\sqrt{50}} = \frac{16}{50} = 0.32 \\ \theta &= \cos^{-1}(0.32) \end{aligned}$$

## 6.2 ਕਾਰਜ ਅਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ ਜਾਂ ਧਾਰਨਾ :

### ਕਾਰਜ-ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ (Notions of work and kinetic energy : The work-energy theorem)

ਪਾਠ 3 ਵਿੱਚ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪ੍ਰਵੇਗ  $a$  ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਨਿਮਨ ਭੌਤਿਕ ਸੰਬੰਧ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹੋ—

$$v^2 - u^2 = 2as \quad (6.2)$$

ਜਿੱਥੇ  $u$  ਅਤੇ  $v$  ਬਾਰੀ ਸਿਰ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਚਾਲ ਅਤੇ  $s$  ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ  $m/2$  ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 &= mas = Fs \\ (6.2a) \end{aligned}$$

ਜਿੱਥੇ ਆਖਰੀ ਚਰਨ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੁਆਰਾ ਸੋਧਿਆ ਹੀ ਸਮੀਕਰਨ (6.2) ਦਾ ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ (three dimensional) ਵਿਆਪੀ-ਕਰਨ (generalization) ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ—

$$v^2 - u^2 = 2 \mathbf{a} \cdot \mathbf{d}$$

ਇੱਕ ਵਾਰ ਫਿਰ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ  $m/2$  ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 &= m \mathbf{a} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} \\ (6.2b) \end{aligned}$$

ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨ ਕਾਰਜ ਅਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਪ੍ਰੇਰਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (6.2b) ਵਿੱਚ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ਵਸਤੂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦੇ ਅੱਧ ਅਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਅਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲਾ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ “ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ” (Kinetic energy) ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸੰਕੇਤ  $K$  ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਵਸਤੂ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਘਟਕ ਅਤੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ। ਇਸ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ‘ਕਾਰਜ’ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤ  $W$  ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (6.2b) ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$K_f - K_i = W \quad (6.3)$$

ਜਿੱਥੇ  $K_i$  ਅਤੇ  $K_f$  ਵਸਤੂ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ। ਕਾਰਜ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਵਸਤੂ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਬਲ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (6.3) ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ (Theorem) ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸਥਿਤੀ ਹੈ ਜੋ ਇਹ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਤੇ ਲਗਾਏ ਗਏ ਕੁੱਲ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਹੋਏ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ (varying force) ਦੇ ਲਈ ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਉਂਤਪਤੀ ਦਾ ਵਿਆਪੀਕਰਨ ਅਸੀਂ ਅਨੁਭਾਗ 6.6 ਵਿੱਚ ਕਰਾਂਗੇ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 6.2** ਅਸੀਂ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਰਖਾ ਦੀਆਂ ਬੂੰਦਾਂ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਅਤੇ ਬੂੰਦ ਦੇ ਡਿਗਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧੀ ਬਲ ਦੇ ਪ੍ਰਕਾਵ ਅਧੀਨ ਡਿਗਦੀ ਹੈ। ਪ੍ਰਤਿਰੋਧੀ ਬਲ ਬੂੰਦ ਦੀ ਚਾਲ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ, ਪਰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨਿਆ ਕਿ  $1.00 \text{ g}$  ਪੁੰਜ ਦੀ ਵਰਖਾ ਦੀ ਬੂੰਦ  $1.00 \text{ km}$  ਉੱਚਾਈ ਤੋਂ ਡਿੱਗ ਰਹੀ ਹੈ ਇਹ ਧਰਾਤਲ ਤੇ  $50.00 \text{ m s}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦੀ ਹੈ। (a) ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਕੀ ਹੈ? (b) ਅਗਿਆਤ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਕੀ ਹੈ?

ਹੱਲ : (a) ਬੂੰਦ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \quad (\because u = 0) \\ &= \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 50 \times 50 \\ &= 1.25 \text{ J} \end{aligned}$$

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਮੰਨ ਲਿਆ ਹੈ ਕਿ ਬੂੰਦ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਡਿਗਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ



$$W_g = mgh$$

ਮੰਨ ਲਓ  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  ਹੈ

ਇਸ ਲਈ  $W_g = mgh = 10^{-3} \times 10 \times 10^3 = 10 \text{ J}$

(b) ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਤੋਂ

$$\Delta K = W_g + W_r$$

ਜਿੱਥੇ  $W_r$  ਪ੍ਰਤਿਰੋਧੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

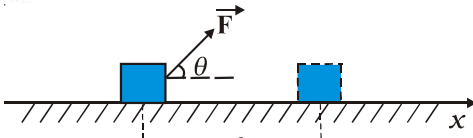
$$W_r = \Delta K - W_g$$

$$= 1.25 - 10$$

$$= -8.75 \text{ J ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ।} \quad \blacktriangleleft$$

### 6.3 ਕਾਰਜ (Work)

ਉੱਪਰਲੇ ਅਨੁਭਾਗ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਕਾਰਜ, ਬਲ ਅਤੇ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਲ (constant force)  $F$ , ਕਿਸੇ  $m$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਕਾਰਨ ਪਿੰਡ ਦਾ ਧਨਾਤਮਕ  $x$ -ਦਿਸ਼ਾ (positive  $x$ -direction) ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਵਿਸਥਾਪਨ  $d$  ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 6.2 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 6.2 ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਲੱਗੇ ਬਲ  $F$  ਕਾਰਨ ਵਿਸਥਾਪਨ ( $d$ )

ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ “ਬਲ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਘਟਕ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ” ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ—

$$W = (F \cos \theta)d = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} \quad (6.4)$$

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਬਲ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕਿੰਨਾ ਵੀ ਵੱਧ ਕਿਉਂ ਨਾ ਹੋਵੇ, ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਦੇ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਇੱਟਾਂ ਦੀ ਦ੍ਰਿੜ ਕੰਧ ਨੂੰ ਧੱਕਾ ਦਿੰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਕੋਈ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਡੀਆਂ ਮਾਸਪੇਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਵਾਰੀ-ਵਾਰੀ ਸੰਕੁਚਨ ਅਤੇ ਸਿਥਿਲੀਕਰਨ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਲਗਾਤਾਰ ਖਰਚ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਥੱਕ ਜਾਂਦੇ ਹੋ। ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਕਾਰਜ ਦਾ ਅਰਥ ਇਸਦੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਦੇ ਅਰਥ ਤੋਂ ਭਿੰਨ ਹੈ।

ਕੋਈ ਵੀ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਜੇ—

- (i) ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਿਆ। ਕੋਈ ਵੀ ਵੇਟਲਿਫਟਰ (weightlifter, ਭਾਰ ਚੁੱਕਣ ਵਾਲਾ ਖਿਡਾਰੀ) 150 kg ਪੁੰਜ ਦੇ ਭਾਰ ਨੂੰ 30 s ਤੱਕ

ਆਪਣੇ ਮੋਢਿਆਂ ਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਚੁੱਕ ਕੇ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਕੋਈ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ।

- (ii) ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਚੀਕਣੀ ਖਿਤਜੀ (smooth horizontal) ਮੇਜ਼ ਤੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੋਈ ਖਿਤਜੀ ਬਲ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ, (ਕਿਉਂਕਿ ਰਗੜ ਨਹੀਂ ਹੈ) ਪਰੰਤੂ ਪਿੰਡ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।
- (iii) ਬਲ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਰੂਪ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ( $\theta = \pi/2 \text{ rad} (= 90^\circ)$ ,  $\cos(\pi/2) = 0$ )। ਕਿਸੇ ਚੀਕਣੀ ਖਿਤਜੀ ਮੇਜ਼ ਤੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ ਗੁਰੂਤਾਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ  $mg$  ਕੋਈ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਲੰਬ ਰੂਪ ਕਾਰਜ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੰਦਰਮਾ ਦਾ ਪੱਖ (orbit) ਲਗਭਗ ਚੱਕਰ ਆਕਾਰ ਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਚੰਦਰਮਾ ਦੇ ਪੱਖ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੱਕਰ ਆਕਾਰ ਮੰਨ ਲਈਏ ਤਾਂ ਧਰਤੀ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਕੋਈ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਚੰਦਰਮਾ ਦਾ ਤਤਕਾਲਿਕ ਵਿਸਥਾਪਨ (instantaneous displacement) ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖੀ (tangential) ਹੈ ਜਦੋਂਕਿ ਧਰਤੀ ਦਾ ਬਲ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ (radially inwards) ਹੈ, ਅਰਥਾਤ  $\theta = \pi/2$ ।

ਕਾਰਜ ਧਨਾਤਮਕ (positive) ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ (negative) ਦੋਵੇਂ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ  $\theta$ ,  $0^\circ$  ਅਤੇ  $90^\circ$ , ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ 6.4 ਵਿੱਚ  $\cos \theta$  ਦਾ ਮਾਨ ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ  $\theta$ ,  $90^\circ$  ਅਤੇ  $180^\circ$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ ਤਾਂ  $\cos \theta$  ਦਾ ਮਾਨ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ। ਕਈ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਬਲ, ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ  $\theta = 180^\circ$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ( $\cos 180^\circ = -1$ )।

ਸਮੀਕਰਨ (6.4) ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਕਾਰਜ ਅਤੇ ਊਰਜਾ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਬਰਾਬਰ  $[ML^2T^{-2}]$  ਹਨ। ਬ੍ਰਿਟਿਸ਼ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀ ਜੇਮਸ ਪ੍ਰੈਸਕੋਟ ਜੂਲ (James Prescott Joule) (1811-1869) ਦੇ ਸਨਮਾਨ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਦਾ SI ਮਾਤਰਕ ‘ਜੂਲ’ (joule) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਕਾਰਜ ਅਤੇ ਊਰਜਾ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਭੌਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਵਿਕਲਪਿਕ ਮਾਤਰਕਾਂ ਨਾਲ ਭਰਪੂਰ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁੱਝ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ 6.1 ਵਿੱਚ ਸੂਚੀਬੱਧ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

#### ਸਾਰਣੀ 6.1 ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਵਿਕਲਪੀ ਮਾਤਰਕ (ਜੂਲ ਵਿੱਚ)

ਅਰਗ (erg)	$10^{-7} \text{ J}$
ਇਲੈਕ ਟ੍ਰਾਨਵੋਲਟ (eV)	$1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$
ਕੈਲਰੀ (cal)	4.186 J
ਕਿਲੋਵਾਟ ਘੰਟਾ (kWh)	$3.6 \times 10^6 \text{ J}$

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 6.3** ਕੋਈ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਉਣ ਤੇ ਫਿਸਲਦਾ ਹੋਇਆ 10 m ਦੂਰ ਜਾ ਕੇ ਰੁੱਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ, ਸੜਕ ਦੁਆਰਾ ਸਾਈਕਲ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਬਲ 200 N ਹੈ ਜੋ ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਉਲਟ ਹੈ। (a) ਸੜਕ ਦੁਆਰਾ ਸਾਈਕਲ ਤੇ ਕਿੰਨਾ ਕਾਰਜ ਕੀਤਾ ਗਿਆ? (b) ਸਾਈਕਲ ਦੁਆਰਾ ਸੜਕ ਤੇ ਕਿੰਨਾ ਕਾਰਜ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ?

**ਹੱਲ :** ਸੜਕ ਦੁਆਰਾ ਸਾਈਕਲ ਤੇ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਸੜਕ ਦੁਆਰਾ ਸਾਈਕਲ ਤੇ ਲਗਾਏ ਗਏ ਵਿਰੋਧੀ ਬਲ (ਰਗੜ ਬਲ) ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਹੈ।

(a) ਇੱਥੇ ਵਿਰੋਧੀ ਬਲ ਅਤੇ ਸਾਈਕਲ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ  $180^\circ$  (ਜਾਂ  $\pi$  rad) ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਸੜਕ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ

$$\begin{aligned} W_r &= Fd \cos \theta \\ &= 200 \times 10 \times \cos \pi \\ &= -2000 \text{ J} \end{aligned}$$

#### ਸਾਰਣੀ 6.2 ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ (K)

ਪਿੰਡ	ਪੁੰਜ (Kg)	ਚਾਲ ( $\text{ms}^{-1}$ )	K(J)
ਕਾਰ	2000	25	$6.3 \times 10^5$
ਦੌੜਾਕ (ਐਥਲੀਟ)	70	10	$3.5 \times 10^3$
ਗੋਲੀ	$5 \times 10^{-2}$	200	$10^3$
10 m ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਡਿੱਗਦਾ ਪੱਥਰ	1	14	$10^2$
ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ (terminal velocity) ਨਾਲ ਡਿਗਦੀ ਵਰਖਾ ਦੀ ਬੂੰਦ	$3.5 \times 10^{-5}$	9	$1.4 \times 10^{-3}$
ਹਵਾ ਦਾ ਅਣੂ	$\square 10^{-26}$	500	$\square 10^{-21}$

ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਅਨੁਸਾਰ, ਇਸ ਰਿਣਾਤਮਕ ਕਾਰਜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੀ ਸਾਈਕਲ ਰੁੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

(b) ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਸਾਈਕਲ ਦੁਆਰਾ ਸੜਕ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਬਲ ਸੜਕ ਦੁਆਰਾ ਸਾਈਕਲ ਤੇ ਲਗਾਏ ਬਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪਰ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ 200 N ਹੈ। ਐਪਰ, ਸੜਕ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਈਕਲ ਦੁਆਰਾ ਸੜਕ ਤੇ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਪਿੰਡ B ਦੁਆਰਾ A ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਬਲ, ਪਿੰਡ A ਦੁਆਰਾ ਪਿੰਡ B ਤੇ ਲਗਾਏ ਬਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। (ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਗਤੀ ਦਾ ਤੀਸਰਾ ਨਿਯਮ) ਐਪਰ, ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਪਿੰਡ B ਦੁਆਰਾ A ਤੇ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ, ਪਿੰਡ A ਦੁਆਰਾ B ਤੇ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ।

#### 6.4 ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ (Kinetic energy)

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਉਲੇਖ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ  $m$  ਅਤੇ ਵੇਗ  $\mathbf{v}$  ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ,

$$K = \frac{1}{2} m \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{2} m v^2 \quad (6.5)$$

ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦਾ ਮਾਪ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਉਹ ਆਪਣੀ ਗਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਧਾਰਨਾ ਦਾ ਅੰਤਰਗਿਆਨ ਬਹੁਤ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਹੈ। ਤੀਬਰ ਗਤੀ ਨਾਲ ਵਗਦੇ ਪਾਣੀ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਨਾਜ ਪੀਸਣ ਦੇ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਪਾਲ ਵਾਲੇ ਸਮੁੰਦਰੀ ਜਹਾਜ਼ (sailing ships) ਹਵਾ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਸਾਰਣੀ 6.2 ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਸੂਚੀਬੱਧ ਹਨ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 6.4** ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਵਿਚ ਇੱਕ ਪੁਲਿਸ ਅਧਿਕਾਰੀ 50 g ਪੁੰਜ ਦੀ ਗੋਲੀ ਨੂੰ 2 cm ਮੋਟੀ ਨਰਮ ਪਰਤਦਾਰ ਲੱਕੜੀ (ਪਲਾਈਵੁਡ) ਤੇ  $200 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਫਾਇਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਨਰਮ ਲੱਕੜੀ ਵਿੱਚੋਂ ਆਰ-ਪਾਰ ਹੋਣ ਦੇ ਬਾਅਦ ਗੋਲੀ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਰੰਭਿਕ ਊਰਜਾ ਦੀ 10% ਰਹਿ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਲੱਕੜੀ ਵਿੱਚੋਂ ਨਿਕਲਦੇ ਸਮੇਂ ਗੋਲੀ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

**ਹੱਲ :** ਗੋਲੀ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਊਰਜਾ

$$mv^2/2 = 1000 \text{ J}$$

ਗੋਲੀ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ =  $0.1 \times 1000 = 100 \text{ J}$   
ਜੇ ਗੋਲੀ ਦੀ ਨਰਮ ਲੱਕੜੀ ਦੇ ਆਰ-ਪਾਰ ਹੋਣ ਤੋਂ ਬਾਦ ਚਾਲ  $v_f$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ,

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = 100 \text{ J}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2 \times 100 \text{ J}}{0.05 \text{ kg}}} = 63.2 \text{ ms}^{-1} \quad \blacktriangleleft$$



ਨਰਮ ਲੱਕੜੀ ਤੋਂ ਆਰ-ਪਾਰ ਹੋਣ ਤੋਂ ਬਾਦ ਗੋਲੀ ਦੀ ਚਾਲ ਲਗਭਗ 68% ਘੱਟ ਹੋ ਗਈ ਹੈ (90% ਨਹੀਂ)।

**6.5 ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ (Work done by a variable force)**

ਸਥਿਰ ਬਲ (constant force) ਤਾਂ ਬਹੁਤ ਹੀ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਧੇਰੇ ਕਰਕੇ ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ (variable force) ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਹੀ ਦੇਖਣ ਨੂੰ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ 6.3 ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ ਦਾ ਆਲੇਖ (graph) ਹੈ।

ਜੇ ਵਿਸਥਾਪਨ  $\Delta x$ , ਸੂਖਮ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਬਲ  $F(x)$  ਨੂੰ ਵੀ ਲਗਭਗ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਜਾਂ ਸਥਿਰ (approximately Constant) ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ

ਤੱਦ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ

$$\Delta W = F(x) \Delta x$$

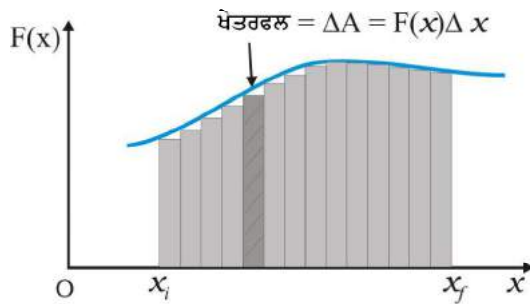
ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 6.3(a), ਵਿੱਚ ਸਮਝਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 6.3(a) ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਆਇਤਾਕਾਰ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰਨ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਕੁੱਲ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ—

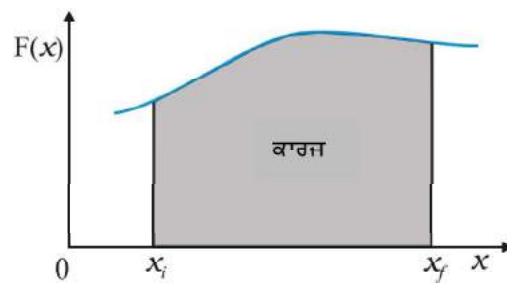
$$W \cong \sum_{x_i}^{x_f} F(x) \Delta x \quad (6.6)$$

ਇੱਥੇ ਸੰਕੇਤ ‘ $\Sigma$ ’ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਯੋਗਫਲ, ਜਦੋਂ ਕਿ ‘ $x_i$ ’ ਵਸਤੂ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ‘ $x_f$ ’ ਵਸਤੂ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ ਹੈ।

ਜੇ ਵਿਸਥਾਪਨਾਂ ਨੂੰ ਅਤਿਸੂਖਮ ਮੰਨ ਲਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਯੋਗਫਲ ਵਿੱਚ ਪਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਸੀਮਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਪਰ ਯੋਗਫਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਮਾਨ ਦੇ ਨੇੜੇ ਪੁੱਜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਚਿੱਤਰ 6.3(b) ਵਿੱਚ ਵਕਰ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 6.3 (a)



ਚਿੱਤਰ 6.3 (b)

**ਚਿੱਤਰ 6.3** (a) ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ  $F(x)$  ਦੁਆਰਾ ਸੂਖਮ ਵਿਸਥਾਪਨ  $\Delta x$  ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ  $\Delta W = F(x) \Delta x$ , ਸ਼ੇਡਡ (shaded) ਆਇਤ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। (b)  $\Delta x \rightarrow 0$  ਦੇ ਲਈ ਸਾਰੇ ਆਇਤਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ, ਵਕਰ ਦੁਆਰਾ ਕਰ ਕੀਤਾ ਖੇਤਰਫਲ, ਬਲ  $F(x)$  ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦੇ ਠੀਕ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

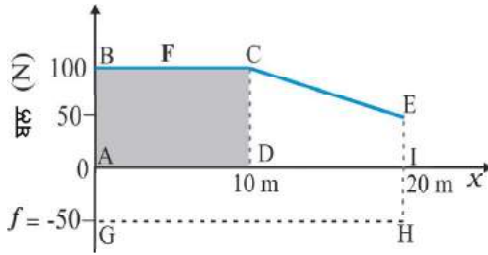
ਇਸ ਲਈ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ

$$= \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (6.7)$$

ਜਿੱਥੇ ‘ $\lim$ ’ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ‘ਯੋਗਫਲ ਦੀ ਸੀਮਾ’ ਜਦੋਂ ਕਿ  $\Delta x$  ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਹੁਤ ਨੇੜੇ ਪੁੱਜਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ ਦੇ ਲਈ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਨੂੰ ਕੀਤੇ ਗਏ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀਆਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਲ ਦੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ (definite integral of force over displacement) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। (ਅਨੁਲਗ 3.1 ਦੇਖੋ)

► **ਉਦਾਹਰਨ 6.5** ਕੋਈ ਇਸਤਰੀ ਖੁਰਦਰੀ ਸਤ੍ਹਾ ਵਾਲੇ ਰੇਲਵੇ ਪਲੇਟਫਾਰਮ ਤੇ ਸੰਦੂਕ ਨੂੰ ਖਿਸਕਾਂਦੀ ਹੈ। ਉਹ 10 m ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੱਕ 100 N ਦਾ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਉਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਉਹ ਥੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਰੇਖੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਘੱਟ ਕੇ 50 N ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸੰਦੂਕ ਨੂੰ ਕੁੱਲ 20 m ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਖਿਸਕਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਤਰੀ ਦੁਆਰਾ ਸੰਦੂਕ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਅਤੇ ਰਗੜ ਬਲ ਜੋ ਕਿ 50 N ਹੈ, ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਵਿੱਚ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਬਣਾਓ। ਦੋਵੇਂ ਬਲਾਂ ਦੁਆਰਾ 20 m ਤੱਕ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਚਿੱਤਰ 6.4 ਵਿੱਚ ਲਗਾਏ ਗਏ ਬਲ ਦਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 6.4** ਕਿਸੇ ਇਸਤਰੀ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਏ ਬਲ  $F$  ਅਤੇ ਵਿਰੋਧੀ ਰਗੜ ਬਲ  $f$  ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਵਿੱਚ ਗ੍ਰਾਫ਼

$x = 20 \text{ m}$  ਤੇ  $F = 50 \text{ N}$  ( $\neq 0$ ) ਹੈ। ਸਾਨੂੰ ਰਗੜ ਬਲ  $f$  ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) ਹੈ

$$|f| = 50 \text{ N}$$

ਇਹ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ  $F$  ਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਇਸ ਨੂੰ ਬਲ-ਧੁਰੇ (force axis) ਦੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਲ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਇਸਤਰੀ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ

$W_F \rightarrow$  (ਆਇਤ ABCD + ਸਮਲੰਬ CEID) ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$$\begin{aligned} W_F &= 100 \times 10 + \frac{1}{2}(100 + 50) \times 10 \\ &= 1000 + 750 \\ &= 1750 \text{ J} \end{aligned}$$

ਰਗੜ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ

$W_f \rightarrow$  ਆਇਤ AGHI ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$$\begin{aligned} W_f &= (-50) \times 20 \\ &= -1000 \text{ J} \end{aligned}$$

ਇੱਥੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਬਲ-ਧੁਰੇ ਦੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੋਣ ਨਾਲ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ।

### 6.6 ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ ਲਈ ਕਾਰਜ-ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ (The work-energy theorem for a variable force)

ਅਸੀਂ ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ ਦੇ ਲਈ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਕਾਰਜ ਅਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਤੋਂ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣੂ ਹਾਂ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਪੱਖ ਤੱਕ ਹੀ ਵਿਚਾਰ ਨੂੰ ਸੀਮਿਤ ਰੱਖਾਂਗੇ। ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਹੈ -

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) \\ &= \frac{m}{dt} \cdot v \\ &= F v \end{aligned}$$

(ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ  $m \frac{dv}{dt} = F$ )

$$= 0 \quad x < 0.1 \text{ m} \quad \text{ਅਤੇ} \quad x > 2.01 \text{ m}$$

$$= F \frac{dx}{dt}$$

ਇਸ ਲਈ

$$dK = F dx$$

ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ( $x_i$ ) ਤੋਂ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ ( $x_f$ ), ਤੱਕ ਸਮਕਲਨ (integrating) ਕਰਨ ਤੇ

$$\int_{K_i}^{K_f} dK = \int_{x_i}^{x_f} F dx$$

ਜਿੱਥੇ,  $x_i$  ਅਤੇ  $x_f$  ਦੇ ਸੰਗਤ  $K_i$  ਅਤੇ  $K_f$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਊਰਜਾਵਾਂ ਹਨ।

$$\text{ਜਾਂ} \quad K_f - K_i = \int_{x_i}^{x_f} F dx \quad (6.8a)$$

ਸਮੀਕਰਨ (6.7), ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$K_f - K_i = W \quad (6.8b)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ ਦੇ ਲਈ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਸਿੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਕਿ ਕਾਰਜ-ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਕਈ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗੀ ਹੈ ਪਰ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਪੂਰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗਤੀਕੀ ਸੂਚਨਾ ਦਾ ਸਮਾਵੇਸ਼ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਸਮਕਲਨ ਰੂਪ (integral form) ਹੈ। ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਕਿਸੇ ਬਲ ਅਤੇ ਪਲ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਕਾਰਜ-ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਕਿਸੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਮਕਲਨ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਤੋਂ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਾਲ ਦੀ ਸੂਚਨਾ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਵਿੱਚ ਸਪਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਬਲਕਿ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਾਲ ਦੇ ਲਈ ਸਮਕਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੂਸਰੀ ਧਿਆਨ ਦੇਣ ਦੀ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿੱਚ ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਸਦਿਸ਼ (vector) ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਅਦਿਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ ਦਿਸ਼ਾ ਸੰਬੰਧਿਤ ਗਿਆਨ ਵੀ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਵਰਗੇ ਅਦਿਸ਼ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 6.6**  $m = (1 \text{ kg})$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਟਕਾ ਖਿਤਜੀ ਸਤਹਿ ਤੇ  $v_i = 2 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲਦੇ ਹੋਏ  $x = 0.10 \text{ m}$  ਤੋਂ  $x = 2.01 \text{ m}$  ਦੇ ਖੁਰਦਰੇ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਮੰਦਕ ਬਲ ( $F_r$ ) ਇਸ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ  $x$  ਦੇ ਉਲਟ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੈ,

$$F_r = \frac{-k}{x} \quad 0.1 < x < 2.01 \text{ m}$$

$$0 \quad x < 0.1 \text{ m} \quad \text{ਅਤੇ} \quad x > 2.01 \text{ m}$$

ਜਿੱਥੇ  $k = 0.5 \text{ J}$  ਗੁਟਕਾ ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਖੁਰਦਰੇ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ ਪਾਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਚਾਲ  $v_f$  ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਸਮੀਕਰਨ (6.8a) ਤੋਂ

$$K_f = K_i + \int_{0.1}^{2.01} \frac{(-k)}{x} dx$$

$$= \frac{1}{2} m v_i^2 - k \ln(x)_{0.1}^{2.01}$$

$$= \frac{1}{2} m v_i^2 - k \ln(2.01/0.1)$$

$$= 2 - 0.5 \ln(20.1)$$

$$= 2 - 1.5 = 0.5 \text{ J}$$

$$v_f = \sqrt{2K_f/m} = 1 \text{ m s}^{-1}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ  $\ln$  ਅਧਾਰ (base)  $e$  ਤੇ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪ੍ਰਕਿਰਤਕ ਲਘੂਗਣਕ (Natural logarithm) ਹੈ, ਨਾ ਕਿ ਅਧਾਰ 10 ਤੇ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ  $[\ln X = \log_e X = 2.303 \log_{10} X]$

### 6.7 ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਧਾਰਨਾ (The concept of potential energy)

ਇੱਥੇ 'ਸਥਿਤਿਜ' ਸ਼ਬਦ ਕਿਸੇ ਕਾਰਜ ਨੂੰ ਕਰਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਜਾਂ ਸਮਰੱਥਾ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਸੰਭਾਲ (Store) ਭੰਡਾਰ ਕੀਤੀ ਊਰਜਾ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਖਿੱਚੇ ਹੋਏ ਤੀਰਕਮਾਨ ਦੀ ਤਾਰ ਡੋਰੀ ਦੀ ਊਰਜਾ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਇਸ ਨੂੰ ਢਿੱਲਾ ਛੱਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਤੀਰ ਤੀਬਰ ਚਾਲ ਨਾਲ ਦੂਰ ਚਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੀ ਪੇਪੜੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਇਸ ਵਿੱਚ ਲਗਾਤਾਰਤਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸਮਾਨਤਾਵਾਂ (Dislocation) ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਭਰੋਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ (fault lines) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੀ ਪੇਪੜੀ (crust) ਤੇ ਭਰੋਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ 'ਨਪੀੜੀ ਕਮਾਣੀ' ਵਰਗੀਆਂ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਬਹੁਤ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਇਹ ਭਰੋਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਮੁੜਵਿਵਸਥਿਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਭੂਚਾਲ (earthquake) ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵੀ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ (ਸਟੋਰ ਊਰਜਾ) ਉਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਜਾਂ ਸੁਣਤਰ (ਰੂਪ ਰੇਖਾ) (configuration) ਦੇ ਕਾਰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਛੱਡਣ ਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚ ਸੰਚਿਤ ਊਰਜਾ, ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਰਮੁਕਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਆਓ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਦੇ ਨੇੜੇ  $m$  ਪੁੰਜ ਦੀ ਇੱਕ ਗੋਦ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ  $mg$  ਹੈ।  $g$  ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਦੇ ਨੇੜੇ ਸਥਿਰ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਨੇੜਤਾ ਤੋਂ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਗੋਦ ਦੀ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਉਚਾਈ  $h$ , ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $R_E$  ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਹੈ ( $h \ll R_E$ ) ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ  $g$  ਦੇ ਮਾਨ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।\* ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਇੱਕ ਗੋਦ ਨੂੰ ਬਿਨਾਂ ਕੋਈ ਗਤੀ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕੀਤੇ  $h$  ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਉੱਪਰ ਚੁੱਕਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਬਾਹਰੀ ਕਾਰਕ ਦੁਆਰਾ

ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ  $mgh$  ਹੋਵੇਗਾ। ਇਹ ਕਾਰਜ, ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਟੋਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ  $h$  ਉਚਾਈ ਤੇ ਗੁਰੂਤਵੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਉਸ ਪਿੰਡ ਨੂੰ  $h$  ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਚੁੱਕਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$V(h) = mgh$$

ਜੇ  $h$  ਨੂੰ ਪਰਿਵਰਤੀ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸਰਲਤਾ ਨਾਲ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ  $F$ ,  $h$  ਦੇ ਸਾਪੇਖ  $V(h)$  ਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਵਕਲਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

$$F = \frac{-dV(h)}{dh} = -mg$$

ਇੱਥੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗੁਰੂਤਾ-ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਗੋਦ ਨੂੰ ਛੱਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਵੱਧਦੀ ਹੋਈ ਚਾਲ ਨਾਲ ਹੇਠਾਂ ਆਉਂਦੀ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਨਾਲ ਟੱਕਰ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਸਦੀ ਚਾਲ ਸ਼ੁੱਧ ਗਤਿਕੀ ਸੰਬੰਧ ਦੁਆਰਾ ਨਿਮਨ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

$$v^2 = 2gh$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਨਿਮਨ ਪ੍ਰਕਾਰ ਨਾਲ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ—

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

ਜੇ ਇਹ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਛੱਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪਿੰਡ ਦੀ  $h$  ਉਚਾਈ ਤੇ ਗੁਰੂਤਵੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਧਰਤੀ ਤੇ ਪੁੱਜਣ ਤੱਕ ਆਪਣੇ ਆਪ ਹੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਕੁਦਰਤੀ ਨਿਯਮਾਂ ਅਨੁਸਾਰ, ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਸਿਰਫ ਉਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਦੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਬਲ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ, ਊਰਜਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਟੋਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇ ਬਾਹਰੀ ਕਾਰਕਾਂ ਦੇ ਹੱਟ ਜਾਣ ਤੇ ਆਪਣੇ ਆਪ ਹੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਗਣਿਤ ਅਨੁਸਾਰ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ  $V(x)$  ਨੂੰ (ਸਰਲਤਾ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ) ਪਰਿਭਾਸ਼ਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੇ  $F(x)$  ਬਲ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ—

$$F(x) = -\frac{dV}{dx}$$

ਇਹ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ

$$\int_{x_i}^{x_f} F(x) dx = - \int_{V_i}^{V_f} dV = V_i - V_f$$

ਕਿਸੇ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਜਿਵੇਂ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਿਰਫ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪਿਛਲੇ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਢਾਲੂ ਸਮਤਲ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ

\*  $g$  ਦਾ ਉਚਾਈ ਦੇ ਨਾਲ ਬਦਲਨਾ ਅਸੀਂ ਪਾਠ 8 ਵਿੱਚ ਦੱਸਾਂਗੇ।



ਕੀਤਾ ਸੀ। ਜੇ  $m$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਪਿੰਡ  $h$  ਉਚਾਈ ਦੇ ਚੀਕਣੇ (ਰਗਤ ਰਹਿਤ) ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ (ਸਿਰਾ, top) ਤੋਂ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚੋਂ ਛੱਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੇ ਆਧਾਰ (bottom) ਤੇ ਇਸ ਦੀ ਚਾਲ, ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੇ ਕੋਣ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ  $\sqrt{2gh}$  ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਪਿੰਡ  $mgh$  ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਜਾਂ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੂਸਰੇ ਕਾਰਕਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਪਿੰਡ ਦੇ ਵੇਗ ਜਾਂ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਚਲਾਏ ਗਏ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਪੱਥ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਬਲ ਅਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ (non-conservative) ਬਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਕਾਰਜ ਜਾਂ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ  $[ML^2T^{-2}]$  ਅਤੇ SI ਮਾਤਰਕ ਜੂਲ (Joule) ਹੈ। ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲ (conservative force) ਦੇ ਲਈ, ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ  $\Delta V$ , ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਰਿਣਾਤਮਕ ਕਾਰਜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\Delta V = -F(x) \Delta x \quad (6.9)$$

ਇਸ ਅਨੁਭਾਗ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਗੋਦ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗੋਦ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਉਸ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਗਈ ਸੀ। ਇਹ ਯੰਤਰਿਕੀ ਵਿੱਚ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸਿਧਾਂਤ ਵੱਲ ਸੰਕੇਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਪਰਖਾਂਗੇ।

### 6.8 ਯੰਤਰਿਕੀ ਊਰਜਾ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ (The conservation of mechanical energy)

ਸਰਲਤਾ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸਿਧਾਂਤ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵਰਨਣ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲ  $F$  ਦੇ ਕਾਰਨ ਵਿਸਥਾਪਨ  $\Delta x$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਬਲ  $F$  ਦੇ ਲਈ

$$\Delta K = F(x) \Delta x$$

ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲ (Conservative force) ਦੇ ਲਈ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਫਲਨ (function)  $V(x)$  ਨੂੰ ਨਿਮਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$-\Delta V = F(x) \Delta x \quad (6.9)$$

ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨ ਤੋਂ ਇਹ ਸੰਕੇਤ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਕਿ

$$\begin{aligned} \Delta K + \Delta V &= 0 \\ \Delta(K + V) &= 0 \end{aligned} \quad (6.10)$$

ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ,  $K + V$  ਸਥਿਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਪੱਥ  $x_i$  ਤੋਂ  $x_f$  ਦੇ ਲਈ

$$K_i + V(x_i) = K_f + V(x_f) \quad (6.11)$$

ਇੱਥੇ ਰਾਸ਼ੀ  $K + V(x)$ , ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ (mechanical energy) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਵੱਖੋ-ਵੱਖਰੇ ਤੌਰ 'ਤੇ,  $K$  ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ (kinetic energy) ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ

$V(x)$  ਇੱਕ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਦੂਸਰੀ ਸਥਿਤੀ ਤੱਕ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਪਰ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਯੋਗਫਲ ਅਚਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਵੇਚਨ ਤੋਂ ਸ਼ਬਦ 'ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਬਲ' (conservative force) ਦੀ ਉਚਿਤਤਾ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਆਉ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

- ਕੋਈ ਬਲ  $F(x)$  ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸ ਨੂੰ ਸਮੀਕਰਨ 6.9 ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੁਆਰਾ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ  $V(x)$  ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ ਵਿਆਪੀਕਰਨ (three dimensional generalization) ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ ਅਵਕਲਜ ਵਿਧੀ (vector derivative) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਸਤਕ ਦੇ ਵਿਵੇਚਨਾ ਖੇਤਰ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਹੈ।

- ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਸਿਰੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਨਿਮਨ ਸੰਬੰਧ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ :

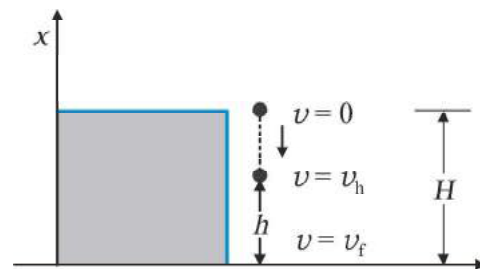
$$W = K_f - K_i = V(x_i) - V(x_f)$$

- ਤੀਸਰੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਇਸ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਬੰਦ ਪਥ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਵਾਰ ਫਿਰ ਸਮੀਕਰਨ (6.11) ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ  $x_i = x_f$  ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਜੇ ਉਸ ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਬਲ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਹੋਣ।

ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਵੇਚਨਾ ਨੂੰ ਵਧੇਰੇ ਮੂਰਤ ਬਣਾਉਣ ਲਈ, ਇੱਕ ਵਾਰ ਫਿਰ ਗੁਰੂਤਾਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸਪ੍ਰਿੰਗ ਬਲ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਤੇ ਅਗਲੇ ਅਨੁਭਾਗ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਚਿੱਤਰ 6.5, H ਉਚਾਈ ਦੀ ਕਿਸੇ ਚੱਟਾਨ ਤੋਂ ਸੁੱਟੇ,  $m$  ਪੁੰਜ ਦੀ ਗੋਦ ਦਾ ਚਿੱਤਰਣ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਗੋਦ ਦੀ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਉਚਾਈ, ਜ਼ੀਰੋ (ਭੂਮੀ ਤਲ),  $h$  ਅਤੇ



ਚਿੱਤਰ 6.5 H ਉਚਾਈ ਦੀ ਕਿਸੇ ਚੱਟਾਨ ਤੋਂ ਸੁੱਟੀ ਗਈ,  $m$  ਪੁੰਜ ਦੀ ਗੋਦ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ।

H ਦੇ ਲਈ ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾਵਾਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $E_0$ ,  $E_h$  ਅਤੇ  $E_H$  ਹਨ।

$$E_H = mgH \quad (6.11 a)$$

$$E_h = mgh + \frac{1}{2}mv_h^2 \quad (6.11 b)$$

$$E_0 = (1/2)mv_f^2 \quad (6.11 c)$$

ਸਥਿਰ ਬਲ, ਤਿੰਨ ਵਿਮ-ਨਿਰਭਰ ਬਲ  $F(x)$  (spatially dependent force) ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ

$$E_H = E_0$$

ਜਾਂ  $mgH = \frac{1}{2}mv_f^2$

$$v_f = \sqrt{2gH}$$

ਉਪਰੋਕਤ ਪਰਿਣਾਮ ਅਨੁਭਾਗ 6.7 ਵਿੱਚ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੇ ਹੋਏ ਪਿੰਡ ਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਸੀ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ

$$E_H = E_h$$

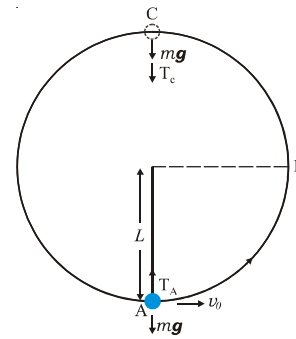
ਜੋ ਇਹ ਸੰਕੇਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ

$$v_h^2 = 2g(H - h) \quad (6.11 d)$$

ਇਹ ਨਤੀਜਾ, ਸ਼ੁੱਧ ਗਤੀਕੀ ਦਾ ਇੱਕ ਜਾਣਿਆ-ਪਛਾਣਿਆ ਨਤੀਜਾ ਹੈ।

$H$  ਉਚਾਈ ਤੇ, ਪਿੰਡ ਦੀ ਊਰਜਾ ਸਿਰਫ਼ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ। ਇਹ  $h$  ਉਚਾਈ ਤੇ ਅੰਸ਼ਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਭੂਮੀ ਤਲ ਤੇ ਪੂਰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ, ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰਦਾ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 6.7**  $m$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਇੱਕ ਬੱਥ  $L$  ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਹਲਕੀ ਡੋਰੀ ਨਾਲ ਲਟਕਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਨਿਮਨਤਮ ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਖਿਤਜੀ ਵੇਗ  $v_0$  ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਤਲ ਵਿੱਚ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਆਕਾਰ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਪਕ ਪੱਥ (semi circular trajectory) ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੈਅ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਡੋਰੀ ਸਿਰਫ਼ ਸਭ ਤੋਂ ਉੱਚ ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਢਿੱਲੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 6.6 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਨਿਮਨ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ (expression) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ (a)  $v_0$ ; (b) ਬਿੰਦੂਆਂ B ਅਤੇ C ਤੇ ਬੱਥ ਦੀ ਚਾਲ ਅਤੇ; (c) ਬਿੰਦੂ B ਅਤੇ C ਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ( $K_B/K_C$ ) ਗੋਲਕ ਦੇ ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਪੁੱਜਣ ਦੇ ਬਾਦ ਪਥ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਤੇ ਟਿੱਪਣੀ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 6.6

**ਹੱਲ :** (a) ਇੱਥੇ ਬੱਥ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਦੋ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਹਨ-ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਅਤੇ ਡੋਰੀ ਵਿੱਚ ਤਨਾਵ ( $T$ )। ਬਾਦ ਵਾਲਾ ਬਲ (ਤਨਾਵ) ਕੋਈ ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਬੱਥ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਡੋਰੀ ਦੇ ਲੰਬ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਬੱਥ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸਿਰਫ਼ ਗੁਰੂਤਾਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ। ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਸੰਪੂਰਨ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ  $E$  ਸਥਿਰ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸਭ ਤੋਂ ਨਿਚਲੇ ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਲੈ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਬਿੰਦੂ A ਤੇ

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (6.12)$$

$$T_A - mg = \frac{mv_0^2}{L}$$

[ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ] ਇੱਥੇ  $T_A$ , ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਡੋਰੀ ਦਾ ਤਨਾਵ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਉੱਚੇ ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਡੋਰੀ ਢਿੱਲੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ; ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਡੋਰੀ ਦਾ ਤਨਾਵ  $T_C = 0$ । ਇਸ ਲਈ ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$E = \frac{1}{2}mv_c^2 + 2mgL \quad (6.13)$$

$$mg = \frac{mv_c^2}{L} \quad \text{[ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ]} \quad (6.14)$$

ਜਿੱਥੇ  $v_C$  ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਗੋਲਕ (Bob) ਦੀ ਚਾਲ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (6.13) ਅਤੇ (6.14) ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$E = \frac{5}{2}mgL$$

ਇਸ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਊਰਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਰੱਖਣ ਤੇ

$$\frac{5}{2}mgL = \frac{m}{2}v_0^2$$

ਜਾਂ,  $v_0 = \sqrt{5gL}$

(b) ਸਮੀਕਰਨ (6.14) ਤੋਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ

$$v_C = \sqrt{gL}$$

ਇਸ ਲਈ ਬਿੰਦੂ B ਤੇ ਊਰਜਾ ਹੈ।

$$E = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgL$$

ਇਸ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਊਰਜਾ ਦੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਰੱਖਣ ਤੇ ਅਤੇ (a) ਦੇ ਨਤੀਜੇ  $v_0^2 = 5gL$  ਨੂੰ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਣ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ—

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgL = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= \frac{5}{2}mgL$$

$$\therefore v_B = \sqrt{3gL}$$

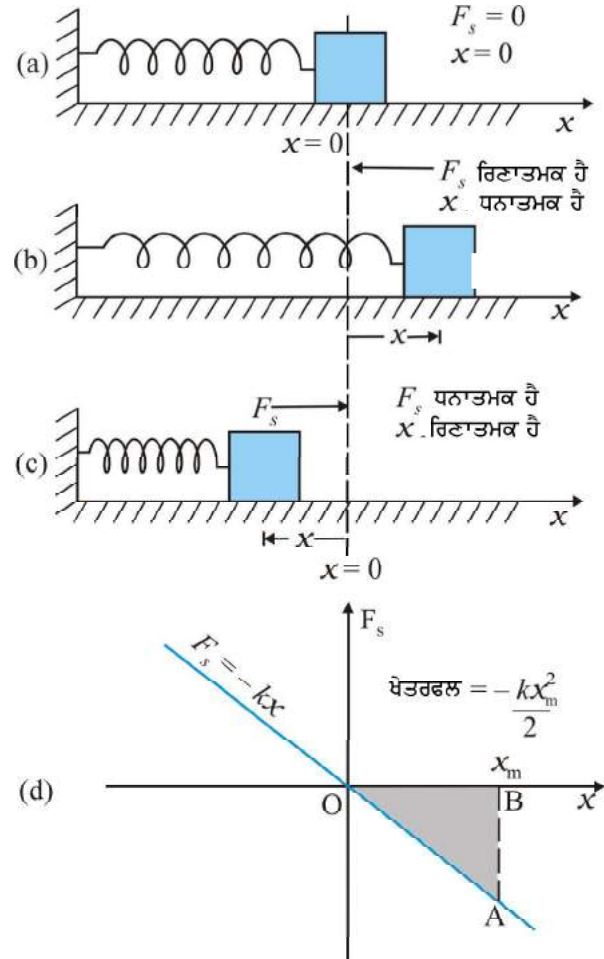
(c) ਬਿੰਦੂ B ਅਤੇ C ਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ

$$\frac{K_B}{K_C} = \frac{\frac{1}{2}mv_B^2}{\frac{1}{2}mv_C^2} = \frac{3}{1}$$

ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਡੋਰੀ ਢਿੱਲੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਗੋਲਕ (Bob) ਦਾ ਵੇਗ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਅਤੇ ਖਿਤਜੀ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਇਸ ਪਲ ਤੇ ਡੋਰੀ ਨੂੰ ਕੱਟ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਗੋਲਕ ਦਾ ਇੱਕ ਖਿਤਜੀ ਪ੍ਰਖੇਪ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਖੇਪੀ ਗਤੀ ਠੀਕ ਉਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਏਗਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਖੜੀ ਚਟਾਨ ਤੋਂ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਸੁੱਟਣ ਤੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਗੋਲਕ ਲਗਾਤਾਰ ਆਪਣੇ ਚੱਕਰਾ ਕਾਰ ਪੱਥ ਤੇ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਰਹੇਗਾ ਅਤੇ ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰੇਗਾ। ◀

### 6.9 ਕਿਸੇ ਕਮਾਣੀ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ (The potential energy of a spring)

ਸਪਰਿੰਗ-ਬਲ ਇੱਕ ਪਰਿਵਰਤੀ ਬਲ ਦਾ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ ਜੋ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 6.7 ਸਪਰਿੰਗ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਕਿਸੇ ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਚੀਕਣੀ ਖਿਤਜੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਸਪਰਿੰਗ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਸਿਰਾ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਕੰਧ ਨਾਲ ਜੁੜਿਆ ਹੈ। ਸਪਰਿੰਗ ਹਲਕਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪੁੰਜ ਰਹਿਤ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਕਿਸੇ ਆਦਰਸ਼ ਸਪਰਿੰਗ ਵਿੱਚ, ਸਪਰਿੰਗ-ਬਲ  $F_s$ , ਗੁਟਕੇ ਦਾ ਆਪਣੀ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਵਾਲੀ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਵਿਸਥਾਪਨ  $x$  ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਗੁਟਕੇ ਦਾ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਵਿਸਥਾਪਨ ਧਨਾਤਮਕ (positive) ਚਿੱਤਰ (6.7b) ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ (Negative) ਚਿੱਤਰ (6.7c) ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸਪਰਿੰਗ ਦੇ ਲਈ ਬਲ ਦਾ ਨਿਯਮ, ਹੁੱਕ (Hooke's) ਦਾ ਨਿਯਮ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਗਣਿਤਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 6.7. ਕਿਸੇ ਸਪਰਿੰਗ ਦੇ ਮੁਕਤ ਸਿਰੇ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਹੋਏ ਗੁਟਕੇ ਤੇ ਸੰਪਰਿੰਗ ਬਲ ਦਾ ਚਿੱਤਰਣ

- (a) ਜਦੋਂ ਮੱਧ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਵਿਸਥਾਪਨ  $x$  ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ  $F_s$  ਵੀ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।
- (b) ਖਿੱਚੇ ਹੋਏ ਸਪਰਿੰਗ ਲਈ  $x > 0$  ਅਤੇ  $F_s < 0$
- (c) ਨਪੀੜੇ ਸਪਰਿੰਗ ਲਈ  $x < 0$  ਅਤੇ  $F_s > 0$
- (d)  $F_s$  ਅਤੇ  $x$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਆਲੇਖ।

ਛਾਇਆ (Shade) ਅੰਕਿਤ ਕੀਤੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਸਪਰਿੰਗ-ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।  $F_s$  ਅਤੇ  $x$  ਦੇ ਉਲਟ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ,

$$W_s = \frac{-kx_m^2}{2}$$

$$F_s = -kx$$

ਇੱਥੇ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $k$  ਇੱਕ ਸਪਰਿੰਗ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਾਤਰਕ  $Nm^{-1}$  ਹੈ। ਜੇ  $k$  ਦਾ ਮਾਨ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਸਪਰਿੰਗ ਨੂੰ ਦ੍ਰਿੜ (stiff) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ  $k$  ਦਾ ਮਾਨ ਘੱਟ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਨਰਮ (soft) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਅਸੀਂ ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਵੱਲ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 6.7(b) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਧੀਮੀ ਸਥਿਰ ਚਾਲ ਨਾਲ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਸਪਰਿੰਗ ਦਾ ਖਿਚਾਓ  $x_m$ , ਹੈ ਤਾਂ ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ

$$W_s = \int_0^{x_m} F_s dx = - \int_0^{x_m} kx dx$$

$$= -\frac{kx_m^2}{2} \quad (6.15)$$

ਇਸ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ 6.7 (d) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਤੋਂ ਵੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਬਾਹਰੀ ਖਿਚਾਓ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ।

$$W = +\frac{kx_m^2}{2} \quad (6.16)$$

ਜੇ ਸਪਰਿੰਗ ਨੂੰ ਵਿਸਥਾਪਨ  $x_c (< 0)$  ਤੱਕ ਨਪੀੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਵੀ ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਅੰਜਕ ਸੱਚ ਹੈ। ਸਪਰਿੰਗ-ਬਲ  $W_s = -kx_c^2/2$  ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਬਾਹਰੀ ਬਲ  $F$ ,  $+kx_c^2/2$  ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਜੇ ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਇਸਦੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵਿਸਥਾਪਨ  $x_i$  ਤੋਂ ਅੰਤਿਮ ਵਿਸਥਾਪਨ  $x_f$  ਤੱਕ ਵਿਸਥਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ

$$W_s = - \int_{x_i}^{x_f} kx dx = \frac{kx_i^2}{2} - \frac{kx_f^2}{2} \quad (6.17)$$

ਇਸ ਲਈ ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਸਿਰਫ਼ ਸਿਰੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਸਥਿਤੀ  $x_i$  ਤੋਂ ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਵਾਪਿਸ  $x_i$  ਸਥਿਤੀ ਤੱਕ ਆਉਣ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ

$$W_s = \int_{x_i}^{x_i} kx dx = \frac{kx_i^2}{2} - \frac{kx_i^2}{2} = 0 \quad (6.18)$$

ਇਸ ਲਈ ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਿ (i) ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ ਸਿਰਫ਼ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੁੱਕ (Hooke) ਦੁਆਰਾ ਪਹਿਲਾ ਕਿਹਾ ਗਿਆ ਹੈ। ( $F_s = -ks$ ); (ii) ਇਹ ਬਲ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀਆਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ; ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਸਮੀਕਰਨ (6.17)। ਇਸ ਲਈ ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ ਇੱਕ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਬਲ (Conservative force) ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਗੁਟਕਾ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ (equilibrium) ਵਿੱਚ ਹੈ ਭਾਵ ਮੱਧ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਉਸਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਸਪਰਿੰਗ

ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ  $V(x)$  ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਜ਼ੀਰੋ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਸੇ ਖਿਚਾਓ (ਜਾਂ ਨਪੀੜਨ)  $x$  ਦੇ ਲਈ ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad (6.19)$$

ਇਸ ਨੂੰ ਸੁਵਿਧਾਪੂਰਵਕ ਵੇਰੀਫਾਈ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ

ਕਿ  $-\frac{dV}{dx} = -kx$ , ਜੋ ਕਿ ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ ਹੈ। ਜਦੋਂ  $m$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 6.7 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ  $x_m$  ਤੱਕ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਛੱਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਸਾਰੀ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ, ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਚੁਣੀ ਗਈ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਥਿਤੀ  $x$  ਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇਗੀ, ਜਿੱਥੇ  $x$  ਦਾ ਮਾਨ  $-x_m$  ਤੋਂ  $+x_m$ , ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ—

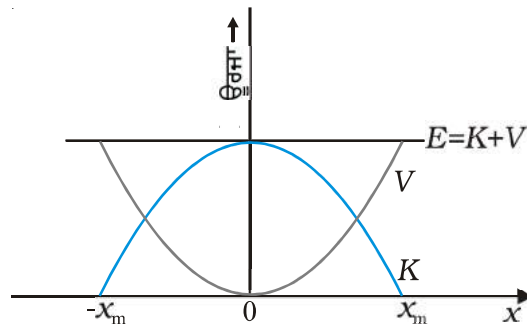
$$\frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਨ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਗੁਟਕੇ ਦੀ ਚਾਲ  $v_m$  ਅਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸੰਤੁਲਿਤ  $x=0$  ਤੇ ਅਧਿਕਤਮ ਹੋਵੇਗੀ, ਅਰਥਾਤ

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}kx_m^2$$

ਜਾਂ  $v_m = \sqrt{\frac{k}{m}} x_m$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ  $k/m$  ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ  $[T^{-2}]$  ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿਮੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਐਪਰ, ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 6.8 ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਬਣਾ ਕੇ ਨਿਰੂਪਣ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 6.8** ਕਿਸੇ ਸਪਰਿੰਗ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਹੋਏ ਗੁਟਕੇ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ  $V$  ਅਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ  $K$  ਦੇ ਪੈਰਾਬੋਲਿਕ ਗ੍ਰਾਫ਼ (Parabolic graph) ਜੋ ਹੁੱਕ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪਾਲਣ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਪੂਰਕ ਹਨ ਅਰਥਾਤ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਘੱਟਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰਾ ਵੱਧਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ  $E = K + V$  ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 6.8** ਕਾਰ ਦੁਰਘਟਨਾ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਮੋਟਰ ਕਾਰ ਨਿਰਮਾਤਾ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਪਰਿੰਗ ਸਥਿਰ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਸਪਰਿੰਗਾਂ ਦਾ ਫਰੇਮ ਚੜ੍ਹਾ ਕੇ ਚਲਦੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਕਾਰਾਂ ਦੀਆਂ ਟੱਕਰਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਮੰਨ ਲਓ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਤੀਕਾਤਮਕ ਅਨੁਰੂਪਨ ਵਿੱਚ ਕੋਈ  $1000\text{kg}$  ਪੁੰਜ ਦੀ ਕਾਰ ਇੱਕ ਚਿਕਣੀ ਸੜਕ ਤੇ  $18\text{km/h}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲਦੇ ਹੋਏ, ਖਿਤਜੀ ਫਰੇਮ ਤੇ ਚੜ੍ਹਾਏ ਗਏ ਸਪਰਿੰਗ ਨਾਲ ਟੱਕਰ ਕਰਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਸਪਰਿੰਗ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $6.25 \times 10^3 \text{ N m}^{-1}$  ਹੈ। ਸਪਰਿੰਗ ਦਾ ਅਧਿਕਤਮ ਨਪੀੜਨ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

**ਹੱਲ :** ਕਾਰ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਧਿਕਤਮ ਨਪੀੜਨ ਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਰੂਪ ਨਾਲ ਸਪਰਿੰਗ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ –

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10^3 \times 5 \times 5$$

$$K = 1.25 \times 10^4 \text{ J}$$

ਇੱਥੇ ਕਾਰ ਦੀ ਚਾਲ  $18 \text{ km h}^{-1}$  ਨੂੰ ਇਸਦੇ SI ਮਾਨ  $5 \text{ m s}^{-1}$  ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। | ਇੱਥੇ ਇਹ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣ ਯੋਗ ਹੈ ਕਿ  $36 \text{ km h}^{-1} = 10 \text{ m s}^{-1}$ । ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਅਧਿਕਤਮ ਨਪੀੜਨ  $x_m$  ਤੇ ਸਪਰਿੰਗ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ( $V$ ), ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ  $K$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

$$V = \frac{1}{2}kx_m^2$$

$$= 1.25 \times 10^4 \text{ J}$$

ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$x_m = 2.00 \text{ m}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਦਰਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਸਪਰਿੰਗ ਨੂੰ ਪੁੰਜ ਰਹਿਤ ਮੰਨਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਸੜਕ ਦਾ ਰਗੜ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਤੇ ਕੁਝ ਟਿੱਪਣੀ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਇਸ ਅਨੁਭਾਗ ਦਾ ਸਮਾਪਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ—

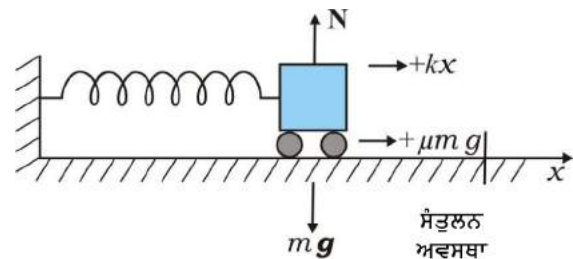
- (i) ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਵੇਚਨਾ ਵਿੱਚ ਸਮੇਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਸੂਚਨਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਨਪੀੜਨ ਦਾ ਪਰਿਕਲਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਉਸ ਸਮੇਂ ਔਤਰਾਲ ਦਾ ਪਰਿਕਲਨ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇਹ ਨਪੀੜਨ ਹੋਇਆ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਸਮੇਂ ਦੀ ਸੂਚਨਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਲਈ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਹੱਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

- (ii) ਸਾਰੇ ਬਲ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਰਗੜ ਇੱਕ ਅਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਸੋਧ ਕਰਨੀ ਪਵੇਗੀ। ਇਸ ਨੂੰ ਉਦਾਹਰਨ 6.9 ਵਿੱਚ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।
- (iii) ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਸਹੂਲਤ ਅਨੁਸਾਰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ ਦੇ ਲਈ  $x = 0$ , ਤੇ ਅਸੀਂ  $V = 0$  ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ, ਅਰਥਾਤ ਬਿਨਾਂ ਖਿੱਚੇ ਸਪਰਿੰਗ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਜ਼ੀਰੋ ਸੀ। ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਗੁਰੂਤਾਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ  $mg$  ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ  $V = 0$  ਲਿਆ ਸੀ। ਅਗਲੇ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਗੁਰੂਤਾਆਕਰਸ਼ਣ ਦੇ ਸਰਵ-ਵਿਆਪਕ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਬਲ ਦੇ ਲਈ, ਗੁਰੂਤਾਆਕਰਸ਼ਣ ਸਰੋਤ ਤੋਂ ਅਨੰਤ ਦੂਰੀ ਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵਧੀਆ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ, ਕਿਸੇ ਵਿਵੇਚਨਾ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਵਾਰ ਜ਼ੀਰੋ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਦ, ਸ਼ੁਰੂ ਤੋਂ ਅੰਤ ਤੱਕ ਵਿਵੇਚਨਾ ਵਿੱਚ ਉਸੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਪਾਲਨਾ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 6.9** ਉਦਾਹਰਨ 6.8 ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ  $\mu$  ਦਾ ਮਾਨ  $0.5$  ਲੈ ਕੇ ਕਮਾਣੀ ਦੇ ਅਧਿਕਤਮ ਨਪੀੜਨ ਦਾ ਪਰਿਕਲਨ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਸਪਰਿੰਗ ਬਲ ਅਤੇ ਰਗੜ ਬਲ, ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਨਪੀੜਨ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸੰਯੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 6.9 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 6.9** ਕਿਸੇ ਕਾਰ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ।

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ— ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੈ।

$$\Delta K = K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

ਕੁੱਲ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਕਾਰਜ।

$$W = -\frac{1}{2}kx_m^2 - \mu mg x_m$$



$\Delta K$  ਅਤੇ  $W$  ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x_m^2 + \mu m g x_m$$

ਇੱਥੇ  $\mu m g = 0.5 \times 10^3 \times 10 = 5 \times 10^3 \text{ N}$  ( $g = 10.0 \text{ m s}^{-2}$  ਲੈਣ ਤੇ) ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰਨ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਅਗਿਆਤ  $x_m$  ਦੇ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ—

$$k x_m^2 + 2\mu m g x_m - m v^2 = 0$$

$$x_m = \frac{-\mu m g + [\mu^2 m^2 g^2 + m k v^2]^{1/2}}{k}$$

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ  $x_m$  ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਣ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇਸਦਾ ਧਨਾਤਮਕ ਵਰਗਮੂਲ ਲੈ ਲਿਆ ਹੈ। ਅੰਕਿਤ ਮਾਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ—

$$x_m = 1.35 \text{ m}$$

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਮੀਦ ਸੀ ਉਦਾਹਰਨ 6.8 ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜੇ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ।

ਜੇ ਮੰਨ ਲਈਏ ਕਿ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਦੋਨੋਂ ਬਲਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਬਲ  $F_c$  ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਅਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਬਲ  $F_{nc}$  ਹੈ ਤਾਂ ਯਾਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੇ ਸੂਤਰ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਸੋਧ ਕਰਨੀ ਪਵੇਗੀ।

ਕਾਰਜ-ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਤੋਂ

$$(F_c + F_{nc}) \Delta x = \Delta K$$

ਪਰ  $F_c \Delta x = -\Delta V$

ਇਸ ਲਈ  $\Delta(K + V) = F_{nc} \Delta x$

$$\Delta E = F_{nc} \Delta x$$

ਇੱਥੇ  $E$  ਕੁੱਲ ਯਾਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਹੈ। ਸਾਰੇ ਪੱਖ ਤੇ ਇਹ ਨਿਮਨ ਰੂਪ ਲੈ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

$$E_f - E_i = W_{nc}$$

ਇੱਥੇ  $W_{nc}$  ਅਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਪੱਖ ਤੇ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕੁੱਲ ਕਾਰਜ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ  $W_{nc}$ ,  $i$  ਤੋਂ  $f$  ਤੱਕ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਪੱਖ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ। ◀

## 6.10 ਊਰਜਾ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰੂਪ : ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦਾ ਨਿਯਮ (Various forms of energy : The law of conservation of energy)

ਪਿਛਲੇ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਯਾਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਦੀ ਵਿਵੇਚਨਾ ਕੀਤੀ ਅਤੇ ਇਹ ਪਾਇਆ ਕਿ ਇਸ ਨੂੰ ਦੋ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਪਹਿਲੀ ਗਤੀ ਤੇ ਆਧਾਰਿਤ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਰੂਪ-ਆਕਾਰ ਜਾਂ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਆਧਾਰਿਤ ਅਰਥਾਤ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ। ਊਰਜਾ ਬਹੁਤ ਰੂਪਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰੂਪ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

ਕਈ ਵਿਧੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਕਸਰ ਸਾਨੂੰ ਵੀ ਕਦੇ-ਕਦੇ ਸਪੱਸ਼ਟ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ।

### 6.10.1 ਤਾਪ (Heat)

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਰਗੜ ਬਲ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਪਰ ਕਾਰਜ, ਰਗੜ ਬਲ ਨਾਲ  $\Delta K = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$  (ਐਂਕੋ 6.5)। ਕੋਈ  $m$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਗੁਟਕਾ ਖੁਰਦਰੀ (rough) ਖਿਤਜੀ ਸਤਹਿ ਤੇ  $v_0$  ਚਾਲ ਨਾਲ ਫਿਸਲਦਾ ਹੋਇਆ  $x_0$  ਦੂਰੀ ਚੱਲ ਕੇ ਰੁੱਕ ਜਾਂਦਾ ਹੈ  $x_0$  ਤੇ ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਬਲ  $f$  ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ  $-f x_0$  ਹੈ। ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ

ਪ੍ਰਮੇਯ ਤੋਂ  $\frac{1}{2} m v_0^2 = f x_0$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ

ਆਪਣੇ ਵਿਸ਼ਾ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਯੰਤਰਕੀ ਤੱਕ ਹੀ ਸੀਮਿਤ ਰਖੀਏ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਾਂਗੇ ਕਿ ਗੁਟਕੇ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਦਾ ਰਗੜ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਖੈ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਮੇਜ਼ ਅਤੇ ਗੁਟਕੇ ਦਾ ਪਰੀਖਣ ਕਰਨ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਚਲੇਗਾ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਤਾਪ ਮਾਮੂਲੀ ਜਿਹਾ ਵੱਧ ਗਿਆ ਹੈ। ਰਗੜ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦਾ ਖੈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਬਲਕਿ ਇਹ ਰਗੜ ਬਲ ਤਾਪ ਊਰਜਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੇਜ਼ ਅਤੇ ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਗੁਟਕੇ ਅਤੇ ਮੇਜ਼ ਦੀ ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਨੂੰ ਵਧਾ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਸਰਦੀਆਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀਆਂ ਹੱਥੀਆਂ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਜ਼ੋਰ ਨਾਲ ਰਗੜ ਕੇ ਤਾਪ ਪੈਦਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਅਕਸਰ ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਲਗਾਤਾਰ, ਬੇਤਰਤੀਬੀ (random) ਗਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ। ਤਾਪ ਊਰਜਾ ਦੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੀ ਪਰਿਮਾਣਤਮਿਕ ਧਾਰਨਾ ਇਸ ਤੱਥ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਕਿ 1kg ਪਾਣੀ 10°C ਠੰਡਾ ਹੋਣ ਤੇ 42000 J ਊਰਜਾ ਮੁਕਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

### 6.10.2 ਰਸਾਇਣਿਕ ਊਰਜਾ (Chemical Energy)

ਮਨੁੱਖ ਜਾਤੀ ਨੇ ਬਹੁਤ ਮਹਾਨ ਤਕਨੀਕੀ ਸਫਲਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਦੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾਇਆ ਕਿ ਅੱਗ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਬਾਲਿਆ ਅਤੇ ਕਾਬੂ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦੋ ਫਲਿੰਟ ਪੱਥਰਾਂ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਰਗੜਨਾ (ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ), ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਗਰਮ ਹੋਣ ਦੇਣਾ ਅਤੇ ਪੱਤਿਆਂ ਦੇ ਢੇਰ ਨੂੰ ਸੁਲਗਾਨਾ (ਰਸਾਇਣਿਕ ਊਰਜਾ) ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਜਿਸ ਕਾਰਨ ਅਸੀਂ ਲਗਾਤਾਰ ਤਾਪ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕੇ। ਮਾਚਿਸ ਦੀ ਇੱਕ ਤੀਲੀ ਜਦੋਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀ ਗਈ ਰਸਾਇਣਿਕ ਸਤਹਿ ਤੇ ਰਗੜੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਚਮਕੀਲੀ ਜਵਾਲਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਲਣ ਲੱਗਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਸੁਲਗਾਈ ਗਈ ਮਾਚਿਸ ਦੀ ਤੀਲੀ ਪਟਾਕੇ ਨੂੰ ਲਗਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਧੁਨੀ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦਾ ਸ਼ਾਨਦਾਰ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਰਸਾਇਣਿਕ ਊਰਜਾ, ਰਸਾਇਣਿਕ ਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਹਿੱਸਾ ਲੈਣ ਵਾਲੇ ਅਣੂਆਂ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬੰਧਨ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਰਸਾਇਣਿਕ ਯੋਗਿਕ ਦੀ ਊਰਜਾ ਇਸਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅੰਸ਼ਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਰਸਾਇਣਿਕ ਕਿਰਿਆ ਮੁੱਖ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੀ ਪੁਨਰ

ਵਿਵਸਥਾ ਹੈ। ਜੇ ਅਭਿਕਾਰਕਾਂ (reactants) ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ, ਉਤਪਾਦਾਂ (products) ਦੀ ਊਰਜਾ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ ਤਾਂ ਤਾਪ ਮੁਕਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਕਿਰਿਆ ਤਾਪਨਿਕਾਸ਼ੀ (exothermic) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਤਾਪ ਊਰਜਾ ਸੋਖਿਤ ਹੋਵੇਗੀ ਅਰਥਾਤ ਕਿਰਿਆ ਤਾਪਸੋਖੀ (endothermic) ਹੋਵੇਗੀ। ਕੋਲੇ ਵਿੱਚ ਕਾਰਬਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ 1kg ਦੇ ਦਹਿਣ ਨਾਲ  $3 \times 10^7$  J ਊਰਜਾ ਮੁਕਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਰਸਾਇਣਿਕ ਊਰਜਾ ਉਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ ਪਦਾਰਥਾਂ ਨੂੰ ਸਥਿਰਤਾ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਬਲ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਨੂੰ ਅਣੂਆਂ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਅਣੂਆਂ ਨੂੰ ਪਾਲੀਮੇਰਿਕ (Polymeric) ਲੜੀ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਬੰਨ੍ਹ ਦਿੰਦੇ ਹਨ। ਕੋਲਾ, ਕੁਕਿੰਗ ਗੈਸ, ਲੱਕੜੀ ਅਤੇ ਪੈਟਰੋਲੀਅਮ ਦੇ ਦਹਿਣ ਤੋਂ ਪੈਦਾ ਰਸਾਇਣਿਕ ਊਰਜਾ ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਹੋਂਦ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

### 6.10.3 ਬਿਜਲਈ ਊਰਜਾ (Electrical Energy)

ਬਿਜਲਈ ਧਾਰਾ ਦੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਕਾਰਨ ਬਿਜਲਈ ਬਲਬ ਜਗ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਪੱਖੇ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਘੰਟੀਆਂ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ। ਚਾਰਜਾਂ ਦੇ ਆਕਰਸ਼ਣ-ਪ੍ਰਤਿਆਕਰਸ਼ਣ ਸੰਬੰਧੀ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ

ਬਿਜਲਈ ਧਾਰਾ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਊਰਜਾ ਬਿਜਲਈ ਧਾਰਾ ਨਾਲ ਵੀ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਭਾਰਤੀ ਸ਼ਹਿਰੀ ਪਰਿਵਾਰ ਲਗਭਗ 200J/s ਊਰਜਾ ਦਾ ਉਪਭੋਗ ਕਰਦਾ ਹੈ।

### 6.10.4 ਪੁੰਜ-ਊਰਜਾ ਤੁੱਲਤਾ (The Equivalence of Mass and Energy)

ਉਨ੍ਹੀਵੀਂ ਸਦੀ ਦੇ ਅੰਤ ਤੱਕ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਦਾ ਵਿਸ਼ਵਾਸ ਸੀ ਕਿ ਹਰੇਕ ਭੌਤਿਕ ਅਤੇ ਰਸਾਇਣਿਕ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਸਿਸਟਮ (isolated system) ਦਾ ਪੁੰਜ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਪਦਾਰਥ ਆਪਣੀ ਅਵਸਥਾ (Phase) ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਹਿਮਾਨੀ ਬਰਫ਼ (glacial ice) ਪਿਘਲ ਕੇ ਇੱਕ ਵਗਦੀ ਨਦੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਸਕਦੀ ਹੈ ਪਰ ਪਦਾਰਥ ਜਾਂ ਮਾਦਾ ਨਾ ਤੇ ਪੈਦਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਨਸ਼ਟ। ਐਪਰ, ਅਲਬਰਟ (Albert Einstein) ਆਈਨਸਟੀਨ (1879-1955) ਨੇ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਕਿ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਊਰਜਾ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਤੁੱਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸਮੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ—

$$E = mc^2 \quad (6.20)$$

### ਸਾਰਣੀ 6.3 ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਰਤਾਰਿਆਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਲਗਭਗ ਊਰਜਾ

ਵਰਨਣ	ਊਰਜਾ (ਹ)
ਬਿਗ ਬੈਂਗ ਵਿੱਚ ਨਿਕਲੀ ਊਰਜਾ	$10^{68}$
ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾ ਦੁਆਰਾ ਆਪਣੇ ਜੀਵਨ ਕਾਲ ਵਿੱਚ ਉਤਸਰਜਿਤ ਊਰਜਾ	$10^{55}$
ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਊਰਜਾ	$10^{52}$
ਸੁਪਰਨੋਵਾ ਵਿਸਫੋਟ ਵਿੱਚੋਂ ਨਿਕਲੀ ਊਰਜਾ	$10^{44}$
ਧਰਤੀ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਊਰਜਾ	$10^{34}$
ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਦੇ ਨੇੜੇ ਸਲਾਨਾ ਪੌਣ ਊਰਜਾ ਖੈ	$10^{29}$
ਮਨੁੱਖ ਦੁਆਰਾ ਸੰਸਾਰ ਵਿੱਚ ਵਰਤੀ ਗਈ ਸਲਾਨਾ ਊਰਜਾ	$5 \times 10^{24}$
ਜਵਾਰਭਾਟਾ ਦੁਆਰਾ ਸਲਾਨਾ ਊਰਜਾ ਖੈ	$10^{22}$
15 ਮੈਗਾਟਨ ਸੰਯੋਜਨ ਬੰਬ ਦੁਆਰਾ ਪੈਦਾ ਊਰਜਾ	$3 \times 10^{20}$
ਕਿਸੇ ਵੱਡੇ ਬਿਜਲੀ ਉਤਪਾਦਕ ਪਲਾਂਟ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਊਰਜਾ	$10^{20}$
ਲਿਸ਼ਕਦੀ ਬਿਜਲੀ	$10^{15}$
1000kg ਕੋਲੇ ਦੇ ਦਹਿਣ ਤੋਂ ਪੈਦਾ ਊਰਜਾ	$3 \times 10^{10}$
ਕਿਸੇ ਵੱਡੇ ਜੈੱਟ ਵਿਮਾਨ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ	$10^9$
1 ਲੀਟਰ ਗੈਸੋਲੀਨ ਦੇ ਦਹਿਣ ਤੋਂ ਪੈਦਾ ਊਰਜਾ	$3 \times 10^7$
ਕਿਸੇ ਬਾਲਗ ਮਨੁੱਖ ਦੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਖੁਰਾਕ ਸਮਰੱਥਾ	$10^7$
ਮਨੁੱਖੀ ਦਿਲ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਧੜਕਣ ਲਈ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ	0.5
ਕਿਸੇ ਪੁਸਤਕ ਦੇ ਪੰਨੇ ਪਲਟਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ	$10^{-3}$
ਪਿੱਸੂ ਦਾ ਫੁਦਕਨਾ	$10^{-7}$
ਕਿਸੇ ਨਿਊਰਾਨ ਵਿਸਰਜਨ ਵਿੱਚ ਜ਼ਰੂਰੀ ਊਰਜਾ	$10^{-10}$
ਕਿਸੇ ਨਾਭਿਕ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਦੀ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਊਰਜਾ	$10^{-13}$
ਕਿਸੇ ਪਰਮਾਣੂ ਵਿੱਚ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਊਰਜਾ	$10^{-18}$
ਡੀ. ਐਨ. ਏ. ਦੇ ਇੱਕ ਬੰਧਨ ਨੂੰ ਤੋੜਨ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਊਰਜਾ	$10^{-20}$



ਜਿੱਥੇ  $c$ , ਨਿਰਵਾਯੂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਚਾਲ ਹੈ ਜੋ ਲਗਭਗ  $3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਪਦਾਰਥ ਤੋਂ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਊਰਜਾ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਅਚੰਭਿਤ ਕਰ ਦੇਣ ਵਾਲੀ ਹੈ।

$$E = 1 \times (3 \times 10^8)^2 \text{ J}$$

$$E = 9 \times 10^{16} \text{ J}$$

ਇਹ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਵੱਡੇ ਪੈਮਾਨੇ ਤੇ ਬਿਜਲੀ ਪੈਦਾ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਬਿਜਲੀ ਘਰ ਦੇ ਸਲਾਨਾ ਉਤਪਾਦਨ (3000 MW) ਦੇ ਤੁੱਲ ਹੈ।

### 6.10.5 ਨਾਭਿਕੀ ਊਰਜਾ (Nuclear Energy)

ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਜਿੱਥੇ ਮਨੁੱਖ ਜਾਤੀ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਬਹੁਤ ਹੀ ਵਿਨਾਸਕਾਰਕ ਨਿਊਕਲੀਅਰ ਹਥਿਆਰ, ਵਿਖੰਡਨ (fission) ਅਤੇ ਸੰਯੋਜਨ (fusion) ਬੰਬ ਉਪਰੋਕਤ ਪੁੰਜ ਊਰਜਾ ਤੁੱਲਤਾ (ਸਮੀਕਰਨ (6.20)) ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਅਭਿਵਿਅਕਤੀ ਹੈ, ਉੱਥੇ ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਸੂਰਜ ਦੁਆਰਾ ਉਤਪਾਦਿਤ ਜੀਵਨ-ਪੋਸ਼ਣ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਊਰਜਾ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਵੀ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨ ਤੇ ਹੀ ਆਧਾਰਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਦੇ ਚਾਰ ਹਲਕੇ ਨਾਭਿਕਾਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਹੀਲੀਅਮ ਨਾਭਿਕ ਬਣਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪੁੰਜ ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਦੇ ਚਾਰੋਂ ਨਾਭਿਕਾਂ ਦੇ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਪੁੰਜ-ਅੰਤਰ  $\Delta m$ , ਜਿਸ ਨੂੰ ਪੁੰਜ ਤਰੁੱਟੀ (mass defect) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਊਰਜਾ  $(\Delta m)c^2$  ਦਾ ਸਰੋਤ ਹੈ। ਵਿਖੰਡਣ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਭਾਰੀ ਅਸਥਾਈ ਨਾਭਿਕ, ਜਿਵੇਂ ਯੂਰੇਨੀਅਮ ( ${}_{92}^{235}\text{U}$ ), ਇੱਕ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਬੰਬਾਰੀ ਦੁਆਰਾ ਹਲਕੇ ਨਾਭਿਕਾਂ ਵਿੱਚ ਟੁੱਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਵੀ ਅੰਤਿਮ ਪੁੰਜ, ਅਰੰਭਿਕ ਪੁੰਜ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਪੁੰਜ ਤਰੁੱਟੀ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਊਰਜਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਨਾਭਿਕੀ ਵਿਖੰਡਨ ਕਿਰਿਆ ਤੇ ਆਧਾਰਿਤ ਨਾਭਿਕੀ ਸ਼ਕਤੀ ਪਲਾਂਟ (Nuclear power plant) ਦੁਆਰਾ ਬਿਜਲਈ ਊਰਜਾ ਉਪਲਬਧ ਕਰਾਉਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸਹੀ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਰਸਾਇਣਿਕ ਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਮੁਕਤ ਊਰਜਾ  $\Delta E$  ਨੂੰ ਪੁੰਜ ਤਰੁੱਟੀ  $\Delta m = \Delta E/c^2$  ਨਾਲ ਵੀ ਜੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਐਪਰ, ਕਿਸੇ ਰਸਾਇਣਿਕ ਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ ਤਰੁੱਟੀ, ਨਾਭਿਕੀ ਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਪੁੰਜ-ਤਰੁੱਟੀ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਹੀ ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 6.10** ਸਾਰਣੀ 6.1 ਤੋਂ 6.3 ਤੱਕ ਦਾ ਪਰੀਖਣ ਕਰੋ ਅਤੇ ਦੱਸੋ (a) ਡੀ. ਐਨ. ਏ. ਦੇ ਇੱਕ ਬੰਧਨ ਨੂੰ ਤੋੜਨ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਊਰਜਾ (ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਵੋਲਟ ਵਿੱਚ); (b) ਹਵਾ ਦੇ ਇੱਕ ਅਣੂ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ( $10^{-21} \text{ J}$ ) ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਵੋਲਟ ਵਿੱਚ (c) ਕਿਸੇ ਬਾਲਗ ਮਨੁੱਖ ਦਾ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਆਹਾਰ (ਕਿਲੋ ਕੈਲੋਰੀ ਵਿੱਚ)

**ਹੱਲ:** (a) ਡੀ. ਐਨ. ਏ. ਦੇ ਇੱਕ ਬੰਧਨ ਨੂੰ ਤੋੜਨ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਊਰਜਾ ਹੈ—

$$\frac{10^{-20}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \approx 0.06 \text{ eV}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ  $0.1 \text{ eV} = 100 \text{ meV}$  (100 ਮਿਲੀ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਵੋਲਟ)

(b) ਹਵਾ ਦੇ ਅਣੂ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ—

$$\frac{10^{-21} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \approx 0.0062 \text{ eV}$$

ਇਹ  $6.2 \text{ meV}$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

(c) ਬਾਲਗ ਮਨੁੱਖ ਦੀ ਔਸਤ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਭੋਜਨ ਦੀ ਖਪਤ ਹੈ—

$$\frac{10^7 \text{ J}}{4.2 \times 10^3 \text{ J/kcal}} \approx 2400 \text{ kcal}$$

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਅਖਬਾਰਾਂ ਅਤੇ ਰਸਾਲਿਆਂ ਦੇ ਆਮ ਭਰਮ-ਭੁਲੇਖੇ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦਿਵਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਭੋਜਨ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਦਾ ਕੈਲੋਰੀ ਵਿੱਚ ਉਲੇਖ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ 2400 ਕੈਲੋਰੀ ਤੋਂ ਘੱਟ ਖੁਰਾਕ ਲੈਣ ਦਾ ਸੁਝਾਓ ਦਿੰਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਹਿਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਕਿਲੋ ਕੈਲੋਰੀ (kcal) ਹੈ, ਨਾ ਕਿ ਕੈਲੋਰੀ 2400 ਕੈਲੋਰੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਉਪਭੋਗ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਵਿਅਕਤੀ ਜਲਦੀ ਭੁੱਖਾ ਮਰ ਜਾਵੇਗਾ। 1 ਭੋਜਨ ਕੈਲੋਰੀ ਆਮ ਕਰਕੇ 1 ਕਿਲੋ ਕੈਲੋਰੀ ਹੀ ਹੈ।

### 6.10.6 ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ (The Principle of Conservation of Energy)

ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਜੇ ਇਸ ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਬਲ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਹੋਣ। ਜੇ ਕਾਰਜ ਕਰ ਰਹੇ ਕੁਝ ਬਲ ਅਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਹਨ ਤਾਂ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਦਾ ਕੁਝ ਅੰਸ਼ ਦੂਸਰੇ ਰੂਪਾਂ ਜਿਵੇਂ—ਤਾਪ, ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਅਤੇ ਧੁਨੀ ਊਰਜਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਐਪਰ, ਊਰਜਾ ਦੇ ਸਾਰੇ ਰੂਪਾਂ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣ ਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਲੱਗ-ਬਲੱਗ (isolated) ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਊਰਜਾ ਇੱਕ ਰੂਪ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਕਿਸੇ ਅਲੱਗ-ਬਲੱਗ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਊਰਜਾ ਇੱਕ ਰੂਪ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਪਰ ਕਿਸੇ ਅਲੱਗ-ਬਲੱਗ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਊਰਜਾ ਨਾ ਤਾਂ ਪੈਦਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਨਸ਼ਟ।

ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਰੇ ਵਿਸ਼ਵ ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਲੱਗ-ਬਲੱਗ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਵਿਸ਼ਵ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਸਥਿਰ ਹੈ। ਜੇ ਵਿਸ਼ਵ ਦੇ ਇੱਕ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ ਊਰਜਾ ਦੀ ਹਾਣੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰੇ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਮਾਤਰਾ ਵਿੱਚ ਊਰਜਾ ਦਾ ਵਾਧਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਸਿਧਾਂਤ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਐਪਰ, ਇਸ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਉਲੰਘਨ ਦੀ ਕੋਈ ਸਥਿਤੀ ਸਾਹਮਣੇ ਨਹੀਂ ਆਈ ਹੈ। ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਅਤੇ ਵੱਖ-

ਵੱਖ ਰੂਪਾਂ ਵਿੱਚ ਊਰਜਾ ਦੇ ਰੂਪਾਂਤਰਨ ਨੇ ਤੌਤਿਕੀ, ਰਸਾਇਣ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਜੀਵ ਵਿਗਿਆਨ ਆਦਿ ਵਿਗਿਆਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸ਼ਾਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਹ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਖੋਜਾਂ ਵਿੱਚ ਏਕੀਕਰਨ ਅਤੇ ਸਥਿਰਤਾ ਦੇ ਤੌਤ ਨੂੰ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇੰਜੀਨੀਅਰੀ ਦੀ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਤੋਂ ਸਾਰੇ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨਿਕ, ਸੰਚਾਰ ਅਤੇ ਯਾਂਤਰਿਕੀ ਤੇ ਆਧਾਰਿਤ ਯੰਤਰ, ਊਰਜਾ ਰੂਪਾਂਤਰਨ ਦੇ ਕਿਸੇ ਨਾ ਕਿਸੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੇ ਹਨ।

### 6.11 ਸ਼ਕਤੀ (POWER)

ਅਕਸਰ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਜਾਣਨਾ ਹੀ ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕਿੰਨਾ ਕਾਰਜ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਬਲਕਿ ਇਹ ਜਾਣਨਾ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਕਾਰਜ ਕਿਸ ਦਰ ਤੇ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਅਕਤੀ ਸਰੀਰਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਰੱਥ ਹੈ ਜੇ ਉਹ ਸਿਰਫ਼ ਕਿਸੇ ਚਾਰ ਮੰਜ਼ਿਲਾ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਚੌਥੀ ਮੰਜ਼ਿਲ ਤੱਕ ਚੜ੍ਹਦਾ ਹੀ ਨਹੀਂ ਬਲਕਿ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਚੜ੍ਹਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸ਼ਕਤੀ (Power) ਨੂੰ ਉਸ ਸਮੇਂ ਦਰ ਨਾਲ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨਾਲ ਕਾਰਜ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਜਾਂ ਊਰਜਾ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਹੋਈ। ਕਿਸੇ ਬਲ ਦੀ ਔਸਤ ਸ਼ਕਤੀ ਉਸ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ  $W$  ਅਤੇ ਉਸ ਵਿੱਚ ਲਗੇ ਸਮੇਂ  $t$  ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ

$$P_{av} = \frac{W}{t}$$

ਤਤਕਾਲੀ ਸ਼ਕਤੀ (instantaneous power) ਨੂੰ ਔਸਤ ਸ਼ਕਤੀ ਦੇ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦਾ ਅੰਤਰਾਲ ਦੋ ਨੇੜੇ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ

$$P = \frac{dW}{dt} \quad (6.21)$$

ਜਿੱਥੇ ਵਿਸਥਾਪਨ  $dr$  ਵਿੱਚ ਬਲ  $F$  ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ  $dW = F \cdot dr$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਤਤਕਾਲੀ ਸ਼ਕਤੀ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ—

$$\begin{aligned} P &= \mathbf{F} \cdot \frac{dr}{dt} \\ &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \end{aligned} \quad (6.22)$$

ਇੱਥੇ  $\mathbf{v}$  ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ (instantaneous velocity) ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਬਲ  $\mathbf{F}$  ਹੈ।

ਕਾਰਜ ਅਤੇ ਊਰਜਾ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸ਼ਕਤੀ ਵੀ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਇਸਦਾ SI ਮਾਤਰਕ ਵਾਟ (W) ਅਤੇ ਵਿਮਾਂ  $[ML^2T^{-3}]$  ਹਨ। 1W ਦਾ ਮਾਨ  $1Js^{-1}$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਠਾਰ੍ਹਵੀਂ ਸਦੀ ਵਿੱਚ ਭਾਪ ਇੰਜਣ ਦੇ ਖੋਜਕਾਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਖੋਜਕਾਰ ਜੇਮਸ ਵਾਟ ਦੇ ਨਾਂ ਤੇ ਸ਼ਕਤੀ ਦਾ ਮਾਤਰਕ ਵਾਟ (W) ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਸ਼ਕਤੀ ਦਾ ਬਹੁਤ ਪੁਰਾਣਾ ਮਾਤਰਕ ਘੋੜ ਸ਼ਕਤੀ (horsepower) ਹੈ।

$$1 \text{ ਘੋੜ ਸ਼ਕਤੀ (hp)} = 746 \text{ W}$$

ਇਹ ਮਾਤਰਕ ਅੱਜ ਵੀ ਕਾਰ, ਮੋਟਰਸਾਈਕਲ ਆਦਿ ਦੀ ਆਉਟਪੁਟ (output) ਸਮਰੱਥਾ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਬਿਜਲਈ ਉਪਕਰਨਾਂ; ਜਿਵੇਂ— ਬਿਜਲਈ ਬਲਬ, ਹੀਟਰ ਅਤੇ ਫਰਿਜ ਆਦਿ ਖਰੀਦਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਮਾਤਰਕ ਵਾਟ ਨਾਲ ਵਿਵਹਾਰ ਕਰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ 100 ਵਾਟ ਦਾ ਬਲਬ 10 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਕਿਲੋਵਾਟ ਘੰਟਾ ਬਿਜਲਈ ਊਰਜਾ ਦੀ ਖਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

$$\begin{aligned} \text{ਅਰਥਾਤ} \quad & 100 \text{ ਵਾਟ} \times 10 \text{ ਘੰਟਾ} \\ &= 1000 \text{ ਵਾਟ ਘੰਟਾ} \\ &= 1 \text{ ਕਿਲੋਵਾਟ-ਘੰਟਾ (kWh)} \\ &= 10^3 \text{ (W)} \times 3600 \text{ (s)} \\ &= 3.6 \times 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

ਬਿਜਲਈ ਊਰਜਾ ਦੀ ਖਪਤ ਦੇ ਲਈ ਮੁੱਲ, ਮਾਤਰਕ kWh ਵਿੱਚ ਚੁਕਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਆਮ ਕਰਕੇ ‘ਯੂਨਿਟ’ ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਪੁਕਾਰਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ kWh ਊਰਜਾ ਦਾ ਮਾਤਰਕ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਸ਼ਕਤੀ ਦਾ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 6.11** ਕੋਈ ਲਿਫਟ ਜਿਸ ਦਾ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ (ਲਿਫਟ + ਯਾਤਰੀਆਂ ਦਾ) 1800kg ਹੈ, ਉੱਪਰ ਵੱਲ  $2 \text{ ms}^{-1}$  ਦੀ ਸਥਿਰ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੈ। 4000 N ਦਾ ਰਗੜ ਬਲ ਇਸ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ ਲਿਫਟ ਨੂੰ ਮੋਟਰ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਸ਼ਕਤੀ ਦਾ ਆਕਲਨ ਵਾਟ ਅਤੇ ਘੁੜ ਸ਼ਕਤੀ ਵਿੱਚ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ:** ਲਿਫਟ ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਲ

$F = mg + F_f = (1800 \times 10) + 4000 = 22000 \text{ N}$   
ਇਸ ਬਲ ਨੂੰ ਸੰਤੁਲਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਮੋਟਰ ਦੁਆਰਾ ਕਾਫ਼ੀ ਸ਼ਕਤੀ ਦੀ ਆਪੂਰਤੀ ਕੀਤੀ ਜਾਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

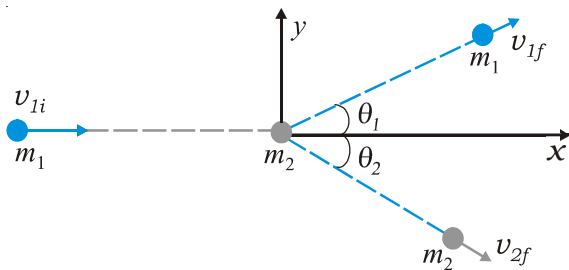
ਇਸ ਲਈ  $P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = 22000 \times 2 = 44000 \text{ W} = 59 \text{ hp}$

### 6.12 ਟੱਕਰਾਂ (Collisions)

ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗਤੀ (ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ) ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਨਾਲ ਹੀ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਅਤੇ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੇ ਨਿਯਮ ਇਸਦੇ ਵਧੀਆ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ। ਇਸ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਆਮ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਵਰਤਾਰੇ (phenomenon), ਜਿਸ ਨੂੰ ‘ਟੱਕਰ ਹੋਣਾ’ (collision) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤੇ ਲਾਗੂ ਕਰਾਂਗੇ। ਵੱਖ-ਵੱਖ ਖੇਡਾਂ, ਜਿਵੇਂ— ਬਿਲਿਅਰਡ, ਮਾਰਬਲ ਜਾਂ ਕੈਰਮ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਟੱਕਰ ਹੋਣਾ ਇੱਕ ਜ਼ਰੂਰੀ ਘਟਕ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਦੋ ਪੁੰਜਾਂ ਦਾ ਆਦਰਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਟੱਕਰ ਹੋਣ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ।

ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਦੋ ਪੁੰਜ  $m_1$  ਅਤੇ  $m_2$  ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ  $m_1$  ਚਾਲ  $v_{1i}$  ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਪੈਰ ਵਿੱਚ ਲਿਖੇ  $i$  ਤੋਂ ਭਾਵ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ ਨੂੰ ਦੱਸਣਾ ਹੈ। ਦੂਸਰਾ ਪੁੰਜ  $m_2$  ਸਥਿਰ ਹੈ। ਇਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਫਰੇਮ ਦੀ ਚੋਣ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਵਿਆਪਕਤਾ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਕਮੀ ਨਹੀਂ ਆਉਂਦੀ ਇਸ ਫਰੇਮ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ  $m_1$ , ਪੁੰਜ  $m_2$  ਤੋਂ ਜੋ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿਚ ਹੈ, ਟਕਰਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਚਿੱਤਰ 6.10 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।





**ਚਿੱਤਰ. 6.10** ਕਿਸੇ ਪੁੰਜ  $m_1$  ਦਾ ਹੋਰ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਪੁੰਜ  $m_2$  ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣਾ

ਟੱਕਰ ਤੋਂ ਬਾਦ ਪੁੰਜ  $m_1$  ਅਤੇ  $m_2$  ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਪੁੰਜਾਂ, ਊਰਜਾ ਦੇ ਵੇਗਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿਚ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸੰਬੰਧ ਹੈ।

### 6.12.1 ਲਚਕਦਾਰ ਅਤੇ ਗੈਰ-ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ (Elastic and Inelastic Collision)

ਸਾਰੀਆਂ ਟੱਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ (total linear momentum) ਨਿਸ਼ਚਿਤ (constant) ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਆਰੰਭਿਕ ਸੰਵੇਗ ਉਸਦੇ ਅੰਤਿਮ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਨਿਮਨ ਪ੍ਰਕਾਰ ਨਾਲ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਦੋ ਪਿੰਡ ਟੱਕਰ ਕਰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਟਕਰਾਉਣ ਦੇ ਸਮੇਂ  $\Delta t$  ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਤੇ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਆਪਸੀ ਆਵੇਗੀ ਬਲ (mutual impulsive force), ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਆਪਸੀ ਸੰਵੇਗਾਂ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਲਿਆਉਣ ਦਾ ਕਾਰਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਅਰਥਾਤ :-

$$\Delta p_1 = F_{12} \Delta t$$

$$\Delta p_2 = F_{21} \Delta t$$

ਇੱਥੇ  $F_{12}$  ਦੂਸਰੇ ਪਿੰਡ ਦੁਆਰਾ ਪਹਿਲੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $F_{21}$  ਪਹਿਲੇ ਪਿੰਡ ਦੁਆਰਾ ਦੂਸਰੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਹੈ। ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਨਿਯਮ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ,  $F_{12} = -F_{21}$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ

$$\Delta p_1 + \Delta p_2 = 0$$

ਜੇ ਬਲ ਟੱਕਰ ਹੋਣ ਸਮੇਂ  $\Delta t$  ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਰੂਪ ਨਾਲ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਰਹੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਵੀ ਉਪਰੋਕਤ ਨਤੀਜਾ ਸੱਚ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਤੀਸਰਾ ਨਿਯਮ ਹਰੇਕ ਪਲ ਤੇ ਸੱਚ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਕੁੱਲ ਆਵੇਗ, ਦੂਸਰੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗੇ ਆਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪਰ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ।

ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹੇ। ਟੱਕਰ ਦੌਰਾਨ ਰੂਪ ਵਿਗਾੜ, ਤਾਪ ਅਤੇ ਧੁਨੀ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਰੰਭਿਕ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਕੁਝ ਅੰਸ਼ ਊਰਜਾ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਰੂਪਾਂ ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਟੱਕਰ ਦੌਰਾਨ ਰੂਪ ਵਿਗਾੜ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਅਸੀਂ 'ਨਪੀਤਤ ਸਪਰਿੰਗ' ਦੀ ਉਦਾਹਰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਉਪਰੋਕਤ ਦੋਵੇਂ ਪੁੰਜਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ

ਵਾਲੀ 'ਸਪ੍ਰਿੰਗ' ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਊਰਜਾ ਗਾਣੀ ਦੇ ਆਪਣੀ ਮੂਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲੈਂਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਆਰੰਭਿਕ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਅੰਤਿਮ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗੀ ਪਰ ਟੱਕਰ ਸਮੇਂ  $\Delta t$  ਦੌਰਾਨ ਇਹ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਰਹੇਗੀ। ਅਜਿਹੀ ਟੱਕਰ ਨੂੰ **ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ (elastic collision)** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਜੇ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਹੋਇਆ ਰੂਪ ਵਿਗਾੜ ਦੂਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ ਪਿੰਡ ਟੱਕਰ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਚਿਪਕੇ ਰਹਿ ਕੇ ਗਤੀ ਕਰਨ ਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਟੱਕਰ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਤੌਰ 'ਤੇ ਗੈਰ-ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ (**completely inelastic collision**) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਸਥਿਤੀ ਆਮ ਕਰਕੇ ਦੇਖਣ ਨੂੰ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਰੂਪ ਵਿਗਾੜ ਅੰਸ਼ਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਘੱਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਆਰੰਭਿਕ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਅੰਸ਼ਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗਾਣੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਆਮ ਕਰਕੇ ਗੈਰ-ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ (**inelastic collision**) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

### 6.12.2 ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਟੱਕਰ (Collisions in One Dimension)

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗੈਰ ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ (**completely inelastic collision**) ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਵਿੱਚ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਚਿੱਤਰ 6.10 ਤੋਂ,

$$\theta_1 = \theta_2 = 0$$

$$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) v_f \quad (\text{ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਨ})$$

$$v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (6.23)$$

ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਟੱਕਰ ਕਾਰਨ ਹੋਈ ਗਾਣੀ

$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 - \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} v_{1i}^2$$

[(6.23) ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ]

$$= \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 \left[ 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}^2$$

ਜੋ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਸੋਚਿਆ ਸੀ ਧਨਾਤਮਕ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ।

ਆਓ, ਹੁਣ ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਉਪਰੋਕਤ ਨਾਮਕਰਨ (nomenclature) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $\theta_1 = \theta_2 = 0$  ਲੈਣ ਤੇ, ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਅਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ—

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (6.24)$$

$$m_1 v_{1i}^2 = m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 \quad (6.25)$$

(6.24) ਅਤੇ (6.25) ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$m_1 v_{1i} (v_{2f} - v_{1i}) = m_1 v_{1f} (v_{2f} - v_{1f})$$

$$\begin{aligned} \text{ਜਾਂ, } v_{2f} (v_{1i} - v_{1f}) &= v_{1i}^2 - v_{1f}^2 \\ &= (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) \end{aligned}$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ, } v_{2f} = v_{1i} + v_{1f} \quad (6.26)$$

ਇਸ ਨੂੰ 6.24 ਵਿੱਚ ਰੱਖਣ ਤੇ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ,

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (6.27)$$

$$\text{ਅਤੇ } v_{2f} = \frac{2m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2} \quad (6.28)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 'ਅਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ' ( $v_{1f}$ ,  $v_{2f}$ ) ਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ( $m_1$ ,  $m_2$ ,  $v_{1i}$ ) ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਆਉ, ਹੁਣ ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਤੋਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਹਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਮਜ਼ੇਦਾਰ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

**ਦਸ਼ਾ 1 :** ਜੇ ਦੋਵੇਂ ਪੁੰਜ ਬਰਾਬਰ ਹਨ, ਅਰਥਾਤ  $m_1 = m_2$ , ਤਾਂ

$$v_{1f} = 0$$

$$v_{2f} = v_{1i}$$

ਅਰਥਾਤ ਪਹਿਲਾਂ ਪੁੰਜ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਟੱਕਰ ਦੇ ਬਾਦ ਦੂਸਰਾ ਪੁੰਜ, ਪਹਿਲੇ ਪੁੰਜ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ।

**ਦਸ਼ਾ 2 :** ਜੇ ਇੱਕ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਦੂਸਰੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਵੱਧ ਹੋਵੇ, ਅਰਥਾਤ  $m_2 \gg m_1$ , ਤਾਂ

$$v_{1f} \approx -v_{1i}, \quad v_{2f} = 0$$

ਭਾਰੀ ਪੁੰਜ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਹਲਕੇ ਪੁੰਜ ਦਾ ਵੇਗ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 6.12** ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨਾਂ ਦਾ ਮੰਦਨ : ਕਿਸੇ ਨਾਭਿਕੀ ਰਿਐਕਟਰ ਵਿੱਚ ਤੇਜ਼ ਗਤੀ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨਾਂ (ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੇਗ  $10^7 \text{ m s}^{-1}$ ) ਨੂੰ  $10^3 \text{ m s}^{-1}$  ਦੇ ਵੇਗ ਤੱਕ ਮੰਦਿਤ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਤਾਂਕਿ ਨਾਭਿਕੀ ਵਿਖੰਡਨ ਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਯੂਰੇਨਿਅਮ ਦੇ ਸਮਸਥਾਨਿਕ (isotope)  $^{235}_{92}\text{U}$  ਨਾਲ ਕਿਰਿਆ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਇੱਕ ਹਲਕੇ ਨਾਭਿਕ, ਜਿਵੇਂ- ਡਿਊਟੀਰੀਅਮ ਜਾਂ ਕਾਰਬਨ ਜਿਸਦਾ ਪੁੰਜ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦਾ ਮਾਤਰ ਕੁਝ ਗੁਣਾ ਹੈ, ਨਾਲ ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਆਪਣੀ ਵਧੇਰੇ ਕਰਕੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਹਾਣੀ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਪਦਾਰਥ ਆਮ ਕਰਕੇ ਭਾਰੇ ਪਾਣੀ (heavy water) ( $\text{D}_2\text{O}$ ) ਜਾਂ ਗ੍ਰੇਫਾਈਟ, ਜੋ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਮੰਦ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਨ, 'ਮੰਦਕ' (moderator) ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।

**ਹੱਲ :** ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ

$$K_{1i} = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$$

ਜਦੋਂ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ (6.27) ਤੋਂ ਇਸ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ

$$K_{1f} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 = \frac{1}{2} m_1 \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 v_{1i}^2$$

ਅੰਸ਼ਿਕ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਹਾਣੀ

$$f_1 = \frac{K_{1f}}{K_{1i}} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

ਜਦੋਂ ਕਿ ਮੰਦਕ ਨਾਭਿਕ ਦੁਆਰਾ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਅੰਸ਼ਿਕ ਵਾਧਾ ਹੈ  $K_{2f}/K_{1i}$

$$f_2 = 1 - f_1 \text{ (ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ)}$$

$$= \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

ਇਹ ਨਤੀਜਾ ਸਮੀਕਰਨ (6.28) ਤੋਂ ਭਰ ਕੇ ਵੀ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਡਿਊਟੀਰੀਅਮ ਲਈ  $m_2 = 2m_1$  ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ  $f_1 = 1/9$ , ਜਦੋਂ ਕਿ  $f_2 = 8/9$  ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਲਗਭਗ 90% ਊਰਜਾ ਡਿਊਟੀਰੀਅਮ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਤਰਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਕਾਰਬਨ ਲਈ  $f_1 = 71.6\%$  ਅਤੇ  $f_2 = 28.4\%$  ਹੈ। ਹਾਲਾਂਕਿ, ਵਿਵਹਾਰਕ ਤੌਰ, ਤੇ ਸਿੱਧੀ ਟੱਕਰ ਵਿਰਲੀ ਹੋਣ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇਹ ਗਿਣਤੀ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਜੇ ਦੋਨੋਂ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਆਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ ਇੱਕ ਹੀ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਅਜਿਹੀ ਟੱਕਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਟੱਕਰ ਜਾਂ ਸਿੱਧੀ ਟੱਕਰ (**head-on collision**) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਵਰਗੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ ਇਹ ਸੰਭਵ ਹੈ ਕਿ ਪਿੰਡ 1 ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਪਿੰਡ 2 ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਹੋ ਕੇ ਲੰਘੇ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਜੋ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ ਇੱਕ ਹੀ ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਤਾਂ ਟੱਕਰ ਦੋ ਵਿਮੀ (two-dimensional) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ◀

### 6.12.3 ਦੋ-ਵਿਮੀ ਟੱਕਰ (Collisions in Two Dimensions)

ਚਿੱਤਰ 6.10 ਸਥਿਰ ਪੁੰਜ  $m_2$  ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਪੁੰਜ  $m_1$  ਦੀ ਟੱਕਰ ਨੂੰ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਟੱਕਰ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਸੰਵੇਗ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤਿੰਨ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ  $\{x, y, z\}$  ਲਈ ਤਿੰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਟੱਕਰ ਦੇ ਬਾਦ  $m_1$  ਅਤੇ  $m_2$  ਦੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਸਮਤਲ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਕਰੋ ਅਤੇ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਇਹ  $x$ - $y$  ਸਮਤਲ ਹੈ। ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ  $z$ -



## ਸਿੱਧੀ ਟੱਕਰ ਤੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰਯੋਗ

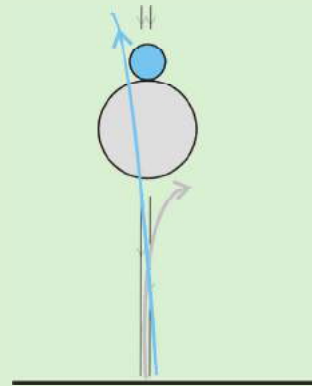
## An experiment on head-on collision

ਖਿਤਜੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਟੱਕਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਸਾਨੂੰ ਤਿੰਨ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਦਾ ਸਾਹਮਣਾ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਪਹਿਲਾ, ਰਗਤ ਦੇ ਕਾਰਨ ਵਸਤੂ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਚੱਲੇਗੀ। ਦੂਸਰਾ, ਜੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਾਈਜ਼ ਦੀਆਂ ਦੋ ਵਸਤੂਆਂ ਮੇਜ਼ ਤੇ ਟੱਕਰ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਿੱਧੀ ਟੱਕਰ ਲਈ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰਨਾ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੈ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਉਚਾਈ 'ਤੇ ਨਾ ਹੋਣ। ਤੀਸਰਾ, ਟੱਕਰ ਤੋਂ ਠੀਕ ਪਹਿਲਾਂ ਅਤੇ ਟੱਕਰ ਦੇ ਠੀਕ ਬਾਦ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੋਵੇਗਾ।

ਇਸ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨੂੰ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ (vertical) ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਰਨ ਨਾਲ ਇਹ ਤਿੰਨੇ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਖਤਮ ਹੋ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਦੋ ਗੋਦਾਂ ਲਈ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਭਾਰੀ (ਬਾਸਕਟ ਬਾਲ/ਫੁੱਟਬਾਲ/ਵਾਲੀਵਾਲ) ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਹਲਕੀ (ਟੇਨਿਸ ਬਾਲ/ਰਬਤ ਦੀ ਗੋਦ/ਟੇਬਲ-ਟੇਨਿਸ ਬਾਲ) ਹੋਵੇ ਪਹਿਲਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਭਾਰੀ ਗੋਦ ਲੈ ਕੇ ਲਗਭਗ 1m ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਵੇ। ਨੋਟ ਕਰੋ ਇਹ ਕਿੰਨਾ ਉੱਪਰ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਉਛਲਣ (bounce) ਤੋਂ ਠੀਕ ਪਹਿਲਾਂ ਜਾਂ ਠੀਕ ਬਾਦ ਵਿੱਚ ਫਰਸ਼ ਜਾਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਨੇੜੇ ਦਾ ਵੇਗ ਪਤਾ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ ( $v^2 = 2gh$  ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ)। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਪੁਨਰ ਸਥਾਪਨਾ ਗੁਣਾਂਕ (coefficient of restitution) ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਹੁਣ ਇੱਕ ਵੱਡੀ ਗੋਦ ਅਤੇ ਇੱਕ ਛੋਟੀ ਗੋਦ ਆਪਣੇ ਹੱਥਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਫੜੋ ਕਿ ਭਾਰੀ ਗੋਦ ਹੇਠਾਂ ਅਤੇ ਹਲਕੀ ਗੋਦ ਇਸਦੇ ਉੱਪਰ ਰਹੇ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਦੋਨਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਨਾਲੋਂ-ਨਾਲ ਸੁੱਟੋ। ਇਹ ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ ਕਿ ਡਿਗਦੇ ਸਮੇਂ ਦੋਨੋਂ ਨਾਲੋਂ-ਨਾਲ ਰਹਿਣ ਅਤੇ ਦੇਖੋ, ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ? ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਭਾਰੀ ਗੋਦ ਪਹਿਲਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਇਹ ਇਕੱਲੀ ਸੁੱਟੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਘੱਟ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਉੱਠਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਹਲਕੀ ਗੋਦ ਲਗਭਗ 3m ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਉੱਪਰ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਅਭਿਆਸ ਦੇ ਨਾਲ ਤੁਸੀਂ ਗੋਦਾਂ ਨੂੰ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਰੱਖ ਪਾਉਗੇ ਅਤੇ ਹਲਕੀ ਗੋਦ ਨੂੰ ਇੱਧਰ-ਉੱਧਰ ਜਾਣ ਦੇਣ ਦੀ ਬਜਾਏ ਸਿੱਧਾ ਉੱਪਰ ਚੁੱਕ ਸਕੋਗੇ। ਇਹ ਸਿੱਧੀ ਟੱਕਰ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਗੋਦਾਂ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵਧੀਆ ਜੋੜੇ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਵਧੀਆ ਨਤੀਜਾ ਦੇਵੇ। ਪੁੰਜਾਂ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਮਿਆਰੀ ਤੱਕਤੀ ਵਿੱਚ ਮਾਪ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਗੋਦਾਂ ਦੇ ਆਰੈਥਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗਾਂ ਨੂੰ ਗਿਆਤ ਕਰਨ ਦੀ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਬੁਦ ਸੋਚ ਸਕਦੇ ਹੋ।



ਘਟਕ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਟੱਕਰ  $x$ - $y$  ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੈ।  $x$ -ਘਟਕ ਅਤੇ  $y$ -ਘਟਕ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ—

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2 \quad (6.29)$$

$$0 = m_1 v_{1f} \sin \theta_1 - m_2 v_{2f} \sin \theta_2 \quad (6.30)$$

ਵਧੇਰੇ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ  $\{m_1, m_2, v_{1i}\}$  ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਟੱਕਰ ਤੋਂ ਬਾਦ ਸਾਨੂੰ ਚਾਰ ਅਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ  $\{v_{1f}, v_{2f}, \theta_1, \theta_2\}$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਹਨ। ਜੇ  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ , ਅਸੀਂ ਮੁੜ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਟੱਕਰ ਦੇ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (6.24) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਹੁਣ ਜੇ ਟੱਕਰ ਲਚਕਦਾਰ ਹੈ ਤਾਂ

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (6.31)$$

ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ (6.29) ਅਤੇ (6.30) ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਨ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਅਜੇ ਵੀ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਸਾਰੀਆਂ ਅਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਘੱਟ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਪੁੰਜ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਚਾਰ ਅਗਿਆਤ

ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੋਰ ਰਾਸ਼ੀ, ਮੰਨ ਲਉ  $\theta_1$  ਗਿਆਤ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਕੋਣ  $\theta_1$  ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਸੰਸੂਚਕ (detector) ਨੂੰ ਕੋਣੀ ਫੈਸ਼ਨ ਵਿੱਚ  $x$ -ਧੁਰੇ ਅਤੇ  $y$ -ਧੁਰੇ ਤੱਕ ਘੁਮਾ ਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਰਾਸ਼ੀਆਂ  $\{m_1, m_2, v_{1f}, \theta_1\}$  ਦੇ ਗਿਆਨ ਮੁੱਲਾਂ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (6.29)-(6.31) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $\{v_{1f}, v_{2f}, \theta_2\}$  ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 6.13** ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 6.10 ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰਿਤ ਟੱਕਰ ਬਿਲਿਅਰਡ ਦੀ ਗੋਦ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ( $m_1 = m_2$ ) ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਗੋਦਾਂ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੀ ਗੋਦ 'ਕਯੂ' (cue, ਡੰਡਾ) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਗੋਦ 'ਨਿਸ਼ਾਨਾ' (Target) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਖਿਡਾਰੀ 'ਨਿਸ਼ਾਨਾ' ਗੋਦ ਨੂੰ  $\theta_2 = 37^\circ$  ਦੇ ਕੋਣ ਤੇ ਕੋਨੇ ਵਿੱਚ ਲੱਗੀ ਬੈਲੀ ਵਿੱਚ ਸੁੱਟਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਟੱਕਰ ਲਚਕਦਾਰ ਹੈ ਅਤੇ ਰਗੜ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕੋਣ  $\theta_1$  ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਕਿਉਂਕਿ ਪੁੰਜ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਨ ਦੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ

$$\mathbf{v}_{1f} = \mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}$$

ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦਾ ਵਰਗ (squaring) ਕਰਨ

$$\begin{aligned} \text{ਤੇ } v_{1i}^2 &= (\mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}) \cdot (\mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}) \\ &= v_{1f}^2 + v_{2f}^2 + 2\mathbf{v}_{1f} \cdot \mathbf{v}_{2f} \\ &= \{ v_{1f}^2 + v_{2f}^2 + 2v_{1f}v_{2f} \cos(\theta_1 + 37^\circ) \} \end{aligned} \quad (6.32)$$

ਕਿਉਂਕਿ ਟੱਕਰ ਲਚਕਦਾਰ ਹੈ ਅਤੇ ਪੁੰਜ  $m_1 = m_2$  ਹੈ, ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ, ਸਮੀਕਰਨ (6.31) ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ  $v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2$  (6.33)

ਉਪਰੋਕਤ ਦੋਨੋਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ (6.32) ਅਤੇ (6.33) ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$\begin{aligned} \cos(\theta_1 + 37^\circ) &= 0 \\ \text{ਇਸ ਲਈ } \theta_1 + 37^\circ &= 90^\circ \\ \text{ਜਾਂ, } \theta_1 &= 53^\circ \end{aligned}$$

ਇਸ ਤੋਂ ਸਿੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ਦੇ ਦੋ

ਪਿੰਡ, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਕਰਨ ਦੀ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਇਸ ਨੂੰ ਟੱਕਰ ਮਾਰ ਕੇ ਕਿਸੇ ਕੋਣ ਤੇ ਮੁੜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਸਮਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਗਤੀ ਕਰਨਗੇ।

ਜੇ ਅਸੀਂ ਚੀਕਣੀ ਸਤ੍ਹਾ ਵਾਲੇ ਗੋਲੇ ਵਰਗੇ ਪੁੰਜ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ ਅਤੇ ਮੰਨ ਲਈਏ ਕਿ ਟੱਕਰ ਉਦੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਪਿੰਡ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਸਪਰਸ਼ ਕਰੇ ਤਾਂ ਵਿਸ਼ਾ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸੌਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਮਾਰਬਲ, ਕੈਰਮ (Carrom) ਅਤੇ ਬਿਲਿਅਰਡ ਦੇ ਖੇਡ ਵਿੱਚ ਠੀਕ ਅਜਿਹਾ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਟੱਕਰ ਉਦੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਦੋ ਵਸਤੂਆਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਸਪਰਸ਼ ਕਰਨ। ਪਰ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਕਿ ਕੋਈ ਪੂਛਲ ਤਾਰਾ ਬਹੁਤ ਦੂਰੋਂ ਸੂਰਜ ਵੱਲ ਆ ਰਿਹਾ ਹੈ ਜਾਂ ਅਲਫ਼ਾ ਕਣ ਕਿਸੇ ਨਾਭਿਕ ਵੱਲ ਆਉਂਦਾ ਹੋਇਆ ਕਿਸੇ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਸਾਡਾ ਦੂਰੀਆਂ ਤੋਂ ਲੱਗ ਰਹੇ ਬਲਾਂ ਨਾਲ ਸਾਹਮਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਘਟਨਾ ਨੂੰ 'ਖੰਡਾਉ' (Scattering) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਸ ਵੇਗ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋਨੋਂ ਕਣ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੋਣਗੇ, ਉਹ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਆਰੰਭਿਕ ਵੇਗ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ, ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਸਾਈਜ਼ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਆਪਸੀ ਕਿਰਿਆ ਦੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਹੈ।

### ਸਾਰ (SUMMARY)

- ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਉਸ ਤੇ ਲੱਗੇ ਕੁੱਲ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਹੈ।  
 $K_f - K_i = W_{net}$
- ਕੋਈ ਬਲ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ (conservative) ਹੈ ਜੇ (i) ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ, ਪੱਥ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਾ ਕਰਕੇ ਸਿਰਫ਼ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ  $\{x_i, x_f\}$  ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਜਾਂ (ii) ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ, ਜੋ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਬੰਦ ਪੱਥ ਵਿੱਚ ਚਲਦਾ ਹੋਇਆ ਆਪਣੀ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਵਾਪਿਸ ਆ ਜਾਵੇ।
- ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਫਲਨ  $V(x)$  (potential Energy function) ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ—

$$\begin{aligned} F(x) &= -\frac{dV(x)}{dx} \\ \text{ਜਾਂ } V_i - V_f &= \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \end{aligned}$$

- ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਜੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰ ਰਿਹਾ ਬਲ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪਿੰਡ ਦੀ ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।
- $m$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਤੋਂ  $x$  ਉਚਾਈ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ  $V(x) = mgx$  ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ ਉਚਾਈ ਦੇ ਨਾਲ  $g$  ਦੇ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਹੈ।
- $k$  ਬਲ-ਸਥਿਰ ਐਕ ਵਾਲੇ ਸਪਰਿੰਗ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਖਿਚਾਓ  $x$  ਹੈ, ਦੀ ਲਚਕਦਾਰ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

$$V(x) = \frac{1}{2} kx^2$$

- ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ (vectors) ਦੇ ਅਦਿਸ਼ ਜਾਂ ਬਿੰਦੂ ਗੁਣਨਫਲ (Scalar or dot product) ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। (ਇਸ ਨੂੰ  $\mathbf{A}$  ਡਾੱਟ  $\mathbf{B}$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਾਂ)  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਾਨ  $AB \cos \theta$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ।  $\theta$  ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\mathbf{A}$  ਅਤੇ  $\mathbf{B}$  ਵਿਚਲਾ ਛੋਟਾ ਕੋਣ ਹੈ।  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  ਦਾ ਮਾਨ ਕਿਉਂਕਿ  $\theta$  ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਧਨਾਤਮਕ (positive), ਰਿਣਾਤਮਕ (negative) ਜਾਂ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ— ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਦੀ ਮਾਤਰਾ (ਜਾਂ ਮਿਕਦਾਰ ਜਾਂ ਪਰਿਮਾਣ, (magnitude) ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਹਿਲੇ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਨਾਲ ਘਟਕ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ (Component of the other vector along the first vector) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਇਕਾਈ ਜਾਂ ਏਕਾਂਕ ਸਦਿਸ਼ਾਂ (Unit vectors)  $\hat{i}, \hat{j}$  ਅਤੇ  $\hat{k}$  ਦੇ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤੱਥ ਯਾਦ ਰੱਖਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ —

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \text{ ਅਤੇ } \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ (commutative) ਅਤੇ ਵੰਡ ਨਿਯਮ (distribution) ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੇ ਹਨ।



ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ	ਪ੍ਰਤੀਕ	ਵਿਮ	ਮਾਤਰਕ	ਨਿੱਪਣੀ
ਕਾਰਜ	$W$	$[ML^2T^{-2}]$	J	$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d}$
ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ	$K$	$[ML^2T^{-2}]$	J	$K = \frac{1}{2}mv^2$
ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ	$V(x)$	$[ML^2T^{-2}]$	J	$F(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$
ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ	$E$	$[ML^2T^{-2}]$	J	$E = K + V$
ਸਪਰਿੰਗ ਸਥਿਰ ਅੰਕ	$k$	$[ML^{-2}]$	$N\ m^{-1}$	$F = -kx$ $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$
ਸ਼ਕਤੀ	$P$	$[ML^2T^{-3}]$	W	$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$ $P = \frac{dw}{dt}$

### ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ (Points to ponder)

- ਵਾਕ “ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦਾ ਪਰਿਕਲਨ ਕਰੋ” ਅਧੂਰਾ ਹੈ। ਸਾਨੂੰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਬਲ ਜਾਂ ਬਲਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਵਿਸਥਾਪਨ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦਾ ਸਪੱਸ਼ਟ ਉਲੇਖ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ (ਜਾਂ ਸੰਦਰਭ ਦਿੰਦੇ ਹੋਏ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੱਸਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ)।
- ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਇਹ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਧਨਾਤਮਕ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਰਗੜ ਜਾਂ ਵਿਸਕਸ (viscous) ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ, ਕਿਸੇ ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਦੁਆਰਾ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{21} = 0$$

ਪਰ ਦੋ ਬਲਾਂ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦਾ ਜੋੜ ਸਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਾਂ

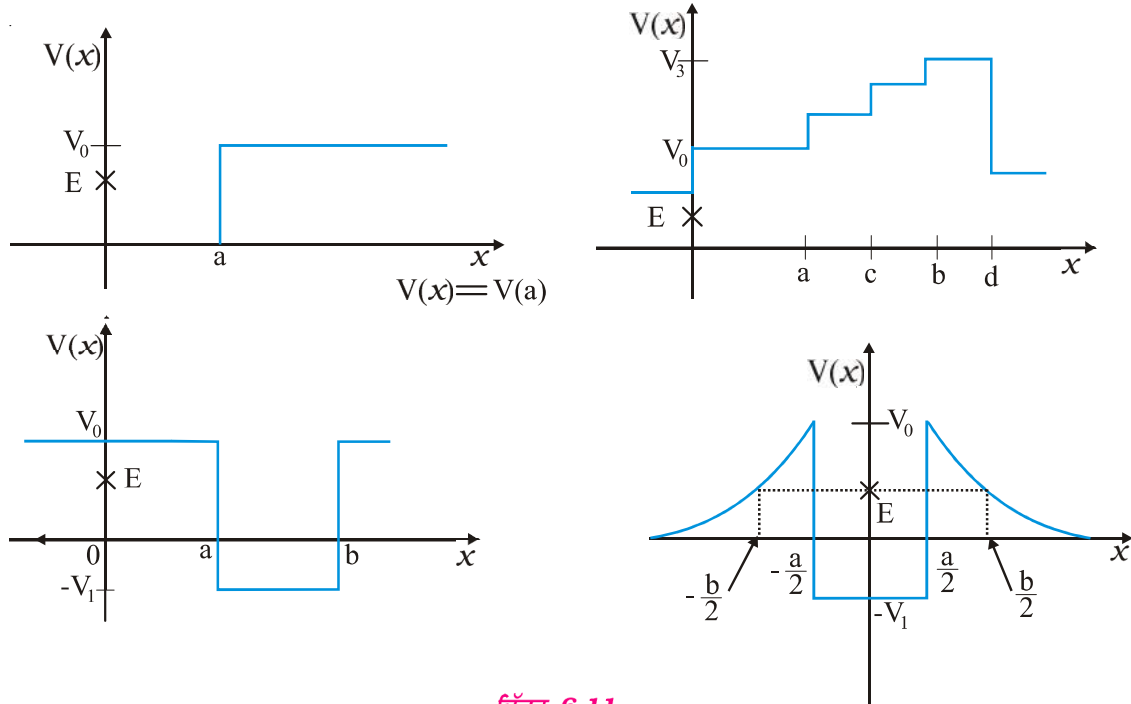
$$W_{12} + W_{21} \neq 0$$

ਐਪਰ, ਕਦੇ-ਕਦੇ ਇਹ ਸੱਚ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

- ਕਦੇ-ਕਦੇ ਕਿਸੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦੀ ਗਣਨਾ ਉਦੋਂ ਵੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਬਲ ਦੀ ਠੀਕ-ਠੀਕ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਦਾ ਗਿਆਨ ਨਾ ਵੀ ਹੋਵੇ। ਉਦਾਹਰਣ 6.2 ਤੋਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦਾ ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।
- ਕਾਰਜ-ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਤੋਂ ਸੁਤੰਤਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਨੂੰ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਦਿਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਨੂੰ, ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਨਤੀਜੇ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
- ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਸਾਰੇ ਜੜਤਵੀ ਫਰੇਮਾਂ (inertial frames) ਵਿੱਚ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਗੈਰ-ਜੜਤਵੀ ਫਰੇਮਾਂ (non-inertial frames) ਵਿੱਚ ਵੀ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਵਿਚਾਰ ਅਧੀਨ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗੇ ਕੁੱਲ ਬਲਾਂ ਦੇ ਪਰਿਕਲਨ ਵਿੱਚ ਛਦਮ ਬਲ (pseudoforces) ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨੂੰ ਵੀ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰ ਲਿਆ ਜਾਵੇ।
- ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਅਧੀਨ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਤੱਕ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਕਿਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਲੈਣੀ ਹੈ, ਇਹ ਸਿਰਫ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਚੁਣੇ ਗਏ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ— ਗੁਰੂਤਵੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ  $mgh$  ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ੀਰੋ ਬਿੰਦੂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ 'ਤੇ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਪਰਿੰਗ ਦੇ ਲਈ ਜਿਸਦੀ ਊਰਜਾ  $1/2kx^2$  ਹੈ, ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ੀਰੋ ਬਿੰਦੂ, ਡੋਲਨ ਕਰ ਰਹੇ ਪੁੰਜ ਦੀ ਮੱਧ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।
- ਯੰਤਰਿਕੀ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਬਲ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ, ਰਗੜ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਬੰਦ ਪੱਥ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਰਗੜ ਨਾਲ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਨੂੰ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਟੱਕਰ ਦੌਰਾਨ (a) ਟੱਕਰ ਦੇ ਹਰੇਕ ਛਿਣ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ; (b) ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ (ਚਾਹੇ ਟੱਕਰ ਲਚਕਦਾਰ ਹੀ ਹੋਵੇ) ਟੱਕਰ ਦੀ ਸਮਾਪਤੀ ਦੇ ਬਾਦ ਹੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਟੱਕਰ ਦੇ ਹਰੇਕ ਪਲ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ, ਟੱਕਰ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਦੋਵੇਂ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਰੂਪ ਵਿਗਾੜ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਛਿਣ ਭਰ ਲਈ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

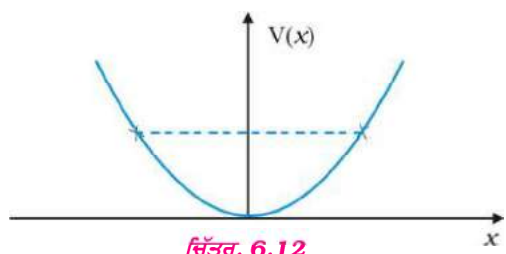
### ਅਭਿਆਸ (EXERCISES)

- 6.1** ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਤੇ ਕਿਸੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਸਮਝਣਾ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ। ਸਾਵਧਾਨੀਪੂਰਵਕ ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਧਨਾਤਮਕ ਹਨ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ —
- ਕਿਸੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਖੂਹ ਵਿੱਚੋਂ ਰੱਸੀ ਨਾਲ ਸੰਨ੍ਹੀ ਸ਼ਾਲਟੀ ਨੂੰ ਰੱਸੀ ਦੁਆਰਾ ਸਾਹਰ ਕੱਢਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ।
  - ਉਪਰੋਕਤ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਵੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ।
  - ਕਿਸੇ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਫਿਸਲਦੀ ਹੋਈ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਤੇ ਰਗੜ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ।
  - ਕਿਸੇ ਖੁਰਦਰੇ ਖਿਤਜੀ ਤਲ ਤੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਤੇ ਲਗਾਏ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ।
  - ਕਿਸੇ ਡੌਲਨ ਕਰਦੇ ਡੌਲਕ ਨੂੰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਣ ਦੇ ਲਈ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ।
- 6.2** 2 kg ਪੁੰਜ ਦੀ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਜੋ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ, 7 N ਦੇ ਕਿਸੇ ਖਿਤਜੀ ਬਲ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਾਲ ਇੱਕ ਮੋਜ਼ ਤੇ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਮੋਜ਼ ਦਾ ਗਤਿਜ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ 0.1 ਹੈ। ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਦਾ ਪਰਿਕਲਨ ਕਰੋ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ।
- ਲਗਾਏ ਗਏ ਬਲ ਦੁਆਰਾ 10s ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ।
  - ਰਗੜ ਦੁਆਰਾ 10 s ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ।
  - ਵਸਤੂ ਤੇ ਕੁੱਲ ਬਲ ਦੁਆਰਾ 10s ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ।
  - ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ 10s ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ।
- 6.3** ਚਿੱਤਰ 6.11 ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਫਲਨਾਂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਕੋਈ ਅਜਿਹੇ ਖੇਤਰ ਦੱਸੋ, ਜੋ ਕੋਈ ਹੋਣ ਤਾਂ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਊਰਜਾ ਦੇ ਲਈ, ਕਣ ਨੂੰ ਨਹੀਂ ਪਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਕਣ ਦੀ ਕੁੱਲ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਊਰਜਾ ਵੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ਿਤ ਕਰੋ। ਕੁਝ ਅਜਿਹੇ ਭੌਤਿਕ ਸੰਦਰਭਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਸੋਚੋ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਲਈ ਇਹ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਪ੍ਰਸੰਗਿਕ ਹੋਣ।



ਚਿੱਤਰ. 6.11

- 6.4** ਰੇਖੀ ਸਰਲ ਆਵਰਤ ਗਤੀ (simple harmonic motion) ਕਰ ਰਹੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਫਲਨ  $V(x) = kx^2/2$  ਹੈ, ਜਿੱਥੇ  $k$  ਡੌਲਨ ਦਾ ਬਲ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ।  $k = 0.5 \text{ N m}^{-1}$  ਦੇ ਲਈ  $V(x)$  ਅਤੇ  $x$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 6.12 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਦਿਖਾਓ ਕਿ ਇਸ ਪੁਟੈਂਸ਼ਲ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਗਤੀਮਾਨ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ 1 J ਵਾਲੇ ਕਣ ਨੂੰ ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ ਵਾਪਸ ਆਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਇਹ  $x = \pm 2 \text{ m}$  ਤੇ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ. 6.12

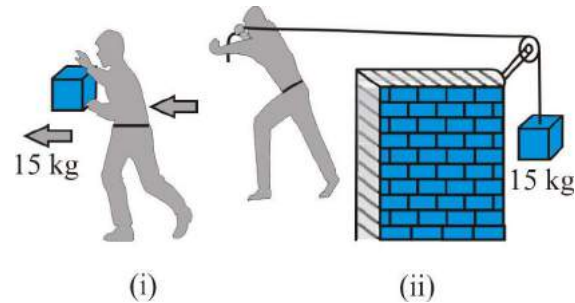


**6.5** ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਦਾ ਉੱਤਰ ਦਿਓ —

- ਕਿਸੇ ਰਾਕੇਟ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਆਵਰਨ ਉਡਾਨ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਰਗੜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਜਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਲਨ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਤਾਪ ਊਰਜਾ ਕਿਸ ਦੇ ਖਰਚੇ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਗਈ-ਰਾਕੇਟ ਜਾਂ ਵਾਤਾਵਰਨ ?
- ਪੂਛਲ ਤਾਰਾ (comet) ਸੂਰਜ ਦੇ ਚਾਰੋਂ ਪਾਸੇ ਬਹੁਤ ਹੀ ਵੱਡੇ ਅੰਡਾਕਾਰ ਪਥਾਂ ਤੇ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਪੂਛਲ ਤਾਰੇ ਤੇ ਸੂਰਜ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਪੂਛਲ ਤਾਰੇ ਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਲੱਥ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਫਿਰ ਵੀ ਪੂਛਲ ਤਾਰੇ ਦੇ ਸੰਪੂਰਨ ਪਥ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂ ?
- ਧਰਤੀ ਦੇ ਚਾਰੋਂ ਪਾਸੇ ਬਹੁਤ ਹੀ ਕਮਜ਼ੋਰ ਵਾਯੂਮੰਡਲ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦੇ ਹੋਏ ਕਿਸੇ ਬਣਾਵਟੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਊਰਜਾ ਹੌਲੀ-ਹੌਲੀ ਵਾਯੂਮੰਡਲੀ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ (ਚਾਹੇ ਇਹ ਕਿੰਨਾ ਹੀ ਘੱਟ ਕਿਉਂ ਨਾ ਹੋਵੇ) ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਹਾਵੀ ਹੋਣ ਦੇ ਕਾਰਨ ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਫਿਰ ਵੀ ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ ਬਣਾਵਟੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਨੇੜੇ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਚਾਲ ਵਿੱਚ ਲਗਾਤਾਰ ਵਾਧਾ ਕਿਉਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?
- ਚਿੱਤਰ 6.13 (i) ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ ਆਪਣੇ ਹੱਥਾਂ ਵਿੱਚ 15 kg ਦਾ ਕੋਈ ਪੁੰਜ ਲੈ ਕੇ 2m ਚਲਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 6.13 (ii) ਵਿੱਚ ਉਹ ਉੱਨੀ ਹੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਆਪਣੇ ਪਿੱਛੇ ਰੱਸੀ ਨੂੰ ਖਿੱਚਦੇ ਹੋਏ ਚਲਦਾ ਹੈ। ਰੱਸੀ ਘਿਰਣੀ ਤੇ ਚੜ੍ਹੀ ਹੋਈ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਦੂਸਰੇ ਸਿਰੇ ਤੇ 15 kg ਦਾ ਪੁੰਜ ਲਟਕਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਪਰਿਕਲਨ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਵੱਧ ਹੈ ?

**6.6** ਸਹੀ ਵਿਕਲਪ ਨੂੰ ਚੋਣੀ ਕਰੋ —

- ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਤੇ ਧਨਾਤਮਕ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵੱਧਦੀ ਹੈ/ਘੱਟਦੀ ਹੈ। ਅਪਰਿਵਰਤਿਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਰਗੜ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦਾ ਨਤੀਜਾ ਸਾਨੂੰ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇਸਦੀ ਗਤਿਜ/ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਹਾਣੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਬਹੁਕਣ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ/ਅੰਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਗੈਰ-ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ, ਜੋ ਟੱਕਰ ਦੇ ਬਾਦ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀਆਂ ਹਨ, ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ/ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ/ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ. 6.13

**6.7** ਦੱਸੋ ਕਿ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੇ ਲਈ ਕਾਰਨ ਵੀ ਦਿਓ।

- ਕੋਈ ਦੋ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਵਿੱਚ, ਹਰੇਕ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸੰਵੇਗ ਅਤੇ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਚਾਹੇ ਕੋਈ ਵੀ ਅੰਤਰਿਕ ਜਾਂ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਕਿਉਂ ਨਾ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ, ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਹੀ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।
- ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਬਲ ਦੇ ਲਈ ਕਿਸੇ ਬੰਦ ਲੂਪ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਗੈਰ-ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਅਰੰਭਿਕ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਤੋਂ ਸਦਾ ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

**6.8** ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਦਾ ਉੱਤਰ ਧਿਆਨਪੂਰਵਕ ਦਿਓ —

- ਕੋਈ ਦੋ ਬਿਲਿਅਰਡ ਗੇਂਦਾਂ ਵਿੱਚ ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਵਿੱਚ, ਕੀ ਗੇਂਦਾਂ ਦੇ ਟੱਕਰ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ (ਜਦੋਂ ਉਹ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ) ਕੁੱਲ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ?
- ਦੋ ਗੇਂਦਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਦੀ ਲਘੂ ਅਵਧੀ ਵਿੱਚ ਕੀ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ?
- ਕਿਸੇ ਗੈਰ-ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਦੇ ਲਈ ਪੁਸ਼ਟ (a) ਅਤੇ (b) ਦੇ ਲਈ ਤੁਹਾਡੇ ਉੱਤਰ ਕੀ ਹਨ ?
- ਜੇ ਦੋ ਬਿਲਿਅਰਡ ਗੇਂਦਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸਿਰਫ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ, ਵਖਰੇਵਾਂ ਦੂਰੀ (separation distance) ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਟੱਕਰ ਲਚਕਦਾਰ ਹੋਵੇਗੀ ਜਾਂ ਗੈਰ-ਲਚਕਦਾਰ ? (ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਟੱਕਰ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਬਲ ਦੇ ਸੰਗਤ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ, ਨਾ ਕਿ ਗੁਰੂਤਵੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ)

**6.9** ਕੋਈ ਪਿੰਡ ਜੋ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਕਿਸੇ  $t$  ਸਮੇਂ ਤੇ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸ਼ਕਤੀ ਕਿਸ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੈ।

- (i)  $t^{1/2}$                       (ii)  $t$                       (iii)  $t^{3/2}$                       (iv)  $t^2$

**6.10** ਇੱਕ ਪਿੰਡ ਸਥਿਰ ਸ਼ਕਤੀ ਦੇ ਸੋਮੇ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ। ਇਸਦਾ  $t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੈ।

- (i)  $t^{1/2}$                       (ii)  $t$                       (iii)  $t^{3/2}$                       (iv)  $t^2$

**6.11** ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਲ ਲਗਾ ਕੇ ਉਸ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ  $z$ -ਧੁਰੇ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਮਜਬੂਰ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ—

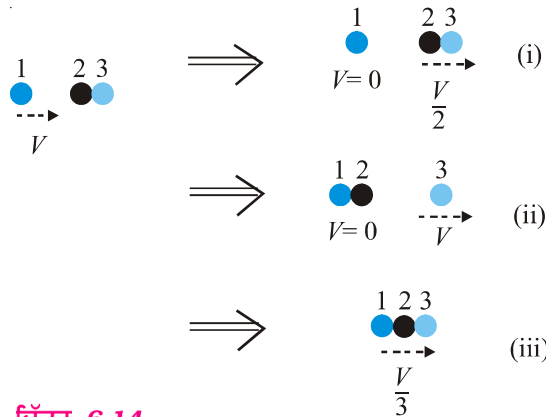
$$\mathbf{F} = (-\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) \text{ N}$$

ਜਿੱਥੇ  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x$ -,  $y$ - ਅਤੇ  $z$ -ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ (unit vector) ਹਨ। ਇਸ ਵਸਤੂ ਨੂੰ  $z$ -ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 4m ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਗਤੀ ਕਰਵਾਉਣ ਲਈ ਲਗਾਏ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

**6.12** ਕਿਸੇ ਕਾਸਮਿਕ ਕਿਰਨ (cosmic ray) ਪ੍ਰਯੋਗ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਦਾ ਸੰਸ਼ੁਚਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੇ ਕਣ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ 10 keV ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਕਣ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ 100 keV ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਬਹੁਤ ਤੇਜ਼ ਗਤੀ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹੋਵੇਗਾ,

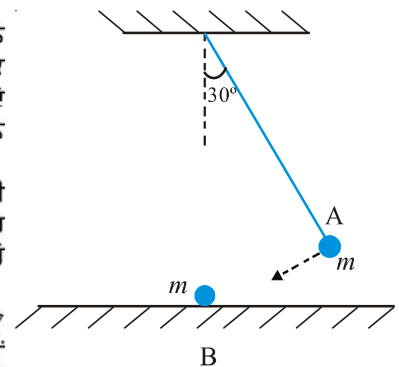
ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਜਾਂ ਪ੍ਰੋਟਾਨ ? ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਚਾਲਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ ? ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $9.11 \times 10^{-31}$  kg, ਪ੍ਰੋਟਾਨ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $1.67 \times 10^{-27}$  kg,  $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

- 6.13** 2 mm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਵਰਖਾ ਦੀ ਕੋਈ ਬੂੰਦ 500 m ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਧਰਤੀ ਤੇ ਡਿਗਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਆਪਣੀ ਆਰੰਭਿਕ ਉਚਾਈ ਦੇ ਅੱਧੇ ਹਿੱਸੇ ਤੱਕ (ਹਵਾ ਦੇ ਵਿਸਕਸ ਵਿਰੋਧ ਦੇ ਕਾਰਨ) ਘੱਟਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਡਿਗਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਆਪਣੀ ਅਧਿਕਤਮ (ਸੀਮਾਂਤ) ਚਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਬਾਦ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਵਰਖਾ ਦੀ ਬੂੰਦ ਤੇ ਉਸਦੀ ਯਾਤਰਾ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਅੱਧੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਵੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ? ਜੇ ਬੂੰਦ ਦੀ ਚਾਲ ਧਰਤੀ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਤੇ  $10 \text{ m s}^{-1}$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸੰਪੂਰਨ ਯਾਤਰਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?
- 6.14** ਕਿਸੇ ਗੈਸ-ਪਾਤਰ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਅਣੂ  $200 \text{ m s}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਲੰਬ ਦੇ ਨਾਲ  $30^\circ$  ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੋਇਆ ਖਿਤਜੀ ਕੰਧ ਨਾਲ ਟਕਰਾ ਕੇ ਮੁੜ ਉਸੇ ਚਾਲ ਨਾਲ ਵਾਪਿਸ ਮੁੜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਇਸ ਟੱਕਰ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਹੈ ? ਇਹ ਟੱਕਰ ਲਚਕਦਾਰ ਹੈ ਜਾਂ ਗੈਰ-ਲਚਕਦਾਰ।
- 6.15** ਕਿਸੇ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਧਰਤੀ ਤਲ ਵਾਲੀ ਮੰਜਿਲ (ground floor) ਤੇ ਲੱਗਾ ਕੋਈ ਪੰਪ  $30 \text{ m}^3$  ਆਇਤਨ ਦੀ ਪਾਣੀ ਦੀ ਟੈਂਕੀ ਨੂੰ 15 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ ਭਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਟੈਂਕੀ ਧਰਤੀ ਤਲ ਤੋਂ 40 m ਉੱਪਰ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਪੰਪ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ (efficiency) 30% ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪੰਪ ਦੁਆਰਾ ਕਿੰਨੀ ਬਿਜਲੀ ਸ਼ਕਤੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਗਈ ?
- 6.16** ਦੋ ਸਮਰੂਪੀ ਬਾਲ ਬਿਅਰਿੰਗ (ball bearing) ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਹਨ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਮੇਜ਼ ਤੇ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਦੂਸਰਾ ਬਾਲ ਬਿਅਰਿੰਗ, ਜੋ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ  $V$  ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ, ਆਹਮੋ-ਸਾਹਮਣੇ ਸਿੱਧੀ ਟੱਕਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਟੱਕਰ ਲਚਕਦਾਰ ਹੈ ਤਾਂ ਟੱਕਰ ਦੇ ਬਾਦ ਨਿਮਨਲਿਖਤ (ਚਿੱਤਰ 6.14) ਵਿੱਚ ਕਿਹੜਾ ਨਤੀਜਾ ਸੰਭਵ ਹੈ ?



ਚਿੱਤਰ. 6.14

- 6.17** ਕਿਸੇ ਡੋਲਕ ਦੇ ਗੋਲਕ (bob of a pendulum) A ਨੂੰ, ਜੋ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ (vertical) ਦਿਸ਼ਾ ਨਾਲ  $30^\circ$  ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਛੱਡ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ ਤੇ ਮੇਜ਼ ਤੇ, ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਦੂਸਰੇ ਗੋਲਕ B ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 6.15 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਹੈ। ਗਿਆਤ ਕਰੋ ਕਿ ਟੱਕਰ ਦੇ ਬਾਦ ਗੋਲਕ A ਕਿੰਨਾ ਉੱਚਾ ਚੁੱਕਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ? ਗੋਲਕਾਂ ਦੇ ਅਕਾਰਾਂ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕਰੋ ਅਤੇ ਮੰਨ ਲਉ ਟੱਕਰ ਲਚਕਦਾਰ ਹੈ।
- 6.18** ਕਿਸੇ ਪੈਂਡੂਲਮ ਦੇ ਗੋਲਕ (bob) ਨੂੰ ਖਿਤਜੀ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚੋਂ ਕੱਢਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜੇ ਪੈਂਡੂਲਮ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 1.5 m ਹੈ ਤਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਆਉਣ ਤੇ ਗੋਲਕ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ? ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਉਰਜਾ ਦਾ 5% ਅੰਸ਼ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਖੋਹੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
- 6.19**  $300 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦੀ ਕੋਈ ਟਰਾਲੀ  $25 \text{ kg}$  ਰੇਤ ਦਾ ਬੋਰਾ ਲਏ ਹੋਏ ਕਿਸੇ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਪਥ ਤੇ  $27 \text{ kmh}^{-1}$  ਦੀ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ। ਕੁੱਝ ਸਮੇਂ ਬਾਦ ਬੋਰੇ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਛੇਦ ਤੋਂ ਰੇਤਾ  $0.05 \text{ kg s}^{-1}$  ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਨਿਕਲ ਕੇ ਟਰਾਲੀ ਦੇ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਰਿਸਣ ਲੱਗਦੀ ਹੈ। ਰੇਤ ਦਾ ਬੋਰਾ ਖਾਲੀ ਹੋਣ ਦੇ ਬਾਦ ਟਰਾਲੀ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?
- 6.20**  $0.5 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਇੱਕ ਕਣ  $v = ax^{3/2}$  ਵੇਗ ਨਾਲ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜਿੱਥੇ  $a = 5 \text{ m}^{-1/2} \text{ s}^{-1}$  ਹੈ।  $x = 0$  ਤੋਂ  $x = 2 \text{ m}$  ਤੱਕ ਇਸਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਵਿੱਚ ਕੱਲ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?
- 6.21** ਕਿਸੇ ਪਵਨਚੱਕੀ ਦੇ ਬਲੇਡ, ਖੇਤਰਫਲ A ਦੇ ਚੱਕਰ ਜਿੰਨਾ ਖੇਤਰਫਲ ਸਵੀਪ (sweep) ਕਰਦੇ ਹਨ। (a) ਜੇ ਹਵਾ  $v$  ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਕਰ ਦੀ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵਗਦੀ ਹੈ ਤਾਂ  $t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਹਵਾ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? (b) ਹਵਾ ਦੀ ਗਤਿਜ ਉਰਜਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ? (c) ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਪਵਨ ਚੱਕੀ ਹਵਾ ਦੀ 25% ਉਰਜਾ ਨੂੰ ਬਿਜਲੀ ਉਰਜਾ ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਕਰ ਦਿੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ  $A = 30 \text{ m}^2$  ਅਤੇ  $v = 36 \text{ kmh}^{-1}$  ਅਤੇ ਹਵਾ ਦੀ ਘਣਤਾ  $1.2 \text{ kg m}^{-3}$  ਹੈ ਤਾਂ ਪੈਦਾ ਹੋਈ ਬਿਜਲਈ ਸ਼ਕਤੀ ਦਾ ਪਰਿਕਲਨ ਕਰੋ।
- 6.22** ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਭਾਰ ਘੱਟ ਕਰਨ ਲਈ  $10 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਨੂੰ  $0.5 \text{ m}$  ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੱਕ 1000 ਵਾਰ ਚੁੱਕਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਹਰੇਕ ਵਾਰ ਪੁੰਜ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਲਿਆਉਣ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਿਜ ਉਰਜਾ ਵੀ ਹਾਵੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (a) ਉਸਨੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਕਿੰਨਾ ਕੰਮ ਕੀਤਾ ਹੈ ? (b) ਜੇ ਵਸਾ (fat)  $3.8 \times 10^7 \text{ J}$  ਉਰਜਾ ਪ੍ਰਤੀ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਆਪੂਰਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਕਿ 20% ਸਮਰੱਥਾ ਦੀ ਦਰ (efficiency rate) ਨਾਲ ਯੰਤਰਿਕ ਉਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਕਿੰਨੀ ਚਰਬੀ ਖਰਚ ਕਰ ਦੇਵੇਗਾ ?



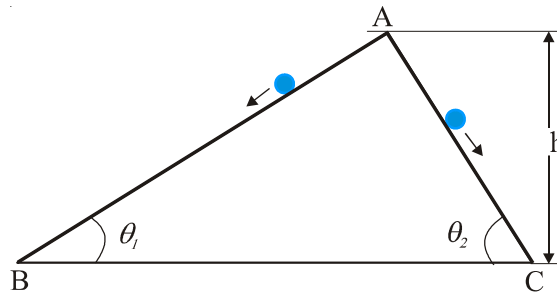
ਚਿੱਤਰ. 6.15



- 6.23** ਕੋਈ ਪਰਿਵਾਰ 8 kW ਬਿਜਲਈ ਸ਼ਕਤੀ ਦਾ ਉਪਭੋਗ ਕਰਦਾ ਹੈ। (a) ਕਿਸੇ ਖਿਤਜੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਸਿੱਧੇ ਆਪਤਿਤ (incident) ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਸੌਰ ਊਰਜਾ ਦੀ ਔਸਤ ਦਰ  $200 \text{ W m}^{-2}$  ਹੈ। ਜੇ ਇਸ ਊਰਜਾ ਦਾ 20% ਭਾਗ ਲਾਭਦਾਇਕ ਬਿਜਲਈ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ 8 kW ਦੀ ਬਿਜਲੀ ਆਪੂਰਤੀ ਲਈ ਕਿੰਨੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ? (b) ਇਸ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਛੱਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨਾਲ ਕਰੋ।

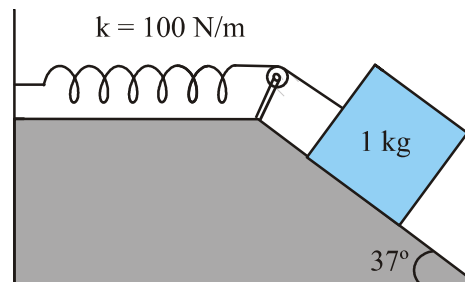
### ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ (ADDITIONAL EXERCISES)

- 6.24** 0.012 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦੀ ਕੋਈ ਗੋਲੀ  $70 \text{ m s}^{-1}$  ਦੀ ਖਿਤਜੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚਲਦੇ ਹੋਏ 0.4 kg ਪੁੰਜ ਦੀ ਲੱਕੜੀ ਦੇ ਗੁਟਕੇ ਨਾਲ ਟਕਰਾ ਕੇ ਗੁਟਕੇ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਤੁਰੰਤ ਹੀ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਛੱਤ ਨਾਲ ਪਤਲੀਆਂ ਤਾਰਾਂ ਦੁਆਰਾ ਲਟਕਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪਰਿਕਲਨ ਕਰੋ ਕਿ ਗੁਟਕਾ ਕਿਸ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਉੱਪਰ ਚੁੱਕਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ? ਗੁਟਕੇ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਹੋਈ ਤਾਪ ਊਰਜਾ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਦਾ ਵੀ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਓ।
- 6.25** ਦੋ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਢਾਲੂ ਪਥ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਦੀ ਢਾਲ ਵੱਧ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਦੀ ਢਾਲ ਘੱਟ ਹੈ, ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ ਹਰੇਕ ਪਥ ਤੇ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਸਰਕਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 6.16)। ਕੀ ਇਹ ਪੱਥਰ ਇੱਕ ਹੀ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਪੁੱਜਣਗੇ? ਕੀ ਇਹ ਉੱਥੇ ਇੱਕੋ ਹੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਪੁੱਜਣਗੇ? ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ। ਜੇ  $\theta_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 60^\circ$  ਅਤੇ  $h = 10 \text{ m}$  ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋਨੋਂ ਪੱਥਰਾਂ ਦੀ ਚਾਲ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਹੇਠਾਂ ਪੁੱਜਣ ਲਈ ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ ਕੀ ਹੈ?



ਚਿੱਤਰ. 6.16

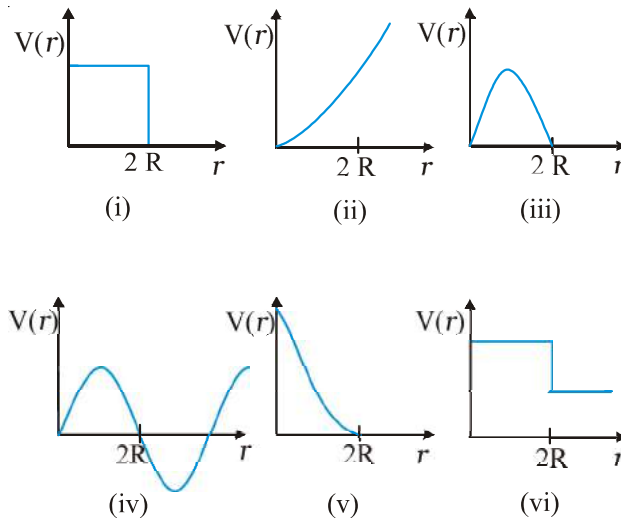
- 6.26** ਕਿਸੇ ਰਫ਼ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਰੱਖਿਆ ਹੋਇਆ 1 kg ਪੁੰਜ ਦਾ ਗੁਟਕਾ ਕਿਸੇ  $100 \text{ N m}^{-1}$  ਸਪਰਿੰਗ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਵਾਲੇ ਸਪਰਿੰਗ ਨਾਲ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ 6.17 ਅਨੁਸਾਰ ਜੁੜਿਆ ਹੈ। ਗੁਟਕੇ ਨੂੰ ਸਪਰਿੰਗ ਦੀ ਬਿਨਾਂ ਖਿੱਚੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚੋਂ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚੋਂ ਛੱਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਗੁਟਕਾ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ 10 cm ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਖਿਸਕਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਗੁਟਕੇ ਅਤੇ ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਪਰਿੰਗ ਦਾ ਪੁੰਜ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਹੈ ਅਤੇ ਘਿਰਣੀ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ. 6.17

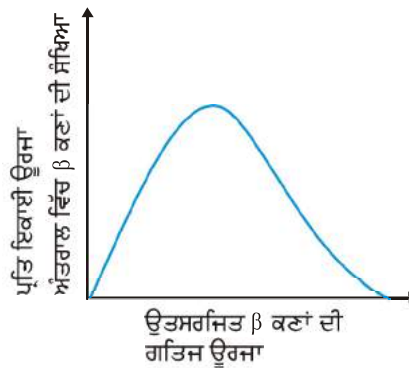
- 6.27** 0.3 kg ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਬੋਲਟ (Bolt)  $7 \text{ m s}^{-1}$  ਦੀ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਹੇਠਾਂ ਆ ਰਹੀ ਕਿਸੇ ਲਿਫਟ ਦੀ ਛੱਤ ਤੋਂ ਡਿਗਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਲਿਫਟ ਦੀ ਫਰਸ਼ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦਾ ਹੈ (ਲਿਫਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 3 m) ਅਤੇ ਵਾਪਸ ਨਹੀਂ ਮੁੜਦਾ। ਟੱਕਰ ਦੁਆਰਾ ਕਿੰਨੀ ਤਾਪ ਊਰਜਾ ਪੈਦਾ ਹੋਈ? ਜੇ ਲਿਫਟ ਸਥਿਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਕੀ ਤੁਹਾਡਾ ਉੱਤਰ ਇਸ ਤੋਂ ਵਧਰਾ ਹੁੰਦਾ?
- 6.28** 200 kg ਪੁੰਜ ਦੀ ਕੋਈ ਟਰਾਲੀ ਕਿਸੇ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਪਥ ਤੇ  $36 \text{ km h}^{-1}$  ਦੀ ਇਸ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ। 20 kg ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਬੱਚਾ ਟਰਾਲੀ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਰੇ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਸਿਰੇ ਤੱਕ (10 m ਦੂਰ) ਟਰਾਲੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ  $4 \text{ m s}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਟਰਾਲੀ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੌੜਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਟਰਾਲੀ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਕੁੱਦ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਟਰਾਲੀ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ? ਬੱਚੇ ਦੇ ਦੌੜ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਨ ਦੇ ਸਮੇਂ ਟਰਾਲੀ ਨੇ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ?

**6.29** ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ 6.18 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਕਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਵਕਰ ਦੇ ਬਿਲਿਅਰਡ ਗੇਂਦਾਂ ਦੀ ਲਚਕਦਾਰ ਟੱਕਰ ਦਾ ਵਰਨਣ ਨਹੀਂ ਕਰੇਗਾ? ਇੱਥੇ  $r$  ਗੇਂਦਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਗੇਂਦ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $R$  ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ. 6.18

**6.30** ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਮੁਕਤ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੇ ਖੈ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ  $n \rightarrow p + e^-$  ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਦੋ ਪਿੰਡੀ ਖੈ (two-body decay) ਤੋਂ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਊਰਜਾ ਦਾ ਕੋਈ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ ਉਤਸਰਜਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਕਿਸੇ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਨਾਭਿਕ ਦੇ  $\beta$ -ਖੈ ( $\beta$ -decay) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੇਖਿਤ ਲਗਾਤਾਰ ਊਰਜਾ ਵੰਡ (observed continuous energy distribution) ਦਾ ਸਪੱਸ਼ਟੀਕਰਨ ਨਹੀਂ ਦੇ ਸਕਣਾ (ਚਿੱਤਰ 6.19)



ਚਿੱਤਰ. 6.19

[ਨੋਟ: ਇਸ ਅਭਿਆਸ ਦਾ ਹੱਲ ਉਹਨਾਂ ਕਈ ਤਰਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਡਬਲਯੂ ਪਾਲੀ (W. Pauli) ਦੁਆਰਾ  $\beta$ -ਖੈ ਦੇ ਖੈ ਉਤਪਾਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਤੀਸਰੇ ਕਣ ਦੀ ਹੋਂਦ ਦਾ ਪੂਰਨ ਅਨੁਮਾਨ ਕਰਨ ਲਈ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਸੀ। ਇਹ ਕਣ ਨਿਊਟ੍ਰੀਨੋ (neutrino) ਦੇ ਨਾਂ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਨਿਜੀ ਸਪਿਨ  $\frac{1}{2}$  (ਜਿਵੇਂ  $e^-$ ,  $p$  ਜਾਂ  $n$ ) ਵਾਲਾ ਕੋਈ ਕਣ ਹੈ। ਪਰ ਇਹ ਉਦਾਸੀਨ (neutral) ਹੈ ਜਾਂ ਪੁੰਜ ਰਹਿਤ (massless) (ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ) ਜਾਂ ਇਸਦਾ ਪੁੰਜ ਬਹੁਤ ਹੀ ਘੱਟ ਹੈ ਅਤੇ ਜੋ ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਨਾਲ ਬਹੁਤ ਹੀ ਕਮਜ਼ੋਰ ਆਪਸੀ ਕਿਰਿਆ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਦੀ ਉਚਿਤ ਖੈ-ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ  $n \rightarrow p + e^- + \nu$ ]

**ਅਨੁਲੱਗ 6.1 : ਪੈਦਲ ਸੈਰ ਵਿੱਚ ਖਰਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਸ਼ਕਤੀ**  
**POWER CONSUMPTION IN WALKING**

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ 60 kg ਪੁੰਜ ਦੇ ਬਾਲਗ ਮਨੁੱਖ ਦੁਆਰਾ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਕਿਰਿਆ-ਕਲਾਪਾਂ ਵਿੱਚ ਖਰਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਸ਼ਕਤੀ ਲਗਭਗ ਸੂਚੀ ਵਿਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

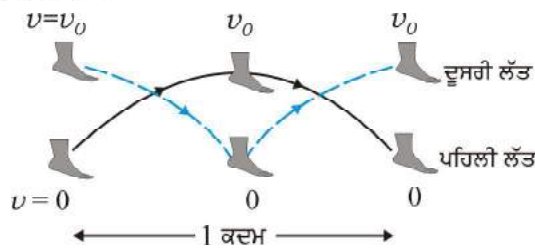
**ਸਾਰਣੀ 6.4 ਕੁਝ ਕਿਰਿਆ-ਕਲਾਪਾਂ ਵਿੱਚ ਖਰਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਸ਼ਕਤੀ (ਲਗਭਗ)**

ਕਿਰਿਆ-ਕਲਾਪ	ਸ਼ਕਤੀ (W)
ਸੌਂਦੇ ਸਮੇਂ	75
ਹੌਲੀ ਸੈਰ	200
ਸਾਈਕਲ ਚਲਾਉਂਦੇ	500
ਦਿਲ ਦੀ ਧੜਕਨ	1.2

ਯੰਤਰਿਕ ਕਾਰਜ ਦਾ ਅਰਥ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਬੋਲਚਾਲ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਚੱਲਿਤ ਸ਼ਬਦ 'ਕਾਰਜ' ਦੇ ਅਰਥ ਤੋਂ ਵੱਖਰਾ ਹੈ। ਜੇ ਕੋਈ ਔਰਤ ਸਿਰ ਤੇ ਭਾਰੀ ਬੋਝ ਲੈ ਕੇ ਖੜ੍ਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਬੱਕ ਜਾਵੇਗੀ ਪਰ ਇਸ ਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਔਰਤ ਨੇ ਕੋਈ 'ਯੰਤਰਿਕ ਕਾਰਜ' ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਬਿਲਕੁਲ ਨਹੀਂ ਕਿ ਮਨੁੱਖ ਦੁਆਰਾ ਸਧਾਰਨ ਕਿਰਿਆ ਕਲਾਪਾਂ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਉਣਾ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਵਿਚਾਰ ਕਿ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਸਥਿਰ ਚਾਲ  $v_0$  ਨਾਲ ਪੈਦਲ ਸੈਰ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਯੰਤਰਿਕ ਕਾਰਜ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ, ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੁਆਰਾ ਸੌਖਿਆ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ।

- (i) ਪੈਦਲ ਸੈਰ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਮੁੱਖ ਕਾਰਜ ਹਰੇਕ ਕਦਮ ਨਾਲ ਲੱਤਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਅਤੇ ਮੰਦਨ ਦਾ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 6.20 ਦੇਖੋ)
- (ii) ਹਵਾ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਨਿਗੁਣਾ ਹੈ।
- (iii) ਲੱਤਾਂ ਨੂੰ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਚੁੱਕਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਥੋੜ੍ਹਾ-ਜਿਹਾ ਕਾਰਜ ਨਕਾਰਨ ਯੋਗ ਹੈ।
- (iv) ਸੈਰ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਹੱਥਾਂ ਦਾ ਹਿਲਾਉਣਾ ਜੋ ਇੱਕ ਆਮ ਗੱਲ ਹੈ ਨਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ 6.20 ਵਿਚ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਹਰੇਕ ਲਾਪ ਵਿਚ ਲੱਤ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਚਾਲ, ਲਗਭਗ ਤੁਰਣ ਦੀ ਚਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲਿਆਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿਚ ਲਿਆਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 6.20** ਪੈਦਲ ਸੈਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਲੰਬੀ ਲਾਪ ਦਾ ਚਿੱਤਰਣ ਜਦੋਂਕਿ ਇੱਕ ਲੱਤ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਤੋਂ ਅਧਿਕਤਮ ਦੂਰ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਲੱਤ ਧਰਤੀ ਤੇ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਉਲਟ (vice-versa)

ਇਸ ਲਈ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਲੰਬੀ ਲਾਪ ਭਰਨ ਤੇ ਹਰੇਕ ਲੱਤ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ  $m_1 v_0^2$  ਹੋਵੇਗਾ। ਇੱਥੇ  $m_1$  ਲੱਤ ਦਾ ਪੁੰਜ ਹੈ। ਲੱਤ ਦੀਆਂ ਮਾਸਪੇਸ਼ੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਪੈਰ ਨੂੰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਚਾਲ  $v_0$  ਤੱਕ ਲਿਆਉਣ ਵਿੱਚ ਖਰਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਊਰਜਾ  $m_1 v_0^2/2$  ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਪੂਰਨ ਲੱਤ ਦੀਆਂ ਮਾਸਪੇਸ਼ੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਦੂਸਰੇ ਪੈਰ ਦੀ ਚਾਲ  $v_c$  ਤੋਂ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਣ ਵਿੱਚ ਖਰਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਫਾਲਤੂ ਊਰਜਾ  $m_1 v_c^2/2$  ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਨਾਂ ਲੱਤਾਂ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਕਦਮ ਭਰਨ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 6.20 ਦਾ ਸਾਵਧਾਨੀਪੂਰਵਕ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ)

$$W_s = 2m_1 v_0^2 \tag{6.34}$$

ਮੰਨ ਲਓ  $m_1 = 10 \text{ kg}$  ਅਤੇ ਹੌਲੀ ਗਤੀ ਨਾਲ 9 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ 1 ਮੀਲ ਦੌੜਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ SI ਮਾਤਰਕ ਵਿੱਚ,  $v_0 = 3 \text{ m s}^{-1}$ । ਇਸ ਲਈ

$$W_s = 180 \text{ ਜੂਲ/ਕਦਮ}$$

ਜੇ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਦਮ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੇ ਗਏ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 2 m ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ  $3 \text{ m s}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ 1.5 ਕਦਮ ਪ੍ਰਤਿ ਸੈਕੰਡ ਭਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖਰਚ ਕੀਤੀ ਸ਼ਕਤੀ

$$P = 180 \frac{\text{ਜੂਲ}}{\text{ਕਦਮ}} \times 1.5 \frac{\text{ਕਦਮ}}{\text{ਸੈਕੰਡ}} = 270 \text{ W}$$

ਇੱਥੇ ਸਾਨੂੰ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਖਰਚ ਕੀਤੀ ਸ਼ਕਤੀ ਦਾ ਆਂਕਲਨ ਅਸਲ ਮੁੱਲ ਨਾਲੋਂ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਸ਼ਕਤੀ ਹਾਣੀ ਦੇ ਕਈ ਕਾਰਕਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਹੱਥਾਂ ਦਾ ਹਿਲਾਉਣਾ, ਹਵਾ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਆਦਿ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਦਿਲਚਸਪ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਉਪੇਖਿਅਤ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਗਣਨਾ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਮਹੱਤਵ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਬਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਮੁੱਖ ਤੌਰ 'ਤੇ ਰਗੜ ਬਲ ਅਤੇ ਸਰੀਰ ਦੀਆਂ ਹੋਰ ਮਾਸਪੇਸ਼ੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਲੱਤਾਂ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਆਂਕਲਨ ਕਰ ਪਾਉਣਾ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੈ। ਰਗੜ ਬਲ ਇੱਥੇ 'ਕੋਈ' ਕਾਰਜ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਕਾਰਜ ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਮਾਸਪੇਸ਼ੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ 'ਕਾਰਜ' ਦੇ ਆਂਕਲਨ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਮੁਸ਼ਕਲ ਕੰਮ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਨਿਕਲ ਆਏ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੇ ਦੋ ਲਾਭ ਵੀ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਪਹਿਲਾ ਮਨੁੱਖ ਨੂੰ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਚਲਣ ਅਤੇ ਰੁਕਾਵਟ ਦੇ ਬਿਨਾਂ ਗਤੀ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।





## ਪਾਠ-7

## ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ

## (SYSTEM OF PARTICLES AND ROTATIONAL MOTION)

- 7.1 ਭੂਮਿਕਾ
- 7.2 ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ
- 7.3 ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ
- 7.4 ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ
- 7.5 ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ
- 7.6 ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਰੇਖੀ ਵੇਗ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ
- 7.7 ਟਾਰਕ ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ
- 7.8 ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਦਾ ਸੰਤੁਲਨ
- 7.9 ਜੜਤਾ ਮੋਮੰਟ
- 7.10 ਲੰਬ ਰੂਪ ਅਤੇ ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਯ
- 7.11 ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਸ਼ੁੱਧ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀਕੀ  
(Kinematics of rotational motion about a fixed axis)
- 7.12 ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀਕੀ  
(Dynamics of rotational motion about a fixed axis)
- 7.13 ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ
- 7.14 ਲੋਟਨਿਕ ਗਤੀ (Rolling motion)  
ਸਾਰ  
ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ  
ਅਭਿਆਸ  
ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ

## 7.1 ਭੂਮਿਕਾ (INTRODUCTION)

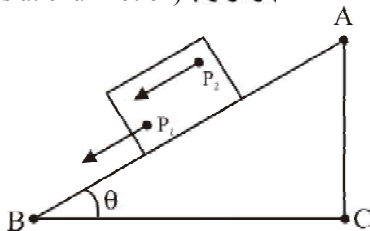
ਪਿਛਲੇ ਪਾਠਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਮੁੱਖ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਦਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਕਣ (ਇੱਕ ਕਣ ਜਿਸ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ (point mass) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵਿਵਹਾਰਿਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਸਦਾ ਕੋਈ ਅਕਾਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ) ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਸੀ। ਫਿਰ ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਦੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਸੀ।

ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਜਿੰਨੇ ਪਿੰਡ ਸਾਡੇ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੇ ਹਨ ਉਹ ਸਾਰੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਪਿੰਡਾਂ (extended bodies) (ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ) ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਪੂਰੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸਮਝਣ ਲਈ ਆਮ ਕਰਕੇ ਉਸਦਾ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲਾ ਆਦਰਸ਼ ਮਾਡਲ ਨਾਕਾਫੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਸ (ਪ੍ਰਤੀਬੰਧ) ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ ਤੋਂ ਪਰੇ ਹੋ ਜਾਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ, ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ। ਇੱਕ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਪਿੰਡ ਮੁੱਢਲੇ ਪੱਧਰ ਤੇ ਕਣਾਂ ਦਾ ਸਿਸਟਮ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਵਿਵੇਚਨਾ ਇੱਕ ਸਮੁੱਚੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤੀ ਤੋਂ ਹੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਨਾ ਚਾਹਾਂਗੇ। ਇੱਥੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ (centre of mass) ਇੱਕ ਮੁੱਖ ਧਾਰਨਾ ਹੋਵੇਗੀ। ਅਸੀਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ, ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਵਿੱਚ ਇਸ ਧਾਰਨਾ ਦੀ ਉਪਯੋਗਿਤਾ ਦੱਸਾਂਗੇ।

ਵੱਡੇ ਪਿੰਡਾਂ ਨਾਲ ਜੁੜੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ (rigid body) ਮੰਨ ਕੇ ਹੀ ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਆਦਰਸ਼ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ (ideal rigid body) ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਪਿੰਡ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਇੱਕ ਪੱਕੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ (definite) ਅਤੇ ਅਪਰਿਵਰਤਨੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ (unchanging shape) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕਣ ਜੋੜਿਆਂ (pairs) ਵਿੱਚਲੀ ਦੂਰੀ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਇਸ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਤੋਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਵੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਪਿੰਡ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦ੍ਰਿੜ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਰੇ ਵਿਵਹਾਰਿਕ ਪਿੰਡ ਬਲਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਅਧੀਨ ਆਪਣੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਦਲ ਲੈਂਦੇ ਹਨ। ਪਰ ਅਜਿਹੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਆਏ ਬਦਲਾਵ ਨਿਕਾਰਨਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਨਿਗੁਣੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਕਈ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਜਿਵੇਂ— ਪਹੀਆ, ਲੱਟੂ, ਸਟੀਲ ਦੇ ਬੀਮ ਅਤੇ ਇੱਥੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਅਣੂ, ਗ੍ਰਹਿ ਵਰਗੇ ਪਿੰਡਾਂ ਗਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਗੱਲ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਨਹੀਂ ਦੇਵਾਂਗੇ ਕਿ ਪਿੰਡ ਦੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਵ ਆਇਆ ਹੈ, ਉਹ ਮੁੜਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਕੰਬਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਉਸਨੂੰ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਮੰਨ ਕੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ।

**7.1.1 ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਵਿੱਚ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ? (What kind of motion can a rigid body have ?)**

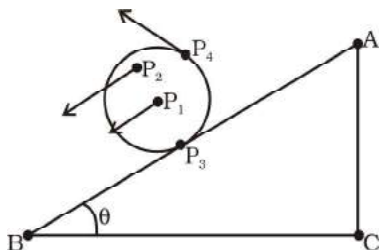
ਆਓ, ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਨਾਲ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ। ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਲਾਕ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ ਜੋ ਇੱਕ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ (inclined plane) ਸਿੱਧਾ (ਬਿਨਾਂ ਇੱਧਰ-ਉੱਧਰ ਹੋਏ) ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਫਿਸਲ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਬਲਾਕ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਹੈ। ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਇਸ ਦੀ ਗਤੀ ਅਜਿਹੀ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੇ ਸਾਰੇ ਕਣ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਚਲ ਰਹੇ ਹਨ, ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਸਾਰੇ ਕਣ ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚਲਦੇ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 7.1)। ਇੱਥੇ ਇਹ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ (Translational motion) ਵਿੱਚ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 7.1** ਇੱਕ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਇੱਕ ਬਲਾਕ ਦੀ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ (ਫਿਸਲਨ) (ਬਲਾਕ ਦਾ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਜਿਵੇਂ  $P_1$  ਜਾਂ  $P_2$ ... ਕਿਸੇ ਵੀ ਛਿਣ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ)

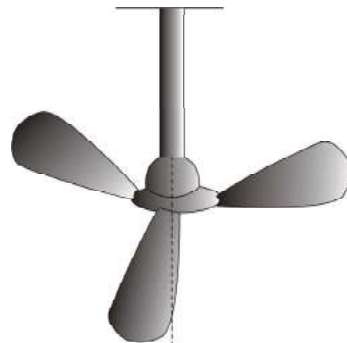
**ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ (Pure translational motion)** ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਖ਼ਾਸ ਛਿਣ ਤੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕਣ ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚਲਦਾ ਹੈ।

ਆਓ, ਹੁਣ ਉਸੇ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਰੁੜ੍ਹਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਧਾਤੂ ਜਾਂ ਲੋਕੜੀ ਦੇ ਵੇਲਣ (Cylinder) ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। (ਚਿੱਤਰ 7.2) ਇਹ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ (ਵੇਲਣ) ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੇ ਉਪਰਲੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ ਉਸਦੀ ਤਲੀ ਤੱਕ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਵਿੱਚ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਹੈ। ਪਰ ਚਿੱਤਰ 7.2 ਇਹ ਵੀ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕਣ ਕਿਸੇ ਖ਼ਾਸ ਛਿਣ ਤੇ ਇੱਕ ਹੀ ਵੇਗ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਚਲ ਰਹੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਪਿੰਡ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਦੀ ਗਤੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਹੋਣ ਦੇ ਨਾਲ ਕੁਝ ਹੋਰ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵੀ ਹੈ।

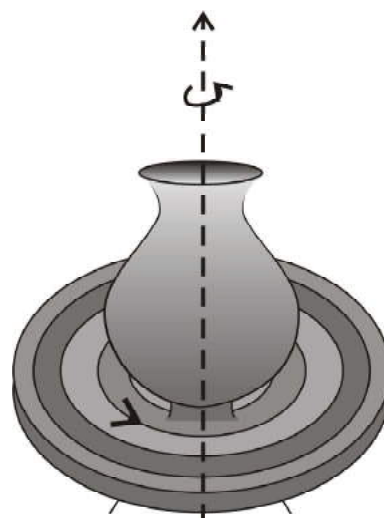


**ਚਿੱਤਰ 7.2** ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਰੁੜ੍ਹਦਾ ਵੇਲਣ (cylinder)। ਇਹ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਤੇ ਬਿੰਦੂ  $P_1, P_2, P_3$  ਅਤੇ  $P_4$  ਦੇ ਵੇਗ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੀਰਾਂ ਨਾਲ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਵਾਸਤਵ ਵਿੱਚ ਸੰਪਰਕ ਬਿੰਦੂ  $P_3$  ਦਾ ਵੇਗ ਕਿਸੇ ਵੀ ਛਿਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਇਹ ਵੇਲਣ ਬਿਨਾਂ ਫਿਸਲੇ ਰੁੜ੍ਹਦਾ ਹੈ।)

ਇਹ ‘ਕੁਝ ਹੋਰ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵੀ’ ਕੀ ਹੈ? ਇਹ ਸਮਝਣ ਲਈ ਆਉ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ (rigid body) ਲਈਏ ਜਿਸ ਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੋਕ ਲਗਾਈ ਗਈ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਨਾ ਕਰ ਸਕੇ। ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਨੂੰ ਰੋਕਣ ਦੀ ਸਧਾਰਨ ਵਿਧੀ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਕਰ ਦਿਤਾ ਜਾਵੇ। ਉਦੋਂ ਇਸ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ (rigid body) ਦੀ ਇੱਕ ਮਾਤਰ ਸੰਭਾਵਿਤ ਗਤੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ (rotation) ਹੋਵੇਗੀ। ਉਹ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਸ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਇਸਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਧੁਰਾ (axis of rotation) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੇਖੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਡੀ ਛੱਤ ਵਾਲਾ ਪੱਖਾ, ਘੁੰਮਿਆਰ ਦਾ ਚੱਕ (Potter’s wheel) (ਚਿੱਤਰ 7.3 (a)

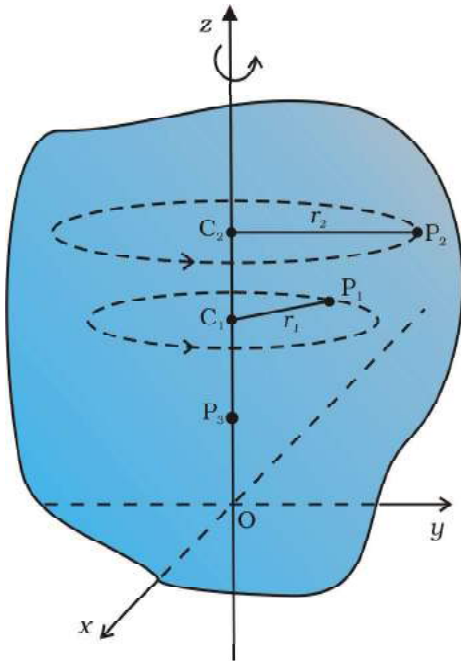


(a)



(b)

**ਚਿੱਤਰ 7.3** ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ (a) ਛੱਤ ਦਾ ਪੱਖਾ (b) ਘੁੰਮਿਆਰ ਦਾ ਚੱਕ।



**ਚਿੱਤਰ 7.4** z-ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ। ਪਿੰਡ ਦੀ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ  $P_1$  ਜਾਂ  $P_2$  ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਤੇ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ ( $C_1$  ਜਾਂ  $C_2$ ) ਧੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ( $r_1$  ਜਾਂ  $r_2$ ) ਧੁਰੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂ ( $P_1$  ਜਾਂ  $P_2$ ) ਦੀ ਲੰਬਾਤਮਕ ਦੂਰੀ ਹੈ। ਧੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ  $P_3$  ਵਰਗਾ ਬਿੰਦੂ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

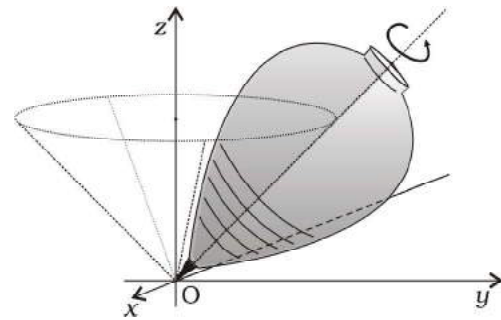
ਅਤੇ (b), ਵਿਸ਼ਾਲ ਚੱਕਰੀ ਝੂਲਾ (ਜਾਇੰਟ ਵਹੀਲ (Giant wheel)), ਮੈਰੀ ਗੋ ਰਾਉਂਡ (merry-go-round) ਵਰਗੇ ਅਨੇਕ ਅਜਿਹੇ ਉਦਾਹਰਨ ਮਿਲ ਜਾਣਗੇ ਜਿੱਥੇ ਕਿਸੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਹੋ ਰਹੀ ਹੋਵੇ।

ਆਓ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਕਿ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਕੀ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਲੱਛਣ ਕੀ ਹਨ? ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ, ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕਣ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਚੱਕਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬਾਤਮਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਧੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 7.4 ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ (ਨਿਰਦੇਸ਼ ਫਰੇਮ ਦਾ z-ਧੁਰਾ) ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਧੁਰੇ ਤੋਂ  $r_1$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੋਈ ਕਣ  $P_1$  ਲਓ। ਇਹ ਕਣ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ  $r_1$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ  $C_1$ , ਧੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਇਹ ਚੱਕਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬਾਤਮਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਸਰਾ ਕਣ  $P_2$  ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਤੋਂ  $r_2$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਣ  $P_2$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $r_2$  ਦੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ  $C_2$  ਵੀ ਧੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਇਹ ਚੱਕਰ ਵੀ

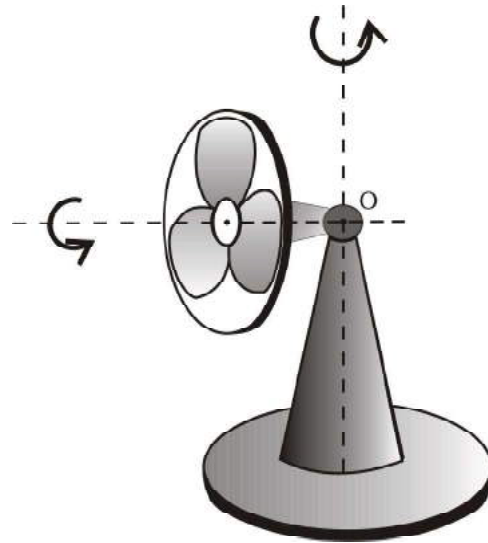
ਧੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬਾਤਮਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ  $P_1$  ਅਤੇ  $P_2$  ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਗਏ ਚੱਕਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਲਾਂ ਵਿੱਚ ਹਨ ਪਰ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਤਲ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬਾਤਮਕ ਹਨ। ਧੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ, ਜਿਵੇਂ  $P_3$  ਦੇ ਲਈ,  $r = 0$  ਹੈ। ਇਹ ਕਣ, ਪਿੰਡ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮੇਂ ਵੀ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਪਰੰਤੂ, ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਧੁਰਾ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਵੀ ਰਹਿੰਦਾ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਮੁੱਖ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੈ, ਇੱਕ ਹੀ ਥਾਂ ਤੇ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਲੱਟੂ (ਚਿੱਤਰ 7.5 (a))।

(ਲੱਟੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਲਿਆ ਹੈ ਕਿ ਲੱਟੂ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਸਥਾਨ ਤੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ



**ਚਿੱਤਰ 7.5** (a) ਘੁੰਮਦਾ ਹੋਇਆ ਲੱਟੂ (ਇਸਦੀ ਟਿਪ O ਦਾ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਨਾਲ ਸੰਪਰਕ ਬਿੰਦੂ ਸਥਿਰ ਹੈ)



**ਚਿੱਤਰ 7.5** (b) ਘੁੰਮਦਾ ਹੋਇਆ ਮੇਜ਼ ਦਾ ਪੱਖਾ (ਪੱਖਾ ਦੀ ਧੁਰੀ, ਬਿੰਦੂ O ਸਥਿਰ ਹੈ)

ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਵਿੱਚ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।) ਆਪਣੇ ਅਨੁਭਵ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਘੁੰਮਦੇ ਲੱਟੂ ਦਾ ਧੁਰਾ, ਭੂਮੀ ਤੇ ਇਸਦੇ ਸੰਪਰਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਲੰਬਦੇ ਲੰਬ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਸ਼ੁੱਕੂ (ਕੋਣ) ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ



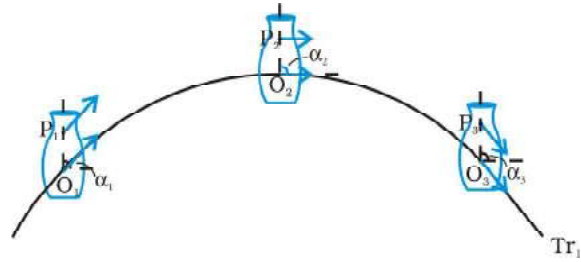
ਚਿੱਤਰ 7.5 (a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। (ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ (vertical) ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਲੱਟੂ ਦੇ ਧੁਰੇ ਦਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰਸਰਣ (Precession) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ)। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਲੱਟੂ ਦਾ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਜੋ ਧਰਤੀ ਨੂੰ ਛੂਹ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਸਥਿਰ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵੀ ਛਿਣ, ਲੱਟੂ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਧੁਰਾ, ਇਸ ਦੇ ਸੰਪਰਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਲੰਘਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਸਰਲ ਉਦਾਹਰਨ ਮੇਜ਼ ਤੇ ਰਖਿਆ ਘੁੰਮਣ ਵਾਲਾ ਪੱਖਾ ਜਾਂ ਪੈਡੇਸਟਲ ਪੱਖਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਪੱਖੇ ਦਾ ਧੁਰਾ, ਖਿਤਜੀ ਤਲ ਵਿੱਚ, ਡੋਲਨ ਗਤੀ (ਇੱਧਰ ਤੋਂ ਉੱਧਰ ਘੁੰਮਣ) ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਗਤੀ ਖੜ੍ਹੇ-ਦਾਅ ਰੇਖਾ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਤੇ ਧੁਰੇ ਦੀ ਧੁਰੀ ਟਿਕੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 7.5 (b) ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ O)।

ਜਦੋਂ ਪੱਖਾ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਧੁਰਾ ਇੱਧਰ ਤੋਂ ਉੱਧਰ ਡੋਲਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਵੀ ਇਹ ਬਿੰਦੂ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਵਧੇਰੇ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਲੱਟੂ ਜਾਂ ਪੈਡੇਸਟਲ ਪੱਖੇ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਵਿੱਚ, ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦਾ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਨਾ ਕਿ ਇੱਕ ਰੇਖਾ। ਇਸ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਧੁਰਾ ਤਾਂ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਇਹ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦਾ ਹੈ। ਪਰੰਤੂ, ਆਪਣੇ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ, ਵਧੇਰੇ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੀ ਸਰਲ ਅਤੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀਆਂ ਤੱਕ ਸੀਮਿਤ ਰਹਾਂਗੇ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਰੇਖਾ (ਮਤਲਬ ਧੁਰਾ) ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਦੱਸਿਆ ਨਾ ਜਾਵੇ, ਸਾਡੇ ਲਈ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਹੀ ਹੋਵੇਗੀ।

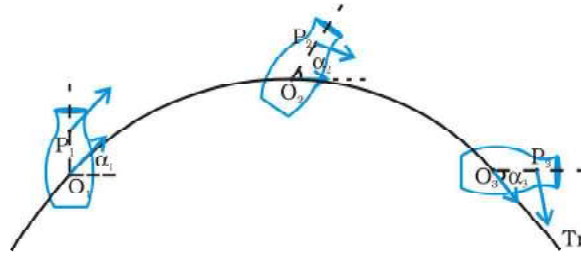
ਇੱਕ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਬੇਲਨ ਦਾ ਰੁੜ੍ਹਨਾ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦਾ ਸੰਯੋਜਨ ਹੈ — ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ। ਇਸ ਲਈ ਰੁੜ੍ਹਨ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਜਿਸ 'ਕੁਝ ਹੋਰ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ' ਦਾ ਜਿਕਰ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਕੀਤਾ ਸੀ ਉਹ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਹੈ। ਇਸ ਨਜ਼ਰੀਏ ਨਾਲ ਚਿੱਤਰ 7.6 (a) ਅਤੇ (b) ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਕਾਫ਼ੀ ਸਿੱਖਿਆਦਾਇਕ ਪਾਓਗੇ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੀ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤੀ, ਸਮਾਨ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਟਰੈਜੈਕਟਰੀ (identical translational trajectory) ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 7.6 (a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਗਤੀ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 7.6 (b) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਗਤੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੋਵੇਂ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦਾ ਸੰਯੋਜਨ ਹੈ। (ਤੁਸੀਂ ਖੁਦ ਭਾਰੀ ਪੁਸਤਕ ਵਰਗੇ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਸੁੱਟ ਕੇ ਦਰਸਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਦੋਨੋਂ ਗਤੀਆਂ ਪੈਦਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ)।

ਆਓ ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਵਰਣਿਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਤੱਥਾਂ ਦਾ ਸਾਰ ਫਿਰ ਤੋਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੱਸੀਏ। ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਜੋ ਨਾ ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਚੂਲ ਤੇ ਟਿਕਿਆ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਕਿਸੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਹੋਵੇ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ — ਜਾਂ ਤਾਂ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਜਾਂ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਸੰਯੋਜਨ।

ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤੀ ਜੋ ਜਾਂ ਤਾਂ ਚੂਲ ਤੇ ਟਿਕਿਆ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਨਾ ਕਿਸੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਹੋਵੇ, ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 7.6 (a) ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤੀ ਜੋ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 7.6 (b) ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਅਜਿਹੀ ਗਤੀ ਜੋ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀਆਂ ਦਾ ਸੰਯੋਜਨ ਹੈ।

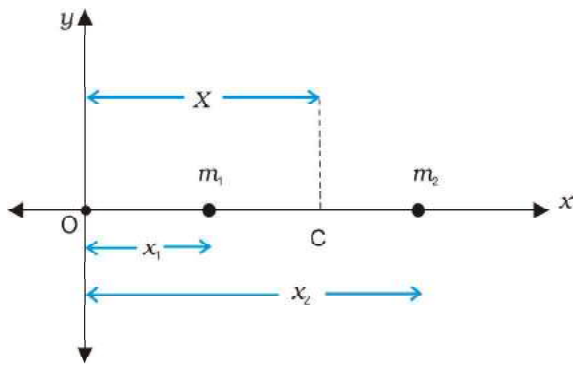
ਚਿੱਤਰ 7.6 (a) ਅਤੇ (b) ਇੱਕ ਹੀ ਪਿੰਡ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਗਤੀਆਂ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਕਿ P, ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਚੁਣਿਆ ਬਿੰਦੂ ਹੈ, O ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਅਗਲੇ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਥੇ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਕਾਫ਼ੀ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਬਿੰਦੂ O ਦੀ ਟਰੈਜੈਕਟਰੀ ਹੀ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਟਰੈਜੈਕਟਰੀ  $Tr_1$  ਅਤੇ  $Tr_2$  ਹਨ। ਤਿੰਨ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਛਿਣਾਂ ਤੇ, ਬਿੰਦੂਆਂ O ਅਤੇ P ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਚਿੱਤਰ 7.6 (a) ਅਤੇ 7.6 (b) ਦੋਨਾਂ ਨੂੰ ਹੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $O_1, O_2, O_3$  ਅਤੇ  $P_1, P_2, P_3$  ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 7.6 (a) ਤੋਂ ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਪਿੰਡ ਦੇ ਕੋਈ ਵੀ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ O ਅਤੇ P ਦੇ ਵੇਗ, ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਵੀ ਗਿਆਤ ਹੈ, ਕਿ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ OP, ਦਾ ਦਿਸ਼ਾਮਾਨ (orientation), ਮਤਲਬ ਕਿ ਉਹ ਕੋਣ ਜੋ OP ਇੱਕ ਨਿਯਤ ਦਿਸ਼ਾ (ਮੰਨ ਲਉ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ) ਨਾਲ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਸਮਾਨ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ । ਚਿੱਤਰ 7.6 (b) ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਨਾਲ ਨਿਰਮਿਤ ਗਤੀ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ O ਅਤੇ P ਦੇ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਤੇ ਵੇਗਾਂ ਦੇ ਮਾਨ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  ਦੇ ਮਾਨ ਵੀ ਭਿੰਨ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਕਿਸੇ ਅਜਿਹੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਜੋ ਸਥਿਰ ਹੋਵੇ (ਜਿਵੇਂ ਛੱਤ ਵਾਲਾ ਪੱਖਾ) ਜਾਂ ਫਿਰ ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੋ ਖੁਦ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ (ਜਿਵੇਂ ਇੱਧਰ ਤੋਂ ਉੱਧਰ ਘੁੰਮਦੇ ਮੇਜ਼ ਦੇ ਪੱਖੇ ਵਿੱਚ)। ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਹੀ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ।



## 7.2 ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ (CENTRE OF MASS)

ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਕੀ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸਦੀ ਮਹੱਤਤਾ ਤੇ ਚਾਣਨਾ ਪਾਵਾਂਗੇ। ਸਰਲਤਾ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੋ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਾਂਗੇ। ਦੋਨੋਂ ਕਣਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $x$ -ਧੁਰਾ ਮੰਨਾਂਗੇ (ਚਿੱਤਰ 7.7)



ਚਿੱਤਰ 7.7

ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਕਣਾਂ ਦੀ, ਕਿਸੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ  $O$  ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x_1$  ਅਤੇ  $x_2$  ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $m_1$  ਅਤੇ  $m_2$  ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ  $C$  ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਬਿੰਦੂ ਹੋਵੇਗਾ ਜਿਸਦੀ  $O$  ਤੋਂ ਦੂਰੀ,  $X$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੋਵੇਗਾ—

$$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad \dots(7.1)$$

ਸਮੀਕਰਨ (7.1) ਵਿੱਚ  $X$  ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $x_1$  ਅਤੇ  $x_2$  ਦਾ ਪੁੰਜ-ਭਾਰਿਤ ਔਸਤ (mass-weighted mean) ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਦੋਨੋਂ ਕਣਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ  $m_1 = m_2 = m$ , ਤਾਂ

$$X = \frac{m x_1 + m x_2}{2m} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ਦੇ ਦੋ ਕਣਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਠੀਕ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚੋਂ ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਜੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ  $n$  ਕਣ ਹੋਣ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $m_1, m_2, \dots, m_n$  ਹੋਣ ਅਤੇ ਸਭ ਨੂੰ  $x$ -ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਖਿਆ ਗਿਆ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਕਣਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ (centre of mass) ਹੋਵੇਗਾ।

$$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \quad \dots(7.2)$$

ਜਿਥੇ  $x_1, x_2 \dots x_n$  ਕਣਾਂ ਦੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਦੂਰੀਆਂ ਹਨ,  $x$  ਵੀ ਉਸੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਮਾਪਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਸੰਕੇਤ  $\sum$  (ਯੂਨਾਨੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਅੱਖਰ ਸਿਗਮਾ) ਜੋੜ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ  $n$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਜੋੜਫਲ

$$\sum m_i = M$$

ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ ਹੈ।

ਹੁਣ ਮੰਨ ਲਓ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਤਿੰਨ ਕਣ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਤਾਂ ਨਹੀਂ ਪਰ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਰਖੇ ਗਏ ਹਨ। ਉਦੋਂ ਅਸੀਂ ਉਸ ਤਲ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇਹ ਤਿੰਨ ਕਣ ਰਖੇ ਗਏ ਹਨ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਧੁਰੇ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਤਿੰਨ ਕਣਾਂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕਾਂ  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  ਅਤੇ  $(x_3, y_3)$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਤਿੰਨ ਕਣਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $m_1, m_2$  ਅਤੇ  $m_3$  ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਤਿੰਨਾਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ  $C$  ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕਾਂ  $(X, Y)$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਨ ਹਨ -

$$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad \dots(7.3a)$$

$$Y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad \dots(7.3b)$$

ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ਵਾਲੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ  $m = m_1 = m_2 = m_3$ ,

$$X = \frac{m(x_1 + x_2 + x_3)}{3m} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$Y = \frac{m(y_1 + y_2 + y_3)}{3m} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

ਅਰਥਾਤ ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ਵਾਲੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ ਤਿੰਨ ਕਣਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਤੇ ਬਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੇਂਦਰਕ (centroid) ਤੇ ਹੋਵੇਗਾ।

ਸਮੀਕਰਨ (7.3 a, b) ਦੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ, ਸੋਧਿਆਂ, ਅਜਿਹੇ  $n$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਲਈ ਵਿਆਪੀਕਰਨ (generalization) ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਨਾ ਹੋ ਕੇ, ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਫੈਲੇ ਹੋਣ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ  $(X, Y, Z)$  ਹੈ, ਜਿੱਥੇ

$$X = \frac{\sum m_i x_i}{M} \quad \dots(7.4a)$$

$$Y = \frac{\sum m_i y_i}{M} \quad \dots(7.4b)$$

$$Z = \frac{\sum m_i z_i}{M} \quad \dots(7.4c)$$

ਜਿੱਥੇ  $M = \sum m_i$  ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁਲ ਪੁੰਜ ਹੈ। ਸੂਚਕ  $i$  (index  $i$ ) ਦਾ ਮਾਨ 1 ਤੋਂ  $n$  ਤੱਕ ਬਦਲਦਾ ਹੈ,  $m_i$ ,  $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦਾ ਪੁੰਜ ਹੈ ਅਤੇ  $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ  $(x_i, y_i, z_i)$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਥਿਤੀ-ਵੈਕਟਰ (position vectors) ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (7.4 a, b, c) ਨੂੰ ਸੰਯੋਜਿਤ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ  $\vec{r}_i$ ,  $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਅਤੇ  $\vec{R}$  ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਦਿਸ਼ ਹੈ

$$\vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}$$

ਅਤੇ  $\vec{R} = X \hat{i} + Y \hat{j} + Z \hat{k}$

ਤਾਂ  $\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$  ... (7.4 d)

ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਲਿਖਿਆ ਯੋਗ ਸਦਿਸ਼-ਯੋਗ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਇਸਤੇਮਾਲ ਨਾਲ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਸੰਖੇਪਤਾ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉ। ਜੇ ਸੰਦਰਭ-ਫਰੇਮ (frame of reference) (ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ, (coordinate system) ਦੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ, ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕਣ-ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਹੀ ਲਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ  $\sum m_i \vec{r}_i = 0$  ਹੋਵੇਗਾ।

ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੀਟਰ ਛੜ ਜਾਂ ਫਲਾਈ ਵਹੀਲ, ਬਹੁਤ ਨੇੜੇ-ਨੇੜੇ ਰਖੇ ਗਏ ਕਣਾਂ ਦਾ ਸਿਸਟਮ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (7.4 a, b, c, d) ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਕਣਾਂ (ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਜਾਂ ਅਣੂਆਂ) ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਇੰਨੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ, ਸਾਰੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਣਾਂ ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਸੰਯੁਕਤ ਪ੍ਰਭਾਵ ਗਿਆਤ ਕਰਨਾ ਅਸੰਭਵ ਕਾਰਜ ਹੈ। ਪਰ ਕਿਉਂਕਿ ਕਣਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਦੀ ਦੂਰੀ ਬਹੁਤ ਘਟ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਪਿੰਡ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ ਦੀ ਵੰਡ ਨੂੰ ਲਗਾਤਾਰ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਪਿੰਡ ਦੀ  $n$  ਛੋਟੇ ਪੁੰਜ ਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਕਰੀਏ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ  $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_n$  ਹੋਣ ਅਤੇ  $i$  ਵਾਂ ਖੰਡ  $\Delta m_i$  ਬਿੰਦੂ  $(x_i, y_i, z_i)$  ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਵੇ ਅਜਿਹਾ ਸੋਚੀਏ ਤਾਂ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਲਗਭਗ ਮਾਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਵੇਗਾ—

$$X = \frac{\sum (\Delta m_i) x_i}{\sum \Delta m_i}, Y = \frac{\sum (\Delta m_i) y_i}{\sum \Delta m_i}, Z = \frac{\sum (\Delta m_i) z_i}{\sum \Delta m_i}$$

ਜੇ ਅਸੀਂ  $n$  ਨੂੰ ਵੱਡਾ ਹੋਰ ਵੱਡਾ ਕਰੀਏ ਅਰਥਾਤ  $\Delta m_i$  ਨੂੰ ਹੋਰ ਛੋਟਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਕਾਫ਼ੀ ਯਥਾਰਥ ਮਾਨ (exact) ਦੱਸਣਗੇ। ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ  $i$ -ਕਣਾਂ ਦੇ ਯੋਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਮਕਲ (integral) ਨਾਲ ਵਿਅਕਤ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\sum \Delta m_i \rightarrow \int dm = M,$$

$$\sum (\Delta m_i) x_i \rightarrow \int x dm,$$

$$\sum (\Delta m_i) y_i \rightarrow \int y dm,$$

ਅਤੇ  $\sum (\Delta m_i) z_i \rightarrow \int z dm$

ਇੱਥੇ  $M$ , ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ ਹੈ। ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$X = \frac{1}{M} \int x dm, Y = \frac{1}{M} \int y dm \text{ and } Z = \frac{1}{M} \int z dm$$

... (7.5a)

ਇਹਨਾਂ ਤਿੰਨ ਅਦਿਸ਼ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਤੁੱਲ ਸਦਿਸ਼ ਵਿਅੰਜਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ -

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

... (7.5b)

ਜੇ ਅਸੀਂ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਚੁਣ ਲਈਏ ਤਾਂ

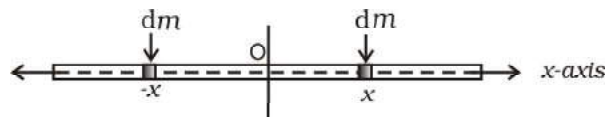
$$\vec{R} = 0$$

ਅਰਥਾਤ,  $\int \vec{r} dm = 0$

ਜਾਂ  $\int x dm = \int y dm = \int z dm = 0$  ... (7.6)

ਅਕਸਰ ਸਾਨੂੰ ਨਿਯਮਿਤ ਆਕਾਰ (regular shape) ਦੇ ਸਮਅੰਗੀ (homogeneous) ਪਿੰਡਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਰਿਗ, ਡਿਸਕ, ਗੋਲੇ, ਛੜਾਂ ਆਦਿ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। (ਸਮਅੰਗੀ ਪਿੰਡ ਤੋਂ ਸਾਡਾ ਭਾਵ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਵਸਤੂ ਤੋਂ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ ਦੀ ਵੰਡ ਸਮਾਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ।) ਸਮਤਾ (symmetry) ਦਾ ਵਿੱਚਾਰ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਸੋਚਿਆ ਇਹ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜਿਆਮਿਤੀ ਕੇਂਦਰ ਹੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਆਓ, ਇੱਕ ਪਤਲੀ ਛੜ ਤੇ ਵਿੱਚਾਰ ਕਰੀਏ, ਜਿਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਮੋਟਾਈ (ਜੇ ਇਸਦਾ ਪਰਿਖੇਤਰ (cross section) ਆਇਤਾਕਾਰ ਹੈ) ਜਾਂ ਅਰਥ ਵਿਆਸ (ਜੇ ਛੜ ਵੇਲਣਾਕਾਰ ਹੈ), ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਛੋਟਾ ਹੈ। ਛੜ ਦੀ ਲੰਬਾਈ  $x$ -ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਖੀਏ ਅਤੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਇਸਦੇ ਜਿਆਮਿਤੀ (geometrical) ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਲੈ ਲਈਏ ਤਾਂ ਪਰਾਵਰਤਨ ਸਮਤਾ (reflection symmetry) ਦੇ ਨਜ਼ਰੀਏ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਹਰੇਕ  $x$  ਤੇ ਸਥਿਤ  $dm$  ਘਟਕ (element  $dm$ ) ਦੇ ਬਰਾਬਰ  $dm$  ਦਾ ਘਟਕ  $-x$  ਤੇ ਵੀ ਸਥਿਤ ਹੋਵੇਗਾ (ਚਿੱਤਰ 7.8)

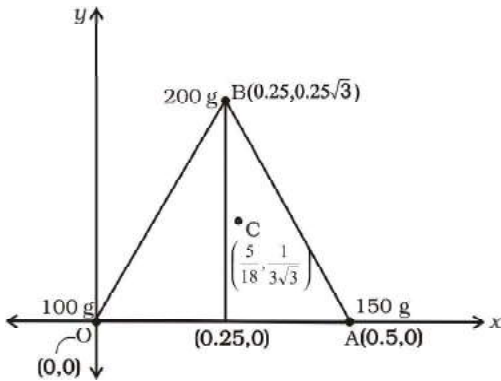


ਚਿੱਤਰ 7.8 ਇੱਕ ਪਤਲੀ ਛੜ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਪਤਾ ਕਰਨਾ

ਸਮਕਲ (integral) ਵਿੱਚ ਹਰ ਜੋੜੇ ਦਾ ਯੋਗਦਾਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਕਾਰਨ ਖੁਦ  $x dm$  ਦਾ ਮਾਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.6) ਦਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਜਿਸ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਲਈ ਸਮਕਲ (integral) ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ਉਹ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਮਅੰਗ ਛੜ ਦਾ ਜਿਆਮਿਤੀ ਕੇਂਦਰ ਇਸਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਪਰਾਵਰਤਨ ਸਮਤਾ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨਾਲ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਸਮਤਾ ਦਾ ਇਹੀ ਤਰਕ, ਸਮਅੰਗੀ ਰਿਗਾਂ, ਡਿਸਕਾਂ, ਗੋਲਿਆਂ ਅਤੇ ਇਥੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਚੱਕਰਾ ਆਕਾਰ ਜਾਂ ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਰਿਖੇਤਰ (cross section) ਵਾਲੀ ਮੋਟੀ ਛੜ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੋਵੇਗਾ। ਅਜਿਹੇ ਸਾਰੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਬਿੰਦੂ  $(x, y, z)$  ਤੇ ਸਥਿਤ ਹਰੇਕ ਪੁੰਜ ਘਟਕ ਦੇ ਲਈ ਬਿੰਦੂ  $(-x, -y, -z)$  ਤੇ ਵੀ ਉਸ ਪੁੰਜ ਦਾ ਘਟਕ ਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। (ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕਹੀਏ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ, ਪਰਾਵਰਤਨ-ਸਮਤਾ ਦਾ ਬਿੰਦੂ ਹੈ)। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ, ਸਮੀਕਰਨ (7.5a) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਾਰੇ ਸਮਕਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੋਇਆ ਕਿ ਉਪਰੋਕਤ ਸਾਰੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜਿਆਮਿਤੀ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਹੀ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 7.1** ਇੱਕ ਸਮਬਾਹੁ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿੱਖਰਾਂ (vertices) ਤੇ ਰਖੇ ਗਏ ਤਿੰਨ ਕਣਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕਣਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 100g, 150g ਅਤੇ 200g ਹਨ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 0.5 m ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 7.9

**ਹੱਲ :**  $x$  ਅਤੇ  $y$ -ਧੁਰਾ ਚਿੱਤਰ 7.9 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਚੁਣੀਏ ਤਾਂ ਸਮਬਾਹੁ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿੱਖਰ ਬਿੰਦੂਆਂ O, A ਅਤੇ B ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $(0, 0)$ ,  $(0.5, 0)$  ਅਤੇ  $(0.25, 0.25\sqrt{3})$  ਹੋਣਗੇ। ਮੰਨਿਆ ਕਿ 100g, 150 g ਅਤੇ 200 g ਦੇ ਪੁੰਜ ਕ੍ਰਮਵਾਰ O, A ਅਤੇ B ਤੇ ਸਥਿਤ ਹਨ। ਤਾਂ

$$X = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{[100(0) + 150(0.5) + 200(0.25)] \text{ g m}}{(100 + 150 + 200) \text{ g}}$$

$$= \frac{75 + 50}{450} \text{ m} = \frac{125}{450} \text{ m} = \frac{5}{18} \text{ m}$$

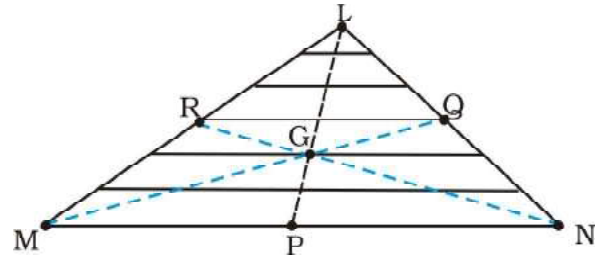
$$Y = \frac{[100(0) + 150(0) + 200(0.25\sqrt{3})] \text{ g m}}{450 \text{ g}}$$

$$= \frac{50\sqrt{3}}{450} \text{ m} = \frac{\sqrt{3}}{9} \text{ m} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \text{ m}$$

ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ C ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ OAB ਦਾ ਜਿਆਮਿਤੀ ਕੇਂਦਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਅਜਿਹਾ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ ਹੈ ? ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 7.2** ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਕਾਰ ਦਾ ਪਤਲੇ ਵਰਕ (lamina) ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਵਰਕ ( $\triangle LMN$ ) ਨੂੰ ਅਧਾਰ (MN) ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਪਤਲੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 7.10 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



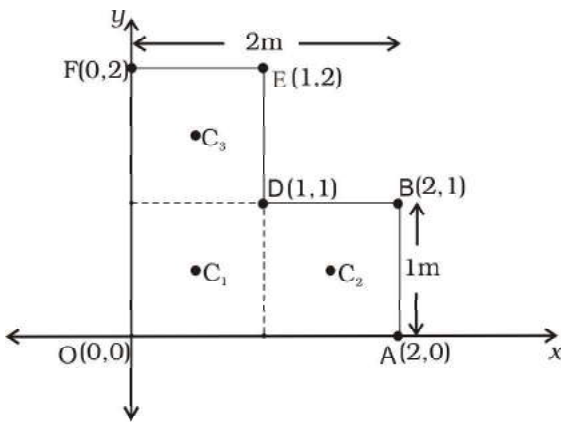
ਚਿੱਤਰ 7.10

ਸਮਤਾ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਹਰ ਪੱਟੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਉਸਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਾਰੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਮਧੱਕਾ (centroid) LP ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਪੂਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਇਸ ਮੱਧੱਕਾ LP ਤੇ ਕੀਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਤਰਕ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਮਧੱਕਾ MQ ਅਤੇ NR ਤੇ ਵੀ ਸਥਿਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਤਿੰਨਾਂ ਮਧੱਕਾਵਾਂ ਦਾ ਸੰਗਮੀ ਬਿੰਦੂ (Point of concurrence of the medians) ਦਿੱਤੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕੇਂਦਰਕ (centroid) G ਹੈ। ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 7.3** ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਗਏ L- ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਫਲਕ (ਇੱਕ ਪਤਲੀ ਚਪਟੀ ਪਲੇਟ) ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਗਿਆਤ ਕਰੋ, ਜਿਸਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 7.11 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਹੈ। ਫਲਕ ਦਾ ਪੁੰਜ 3 kg ਹੈ।



**ਹੱਲ :** ਚਿੱਤਰ 7.11 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ X ਅਤੇ Y ਪੁਰਿਆਂ ਨੂੰ ਚੁਣੋ ਤਾਂ L- ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਫਲਕ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਿਖਰਾਂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਉਹੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਅਸੀਂ L- ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਵਰਗਾਂ ਨਾਲ ਮਿਲਾ ਕੇ ਬਣਿਆ ਹੋਇਆ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ 1 m ਹੈ। ਹਰੇਕ ਵਰਗ ਦਾ ਪੁੰਜ 1 kg ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਫਲਕ ਸਮਅੰਗੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਤਿੰਨ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ  $C_1, C_2$  ਅਤੇ  $C_3$  ਹਨ, ਜੋ ਸਮਤਾ ਦੇ ਵਿੱਚਾਰ ਨਾਲ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜਿਆਮਿਤੀ ਕੇਂਦਰ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $(1/2, 1/2), (3/2, 1/2), (1/2, 3/2)$  ਹਨ। ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ L- ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ (X, Y) ਇਹਨਾਂ ਪੁੰਜ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 7.11

ਇਸ ਲਈ

$$X = \frac{[1(1/2) + 1(3/2) + 1(1/2)] \text{ kg m}}{(1+1+1) \text{ kg}} = \frac{5}{6} \text{ m}$$

$$Y = \frac{[1(1/2) + 1(1/2) + 1(3/2)] \text{ kg m}}{(1+1+1) \text{ kg}} = \frac{5}{6} \text{ m}$$

L ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਰੇਖਾ OD ਤੇ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਗੱਲ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਅਸੀਂ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਗਣਨਾ ਦੇ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਸੀ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਕਿਵੇਂ? ਜੇ ਅਸੀਂ ਮੰਨੀਏ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 7.11 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ L ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਫਲਕ ਦੇ ਤਿੰਨ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਵੱਖ- ਵੱਖ ਹੁੰਦੇ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਫਲਕ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕਰੋਗੇ? ◀

### 7.3 ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ (MOTION OF CENTRE OF MASS)

ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਜਾਣਨ ਤੋਂ ਬਾਦ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹਾਂ ਕਿ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਲਈ ਇਸਦੇ ਭੌਤਿਕ

ਮਹੱਤਵ ਦੀ ਵਿਵੇਚਨਾ ਕਰ ਸਕੀਏ। ਸਮੀਕਰਨ (7.4 d) ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਫਿਰ ਤੋਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ -

$$M\mathbf{R} = \sum m_i \mathbf{r}_i = m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2 + \dots + m_n \mathbf{r}_n \dots (7.7)$$

ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਅਵਕਲਿਤ ਕਰਨ ਤੇ (differentiating both sides with respect to time)

$$M \frac{d\mathbf{R}}{dt} = m_1 \frac{d\mathbf{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\mathbf{r}_2}{dt} + \dots + m_n \frac{d\mathbf{r}_n}{dt}$$

$$\text{ਜਾਂ } M\mathbf{V} = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \dots + m_n \mathbf{v}_n \dots (7.8)$$

ਜਿੱਥੇ  $\mathbf{v}_1 (= d\mathbf{r}_1 / dt)$  ਪਹਿਲੇ ਕਣ ਦਾ ਵੇਗ ਹੈ,

$\mathbf{v} = d\mathbf{R} / dt$  ਦੂਸਰੇ ਕਣ ਦਾ ਵੇਗ ਹੈ, ਆਦਿ ਅਤੇ

$\mathbf{v} = d\mathbf{R} / dt$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਲਿਆ ਹੈ ਕਿ  $m_1, m_2 \dots$  ਆਦਿ ਦੇ ਮਾਨ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਬਦਲਦੇ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਵਕਲਿਤ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨਾਲ ਸਥਿਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਵਹਾਰ ਕੀਤਾ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (7.8) ਨੂੰ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਅਵਕਲਿਤ ਕਰਨ ਤੇ

$$M \frac{d\mathbf{V}}{dt} = m_1 \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\mathbf{v}_2}{dt} + \dots + m_n \frac{d\mathbf{v}_n}{dt}$$

ਜਾਂ

$$M\mathbf{A} = m_1 \mathbf{a}_1 + m_2 \mathbf{a}_2 + \dots + m_n \mathbf{a}_n \dots (7.9)$$

ਜਿੱਥੇ  $\mathbf{a}_1 = d\mathbf{v}_1 / dt$  ਪਹਿਲੇ ਕਣ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੈ,

$\mathbf{a}_2 = d\mathbf{v}_2 / dt$  ਦੂਸਰੇ ਕਣ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੈ,  $\mathbf{A} = d\mathbf{V} / dt$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੈ।

ਹੁਣ, ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ, ਪਹਿਲੇ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਹੈ  $\mathbf{F}_1 = m_1 \mathbf{a}_1$ , ਦੂਸਰੇ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਹੈ  $\mathbf{F}_2 = m_2 \mathbf{a}_2$  ਆਦਿ। ਹੁਣ ਸਮੀਕਰਨ (7.9) ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ-

$$M\mathbf{A} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots + \mathbf{F}_n \dots (7.10)$$

ਇਸ ਲਈ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ ਨੂੰ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਉਸ ਕਣ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੇ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ  $\mathbf{F}_1$  ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਇਹ ਕੋਈ ਇਕੱਲਾ ਬਲ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਬਲਕਿ, ਇਸ ਕਣ 'ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ (vector sum) ਹੈ। ਇਹੀ ਗੱਲ ਅਸੀਂ ਹੋਰ ਕਣਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਹਰੇਕ ਕਣ 'ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਉਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਹੋਣਗੇ ਜੋ ਸਿਸਟਮ ਤੋਂ ਬਾਹਰਲੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੁਆਰਾ ਲੱਗੇ ਹੋਣਗੇ ਅਤੇ ਕੁਝ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲ ਹੋਣਗੇ ਜੋ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕਣ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ 'ਤੇ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ



ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਬਰਾਬਰ ਮਿਕਦਾਰ ਵਾਲੇ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (7.10) ਵਿੱਚ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਯੋਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦਾ ਯੋਗਦਾਨ ਰਹਿ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.10) ਨੂੰ ਫਿਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$MA = \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad \dots(7.11)$$

ਜਿੱਥੇ  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$  ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕਣਾਂ 'ਤੇ ਪ੍ਰਭਾਵੀ ਸਾਰੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (7.11) ਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਸੰਪੂਰਨ ਪੁੰਜ ਉਸ ਵਿੱਚ ਕੇਂਦਰਿਤ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਬਲ ਉਸ ਤੇ ਲੱਗੇ ਹੋਣ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਕਿ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਜਾਣਨ ਦੇ ਲਈ, ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨਹੀਂ ਚਾਹੀਦੀ, ਇਸ ਉਦੇਸ਼ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਹੀ ਜਾਣਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

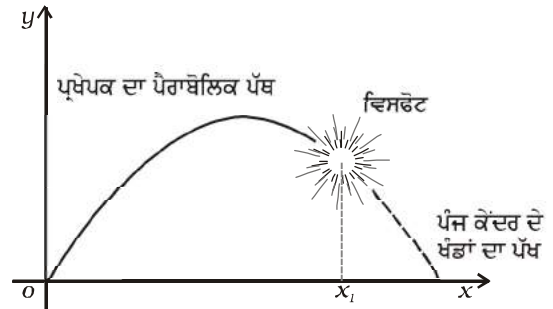
ਸਮੀਕਰਨ (7.11) ਵਿਉਤਪੰਨ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਵੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਹੀਂ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ। ਸਿਸਟਮ ਕਣਾਂ ਦਾ ਅਜਿਹਾ ਇਕੱਠ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਤਰ੍ਹਾਂ-ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਆਂਤਰਿਕ ਗਤੀਆਂ ਹੋਣ, ਅਤੇ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੋਇਆ ਜਾਂ, ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੋਵੇਂ ਕਰਦਾ ਹੋਇਆ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸਿਸਟਮ ਕਿਹੋ-ਜਿਹਾ ਵੀ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਘਟਕ ਕਣਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਹੋਣ, ਇਸਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ (centre of mass) ਸਮੀਕਰਨ (7.11) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੀ ਗਤੀ ਕਰੇਗਾ।

ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕਣ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਣ ਦੀ ਬਜਾਏ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਘਟਕ ਮਤਲਬ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਗਿਆਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸਦੇ ਲਈ, ਬੱਸ ਪੂਰੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗੇ ਸਾਰੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਲੱਗੇ ਹੋਏ ਮੰਨਣਾ ਹੋਵੇਗਾ।

ਇਹ ਕਾਰਜ-ਵਿਧੀ ਅਸੀਂ ਪਿੰਡਾਂ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨਾਲ ਜੁੜੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ ਅਪਣਾਈ ਸੀ। ਬੇਸ਼ਕ, ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਕੋਈ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਾਰਨ ਨਹੀਂ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਸੀ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਦੇ ਅਧਿਐਨਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਬਿਨਾਂ ਕਹੇ ਹੀ ਇਹ ਮੰਨ ਲਿਆ ਸੀ ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ, ਅਤੇ ਕਣਾਂ ਵਿੱਚ ਆਂਤਰਿਕ ਗਤੀ ਜਾਂ ਤਾਂ ਨਹੀਂ ਸੀ ਅਤੇ ਜੇ ਸੀ ਤਾਂ ਨਿਗੁਣੀ ਸੀ। ਅੱਗੇ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਮੰਨਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਰਹੇਗੀ। ਨਾ ਸਿਰਫ਼ ਸਾਨੂੰ ਆਪਣੀ ਪਹਿਲਾਂ ਅਪਣਾਈ ਗਈ ਵਿਧੀ ਦਾ ਮਤਲਬ ਸਮਝ ਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਬਲਕਿ,

ਅਸੀਂ ਉਹ ਵਿਧੀ ਵੀ ਗਿਆਤ ਕਰ ਲਈ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਦੁਆਰਾ (i) ਅਜਿਹੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵੀ ਹੋਵੇ, (ii) ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਜਿਸਦੇ ਕਣਾਂ ਵਿੱਚ ਤਰ੍ਹਾਂ-ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਆਂਤਰਿਕ ਗਤੀਆਂ ਹੋਣ, ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਕੇ ਸਮਝਿਆ ਤੇ ਸਮਝਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 7.12 ਸਮੀਕਰਨ (7.11) ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਵਧੀਆ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ। ਆਪਣੇ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਪੈਰਾਬੋਲਿਕ ਪੱਥ 'ਤੇ ਚੱਲਦਾ ਹੋਇਆ ਇੱਕ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ (projectile) ਹਵਾ ਵਿੱਚ



ਚਿੱਤਰ 7.12 ਕਿਸੇ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਦੇ ਖੰਡਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਵਿਸਫੋਟ ਤੋਂ ਬਾਦ ਵੀ ਉਸੇ ਪੈਰਾਬੋਲਿਕ ਪੱਥ ਤੇ ਚਲਦਾ ਹੋਇਆ ਪਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ ਜਿਸ ਤੇ ਇਹ ਵਿਸਫੋਟ ਨਾ ਹੋਣ ਤੇ ਚਲਦਾ।

ਫਟ ਕੇ ਟੁਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਖਿੱਲਰ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵਿਸਫੋਟ ਕਾਰਕ ਬਲ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਕੋਈ ਅਸਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਖੰਡਾਂ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਵਿਸਫੋਟ ਦੇ ਬਾਦ ਵੀ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ ਵਿਸਫੋਟ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸੀ, ਅਰਥਾਤ ਧਰਤੀ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ। ਇਸ ਲਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਪੈਰਾਬੋਲਿਕ ਪੱਥ ਵਿਸਫੋਟ ਦੇ ਬਾਦ ਵੀ ਉਹੀ ਬਣਿਆ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਵਿਸਫੋਟ ਨਾ ਹੋਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ।

#### 7.4 ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ (LINEAR MOMENTUM OF A SYSTEM OF PARTICLES)

ਤੁਹਾਨੂੰ ਯਾਦ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ ਹੈ

$$p = m\mathbf{v} \quad \dots(7.12)$$

ਅਤੇ, ਇਕੱਲੇ ਕਣ ਦੇ ਲਈ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸੰਕੇਤਿਕ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad \dots(7.13)$$

ਜਿੱਥੇ  $\mathbf{F}$  ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਹੈ। ਆਓ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ  $n$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $m_1, m_2, \dots, m_n$  ਹਨ ਅਤੇ ਵੇਗ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$  ਹਨ। ਕਣ, ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੇ ਬਲ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅਤੇ

ਉਹਨਾਂ ਤੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਵੀ ਲਗੇ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਪਹਿਲੇ ਕਣ ਦਾ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ (linear momentum)  $m_1 v_1$ , ਦੂਸਰੇ ਕਣ ਦਾ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ  $m_2 v_2$  ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੋਰ ਕਣਾਂ ਦੇ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਵੀ ਹਨ।

$n$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ, ਇਕੱਲੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ (vector sum) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots + \mathbf{p}_n$$

$$= m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \dots + m_n \mathbf{v}_n \quad \dots(7.14)$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ (7.8) ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ,

$$\mathbf{P} = M \mathbf{V} \quad \dots(7.15)$$

ਇਸ ਲਈ ਕਣਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ, ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.15) ਦਾ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਅਵਕਲਨ (differentiate) ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = M \frac{d\mathbf{V}}{dt} = M \mathbf{A} \quad \dots(7.16)$$

ਸਮੀਕਰਨ (7.16) ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (7.11) ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}_{ext} \quad \dots(7.17)$$

ਇਹ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਕਥਨ ਹੈ। ਜੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਜੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦਾ ਯੋਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (7.17) ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ,

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = 0 \text{ ਜਾਂ } \mathbf{P} = \text{ਸਥਿਰ ਅੰਕ} \quad (7.18a)$$

ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਕਣਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦਾ ਨਿਯਮ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.15) ਦੇ ਕਾਰਨ, ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਵੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। (ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇਹ ਮੰਨ ਕੇ ਚੱਲਾਂਗੇ ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।)

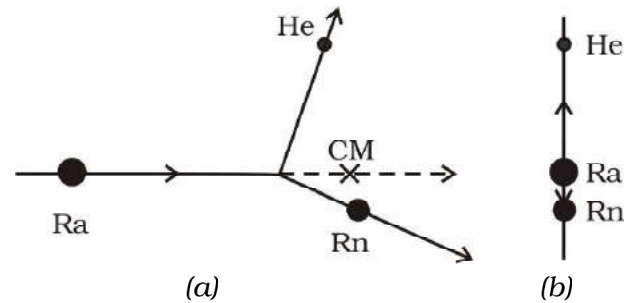
ਧਿਆਨ ਦਿਉ, ਕਿ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਮਤਲਬ ਉਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਜੋ, ਕਣ ਇਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੇ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਟਰੈਜੈਕਟਰੀ ਕਾਫੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਫਿਰ ਵੀ ਸਿਸਟਮ 'ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ਤਾਂ

ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਸਥਿਰ ਵੇਗ ਨਾਲ ਹੀ ਚਲਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ, ਮੁਕਤ ਕਣ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਨਾਲ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਪੱਥ ਤੇ ਚਲਦਾ ਹੈ।

ਸਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨ (7.18 a) ਜਿਹਨਾਂ ਅਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਤੁੱਲ ਹੈ, ਉਹ ਹਨ —

$$P_x = c_1, P_y = c_2 \text{ and } P_z = c_3 \quad (7.18 b)$$

ਜਿੱਥੇ  $P_x, P_y, P_z$  ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{P}$  ਦੇ, ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x, y$  ਅਤੇ  $z$  ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਹਨ ਅਤੇ  $c_1, c_2, c_3$  ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹਨ।

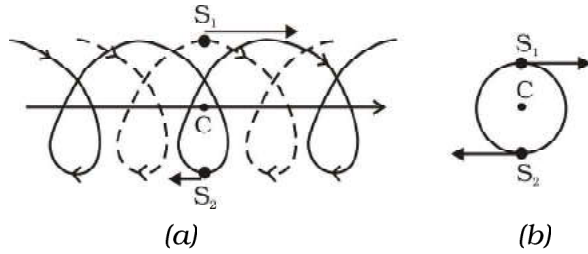


**ਚਿੱਤਰ 7.13** (a) ਇੱਕ ਭਾਰੀ ਕੇਂਦਰਕ ਜਾਂ ਨਿਊਕਲੀਅਸ (Ra) ਇੱਕ ਹਲਕੇ ਨਾਭਿਕ (Rn) ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਲਫਾ-ਕਣ (He) ਵਿੱਚ ਵਿਖੰਡਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। (b) ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਸਥਿਰ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਉਸੇ ਭਾਰੀ ਕਣ (Ra) ਦਾ ਵਿਖੰਡਨ। ਦੋਵੇਂ ਪੈਦਾ ਹੋਏ ਕਣ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਆਉ, ਰੇਡੀਅਮ ਦੇ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਵਰਗੇ ਕਿਸੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਅਸਥਾਈ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਦੇ ਰੇਡਿਓਐਕਟਿਵ ਖੈ (decay) ਤੇ ਵਿੱਚਾਰ ਕਰੀਏ। ਰੇਡੀਅਮ ਦਾ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਇੱਕ ਰੇਡਨ ਦੇ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਲਫਾ ਕਣ ਵਿੱਚ ਵਿਖੰਡਿਤ (fission) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਖੈ-ਕਾਰਕ ਬਲ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲ ਹਨ ਅਤੇ ਉਸ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵੀ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ, ਖੈ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਤੇ ਖੈ ਤੋਂ ਬਾਦ ਬਰਾਬਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਖੰਡਨ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਹੋਏ ਦੋਨੋਂ ਕਣ, ਰੇਡਨ ਦਾ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਅਤੇ ਅਲਫਾ-ਕਣ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਲਦੇ ਹਨ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਟਰੈਜੈਕਟਰੀ ਉਹੀ ਬਣੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਤੇ ਖੈ ਹੋਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਮੂਲ ਰੇਡੀਅਮ ਨਿਊਕਲੀਅਸ ਗਤੀਮਾਨ ਸੀ (ਚਿੱਤਰ 7.13 a)।

ਜੇ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੇ ਸੰਦਰਭ ਫਰੇਮ ਤੋਂ ਇਸ ਖੈ ਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਦੇਖੀਏ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਸਥਿਰ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਣਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਖਾਸ ਕਰਕੇ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀ ਹੈ, ਪੈਦਾ ਹੋਏ ਕਣ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗਤੀਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਸਥਿਰ ਰਹੇ, ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 7.13 (b) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।





**ਚਿੱਤਰ 7.14** (a) ਬਾਇਨਰੀ ਸਿਸਟਮ ਬਣਾਉਂਦੇ ਦੋ ਤਾਰਿਆਂ  $S_1$  ਅਤੇ  $S_2$  ਦੀਆਂ ਟਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ, ਜੋ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਿੰਦੂ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ C ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। (b) ਉਸੀ ਬਾਇਨਰੀ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤੀ ਜਦੋਂ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ C ਸਥਿਰ ਹੈ।

ਕਣਾਂ ਦੀਆਂ ਸਿਸਟਮ ਸੰਬੰਧੀ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਜਿਵੇਂ ਉੱਪਰ ਦੱਸੀ ਗਈ ਰੇਡੀਓਐਕਟਿਵ ਖੈ ਸੰਬੰਧੀ ਸਮੱਸਿਆ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਹੈ, ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਫਰੇਮ (frame of reference) ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਫਰੇਮ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਕਰਨਾ ਸੌਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨ (astrology) ਵਿੱਚ ਜੋੜੇ (ਬਾਇਨਰੀ, Binary) ਤਾਰਿਆਂ ਦਾ ਮਿਲਣਾ ਇੱਕ ਆਮ ਗੱਲ ਹੈ। ਜੇ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਨਾ ਲੱਗਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਤਾਰਿਆਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਇੱਕ ਮੁਕਤ ਕਣ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 7.14 (a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ਵਾਲੇ ਦੋਨੋਂ ਤਾਰਿਆਂ ਦੀਆਂ ਟਰੈਜੈਕਟਰੀਆਂ ਵੀ ਦਰਸਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਇਹ ਕਾਫ਼ੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਜੇ ਅਸੀਂ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਫਰੇਮ ਵਿੱਚੋਂ ਦੇਖੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਤਾਰੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਰਸਤੇ ਤੇ ਗਤੀਮਾਨ ਹਨ ਜਦੋਂ ਕਿ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਸਥਿਰ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਤਾਰਿਆਂ ਨੂੰ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਪਥ ਦੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਉਲਟ ਸਿਰਿਆਂ ਤੇ ਬਣੇ ਰਹਿਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 7.14 (b))। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਹਨਾਂ ਤਾਰਿਆਂ ਦੀ ਟਰੈਜੈਕਟਰੀ ਦੋ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਤੋਂ ਬਣੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (i) ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ (ii) ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਤਾਰਿਆਂ ਦੇ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਥ।

ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਤੋਂ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਕੱਲੇ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਅਤੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਵੱਖ ਕਰਕੇ ਦੇਖਣਾ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਉਪਯੋਗੀ ਤਕਨੀਕ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਮਿਲਦੀ ਹੈ।

**7.5 ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ (VECTOR PRODUCT OF TWO VECTORS)**

ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਉਪਯੋਗ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ। ਪਾਠ 6 (ਕਾਰਜ, ਊਰਜਾ, ਸ਼ਕਤੀ) ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਕੀਤੀ ਸੀ। ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ, ਕਾਰਜ,

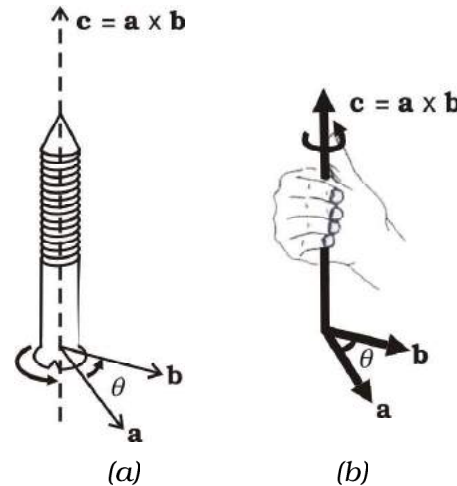
ਦੋ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ, ਬਲ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਦੁਆਰਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਾ ਗੁਣਨ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਾਂਗੇ। ਇਹ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ (vector product) ਹੈ। ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਦੋ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਟਾਰਕ (Torque) ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ (angular momentum), ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

**ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ (Definition of vector product) –**

ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਸਦਿਸ਼  $c$  ਹੈ

- (i)  $c$  ਦੀ ਮਿਕਦਾਰ (magnitude),  $c = ab \sin \theta$  ਹੈ, ਜਿਥੇ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude, ਮਿਕਦਾਰ) ਹਨ ਅਤੇ  $\theta$  ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚਲਾ ਕੋਣ ਹੈ।
- (ii)  $c$  ਉਸ ਤਲ 'ਤੇ ਲੰਬ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
- (iii) ਜੇ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲਾ ਪੇਚ (right handed screw) ਲਈਏ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖੀਏ ਕਿ ਇਸਦਾ ਸਿਖਰ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਲੰਬਾਈ ਇਸ ਤਲ 'ਤੇ ਲੰਬ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਸਿਖਰ ਨੂੰ  $a$  ਤੋਂ  $b$  ਵੱਲ ਘੁਮਾਈਏ, ਤਾਂ ਪੇਚ ਦੀ ਨੋਕ  $c$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅੱਗੇ ਵਧੇਗੀ। ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਪੇਚ ਦਾ ਨਿਯਮ ਚਿੱਤਰ 7.15 a ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 7.15** (a) ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਪੇਚ ਦਾ ਨਿਯਮ (b) ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੱਸਣ ਲਈ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦਾ ਨਿਯਮ (right hand rule)

ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੇ ਨਿਯਮ (right hand rule) ਨੂੰ ਸਰਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਆਪਣੇ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੀ ਹਥੇਲੀ ਨੂੰ  $a$  ਤੋਂ  $b$  ਵੱਲ ਸੰਕੋਤ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਖੋਲੋ। ਤੁਹਾਡੇ ਫੈਲੇ ਹੋਏ ਅੰਗੂਠੇ ਦਾ ਸਿਰਾ  $c$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦਸੇਗਾ।

ਇਹ ਯਾਦ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਦੋ ਕੋਣ ਬਣਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ 7.15 (a) ਅਤੇ (b) ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਣ  $\theta$  ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਦੂਸਰਾ  $(360^\circ - \theta)$  ਹੈ। ਉਪਰੋਕਤ ਨਿਯਮਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿੱਚਲਾ ਛੋਟਾ ਕੋਣ ( $<180^\circ$ ) ਲੈ ਕੇ ਨਿਯਮ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਇਹ  $\theta$  ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਵਿੱਚ, ਗੁਣਾ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਕ੍ਰਾਸ (cross) ( $\times$ ) ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਗੁਣਨ ਨੂੰ ਕ੍ਰਾਸ ਗੁਣਨ (cross product) ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

1 ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਅਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ, ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਨਿਯਮ (commutative law) ਦੀ ਪਾਲਨਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ  $a \cdot b = b \cdot a$

ਪਰ, ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ, ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਨਿਯਮ ਦੀ ਪਾਲਨਾ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ, ਅਰਥਾਤ

$$a \times b \neq b \times a$$

$a \times b$  ਅਤੇ  $b \times a$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) ( $ab \sin \theta$ ) ਬਰਾਬਰ ਹਨ; ਅਤੇ ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਉਸ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ ਹਨ ਜਿਸ ਵਿੱਚ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਮੌਜੂਦ ਹਨ। ਪਰ,  $a \times b$  ਦੇ ਲਈ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਪੇਚ ਨੂੰ  $a$  ਤੋਂ  $b$  ਵੱਲ ਘੁਮਾਉਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ  $b \times a$  ਦੇ ਲਈ  $b$  ਤੋਂ  $a$  ਵੱਲ। ਨਤੀਜਾ, ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਸਦਿਸ਼ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

$$a \times b = b \times a$$

1 ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਰੋਚਕ ਗੁਣ ਹੈ, ਇਸਦਾ ਪਰਾਵਰਤਨ ਵਿਵਹਾਰ (behaviour under reflection)। ਪਰਾਵਰਤਨ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ (ਅਰਥਾਤ ਦਰਪਣ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਲੈਣ 'ਤੇ) ਸਾਨੂੰ  $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$  ਅਤੇ  $z \rightarrow -z$  ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਨਤੀਜੇ ਵੱਜੋਂ ਸਾਰੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਬਦਲ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $a \rightarrow -a, b \rightarrow -b$ । ਦੇਖੋ ਕਿ ਪਰਾਵਰਤਨ ਵਿੱਚ  $a \times b$  ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?

$$a \times b \rightarrow (-a) \times (-b) = a \times b$$

ਇਸ ਲਈ ਪਰਾਵਰਤਨ ਨਾਲ  $a \times b$  ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।

1 ਅਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਗੁਣਨ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਉੱਪਰ ਵੰਡਣਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। (Distributive over addition)। ਇਸ ਲਈ

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

1 ਅਸੀਂ  $c = a \times b$  ਨੂੰ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਕੁਝ ਪ੍ਰਾਥਮਿਕ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਾਂ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ,

(i)  $a \times a = 0$  (0 ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ, ਮਤਲਬ ਜ਼ੀਰੋ ਮਿਕਦਾਰ ਵਾਲਾ ਸਦਿਸ਼) ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅਜਿਹਾ ਇਸ ਲਈ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ  $a \times a$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $a^2 \sin 0^\circ = 0$  ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਤੇ ਪੁੱਜਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{0}, \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{0}, \mathbf{k} \times \mathbf{k} = \mathbf{0}$$

$$(ii) \mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ  $\mathbf{i} \times \mathbf{j}$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\sin 90^\circ$  ਹੈ ਜਾਂ 1 ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ  $\mathbf{i}$  ਅਤੇ  $\mathbf{j}$  ਦੋਨਾਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਇਕਾਈ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ  $90^\circ$  ਦਾ ਕੋਣ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ  $\mathbf{i} \times \mathbf{j}$  ਇਕ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ।  $\mathbf{i}$  ਅਤੇ  $\mathbf{j}$  ਦੇ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਪੇਚ ਦੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਪਤਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{k}$  ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ

$$\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} \text{ ਅਤੇ } \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ –

$$\mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k}, \mathbf{k} \times \mathbf{j} = -\mathbf{i}, \mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਉਪਰੋਕਤ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਵਿਅੰਜਨਾਂ ਵਿੱਚ ਜੇ  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  ਚੱਕਰੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇ ਚੱਕਰੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਆਉਂਦੇ ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ।

ਹੁਣ,

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= (a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}) \times (b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j} + b_z \mathbf{k}) \\ &= a_x b_y \mathbf{k} - a_x b_z \mathbf{j} - a_y b_x \mathbf{k} + a_y b_z \mathbf{i} + a_z b_x \mathbf{j} + a_z b_y \mathbf{i} \\ &= (a_y b_z - a_z b_y) \mathbf{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \mathbf{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \mathbf{k} \end{aligned}$$

ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਅੰਜਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਰਲ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ।  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਡਿਟਰਮੀਨੈਂਟ (determinant) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਵਿੱਚ ਆਸਾਨ ਹੈ।

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 7.4** ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\mathbf{a} = (3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k})$  ਅਤੇ  $\mathbf{b} = (-2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k})$  ਦੇ ਅਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :**

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} &= (3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}) \cdot (-2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}) \\ &= -6 - 4 - 15 \\ &= -25 \end{aligned}$$



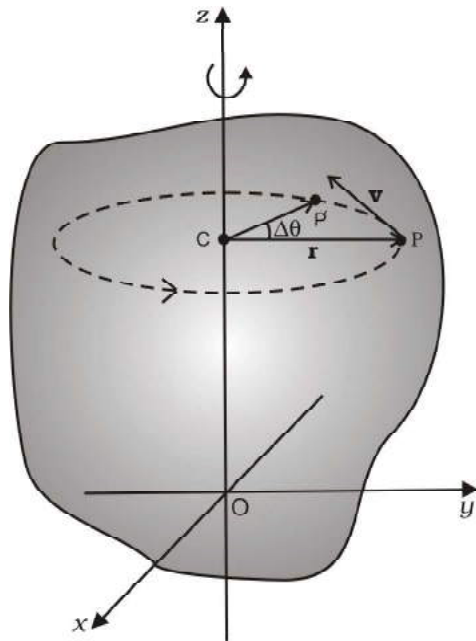
$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 7\hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ

$$\mathbf{b} \times \mathbf{a} = -7\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}$$

### 7.6 ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਰੇਖੀ ਵੇਗ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ (ANGULAR VELOCITY AND ITS RELATION WITH LINEAR VELOCITY)

ਇਸ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਕੋਣੀ ਵੇਗ (angular velocity) ਕੀ ਹੈ, ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਇਸ ਦੀ ਕੀ ਭੂਮਿਕਾ ਹੈ? ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਮਝ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕਣ ਇੱਕ ਪੱਥ ਤੇ ਚੱਲਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਰੇਖੀ ਵੇਗ ਉਸਦੇ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 7.16** ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ। ਸਥਿਰ (z-) ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਦੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਕਿਸੇ ਕਣ P ਦਾ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪੱਥ ਤੇ ਚੱਲਣਾ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਕੇਂਦਰ (c), ਪੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ।

ਆਓ ਚਿੱਤਰ 7.4 ਨੂੰ ਮੁੜ ਦੇਖੀਏ। ਜਿਵੇਂ ਉੱਪਰ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ, ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕਣ ਇੱਕ ਚੱਕਰ

ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਚੱਕਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ 7.16 ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ 7.4 ਨੂੰ ਫਿਰ ਬਣਾਇਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ (z-) ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਦੇ, ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ, ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਕਣ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਹੈ। ਇਹ ਕਣ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ C, ਪੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ r ਹੈ, ਜੋ ਬਿੰਦੂ P ਦੀ ਪੁਰੇ ਤੋਂ ਲੰਬ ਦੂਰੀ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ P ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਣ ਦਾ ਰੇਖੀ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ v ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚੱਕਰ ਦੇ P ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਮੰਨਿਆ ਕਿ  $\Delta t$  ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਬਾਦ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ P' ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 7.16)।  $\Delta t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕਣ ਦੇ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ਕੋਣ PCP' ਦਾ ਮਾਪ  $\Delta\theta$  ਹੈ।  $\Delta t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕਣ ਦਾ ਔਸਤ ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $\Delta\theta/\Delta t$  ਹੈ। ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ  $\Delta t$  ਦਾ ਮਾਨ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਨੇੜੇ ਲੈ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਨੁਪਾਤ  $\Delta\theta/\Delta t$  ਦਾ ਮਾਨ ਇੱਕ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ P ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਣ ਦਾ ਤਤਕਾਲਿਕ ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $d\theta/dt$  ਹੈ।

**ਤਤਕਾਲਿਕ ਕੋਣੀ ਵੇਗ (instantaneous angular velocity)** ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $\omega$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ (ਗ੍ਰੀਕ ਅੱਖਰ ਔਮੈਗਾ)। ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੇ ਰੇਖੀ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ v ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $\omega$  ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਇੱਕ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨ  $v = \omega r$  ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ r ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਛਿਣ ਤੇ ਸਮੀਕਰਨ  $v = \omega r$  ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕਣਾਂ ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਥਿਰ  $e_i$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ, ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਤੇ, ਰੇਖੀ ਵੇਗ  $v_i$  ਹੋਵੇਗਾ

$$v_i = \omega r_i \quad \dots(7.19)$$

ਇੱਥੇ ਵੀ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਮਾਨ 1 ਤੋਂ n ਤੱਕ ਬਦਲਦਾ ਹੈ, ਜਿਥੇ n ਪਿੰਡ ਦੇ ਕੁੱਲ ਕਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

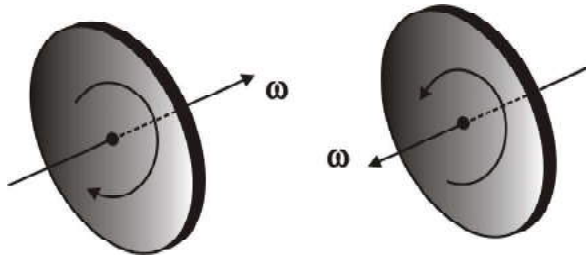
ਪੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ  $r=0$  ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ  $v = \omega r = 0$  ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਪੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਣ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਪੁਰਾ ਸਥਿਰ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸਾਰੇ ਕਣਾਂ ਦਾ ਬਰਾਬਰ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਲਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ  $\omega$  ਨੂੰ ਪੁਰੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

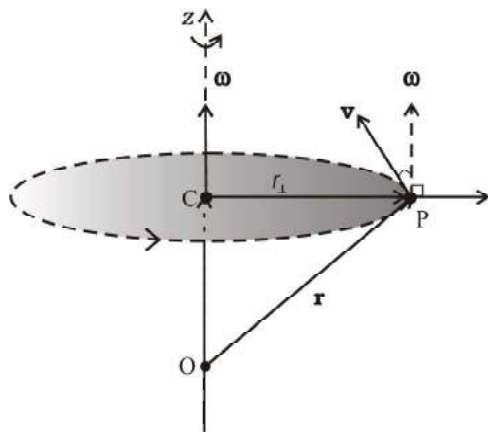
ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਦਾ ਲੱਛਣ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੱਸਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੇ ਸਾਰੇ ਕਣ, ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਛਿਣ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸ਼ੁੱਧ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਛਿਣ ਤੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕਣ ਬਰਾਬਰ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਨਾਲ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਸਥਿਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਦੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਇਹ ਲੱਛਣ, ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ (ਜਿਵੇਂ ਸੈਕਸ਼ਨ 7.1 ਵਿੱਚ

ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰ ਕਣ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਚੱਕਰ ਪੂਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ ਪੂਰੇ ਤੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਾਡੇ ਹੁਣ ਤੱਕ ਦੇ ਵਿਵੇਚਨ ਤੋਂ ਅਜਿਹਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਪਰ ਤੱਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ, ਇਹ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਤੱਥ ਦੇ ਸਮਰਥਨ ਜਾਂ ਪੁਸ਼ਟੀ ਲਈ ਕੋਈ ਤਰਕ ਨਹੀਂ ਦੇਵਾਂਗੇ, ਬਸ ਇਹ ਮੰਨ ਕੇ ਚੱਲਾਂਗੇ। ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਪੂਰੇ ਦੇ ਇਰਦ ਗਿਰਦ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ, ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼, ਘੁੰਮਣ ਪੂਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸੰਕੇਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲਾ ਪੇਚ ਅੱਗੇ ਵਧੇਗਾ ਜਦੋਂ ਉਸਦੇ ਸਿਰੇ ਨੂੰ ਪਿੰਡ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ। ਦੇਖੋ ਚਿੱਤਰ 7.17 (a)। ਇਸ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\omega = d\theta/dt$  ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਉੱਪਰ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 7.17 (a)** ਜੇ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਪੇਚ ਦੇ ਸਿਰੇ ਨੂੰ ਪਿੰਡ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਪੇਚ ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $\omega$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅੱਗੇ ਵਧੇਗਾ। ਜੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ (ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਜਾਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ anticlockwise or clockwise) ਬਦਲੇਗੀ ਤਾਂ  $\omega$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੀ ਬਦਲ ਜਾਵੇਗੀ।



**ਚਿੱਤਰ 7.17 (b)** ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼  $\omega$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ, ਸਥਿਰ ਘੁੰਮਣ ਪੂਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। P ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਣ ਦਾ ਰੇਖੀ ਵੇਗ  $v = \omega \times r$  ਹੈ। ਇਹ  $\omega$  ਅਤੇ  $r$  ਦੋਨਾਂ ਦੇ ਲੰਬ ਹੈ ਅਤੇ ਕਣ ਜਿਸ ਚੱਕਰ ਤੇ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਉਸਦੇ ਉੱਪਰ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਆਉਂ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ  $\omega \times r$  ਨੂੰ ਠੀਕ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝੀਏ ਅਤੇ ਜਾਣੀਏ ਕਿ ਇਹ ਕੀ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 7.17 (b) ਨੂੰ ਦੇਖੋ, ਜੋ ਉੱਪਰ ਤਾਂ ਚਿੱਤਰ 7.16 ਦਾ ਹੀ ਭਾਗ ਹੈ ਪਰ, ਇੱਥੇ ਇਸ ਨੂੰ ਕਣ P ਦਾ ਪੱਥ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਦੁਬਾਰਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ (z-) ਪੂਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਸਦਿਸ਼  $\omega$  ਅਤੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਬਿੰਦੂ P ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਦਿਸ਼ (position vector)  $r = OP$  ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਘੁੰਮਣ ਪੂਰੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹੀ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਹੁਣ  $\omega \times r = \omega \times OP = \omega \times (OC + CP)$

ਪਰ  $\omega \times OC = 0$  ਕਿਉਂਕਿ  $\omega, OC$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ  $\omega \times r = \omega \times CP$

ਸਦਿਸ਼  $\omega \times CP, \omega$  ਦੇ ਲੰਬ ਹਨ ਮਤਲਬ z-ਪੂਰੇ ਦੇ ਵੀ ਅਤੇ ਕਣ P ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਗਏ ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਥ ਵਿਆਸ CP ਦੇ ਵੀ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਚੱਕਰ ਦੇ P ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।  $\omega \times CP$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\omega (CP)$  ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ  $\omega$  ਅਤੇ CP ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਹਨ। ਸਾਨੂੰ CP ਨੂੰ  $r_{\perp}$  ਨਾਲ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ  $r$  ਨਾਲ ਨਹੀਂ, ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕੀਤਾ ਸੀ। ਤਾਂਕਿ ਇਸਦੇ ਅਤੇ  $OP = r$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਵਿੱਚ ਭੁਲੇਖੇ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਬਚਿਆ ਜਾ ਸਕੇ।

ਇਸ ਲਈ  $\omega \times r$  ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\omega r_{\perp}$  ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕਣ P ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਗਏ ਚੱਕਰ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਇਹੀ ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਰੇਖੀ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

$$v = \omega \times r \quad \dots(7.20)$$

ਅਸਲ ਵਿੱਚ, ਸਮੀਕਰਨ (7.20) ਉਹਨਾਂ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਲਾਟੂ ਦਾ ਘੁੰਮਣਾ (ਚਿੱਤਰ 7.6 (a))। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ,  $r, k$  ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ (position vector) ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਲੈ ਕੇ ਮਾਪਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਕਿ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਪੂਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਦਿਸ਼  $\omega$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ। ਹਾਂ, ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਛਿਣ-ਛਿਣ ਤੇ ਬਦਲਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਵਧੇਰੇ ਵਿਆਪਕ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ  $\omega$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਨੋਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਬਦਲਦੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ।

### 7.6.1 ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ (Angular Acceleration)

ਤੁਸੀਂ ਧਿਆਨ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਅਸੀਂ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਅਧਿਐਨ ਨੂੰ ਵੀ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵਧਾ ਰਹੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਅਧਿਐਨ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਵਧਾਇਆ ਸੀ ਅਤੇ ਜਿਸਦੇ ਬਾਰੇ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣੂ ਹਾਂ। ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਦੀਆਂ ਗਤਿਜ (kinetic) ਚਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ (vari-



ables) ਜਿਵੇਂ ਰੇਖੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ( $\Delta r$ ) ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਵੇਗ ( $v$ ) ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ( $\theta$ ) ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ( $\omega$ ) ਦੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਹਨ। ਤਾਂ ਇਹ ਸੁਭਾਵਿਕ ਹੀ ਹੈ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਸੀ ਉੱਥੇ ਹੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਵੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰੀਏ। ਇਸ ਲਈ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ( $\alpha$ ) ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ, ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮਤਲਬ,

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad \dots(7.21)$$

ਜੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਧੁਰਾ ਸਥਿਰ ਹੈ ਤਾਂ  $\omega$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ( $\alpha$ ) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੀ ਸਥਿਰ ਹੋਵੇਗੀ। ਤਦ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨ ਅਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ -

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad \dots(7.22)$$

## 7.7 ਟਾਰਕ ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ (TORQUE AND ANGULAR MOMENTUM)

ਇਸ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਅਜਿਹੀਆਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਤੋਂ ਜਾਣੂ ਕਰਵਾਵਾਂਗੇ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ, ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ, ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮਾਂ, ਖਾਸ ਕਰਕੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਵੇਚਨ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਭੂਮਿਕਾ ਅਦਾ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ।

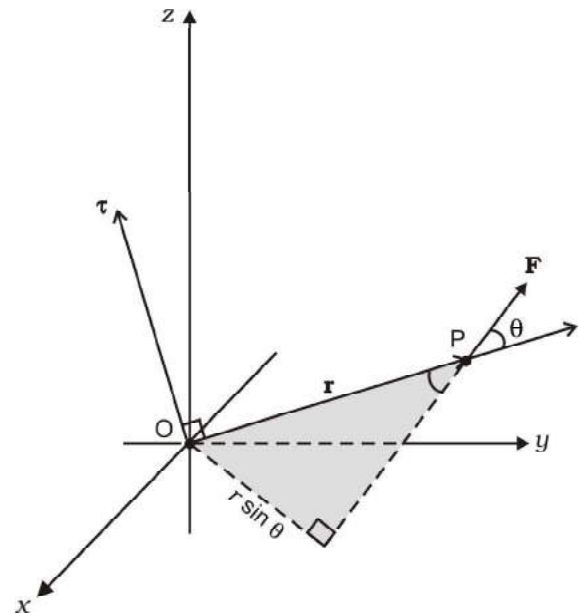
### 7.7.1 ਇੱਕ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ ਦਾ ਟਾਰਕ (Moment of force (Torque))

ਅਸੀਂ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ, ਕਿ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤੀ, ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਅਤੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਦਾ ਸੰਯੋਜਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਪਿੰਡ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਲਿਆਉਣ ਦੇ ਲਈ (ਮਤਲਬ ਇਸ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪੈਦਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ) ਬਲ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਤਾਂ ਸੁਭਾਵਿਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਇਹ ਉੱਠਦਾ ਹੈ ਕਿ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਬਲ ਦੇ ਤੁੱਲ ਰੂਪ ਕਿਹੜੀ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ? ਇਕ ਨਿੱਗਰ ਸਥਿਤੀ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਲੱਭਣ ਦਾ ਉਪਰਾਲਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਆਓ ਕਿਸੇ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਨੂੰ ਖੋਲਣ ਜਾਂ ਬੰਦ ਕਰਨ ਦੀ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈਏ। ਦਰਵਾਜ਼ਾ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਹੈ ਜੋ ਕਬਜ਼ਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੇ ਖੜੇਦਾਅ ਰੇਖੀ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਨੂੰ ਕੌਣ ਘੁੰਮਾਉਂਦਾ ਹੈ ? ਇਹ ਤਾਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੀ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਤੇ ਬਲ ਨਹੀਂ ਲਗਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ ਇਹ ਨਹੀਂ ਘੁੰਮ ਸਕਦਾ। ਪਰ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਇਹ ਕਾਰਜ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੋਵੇ, ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਕਬਜ਼ਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਖੜੇ ਦਾਅ ਰੇਖਾ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਲ, ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਪੈਦਾ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦਾ ਪਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕਿਸੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦਾ ਬਲ ਜਦੋਂ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਕਿਨਾਰੇ ਤੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਨੂੰ ਘੁੰਮਾਉਣ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਸਰਕਾਰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਬਲ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੀ ਨਹੀਂ, ਸਗੋਂ ਇਹ ਕਿੱਥੇ ਅਤੇ ਕਿਵੇਂ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਵੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਬਲ ਦੇ ਸਮਤੁੱਲ ਰਾਸ਼ੀ, ਬਲ ਦੀ ਮੌਮਟ (Moment of force) ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਟਾਰਕ (Torque) ਜਾਂ ਕਪਲ (Couple) ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। (ਅਸੀਂ ਬਲ ਦੀ ਮੌਮਟ ਅਤੇ ਟਾਰਕ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦਾ ਇਸਤੇਮਾਲ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਅਰਥ ਮੰਨ ਕੇ ਕਰਾਂਗੇ।) ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਣ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਟਾਰਕ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇਵਾਂਗੇ। ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਇਸ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਵਧਾ ਕੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਅਤੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਕਰਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਇਸਦੇ ਕਾਰਨ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਮਤਲਬ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਇਸਦਾ ਸੰਬੰਧ ਵੀ ਜਾਣਗੇ।

ਜੇ P ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ ਬਲ F ਲੱਗਿਆ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਬਿੰਦੂ P ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ (position vector) r ਹੋਵੇ (ਚਿੱਤਰ 7.18), ਤਾਂ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ



ਚਿੱਤਰ 7.18  $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ ,  $\tau$  ਉਸ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ r ਅਤੇ F ਹਨ, ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਪੇਚ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਪਤਾ ਲਗਾਈ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਦਾ ਟਾਰਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ।

$$\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad \dots(7.23)$$

ਬਲ ਦਾ ਮੌਮੈਂਟ ਜਾਂ ਟਾਰਕ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਸੰਕੇਤ ਚਿੰਨ੍ਹ ਯੂਨਾਨੀ ਵਰਣਮਾਲਾ ਦਾ ਇੱਕ ਅੱਖਰ  $\tau$  (ਟਾਓ) ਹੈ।  $\tau$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ।

$$\tau = r F \sin\theta \quad \dots(7.24a)$$

ਜਿੱਥੇ  $r$  ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼  $r$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਮਤਲਬ OP ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੈ,  $F$  ਬਲ  $F$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ ਅਤੇ  $\theta$ ,  $r$  ਅਤੇ  $F$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਛੋਟਾ ਕੋਣ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਟਾਰਕ ਦਾ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ  $[ML^2T^{-2}]$  ਹੈ। ਇਸ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਉਹੀ ਹਨ ਜੋ ਕਾਰਜ ਅਤੇ ਊਰਜਾ ਦੀਆਂ ਹਨ। ਪਰੰਤੂ, ਇਹ ਕਾਰਜ ਤੋਂ ਬਿਲਕੁਲ ਵੱਖ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਟਾਰਕ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ, ਜਦੋਂਕਿ ਕਾਰਜ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਟਾਰਕ ਦਾ SI ਮਾਤਰਕ ਨਿਊਟਨ ਮੀਟਰ (Nm) ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਤੋਂ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਟਾਰਕ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਅੱਗੇ ਦੱਸੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ -

$$\tau = (r \sin \theta)F = r_{\perp}F \quad \dots(7.24b)$$

$$\text{ਜਾਂ} \quad \tau = r F \sin \theta = rF_{\perp} \quad \dots(7.24c)$$

ਜਿੱਥੇ  $r_{\perp} = r \sin \theta$  ਬਲ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾ (line of action) ਦੀ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਲੰਬ ਦੂਰੀ ਹੈ ਅਤੇ  $F_{\perp} (= F \sin \theta)$ ,  $r$  ਦੀ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $F$  ਦਾ ਘਟਕ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਜਦੋਂ  $r = 0$  ਜਾਂ  $F = 0$  ਜਾਂ  $\theta = 0^\circ$  ਜਾਂ  $180^\circ$  ਹੋਵੇ ਤਾਂ  $\tau = 0$  ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਜੇ ਬਲ ਪਰਿਮਾਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਬਲ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਬਲ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਤੁਹਾਡਾ ਧਿਆਨ ਇਸ ਗੱਲ ਵੱਲ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ  $r \times F$  ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ (vector product) ਹੋਣ ਦੇ ਕਾਰਨ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣ ਇਸ ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਜੇ ਬਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਲਟਾ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇਗੀ ਤਾਂ ਟਾਰਕ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੀ ਉਲਟੀ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ। ਪਰ ਜੇ  $r$  ਅਤੇ  $F$  ਦੋਵਾਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਲਟਾ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਬਲ ਦੇ ਮੌਮੈਂਟ (ਟਾਰਕ) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਹੀਂ ਆਵੇਗਾ।

### 7.7.2 ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ (Angular momentum of a particle)

ਜਿਵੇਂ ਟਾਰਕ, ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਬਲ ਦਾ ਸਮਤੁੱਲ ਹੈ, ਠੀਕ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ (angular momentum) ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ (linear momentum) ਦਾ ਸਮਤੁੱਲ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਣ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਇਕੱਲੇ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਇਸਦੀ ਉਪਯੋਗਿਤਾ ਦੇਖਾਂਗੇ। ਤਦ, ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਸਹਿਤ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮਾਂ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਕਰਾਂਗੇ।

ਟਾਰਕ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਵੀ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ (ਰੇਖੀ) ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਮੌਮੈਂਟ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨਾਮ ਨਾਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$m$  ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ  $p$  ਦਾ ਇੱਕ ਕਣ ਲਈ, ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ  $O$  ਦੇ ਸਾਪੇਖ, ਜਿਸਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼  $r$  ਹੋਵੇ। ਤਾਂ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ  $O$  ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਇਸ ਕਣ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ  $l$  ਨਿਮਨਲਿਖਿਤ ਸਮੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਹੋਵੇਗਾ-

$$l = r \times p \quad \dots(7.25 a)$$

ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ

$$l = rpsin\theta \quad \dots(7.26 a)$$

ਜਿੱਥੇ  $p$  ਸਦਿਸ਼  $p$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ ਅਤੇ  $\theta$ ,  $r$  ਅਤੇ  $p$  ਵਿਚਕਾਰ ਛੋਟਾ ਕੋਣ ਹੈ। ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਲਿਖੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ -

$$l = rp_{\perp} \text{ ਜਾਂ } r_{\perp}p \quad \dots(7.26 b)$$

ਜਿੱਥੇ  $r_{\perp} (= r \sin \theta)$  ਸਦਿਸ਼  $p$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਰੇਖਾ ਦੀ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਲੰਬ ਦੂਰੀ ਹੈ ਅਤੇ  $p_{\perp} (= p \sin \theta)$ ,  $r$  ਦੀ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $p$  ਦਾ ਘਟਕ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਜਾਂ ਤਾਂ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ( $p = 0$ ) ਜਾਂ ਕਣ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਹੋਵੇ ( $r = 0$ ) ਜਾਂ ਫਿਰ  $p$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਰੇਖਾ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੋਵੇ  $\theta = 0^\circ$  ਜਾਂ  $180^\circ$  ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਉਮੀਦ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ ( $l = 0$ )।

ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ, ਟਾਰਕ ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਹੈ। ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਵੀ ਬਲ ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਵਿੱਚਲੇ ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਸਮਤੁੱਲ ਹੈ। ਇੱਕ ਕਣ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ  $l = r \times p$  ਨੂੰ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਅਵਕਲਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ (differentiate with respect to time)

$$\frac{dl}{dt} = \frac{d}{dt}(r \times p)$$

ਜੋ ਪਾਸੇ ਅਵਕਲਨ ਦਾ ਗੁਣਨ ਨਿਯਮ ਲਾਗੂ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\frac{d}{dt}(r \times p) = \frac{dr}{dt} \times p + r \times \frac{dp}{dt}$$

ਹੁਣ ਕਣ ਦਾ ਵੇਗ  $v = dr/dt$  ਅਤੇ  $p = m v$  ਲਿਖਣ, ਤੇ

$$\frac{dr}{dt} \times p = v \times m v = 0,$$

ਕਿਉਂਕਿ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਗੁਣਨਫਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਉਂਕਿ  $dp/dt = F$

$$\therefore r \times \frac{dp}{dt} = r \times F = \tau$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ} \quad \frac{d}{dt}(r \times p) = \tau$$

$$\text{ਜਾਂ} \quad \frac{dl}{dt} = \tau \quad \dots(7.27)$$

ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਇਸ ਤੇ ਲੱਗ ਰਹੇ ਟਾਰਕ ਦੇ

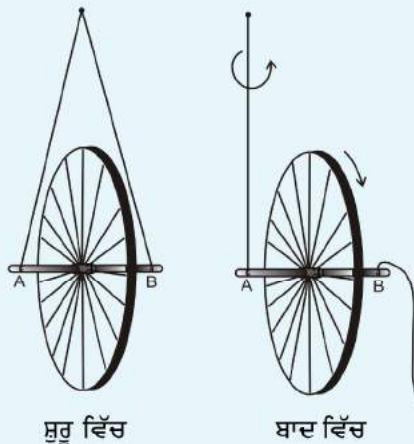


ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ (7.27),  $F = dp/dt$  ਜੋ ਇੱਕਲੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਸਮਤੁੱਲ ਹੈ।

**ਸਾਈਕਲ ਦੇ ਪਹੀਏ ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰਯੋਗ**

**(ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਅਤੇ ਟਾਰਕ)**

ਇੱਕ ਸਾਈਕਲ ਦਾ ਪਹੀਆ ਲਓ, ਜਿਸਦੀ ਧੁਰੀ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਬਾਹਰ ਨਿਕਲੀ ਹੋਵੇ। ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਧੁਰੀ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਸਿਰਿਆਂ A ਅਤੇ B ਨਾਲ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਰੱਸੀ ਬੰਨੋ। ਦੋਵੇਂ ਰੱਸੀਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੱਥ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਫੜੋ ਕਿ ਪਹੀਆ ਖੜੇ ਦਾਅ ਰਹੇ (verticle)। ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਰੱਸੀ ਨੂੰ ਛੱਡ ਦਿਓ, ਤਾਂ ਧੁਰੀ ਝੁੱਕ ਜਾਵੇਗੀ। ਹੁਣ ਇੱਕ ਹੱਥ ਨਾਲ ਦੋਵੇਂ ਰੱਸੀਆਂ ਨੂੰ ਫੜ ਕੇ ਪਹੀਏ ਨੂੰ ਖੜੇਦਾਅ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਦੂਸਰੇ ਹੱਥ ਨਾਲ ਇਸਦੀ ਧੁਰੀ ਤੇ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਘੁਮਾਓ। ਹੁਣ ਫਿਰ ਇੱਕ ਰੱਸੀ ਨੂੰ, ਮੰਨ ਲਓ B ਨੂੰ, ਆਪਣੇ ਹੱਥੋਂ ਛੱਡ ਦਿਓ। ਦੇਖੋ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?



ਪਹੀਆ ਲਗਭਗ ਖੜੇਦਾਅ ਤਲ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਘੁੰਮਣ ਤਲ ਉਸ ਰੱਸੀ A ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ ਜਿਹੜੀ ਤੁਸੀਂ ਹੱਥ ਵਿੱਚ ਫੜ ਰੱਖੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਹੀਏ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਪੂਰੇ ਜਾਂ ਫਿਰ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਰੱਸੀ A ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪੁਰਸਰਣ (precess) ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪਹੀਏ ਦਾ ਘੁੰਮਣਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਨੂੰ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਗਿਆਤ ਕਰੋ। ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਘੁੰਮਦੇ ਪਹੀਏ ਨੂੰ ਰੱਸੀ A ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਫੜਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇੱਕ ਟਾਰਕ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ। (ਇਹ ਅਸੀਂ ਤੁਹਾਡੇ ਉੱਪਰ ਛੱਡਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਸੋਚੋ ਕਿ ਟਾਰਕ ਕਿਵੇਂ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੀ ਹੈ?) ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਤੇ ਟਾਰਕ ਦੇ ਅਸਰ ਨਾਲ, ਪਹੀਆ, ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਧੁਰੇ ਦੇ ਇਰਦ ਗਿਰਦ ਪੁਰਸਰਣ (process) ਕਰਨ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਕਥਨਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

**ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਟਾਰਕ ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ**

**(Torque and angular momentum for a system of particles)**

ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ, ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਇਰਦ ਗਿਰਦ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਗਿਆਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕਲੇ ਕਣ ਦੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸਲਈ  $n$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਲਈ,

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n = \sum_{i=1}^n L_i$$

$i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਹੋਵੇਗਾ,

$$L_i = r_i \times p_i$$

ਜਿੱਥੇ  $r_i$  ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ  $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ (position vector) ਹੈ ਅਤੇ  $p = (m_i v_i)$  ਉਸ ਕਣ ਦਾ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਹੈ। (ਕਣ ਦਾ ਪੁੰਜ  $m_i$  ਅਤੇ ਵੇਗ  $v_i$  ਹੈ)। ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ -

$$L = \sum L_i = \sum_i r_i \times p_i \quad \dots(7.25b)$$

ਸਮੀਕਰਨ (7.25 a) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ, ਇੱਕ ਕਣ ਦੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਤੋਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਲਈ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਵਿਆਪੀਕਰਨ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਣਾਂ (7.23) ਅਤੇ (7.25 b) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੀਏ ਤਾਂ

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt} (\sum L_i) = \sum_i \frac{dL_i}{dt} = \sum_i \tau_i \dots(7.28a)$$

ਜਿੱਥੇ  $\tau_i$ ,  $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਟਾਰਕ ਹੈ,

$$\tau_i = r_i \times F_i$$

$i$  ਵੇਂ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਲ  $F_i$ , ਇਸ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ  $F_i^{ext}$  ਅਤੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਕਣਾਂ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲਾਂ  $F_i^{int}$  ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕੁੱਲ ਟਾਰਕ ਵਿੱਚ ਬਾਹਰੀ ਅਤੇ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਦੇ ਯੋਗਦਾਨ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$\tau = \sum_i \tau_i = \sum_i r_i \times F_i$$

$$\tau = \tau_{ext} + \tau_{int}$$

ਜਿੱਥੇ  $\tau_{int} = \sum_i r_i \times F_i^{int}$

ਅਤੇ  $\tau_{ext} = \sum_i r_i \times F_i^{ext}$

ਅਸੀਂ, ਨਾ ਸਿਰਫ ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਤੀਸਰਾ ਨਿਯਮ, ਮਤਲਬ ਇਹ ਤੱਥ ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੋਈ ਦੋ ਕਣਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੱਗਦੇ ਹਨ,

ਬਲਕਿ ਇਹ ਵੀ ਮੰਨ ਕੇ ਚੱਲਾਂਗੇ ਕਿ ਇਹ ਬਲ ਦੋਵੇਂ ਕਣਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੱਗਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਦਾ, ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਟਾਰਕ ਵਿੱਚ ਯੋਗਦਾਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। ਕਿਉਂਕਿ, ਹਰੇਕ ਕਿਰਿਆ - ਪ੍ਰਤਿਕਿਰਿਆ ਜੋੜੇ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ਇਸਲਈ  $\tau_{\text{int}} = 0$  ਅਤੇ ਇਸਲਈ  $\tau = \tau_{\text{ext}}$  ਕਿਉਂਕਿ  $\tau = \sum \tau_i$  ਸਮੀਕਰਨ (7.28 a) ਤੋਂ ਨਤੀਜਾ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ, ਕਿ

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \tau_{\text{ext}} \quad \dots(7.28 \text{ b})$$

ਇਸ ਲਈ, ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਸਮੇਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਉਸ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਰਹੇ ਕਿ ਜਿਸ ਬਿੰਦੂ (ਇਥੇ ਸਾਡੇ ਸੰਦਰਭ-ਫਰੇਮ ਦਾ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ) ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਸੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ 7.27 ਇੱਕ ਕਣ ਲਈ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ (7.28 b) ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਲਈ ਵਿਆਪੀਕਰਨ ਹੈ।

ਇਹ ਵੀ ਧਿਆਨ ਦੇਣ ਦੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਕਣ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਜਾਂ ਆਂਤਰਿਕ ਟਾਰਕਾਂ ਦੀ ਕੋਈ ਹੋਂਦ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਸਮੀਕਰਨ (7.28 b) ਹੋਣ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ (7.17) ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚਲਾ ਸਮਤੁੱਲ ਹੈ।

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad \dots(7.17)$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ (7.17) ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ, ਸਮੀਕਰਨ (7.28 b) ਵੀ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਿਸਟਮਾਂ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਬੇਸ਼ੱਕ ਉਹ ਪਿੰਡ ਦ੍ਰਿੜ ਹੋਣ ਜਾਂ ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਨਾਲ ਰਚਿਆ ਮਿਚਿਆ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਣਾਂ ਦਾ ਸਿਸਟਮ। **ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ (conservation of angular momentum)**

ਜੇ  $\tau_{\text{ext}} = 0$ , ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (7.28 b) ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0$$

$$\mathbf{L} = \text{ਸਥਿਰ ਅੰਕ} \quad \dots(7.29 \text{ a})$$

ਇਸ ਲਈ, ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕ ਜੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.29 a) ਤਿੰਨ ਅਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਸਮਤੁੱਲ ਹੈ।

$$L_x = K_1, L_y = K_2 \text{ and } L_z = K_3 \dots(7.29 \text{ b})$$

ਜਿੱਥੇ  $K_1, K_2$  ਅਤੇ  $K_3$  ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹਨ ਜਿੱਥੇ  $L_x, L_y$  ਅਤੇ  $L_z$  ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{L}$  ਦੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x, y$  ਅਤੇ  $z$  ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਹਨ। ਇਹ ਕਥਨ ਕਿ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ

ਹੈ, ਇਸਦਾ ਇਹ ਵੀ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਤਿੰਨੋਂ ਘਟਕ ਵੀ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਹਨ।

ਸਮੀਕਰਨ (7.29 a), ਸਮੀਕਰਨ (7.18 a) ਦਾ ਸਮ ਤੁੱਲ ਹੈ। ਮਤਲਬ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਤੁੱਲ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.18 a) ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਅਨੇਕ ਵਿਵਹਾਰਿਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਹਨ। ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਰੋਚਕ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੀ ਅਸੀਂ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

**ਉਦਾਹਰਨ 7.5** ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਬਲ  $7\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$  ਦਾ ਟਾਰਕ ਗਿਆਤ ਕਰੋ। ਬਲ ਜਿਸ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਉਸਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$  ਹੈ।

**ਹੱਲ :**  $\mathbf{r} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$

ਅਤੇ  $\mathbf{F} = 7\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$

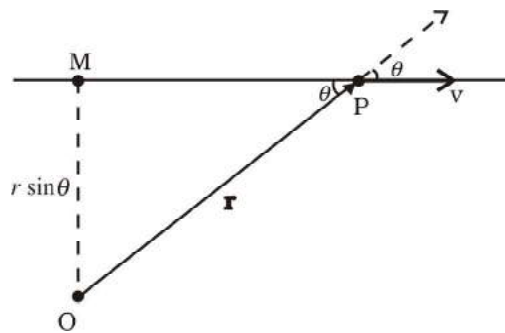
ਟਾਰਕ  $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$  ਗਿਆਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਡਿਟਰਮੀਨੈਂਟ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\tau = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 7 & 3 & -5 \end{vmatrix} = (5 - 3)\mathbf{i} - (-5 - 7)\mathbf{j} + (3 - (-7))\mathbf{k}$$

ਜਾਂ  $\tau = 2\mathbf{i} + 12\mathbf{j} + 10\mathbf{k}$

**ਉਦਾਹਰਨ 7.6** ਦਰਸਾਓ, ਕਿ ਸਥਿਰ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਦੇ ਇੱਕ ਕਣ ਦਾ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

**ਹੱਲ :** ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਕੋਈ ਕਣ P ਕਿਸੇ ਛਿਣ t ਤੇ v ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ, ਇਸ ਕਣ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ, ਮਨਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਚੁਣੇ ਬਿੰਦੂ O ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ 7.19



ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ  $l = r \times mv$  ਹੈ। ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $mv r \sin \theta$  ਹੈ, ਜਿਥੇ  $\theta$ ,  $r$  ਅਤੇ  $v$  ਦੇ ਵਿੱਚਲਾ ਕੋਣ ਹੈ (ਦੇਖੋ ਚਿੱਤਰ 7.19)। ਜਦੋਂਕਿ ਕਣ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਆਪਣੀ ਸਥਿਤੀ ਬਦਲ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਫਿਰ ਵੀ,  $v$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਰੇਖਾ ਉਹੀ ਬਣੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ  $OM = r \sin \theta$  ਸਥਿਰ ਹੈ।

$l$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ,  $r$  ਅਤੇ  $v$  ਦੇ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ, ਸਤਹਿ ਦੇ ਅੰਦਰ ਵੱਲ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਦਿਸ਼ਾ ਵੀ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ।

ਇਸ ਲਈ,  $l$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇਹ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਹੈ। ਕੀ ਕਣ ਤੇ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਲੱਗਿਆ ਹੈ?

## 7.8 ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਦਾ ਸੰਤੁਲਨ (EQUILIBRIUM OF A RIGID BODY)

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਵਿਆਪਕ ਕਣ-ਸਿਸਟਮ (general system of particles) ਦੀ ਬਜਾਏ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਆਪਣਾ ਧਿਆਨ ਕੇਂਦਰਿਤ ਕਰਾਂਗੇ।

ਆਉ ਯਾਦ ਕਰੀਏ ਕਿ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਤੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਕੀ ਪ੍ਰਭਾਵ ਹੁੰਦੇ ਹਨ? (ਅੱਗੇ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ 'ਬਾਹਰੀ' ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕਰਾਂਗੇ। ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਦੱਸਿਆ ਜਾਂ ਕਿਹਾ ਨਾ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਅਤੇ ਟਾਰਕਾਂ ਨਾਲ ਹੀ ਵਿਵਹਾਰ ਕਰਾਂਗੇ)। ਬਲ, ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਵੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਗਤੀ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਲਿਆਉਂਦੇ ਹਨ, ਅਰਥਾਤ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ (7.17) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਇਸ ਦੇ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਨੂੰ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਪਰ, ਬਲਾਂ ਦਾ ਇਹ ਇੱਕ ਮਾਤਰ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸਦੇ ਕਾਰਨ, ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋਵੇਗਾ ਅਰਥਾਤ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸਮੀਕਰਨ (7.28 b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਬਦਲੇਗਾ।

ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਯੰਤਰਿਕ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਉਦੋਂ ਕਿਹਾ ਜਾਵੇਗਾ ਜਦੋਂ ਇਸਦੇ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੋਨਾਂ ਦਾ ਹੀ ਮਾਨ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾ ਬਦਲਦਾ ਹੋਵੇ ਭਾਵ ਕਿ ਉਸ ਪਿੰਡ ਵਿੱਚ ਨਾ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੋਵੇ ਨਾ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ। ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ

(1) ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਬਲ ਯਾਨੀ ਬਲਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ :

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \mathbf{0} \quad \dots(7.30 a)$$

ਜੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕੋਈ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ। ਸਮੀਕਰਨ (7.30 a) ਪਿੰਡ ਦੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਹੈ।

(2) ਕੁੱਲ ਟਾਰਕ, ਅਰਥਾਤ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਟਾਰਕ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ —

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \dots + \tau_n = \sum_{i=1}^n \tau_i = \mathbf{0} \quad (7.30b)$$

ਜੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਕੁੱਲ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲੇਗਾ। ਸਮੀਕਰਨ (7.30 b) ਪਿੰਡ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਦੱਸਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਇਹ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਉਠ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਕਿ ਜੇ ਉਹ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਜਿਸਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਟਾਰਕਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ ਬਦਲ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਕੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਬਦਲੇਗੀ? ਇਹ ਦਿਖਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਸਮੀਕਰਨ (7.30 b) ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਤੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦਾ ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ ਅਰਥਾਤ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਉਸ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਉੱਪਰ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀ ਜਿਸਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਟਾਰਕ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ 7.7 ਵਿੱਚ ਬਲ ਯੁਗਮ (couple) (ਅਰਥਾਤ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਉੱਪਰ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ) ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤੱਥ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇਗੀ।  $n$  ਬਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਪਰਿਣਾਮ ਦਾ ਵਿਆਪਕ ਵਿਅੰਜਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਤੁਹਾਡੇ ਅਭਿਆਸ ਲਈ ਛੱਡ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (7.30 a) ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (7.30 b) ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਸਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਤਿੰਨ ਅਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਤੁੱਲ ਹਨ। ਸਮੀਕਰਨ (7.30 a) ਦੇ ਸੰਗਤ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਹਨ।

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \text{ ਅਤੇ } \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0 \quad \dots(7.31a)$$

ਜਿੱਥੇ  $F_{ix}$ ,  $F_{iy}$  ਅਤੇ  $F_{iz}$  ਬਲ ਦੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x$ ,  $y$  ਅਤੇ  $z$  ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਲ  $F_i$  ਦੇ ਘਟਕ ਹਨ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਮੀਕਰਨ (7.30 b) ਜਿਹੜੇ ਤਿੰਨ ਅਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਤੁੱਲ ਹਨ, ਉਹ ਹਨ

$$\sum_{i=1}^n \tau_{ix} = 0, \sum_{i=1}^n \tau_{iy} = 0 \text{ ਅਤੇ } \sum_{i=1}^n \tau_{iz} = 0 \quad \dots(7.31b)$$

ਜਿੱਥੇ  $\tau_{ix}$ ,  $\tau_{iy}$  ਅਤੇ  $\tau_{iz}$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x$ ,  $y$  ਅਤੇ  $z$  ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਟਾਰਕ  $\tau_i$  ਦੇ ਘਟਕ ਹਨ।

ਸਮੀਕਰਨ (7.31 a) ਅਤੇ (7.31 b) ਸਾਨੂੰ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਯੰਤਰਿਕ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਛੇ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਦੱਸਦੇ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਬਲ ਇੱਕ ਹੀ ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਯੰਤਰਿਕ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਤਿੰਨ ਸ਼ਰਤਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕੀਤੇ

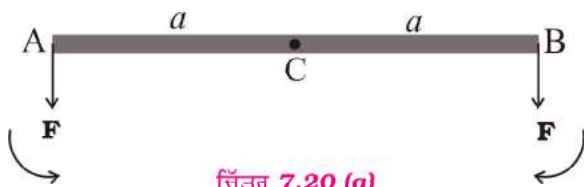
ਜਾਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋ ਸ਼ਰਤਾਂ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹੋਣਗੀਆਂ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦੇ, ਇਸ ਤਲ ਵਿੱਚ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਚੁਣੇ ਦੋ ਆਪਸੀ ਲੰਬ ਪੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘਟਕਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ।

ਤੀਸਰੀ ਸ਼ਰਤ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹੈ। ਬਲਾਂ ਦੇ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ ਪੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਟਾਰਕ ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਦਾ ਯੋਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ, ਇੱਕ ਕਣ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਨਾਲ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੇ ਪਾਠਾਂ ਵਿੱਚ ਗੱਲ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਕਣ ਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਚਾਰ ਲਾਗੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਸਿਰਫ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ (ਸਮੀਕਰਨ 7.30 a) ਹੀ ਕਾਫ਼ੀ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਤੇ ਲਗੇ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਸਾਰੇ ਬਲ ਇੱਕ ਹੀ ਕਣ ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਸੰਗਾਮੀ (concurrent) ਵੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਸੰਗਾਮੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਤਹਿਤ ਸੰਤੁਲਨ ਦਾ ਵਿਵੇਚਨ ਪਹਿਲੇ ਪਾਠਾਂ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਪਿੰਡ ਆਂਸ਼ਿਕ ਸੰਤੁਲਨ (Partial equilibrium) ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ਕਿ ਇਹ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਪਰ ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਨਾ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਫਿਰ ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਪਰ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਨਾ ਹੋਵੇ।

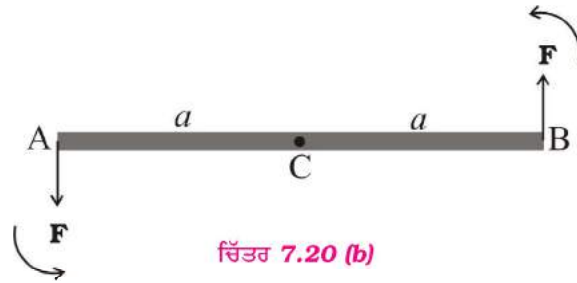
ਇੱਕ ਹਲਕੀ (ਨਿਗੁਣੇ ਪੁੰਜ ਵਾਲੀ) ਸੁਤੰਤਰ ਛੜ (AB) ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ, ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਸਿਰਿਆਂ (A ਅਤੇ B) ਤੇ, ਬਰਾਬਰ ਪਰਿਮਾਣ ਵਾਲੇ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਬਲ, F, ਚਿੱਤਰ 7.20 (a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਛੜ ਦੇ ਲੰਬ ਲੱਗੇ ਹੋਣ।



ਚਿੱਤਰ 7.20 (a)

ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਛੜ AB ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ C ਹੈ ਅਤੇ  $CA = CB = a$  ਹੈ। A ਅਤੇ B ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲਾਂ ਦੇ C ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਟਾਰਕ, ਪਰਿਮਾਣ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ( $aF$ ) ਹਨ, ਪਰ ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪਾਂਦੇ ਹਨ। ਛੜ ਤੇ ਕੁੱਲ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। ਸਿਸਟਮ ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਪਰ ਇਹ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ

$$\sum \mathbf{F} \neq 0$$



ਚਿੱਤਰ 7.20 (b)

ਚਿੱਤਰ 7.20 (b) ਵਿੱਚ, ਚਿੱਤਰ (7.20 a) ਵਿੱਚ B ਸਿਰੇ ਤੇ ਲਗਾਏ ਗਏ ਬਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਲਟ ਕਰ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਹੁਣ ਉਸ ਛੜ ਤੇ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਤੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਪਰਿਮਾਣ ਵਾਲੇ ਦੋ ਬਲ, ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਸਿਰੇ A ਤੇ ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ B ਸਿਰੇ ਤੇ। ਇਥੇ ਦੋਵੇਂ ਟਾਰਕ ਬਰਾਬਰ ਤਾਂ ਹਨ ਪਰ ਉਹ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਉਹ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ ਅਤੇ ਛੜ ਨੂੰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਘੁਮਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਛੜ ਤੇ ਲਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਛੜ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਪਰ ਇਹ ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਹ ਛੜ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਸ਼ੁੱਧ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਸੰਭਵ ਹੈ। (ਅਰਥਾਤ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਰਹਿਤ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ)

ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਪਰਿਮਾਣ ਵਾਲੇ, ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਜਿਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਨਾ ਹੋਣ, ਬਲ ਯੁਗਮ (couple) ਜਾਂ ਟਾਰਕ (Torque) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਬਲ ਯੁਗਮ (ਜੋੜਾ) ਬਿਨਾਂ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ।

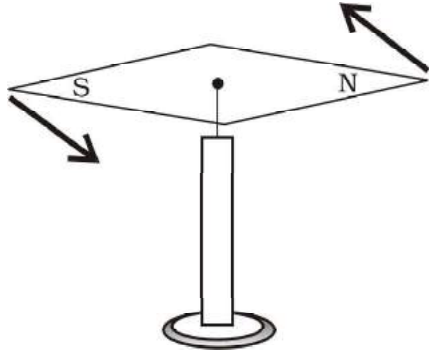
ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਘੁਮਾ ਕੇ ਕਿਸੇ ਬੋਤਲ ਦਾ ਢੱਕਣ ਖੋਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਡੀਆਂ ਉਂਗਲੀਆਂ ਢੱਕਣ ਤੇ ਇੱਕ ਬਲ ਯੁਗਮ (couple) ਲਗਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। [ਚਿੱਤਰ 7.21 (a)]। ਇਸਦਾ ਦੂਸਰਾ ਉਦਾਹਰਨ ਧਰਤੀ ਦੇ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਰੱਖੀ ਚੁੰਬਕੀ ਸੂਈ (magnetic compass) ਹੈ। [ਚਿੱਤਰ 7.21 (b)]। ਧਰਤੀ ਦਾ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰ, ਚੁੰਬਕੀ ਸੂਈ ਦੇ ਉੱਤਰੀ ਅਤੇ ਦੱਖਣੀ ਧਰੁਵਾਂ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਉੱਤਰੀ ਧਰੁਵ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਉੱਤਰ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਅਤੇ ਦੱਖਣੀ ਧਰੁਵ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾਂ ਜਦੋਂ ਸੂਈ ਉੱਤਰ ਦੱਖਣ



ਚਿੱਤਰ 7.21 (a) ਢੱਕਣ ਨੂੰ ਘੁਮਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਸਾਡੀਆਂ ਉਂਗਲਾਂ ਉਸ ਤੇ ਇੱਕ ਬਲ ਯੁਗਮ ਲਗਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।



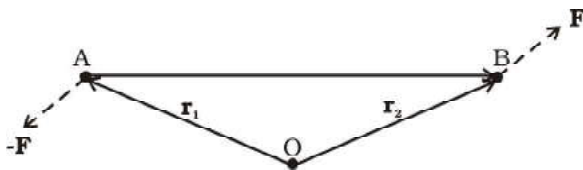
ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਸੰਕੇਤ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਦੋਨੋਂ ਬਲਾਂ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾ ਇੱਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸ ਲਈ ਉਸ ਤੇ, ਧਰਤੀ ਦੇ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਇੱਕ ਬਲ ਯੁਗਮ ਪ੍ਰਭਾਵੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 7.21** (b) ਧਰਤੀ ਦਾ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰ, ਸੂਈ ਦੇ ਧਰੁਵਾਂ ਤੇ, ਬਰਾਬਰ ਪਰਿਮਾਣ ਵਾਲੇ ਦੋ ਬਲ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਦੋ ਬਲ ਇੱਕ ਬਲ ਯੁਗਮ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 7.7** ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਬਲ ਯੁਗਮ ਦਾ ਟਾਰਕ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਉੱਪਰ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਜਿਸਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਤੁਸੀਂ ਟਾਰਕ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹੋ।

**ਹੱਲ :**



**ਚਿੱਤਰ 7.22**

ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਲਓ ਜਿਸ ਤੇ ਚਿੱਤਰ 7.22 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਬਲ ਯੁਗਮ (couple) ਲੱਗਿਆ ਹੈ। ਬਲ  $F$  ਅਤੇ  $-F$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਿੰਦੂ  $B$  ਅਤੇ  $A$  ਤੇ ਲੱਗੇ ਹਨ। ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ  $O$  ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਇਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ (position vector) ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $r_2$  ਅਤੇ  $r_1$  ਹਨ। ਆਓ, ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਟਾਰਕ ਪਤਾ ਕਰੀਏ।

ਬਲ ਯੁਗਮ ਦਾ ਟਾਰਕ = ਯੁਗਮ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਟਾਰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

$$\begin{aligned} &= r_1 \times (-F) + r_2 \times F \\ &= r_2 \times F - r_1 \times F \\ &= (r_2 - r_1) \times F \end{aligned}$$

ਜਾਂ  $r_1 + AB = r_2$

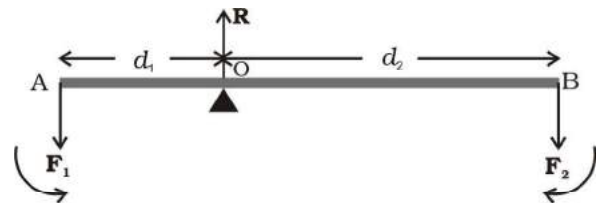
∴  $AB = r_2 - r_1$

ਬਲ ਯੁਗਮ ਦਾ ਮੋਮੈਂਟ =  $AB \times F$

ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਮਾਨ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਰਥਾਤ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਜਿਸਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਅਸੀਂ ਟਾਰਕ ਲਏ ਹਨ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।

**7.8.1 ਮੋਮੈਂਟ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ (Principle of moment)**

ਇੱਕ ਆਦਰਸ਼ ਲੀਵਰ (lever), ਜ਼ਰੂਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਹਲਕੀ (ਅਰਥਾਤ ਨਿਗੁਣੇ ਪੁੰਜ ਵਾਲੀ) ਛੜ ਹੈ ਜੋ ਆਪਣੀ ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਏ ਗਏ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਸਕਦੀ ਹੋਵੇ। ਇਹ ਬਿੰਦੂ ਫਲਕਰਮ (fulcrum) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਬਚਿਆਂ ਦੇ ਖੇਡ ਦੇ ਮੈਦਾਨ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਸੀ-ਸਾ (sea-saw), ਲੀਵਰ ਦਾ ਇੱਕ ਵਧੀਆ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ। ਦੋ ਬਲ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$ , ਜੋ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਲੀਵਰ ਦੇ ਸਿਰਿਆ ਤੇ, ਇਸਦੇ ਲੰਬ ਅਤੇ ਫਲਕਰਮ ਤੋਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $d_1$  ਅਤੇ  $d_2$  ਦੂਰੀਆਂ ਤੇ ਲਗਾਏ ਗਏ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 7.23 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 7.23**

ਇਹ ਲੀਵਰ ਯਾਂਤਰਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੰਤੁਲਿਤ ਸਿਸਟਮ ਹੈ। ਮੰਨਿਆ ਕਿ ਫਲਕਰਮ (fulcrum) ਤੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਬਲ  $R$  ਹੈ। ਇਹ ਬਲਾਂ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$  ਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਭਾਵੀ ਹੈ। ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਲਈ

$$R - F_1 - F_2 = 0 \quad \dots(i)$$

ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ, ਫਲਕਰਮ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਮੋਮੈਂਟ ਲੈਣ ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਮੋਮੈਂਟਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ

$$d_1 F_1 - d_2 F_2 = 0 \quad \dots(ii)$$

ਆਮ ਕਰਕੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੀ ਮੋਮੈਂਟਾਂ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੀ ਮੋਮੈਂਟਾਂ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਬਲ  $R$ , ਫਲਕਰਮ ਤੇ ਹੀ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਮੋਮੈਂਟ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

ਲੀਵਰ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ,  $F_1$  ਅਕਸਰ ਕੋਈ ਲੋਡ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਚੁਕਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸ ਨੂੰ ਭਾਰ (load) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਫਲਕਰਮ ਤੋਂ ਇਸ ਦੀ ਦੂਰੀ  $d_1$  ਭਾਰ ਦੀ ਭੁਜਾ (load arm) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਬਲ  $F_2$ , ਲੋਡ ਨੂੰ ਚੁਕਣ ਲਈ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਬਲ, ਐਫਰਟ (effort ਕੋਸ਼ਿਸ਼) ਹੈ। ਫਲਕਰਮ ਤੋਂ ਇਸਦੀ ਦੂਰੀ ਐਫਰਟ ਭੁਜਾ (effort arm) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (ii) ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ —

$$d_1 F_1 = d_2 F_2 \quad \dots(7.32 a)$$

ਜਾਂ ਭਾਰ × ਭਾਰ ਭੁਜਾ = ਐਫਰਟ × ਐਫਰਟ ਭੁਜਾ

ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨ, ਕਿਸੇ ਲੀਵਰ ਦੇ ਲਈ ਮੋਮੰਟਾਂ ਦਾ ਨਿਯਮ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਅਨੁਪਾਤ  $F_1/F_2$  ਯਾਂਤਰਿਕ ਲਾਭ (Mechanical advantage M.A.) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\text{ਇਸ ਲਈ M.A.} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad \dots(7.32b)$$

ਜੇ ਐਫਰਟ (effort) ਭੁਜਾ  $d_2$  ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਭਾਰ ਭੁਜਾ  $d_1$  ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਯਾਂਤਰਿਕ ਲਾਭ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਯਾਂਤਰਿਕ ਲਾਭ (M.A) ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਣ ਦਾ ਅਰਥ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਘੱਟ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਐਫਰਟ (effort) ਨਾਲ ਵੱਧ ਭਾਰ ਚੁੱਕਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸੀ-ਸਾ (sea-saw) ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਲੀਵਰਾਂ ਦੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਉਦਾਹਰਨ ਤੁਹਾਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਮਿਲ ਜਾਣਗੇ। ਤਕੜੀ (balance) ਵੀ ਇੱਕ ਲੀਵਰ ਹੈ। ਕੁਝ ਹੋਰ ਲੀਵਰਾਂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਆਪਣੇ ਆਸ-ਪਾਸ ਲਓ। ਹਰੇਕ ਦੇ ਲਈ ਲੰਬ, ਭਾਰ, ਭੁਜਾ, ਐਫਰਟ ਅਤੇ ਐਫਰਟ ਭੁਜਾ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ।

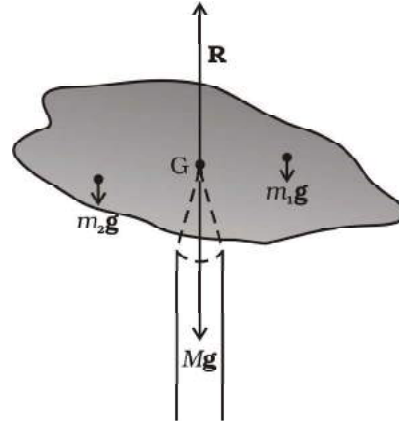
ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਸੋਚਿਆਂ ਹੀ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਜੇ ਸਮਾਂਤਰ ਬਲ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$  ਲੀਵਰ ਦੇ ਲੰਬ ਨਾ ਹੋਣ ਬਲਕਿ ਕੋਈ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਵੀ ਮੋਮੰਟ ਦਾ ਨਿਯਮ (law of moment) ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

### 7.8.2 ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ (Centre of gravity)

ਤੁਹਾਡੇ ਵਿੱਚੋਂ ਕਈ ਲੋਕਾਂ ਨੇ ਆਪਣੀ ਕਾਪੀ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਉਂਗਲ ਦੀ ਨੋਕ ਤੇ ਸੰਤੁਲਿਤ ਕੀਤਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਚਿੱਤਰ 7.24 ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਕਿਰਿਆਕਲਾਪ ਹੈ ਜੋ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਅਨਿਯਮਿਤ (irregular) ਅਕਾਰ ਦਾ ਗੱਤੇ ਦਾ ਟੁੱਕੜਾ ਅਤੇ ਪੈਸਿਲ ਵਰਗੀ ਬਾਰੀਕ ਨੋਕ ਵਾਲੀ ਵਸਤੂ ਲਉ। ਕਈ ਵਾਰ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਕੇ ਤੁਸੀਂ ਗੱਤੇ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਬਿੰਦੂ G ਲਭ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਿਸਦੇ ਹੇਠਾਂ ਪੈਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ ਰੱਖਣ ਤੇ ਗੱਤੇ ਦਾ ਟੁੱਕੜਾ ਉਸ ਨੋਕ ਤੇ ਸੰਤੁਲਿਤ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ। (ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਗੱਤੇ ਦਾ ਟੁੱਕੜਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖਿਤਜੀ ਅਵਸਥਾ (horizontal) ਵਿੱਚ ਰਹਿਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸੰਤੁਲਨ ਬਿੰਦੂ (Balance point) ਗੱਤੇ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ (C.G.) ਹੈ। ਪੈਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ (verticle) ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਬਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਕਾਰਨ ਗੱਤੇ ਦਾ ਟੁੱਕੜਾ ਯਾਂਤਰਿਕ ਸੰਤੁਲਨ (mechanical equilibrium) ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 7.24 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਪੈਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਬਲ R ਗੱਤੇ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਦੇ ਕੁੱਲ ਭਾਰ Mg (ਅਰਥਾਤ ਇਸ ਤੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਥਾਨਾਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਅਵਸਥਾ (translational equilibrium) ਵਿੱਚ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ ਇਹ ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ (rotational equilibrium) ਵਿੱਚ ਵੀ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਜੇ ਅਜਿਹਾ ਨਾ ਹੁੰਦਾ ਤਾਂ ਅਸੰਤੁਲਿਤ ਟਾਰਕ (Torque) ਦੇ ਕਾਰਨ ਇਹ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਝੁੱਕ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਡਿੱਗ ਜਾਂਦਾ।

ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗੱਤੇ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਤੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਮੋਮੰਟ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪਾਉਂਦੇ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਇਕੱਲੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਭਾਰ

$m_1g, m_2g \dots$  ਆਦਿ G ਤੋਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦੂਰੀਆਂ ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰ ਰਹੇ ਹਨ।



**ਚਿੱਤਰ 7.24** ਗੱਤੇ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਨੂੰ ਪੈਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ ਤੇ ਸੰਤੁਲਿਤ ਕਰਨਾ। ਪੈਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ ਗੱਤੇ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਗੱਤੇ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ  $m_1g, m_2g \dots$  ਆਦਿ ਬਲਾਂ ਦਾ ਇਸਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਲਿਆ ਗਿਆ ਟਾਰਕ (Torque) ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

ਜੇ  $r_i$  ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ  $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ (position vector) ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਇਸ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਟਾਰਕ  $\tau_i = r_i \times m_i g$  ਹੋਵੇਗਾ।

ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੁੱਲ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣ ਦੇ ਕਾਰਨ

$$\tau_g = \sum \tau_i = \sum r_i \times m_i g = 0 \quad \dots(7.33)$$

ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੁੱਲ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ।

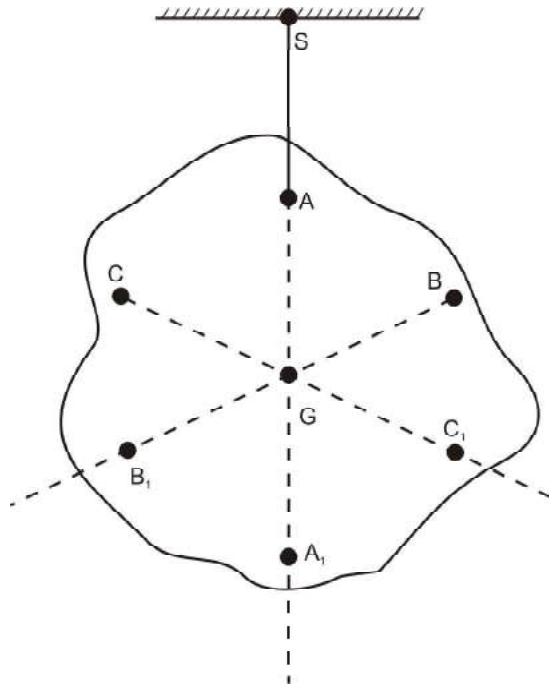
ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ (7.33) ਵਿੱਚ  $g$  ਸਾਰੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਜੋੜ ਚਿੰਨ੍ਹ  $\Sigma$  ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਆ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ  $\sum m_i r_i = 0$ ।

ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ (position vector)  $r_i$  ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਨਾਪਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਸੈਕਸ਼ਨ 7.2 ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ (7.4 a) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਜੇ

$\sum m_i r_i = 0$ , ਤਾਂ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਪਿੰਡ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਅਤੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਇੱਕ ਹੀ ਹਨ। ਸਾਡੇ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਇਹ ਗੱਲ ਆਉਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਕਿ ਅਜਿਹਾ ਇਸ ਲਈ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਵਸਤੂ ਦਾ ਅਕਾਰ ਇੰਨਾ ਛੋਟਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੇ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਲਈ  $g$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਜੇ ਪਿੰਡ ਇੰਨਾ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਕਿ ਇਸਦੇ ਇੱਕ ਭਾਗ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ



ਦੂਸਰੇ ਭਾਗ ਦੇ ਲਈ  $g$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਬਦਲ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਅਤੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਇਕੋ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਨਹੀਂ ਰਹਿਣਗੇ। ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਇਹ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਧਾਰਨਾਵਾਂ (concepts) ਹਨ। ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਨਾਲ ਕੁਝ ਲੈਣਾ-ਦੇਣਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਸਿਰਫ ਪੁੰਜ ਦੀ ਵੰਡ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਹੈ।

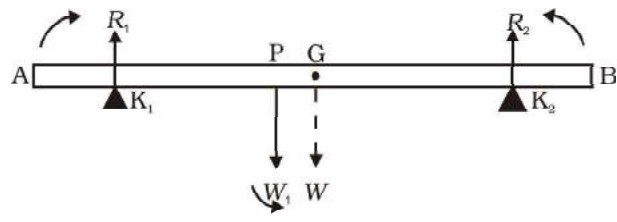


**ਚਿੱਤਰ 7.25** ਅਨਿਯਮਿਤ ਅਕਾਰ ਦੀ ਸਤਹਿ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਪਤਾ ਕਰਨਾ। ਸਤਹਿ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ G ਇਸ ਨੂੰ A ਕੋਨੇ ਤੇ ਲਟਕਾਉਣ ਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਰੇਖਾ ਤੇ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

ਸੈਕਸ਼ਨ 7.2 ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕਈ ਅਨਿਯਮਿਤ, ਸਮਅੰਗ, ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਾਰੇ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਸੀ। ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਪਿੰਡ ਵਿਸ਼ਾਲ ਅਕਾਰ ਦਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸੇ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਚਿੱਤਰ 7.25 ਗੱਤੇ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਵਰਗੇ ਕਿਸੇ ਅਨਿਯਮਿਤ ਅਕਾਰ ਦੀ ਸਤਹਿ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਸਤਹਿ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਲਟਕਾ ਦਿਓ ਤਾਂ A ਤੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਰੇਖਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਲੰਘੇਗੀ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਰੇਖਾ AA<sub>1</sub> ਨੂੰ ਅੰਕਿਤ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਤਹਿ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਦੂਸਰੇ ਬਿੰਦੂ ਜਿਵੇਂ B ਜਾਂ C ਨਾਲ ਲਟਕਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਕੱਟ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਬਿੰਦੂ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ। ਸਮਝਾਓ ਕਿ ਇਹ ਵਿਧੀ ਕਿਉਂ ਪ੍ਰਭਾਵਸ਼ਾਲੀ ਹੈ? ਕਿਉਂਕਿ ਇਥੇ ਪਿੰਡ ਛੋਟਾ ਜਿਹਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਇਸਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਵੀ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 7.8 :** 70 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਲੰਬੀ ਅਤੇ 4.00 kg ਪੁੰਜ ਦੀ ਧਾਤ ਦੀ ਛੜ ਆਪਣੇ ਦੋਨੋਂ ਸਿਰਿਆਂ ਤੋਂ 10 ਸੈਂ.ਮੀ. ਦੂਰ ਰੱਖੇ ਦੋ ਨਾਈਫ ਐਜ਼ਾਂ (knife edge) ਤੇ ਟਿਕੀ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਰੇ ਤੋਂ 40 ਸੈਂ.ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ 6.00 kg ਪੁੰਜ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਰ ਲਟਕਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਨਾਈਫ ਐਜ਼ਾਂ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ। (ਛੜ ਨੂੰ ਸਮਅੰਗੀ (homogeneous) ਅਤੇ ਬਰਾਬਰ ਆਡੀਕਾਟ (uniform cross section) ਵਾਲੀ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ 7.26

**ਚਿੱਤਰ 7.26** ਵਿੱਚ ਛੜ ਨੂੰ AB ਨਾਲ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। K<sub>1</sub> ਅਤੇ K<sub>2</sub> ਨਾਈਫ ਐਜ਼ਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਦਿਖਾ ਰਹੇ ਹਨ। G ਅਤੇ P ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਅਤੇ ਲਟਕਾਏ ਗਏ ਬਲ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹਨ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਛੜ ਦਾ ਭਾਰ W ਇਸਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ G 'ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਛੜ ਬਰਾਬਰ ਆਡੀਕਾਟ (uniform cross section) ਵਾਲੀ ਅਤੇ ਸਮਅੰਗੀ ਪਦਾਰਥ ਤੋਂ ਬਣੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ G ਇਸਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ। AB = 70 cm, AG = 35 cm, AP = 30 cm, PG = 5 cm, AK<sub>1</sub> = BK<sub>2</sub> = 10 cm ਅਤੇ K<sub>1</sub>G = K<sub>2</sub>G = 25 cm ਅਤੇ, W = ਛੜ ਦਾ ਭਾਰ = 4.00 kg ਅਤੇ W<sub>1</sub> = ਲਟਕਾਇਆ ਗਿਆ ਭਾਰ = 6.00 kg; R<sub>1</sub> ਅਤੇ R<sub>2</sub> ਨਾਈਫ ਐਜ਼ਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰਾਂ ਦੇ ਲੰਬ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਬਲ ਹਨ।

ਛੜ ਦੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਲਈ

$$R_1 + R_2 - W_1 - W = 0 \quad \dots(i)$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ W<sub>1</sub> ਅਤੇ W ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਅਤੇ R<sub>1</sub> ਅਤੇ R<sub>2</sub> ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਲੱਗਦੇ ਹਨ।

ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ ਦੀ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਬਲਾਂ ਦੇ ਟਾਰਕ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਬਿੰਦੂ ਜਿਸ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਟਾਰਕ ਪਤਾ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਹੂਲੀਅਤ ਰਹੇਗੀ G ਹੈ। R<sub>2</sub> ਅਤੇ W<sub>1</sub> ਦੇ ਟਾਰਕ ਧਨਾਤਮਕ (ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ) ਅਤੇ R<sub>1</sub> ਦਾ ਟਾਰਕ (ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ) ਰਿਣਾਤਮਕ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਲਈ

$$-R_1(K_1G) + W_1(PG) + R_2(K_2G) = 0 \quad (ii)$$

ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ W = 4.00 g N, W<sub>1</sub> = 6.00 g N, ਜਿੱਥੇ g = ਗੁਰੂਤਾ ਦੇ ਕਾਰਨ ਪ੍ਰਵੇਗ  $x = 9.8 \text{ m/s}^2$

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚ ਅੰਕਿਕ ਮਾਨ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$R_1 + R_2 - 6.00g - 4.00g = 0$$

ਜਾਂ  $R_1 + R_2 = 10.00 \text{ g N} = 98\text{N}$  (iii)

ਸਮੀਕਰਨ (ii) ਤੋਂ

$$-0.25 R_1 + 0.05 W_1 + 0.25 R_2 = 0$$

ਜਾਂ  $R_2 - R_1 = 1.2g \text{ N} = 11.76 \text{ N}$  (iv)

ਸਮੀਕਰਨ (iii) ਅਤੇ (iv) ਤੋਂ

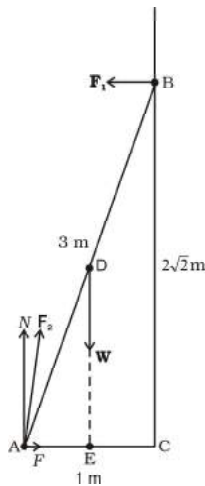
$$R_1 = 54.88 \text{ N}$$

$$R_2 = 43.12 \text{ N}$$

ਇਸ ਲਈ ਨਾਈਫ ਐਜ਼ਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰਾਂ 'ਤੇ ਪ੍ਰਤਿਕਿਰਿਆ ਬਲ ਹਨ—

$K_1$  ਤੇ  $55 \text{ N}$  ਅਤੇ  $K_2$  ਤੇ  $43 \text{ N}$  ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 7.9**  $20 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦੀ ਇੱਕ  $3 \text{ m}$  ਲੰਬੀ ਪੌੜੀ ਇੱਕ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਕੰਧ ਨਾਲ ਝੁਕਾ ਕੇ ਟਿਕਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 7.27 ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਇਸਦਾ ਹੇਠਲਾ ਸਿਰਾ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਕੰਧ ਤੋਂ  $1 \text{ m}$  ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੈ। ਕੰਧ ਅਤੇ ਫਰਸ਼ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਕਿਰਿਆ ਬਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 7.27

**ਹੱਲ :** ਪੌੜੀ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ =  $3 \text{ m}$ , ਇਸਦੇ ਪੈਰਾਂ ਦੀ ਕੰਧ ਤੋਂ ਦੂਰੀ  $AC = 1 \text{ m}$ , ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ  $BC = 2\sqrt{2} \text{ m}$  ਹੈ। ਪੌੜੀ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਹਨ - ਇਸਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ D ਤੇ ਇਸਦਾ ਭਾਰ W। ਕੰਧ ਅਤੇ ਫਰਸ਼ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਕਿਰਿਆ ਬਲ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$ । ਬਲ  $F_1$  ਕੰਧ ਦਾ ਲੰਬ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਕੰਧ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਹੈ। ਬਲ  $F_2$  ਨੂੰ ਦੋ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚ ਤੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ—ਲੰਬ ਪ੍ਰਤਿਕਿਰਿਆ ਬਲ N ਅਤੇ ਰਗੜ ਬਲ F। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ F ਪੌੜੀ ਨੂੰ ਕੰਧ ਤੋਂ ਦੂਰ ਫਿਸਲਣ ਤੋਂ ਰੋਕਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੰਧ ਵੱਲ ਹੈ। ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਲਈ, ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਬਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜ਼ੀਰੋ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$N - W = 0 \quad (i)$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖਿਤਜੀ ਬਲ ਲੈ ਲਉ ਤਾਂ

$$F - F_1 = 0 \quad (ii)$$

ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਕਾਰਨ ਬਿੰਦੂ A ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਟਾਰਕ ਲੈਣ 'ਤੇ

$$2\sqrt{2} F_1 - (1/2) W = 0 \quad (iii)$$

ਹੁਣ,  $W = 20 \text{ g} = 20 \times 9.8 \text{ N}$

$$= 196.0 \text{ N}$$

$$(g = 9.8 \text{ m/s}^2)$$

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਤੋਂ  $N = 196.0$

ਸਮੀਕਰਨ (iii) ਤੋਂ

$$F_1 = W/4\sqrt{2} = 196.0/4\sqrt{2} = 34.6 \text{ N}$$

ਸਮੀਕਰਨ (ii) ਤੋਂ  $F = F_1 = 34.6 \text{ N}$

ਇਸ ਲਈ  $F_2 = \sqrt{F^2 + N^2} = 199.0 \text{ N}$

ਬਲ  $F_2 = \sqrt{F^2 + N^2} = 199.0 \text{ N}$

ਬਲ  $F_2$  ਖਿਤਜ ਨਾਲ  $\alpha$  ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\tan \alpha = N/F = 4\sqrt{2}, \alpha = \tan^{-1}(4\sqrt{2}) \approx 80^\circ \quad \blacktriangleleft$$

### 7.9 ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ (MOMENT OF INERTIA)

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਇਹ ਉਲੇਖ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਅਸੀਂ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੀ ਚਲਾਵਾਂਗੇ। ਜਿਸ ਵਿਸ਼ੇ ਨਾਲ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਹੀ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਾਕਫ਼ ਹੋ। ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮੁੱਖ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਦੇਣਾ ਹਾਲੇ ਬਾਕੀ ਹੈ ਕਿ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਪੁੰਜ ਦੇ ਸਮਤੁੱਲ ਰਾਸ਼ੀ ਕਿਹੜੀ ਹੈ? ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਦੇਵਾਂਗੇ, ਵਿਚਾਰ ਚਰਚਾ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਆਓ, ਘੁੰਮਦੇ ਹੋਏ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤੀਜ ਊਰਜਾ (kinetic energy) ਦੇ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੀਏ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਦੇ ਹੋਏ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕਣ, ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਪੱਥ ਤੇ ਚੱਲਦਾ ਹੈ। (ਦੇਖੋ ਚਿੱਤਰ 7.16)। ਅਤੇ ਧੁਰੇ ਤੋਂ  $r_i$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਣ ਦਾ ਰੇਖੀ ਵੇਗ, ਜਿਵੇਂ ਸਮੀਕਰਨ (7.19) ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ,  $v_i = r_i \omega$  ਹੈ। ਇਸ ਕਣ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ

$$k_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

ਜਿੱਥੇ  $m_i$  ਕਣ ਦਾ ਪੁੰਜ ਹੈ। ਪਿੰਡ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਤੀਜ ਊਰਜਾ K ਇਸ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਣਾਂ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ।

$$K = \sum_{i=1}^n k_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i r_i^2 \omega^2)$$



ਇੱਥੇ  $n$  ਪਿੰਡ ਦੇ ਕੁੱਲ ਕਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਪਤਾ ਹੀ ਹੈ ਕਿ  $\omega$  ਸਾਰੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ  $\omega^2$  ਨੂੰ ਜੋੜ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਤਦ,

$$K = \frac{1}{2} \omega^2 \left( \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \right)$$

ਅਸੀਂ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲੱਛਣਾਂ ਜਾਂ ਗੁਣਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਨਵਾਂ ਪੈਰਾਮੀਟਰ (parameter) ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਦਾ ਨਾਂ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ  $I$  (moment of inertia) ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (7.34)$$

ਇਸ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਨਾਲ

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (7.35)$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਕਿ ਪੈਰਾਮੀਟਰ  $I$  ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਇਹ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਅਤੇ ਉਸ ਪੁਰੇ ਦਾ ਗੁਣ ਜਾਂ ਲੱਛਣ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਿੰਡ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (7.35) ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਘੁੰਮਦੇ ਹੋਏ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਰੇਖੀ (ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ) ਗਤੀ ਕਰਦੇ

ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ  $K = \frac{1}{2} m v^2$  ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ। ਇਥੇ  $m$  ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਅਤੇ  $v$  ਉਸਦਾ ਵੇਗ ਹੈ। ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $\omega$  (ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ) ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਵੇਗ  $v$  (ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ) ਦੀ ਸਮਤੁਲਤਾ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ, ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ, ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਪੁੰਜ ਦੇ ਸਮਤੁਲ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (7.34) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੇ ਸਰਲ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਰਾਂਗੇ।

(a) ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $R$  ਅਤੇ ਪੁੰਜ  $M$  ਦੇ ਇੱਕ ਪਤਲੇ ਰਿੰਗ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜੋ ਆਪਣੇ ਤਲ ਵਿੱਚ, ਆਪਣੇ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ  $\omega$  ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਨਾਲ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਰਿੰਗ ਦਾ ਹਰੇਕ ਪੁੰਜ ਘਟਕ ਇਸਦੇ ਪੁਰੇ ਤੋਂ  $R$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੈ ਅਤੇ  $v = R\omega$  ਚਾਲ ਨਾਲ ਚਲਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ-

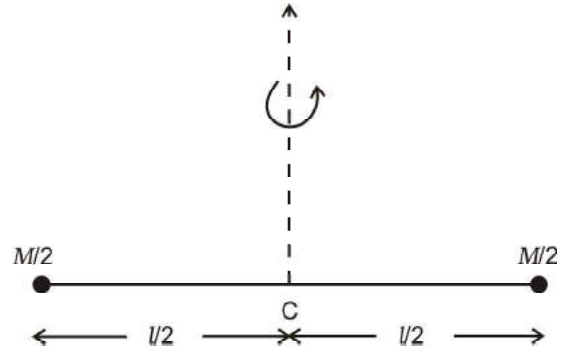
$$K = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} M R^2 \omega^2$$

ਸਮੀਕਰਨ (7.35) ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਰਿੰਗ ਦੇ ਲਈ  $I = M R^2$  ਹੈ।

(b) ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਦ੍ਰਿੜ, ਭਾਰਹੀਣ ਛੜ ਦੇ ਸਿਰਿਆਂ ਤੇ ਲਗੇ ਦੋ ਪੁੰਜਾਂ ਤੋਂ ਬਣੇ ਇੱਕ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਇਹ ਸਿਸਟਮ ਇਸ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਲੰਬਾਈ  $L$  ਦੇ ਖੜ੍ਹੇ ਦੁਆ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 7.28)। ਹਰੇਕ ਪੁੰਜ  $M/2$  ਪੁਰੇ ਤੋਂ  $L/2$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਇਹਨਾਂ ਪੁੰਜਾਂ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਹੋਵੇਗਾ,

$$(M/2)(L/2)^2 + (M/2)(L/2)^2$$

ਇਸ ਲਈ ਪੁੰਜਾਂ ਦੇ ਇਸ ਜੋੜੇ ਦਾ, ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਲੰਬਾਈ  $L$  ਦੇ ਖੜ੍ਹੇ ਦੁਆ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ  $I = M L^2/4$  ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 7.28** ਪੁੰਜ ਦੇ ਇੱਕ ਜੋੜੇ ਵਾਲੀ,  $L$  ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਛੜ, ਜੋ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਖੜ੍ਹੇ ਦੁਆ ਪੁਰੇ ਦੇ ਇਰਦ ਗਿਰਦ ਘੁੰਮ ਰਹੀ ਹੈ। ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁਲ ਪੁੰਜ  $M$  ਹੈ।

ਸਾਰਨੀ 7.1 ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਜਾਣੇ-ਪਛਾਣੇ ਨਿਯਮਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਪੁਰਿਆਂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।

ਕਿਉਂਕਿ, ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ, ਉਸਦੀ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਉਸਦੇ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਦਾ ਮਾਪ ਹੈ। ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਪੁਰੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਸਨੂੰ ਪਿੰਡ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਦਾ ਮਾਪ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਮਾਪ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਣ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੰਡੇ ਹੋਏ ਹਨ। ਪੁੰਜ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰਾਸ਼ੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਬਲਕਿ ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ, ਪਿੰਡ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਇਸਦੀ ਪੁਰੇ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਓਰੀਏਂਟੇਸ਼ਨ (orientation) ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੰਡਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਇੱਕ ਮਾਪ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਨਵਾਂ ਪੈਰਾਮੀਟਰ (Parameter) ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਪਰਿਚਕਰਣ ਅਰਧ  $\rho$  (radius of gyration) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਪਿੰਡ ਦੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਅਤੇ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ।

ਸਾਰਨੀ 7.1 ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਰੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ,  $I = M k^2$ , ਜਿੱਥੇ  $k$  ਦੀਆਂ ਵਿਮਾ ਉਹੀ ਹਨ ਜੋ ਲੰਬਾਈ ਦੀਆਂ। ਮੱਧ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਲੰਬਾਈ ਛੜ ਦੇ ਖੜ੍ਹੇ ਦੁਆ ਪੁਰੇ ਦੇ ਲਈ  $k^2 = L^2/12$  ਅਰਥਾਤ  $k = L/\sqrt{12}$  ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਕਰਾ-ਆਕਾਰ ਚਕਲੀ (ਡਿਸਕ disk) ਦਾ ਉਸਦੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਦੇ ਲਈ  $k = R/2$  ਹੈ।  $k$  ਪਿੰਡ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦਾ ਇੱਕ ਜਿਆਮਤੀ ਗੁਣ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਪਰਿਚਕਰਣ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕਿਸੇ

ਸਾਰਣੀ 7.1 ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਪੁਰਿਆਂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੁੱਝ ਨਿਯਮਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ

ਲੜੀ ਨੰ.	ਪਿੰਡ	ਧੁਰਾ	ਚਿੱਤਰ	$I$
(1)	R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਪਤਲਾ, ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦਾ ਰਿੰਗ (Ring)	ਰਿੰਗ ਦੇ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦਾ		$MR^2$
(2)	R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਪਤਲਾ, ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਜਾਂ ਰਿੰਗ	ਵਿਆਸ		$MR^2/2$
(3)	L ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਪਤਲੀ ਛੜ	ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ		$ML^2/12$
(4)	R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ	ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦਾ, ਤਲ ਤੇ ਲੰਬ		$MR^2/2$
(5)	R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ	ਵਿਆਸ		$MR^2/4$
(6)	R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਖੋਖਲਾ ਵੇਲਣ	ਵੇਲਣ ਦਾ ਧੁਰਾ		$MR^2$
(7)	R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਠੋਸ ਵੇਲਣ	ਵੇਲਣ ਦਾ ਧੁਰਾ		$MR^2/2$
(8)	R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਠੋਸ ਗੋਲਾ	ਵਿਆਸ		$2MR^2/5$

ਪਿੰਡ ਦੀ ਪਰਿਚਕਰਣ ਅਰਧ ਵਿਆਸ (radius of gyration) ਧੁਰੇ ਤੋਂ ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਕਣ ਦੀ ਦੂਰੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪੁੰਜ ਸੰਪੂਰਨ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਇਸ ਦੀ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ, ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ (moment of inertia) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਉਸਦੇ ਅਕਾਰ ਅਤੇ ਆਕ੍ਰਿਤੀ, ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇਸਦੇ ਪੁੰਜ ਦੀ ਵੰਡ ਅਤੇ ਇਸ ਧੁਰੇ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਓਰੀਐਂਟੇਸ਼ਨ (orientation) ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.34) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਅਸੀਂ ਤੁਰੰਤ ਇਸ ਸਿੱਟੇ ਤੇ ਪੁੰਜ

ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਦਾ ਵਿਮੀ ਸੂਤਰ  $ML^2$  ਅਤੇ ਇਸਦਾ SI ਮਾਤਰਕ  $kgm^2$  ਹੈ।

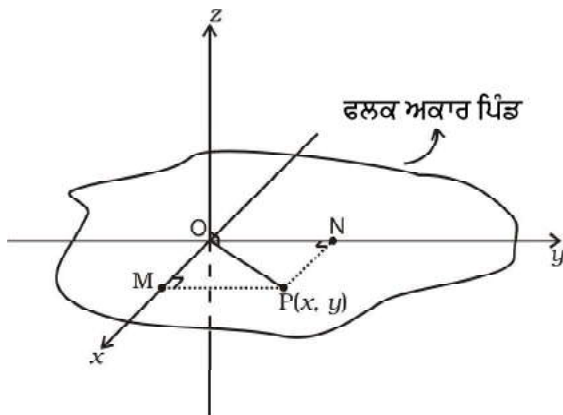
ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਰਾਸ਼ੀ  $I$  ਦੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਵਿਵਹਾਰਿਕ ਉਪਯੋਗ ਹਨ। ਭਾਫ਼ ਵਾਲਾ ਇੰਜਣ ਅਤੇ ਆਟੋਮੋਬਾਈਲ ਵਰਗੀਆਂ ਮਸ਼ੀਨਾਂ ਜੋ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਪੈਦਾ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਚਕਲੀ (disc) ਲਗੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਗਤੀਪਾਲਕ ਚੱਕਰ (flywheel), ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਆਪਣੇ ਵਿਸ਼ਾਲ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇਹ ਚੱਕਰ ਵਾਹਨ ਦੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਅਚਾਨਕ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਹੀਂ ਹੋਣ ਦਿੰਦਾ। ਇਸ ਨਾਲ ਗਤੀ ਹੌਲੀ-ਹੌਲੀ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਗੱਡੀ ਝਟਕੇ-ਖਾ ਕੇ ਨਹੀਂ ਚਲਦੀ ਅਤੇ ਵਾਹਨ ਤੇ ਸਵਾਰ ਯਾਤਰੀਆਂ ਦੇ ਲਈ ਸਵਾਰੀ ਅਰਾਮਦਾਇਕ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

**7.10 ਲੰਬ ਰੂਪ ਅਤੇ ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਯ (THEOREMS OF PERPENDICULAR AND PARALLEL AXES)**

ਇਹ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਦੋ ਉਪਯੋਗੀ ਪ੍ਰਮੇਯ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਲੰਬ ਧੁਰੇ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦਸਾਂਗੇ ਅਤੇ ਕੁਝ ਨਿਯਮਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇਸਦੇ ਕੁਝ ਸਰਲ ਉਪਯੋਗ ਸਿਖਾਂਗੇ।

**ਲੰਬ ਧੁਰਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ (Theorem of perpendicular axes)**

ਇਹ ਪ੍ਰਮੇਯ ਫਲਕ ਅਕਾਰ (planar, lamina) ਪਿੰਡਾਂ ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੋਇਆ ਕਿ ਇਹ ਉਹਨਾਂ ਪਿੰਡਾਂ ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਮੋਟਾਈ ਹੋਰ ਵਿਮਾਂ (ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਜਾਂ ਅਰਧ ਵਿਆਸ) ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੋਵੇ। ਚਿੱਤਰ 7.29 ਵਿੱਚ ਇਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਕਥਨ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੇ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕਿਸੇ ਫਲਕ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ, ਫਲਕ ਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਦੋ ਲੰਬ ਧੁਰਿਆਂ, ਜੋ ਕਿ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਸੰਗਾਮੀ ਹਨ, ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਗਿਆਤ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ।



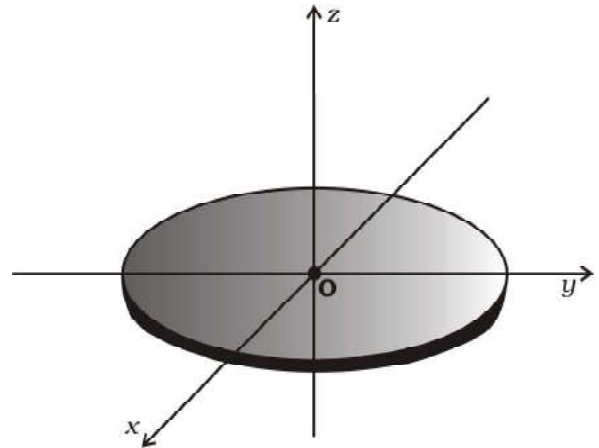
**ਚਿੱਤਰ 7.29** ਫਲਕ ਅਕਾਰ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ ਧੁਰਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ।  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਇਸਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਧੁਰੇ ਹਨ ਅਤੇ  $z$  ਧੁਰਾ ਇਸਦੇ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 7.29 ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਫਲਕ ਅਕਾਰ ਦਾ ਪਿੰਡ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ  $O$  ਤੇ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ,  $z$  ਧੁਰਾ ਹੈ। ਫਲਕ ਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ  $z$  ਧੁਰੇ ਦੇ ਸੰਗਾਮੀ, ਮਤਲਬ ਕਿ  $O$ , ਤੋਂ ਲੰਬਦੀਆਂ ਹੋਈਆਂ, ਦੋ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਧੁਰੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਨੂੰ  $x$ -ਧੁਰਾ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ  $y$ -ਧੁਰਾ ਮੰਨਿਆ ਹੈ। ਪ੍ਰਮੇਯ ਇਹ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ,

$$I_z = I_x + I_y \tag{7.36}$$

ਆਉ, ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੀ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਦੁਆਰਾ ਉਪਯੋਗਿਤਾ ਸਮਝਦੇ ਹਾਂ।

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 7.10** ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਚਕਲੀ (disc) ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਇਸਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?



**ਚਿੱਤਰ 7.30** ਇੱਕ ਵਿਆਸ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਚਕਲੀ (disc) ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ, ਜਦੋਂ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੇ, ਦੋ ਲੰਬ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ ਪਤਾ ਹੋਵੇ।

**ਹੱਲ :** ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਚਕਲੀ (disc) ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ, ਉਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ  $I = MR^2/2$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ  $M$  ਚਕਲੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਅਤੇ  $R$  ਇਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ (ਸਾਰਨੀ 7.1)

ਚਕਲੀ (disc) ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਫਲਕ ਅਕਾਰ ਪਿੰਡ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਲੰਬ ਧੁਰੇ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਇਸਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 7.30 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਚਕਲੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ  $O$  ਤੋਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਗਾਮੀ ਤਿੰਨ ਲੰਬ ਧੁਰੇ  $x, y, z$  ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਚਕਲੀ ਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੈ ਅਤੇ  $z$  ਇਸਦੇ ਲੰਬ ਹੈ। ਲੰਬ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ

$$I_z = I_x + I_y$$

ਹੁਣ,  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਧੁਰੇ ਚਕਲੀ ਦੇ ਦੋ ਵਿਆਸਾਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ ਅਤੇ ਸਮਮਿਤੀ (symmetry) ਦੇ ਵਿਚਾਰ ਨਾਲ ਹਰੇਕ ਵਿਆਸ



ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਦਾ ਮਾਨ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

$$\begin{aligned} I_x &= I_y \\ \therefore I_z &= 2I_x \\ \text{ਪਰ } I_z &= MR^2/2 \\ I_x &= I_z/2 = MR^2/4 \end{aligned}$$

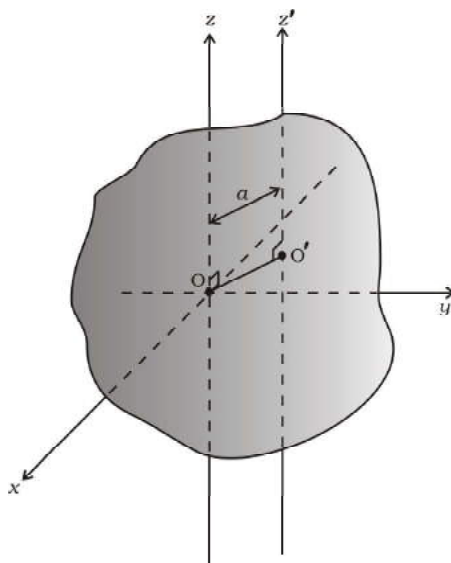
ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਚਕਲੀ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ  $MR^2/4$  ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਰਿੰਗ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਵੀ ਇਸਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਕੀ ਇਹ ਸਿਧਾਂਤ ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਵੇਲਨਾਕਾਰ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ?

### 7.10.1 ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ (Theorem of parallel axes)

ਇਹ ਪ੍ਰਮੇਯ, ਹਰੇਕ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਚਾਹੇ ਉਹ ਕਿਸੇ ਵੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਕਿਉਂ ਨਾ ਹੋਵੇ। ਜੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਉਸਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਤਾ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਉਸ ਧੁਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਕਿਸੇ ਦੂਸਰੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਇਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦਾ ਕਥਨ ਹੀ ਦੇਵਾਂਗੇ, ਇਸਦੀ ਉਤਪਤੀ ਨਹੀਂ ਕਰਾਂਗੇ। ਫਿਰ ਵੀ, ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕੁਝ ਸਰਲ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਲਾਗੂ ਕਰਕੇ ਦੇਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਉਸ ਤੋਂ ਹੀ ਇਸਦੀ ਉਪਯੋਗਿਤਾ ਸਪਸ਼ਟ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ। ਪ੍ਰਮੇਯ ਦਾ ਕਥਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ-

ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ, ਕਿਸੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ, ਉਸ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਜੋ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ



**ਚਿੱਤਰ 7.31** ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ।  $z$  ਅਤੇ  $z'$  ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਦੀ ਦੂਰੀ  $a$  ਹੈ,  $O$  ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਹੈ,  $OO' = a$

ਵਾਲੇ ਧੁਰੇ, ਜੋ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਧੁਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ, ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਲਏ ਗਏ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਅਤੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਦੋਨਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 7.31 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।  $Z'$  ਅਤੇ  $Z$  ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਦੀ ਦੂਰੀ  $a$  ਹੈ।  $z$ - ਧੁਰਾ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ  $O$  ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦਾ ਹੈ। ਤੱਦ ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ

$$I_{z'} = I_z + Ma^2 \quad (7.37)$$

ਜਿੱਥੇ  $I_z$  ਅਤੇ  $I_{z'}$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $z$  ਅਤੇ  $z'$  ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਹਨ,  $M$  ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਹੈ ਅਤੇ  $a$  ਦੋਵੇਂ ਧੁਰਿਆਂ ਵਿੱਚ ਦੀ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿਚਲੀ ਦੂਰੀ ਹੈ।

**ਉਦਾਹਰਨ 7.11** ਪੁੰਜ  $M$ , ਅਤੇ ਲੰਬਾਈ  $l$  ਵਾਲੀ ਛੜ ਦਾ, ਉਸ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ਜੋ ਇਸਦੇ ਲੰਬ ਦੇ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਸਿਰੇ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦਾ ਹੋਵੇ ?

**ਹੱਲ :**  $M$  ਪੁੰਜ ਅਤੇ  $l$  ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਛੜ ਦਾ, ਇਸਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੰਘਣ ਵਾਲੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ,  $I = Ml^2/12$  ਹੈ।

ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਲਗਾ ਕੇ,

$$I' = I + Ma^2$$

$$a = l/2 \text{ ਰੱਖਣ ਤੇ}$$

$$I' = M \frac{l^2}{12} + M \left( \frac{l}{2} \right)^2 = \frac{Ml^2}{3}$$

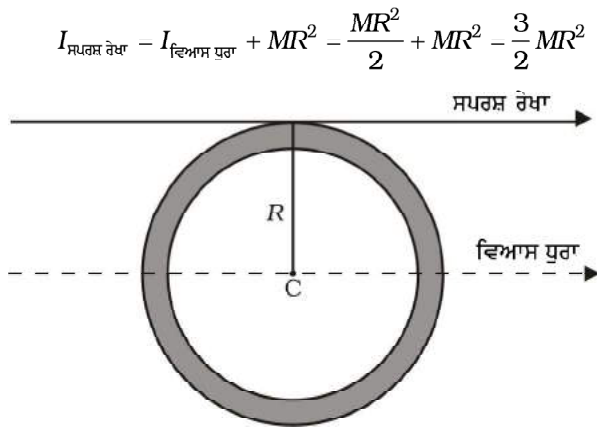
ਅਸੀਂ ਸੁਤੰਤਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਦੂਸਰੀ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਵੀ ਜਾਂਚ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਜੇ ਅਸੀਂ  $I'$  ਨੂੰ ਉਸ ਛੜ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਦਾ ਅੱਧਾ ਲਈਏ ਜਿਸਦਾ ਪੁੰਜ  $2M$  ਅਤੇ ਲੰਬਾਈ  $2l$  ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ

$$I' = 2M \cdot \frac{4l^2}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{Ml^2}{3}$$

**ਉਦਾਹਰਨ 7.12** ਕਿਸੇ ਪਤਲੇ ਰਿੰਗ ਦੇ ਘੇਰੇ (circumference) ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ (tangent) ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੀ ਸਥਿਤ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇਸਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਕੀ ਹੈ ?

**ਹੱਲ :** ਰਿੰਗ ਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਇਸਦੇ ਉੱਪਰ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਇਸਦੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਦੀ ਦੂਰੀ  $R$  ਮਤਲਬ ਰਿੰਗ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਲਗਾਉਣ ਤੇ





ਚਿੱਤਰ 7.32

**7.11 ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਸ਼ੁੱਧ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀਕੀ (KINEMATICS OF ROTATIONAL MOTION ABOUT A FIXED AXIS)**

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਮਤੁਲਤਾ ਦੇ ਸੰਕੇਤ ਦਿੱਤੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਇਹ ਕਿ ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $\omega$  ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਉਹੀ ਭੂਮਿਕਾ ਹੈ ਜੋ ਰੇਖੀ ਵੇਗ  $v$  ਦੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਮਤੁਲਤਾ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਵਧਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਵਿਚਾਰ ਚਰਚਾ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਤੱਕ ਹੀ ਸੀਮਤ ਰਖਾਂਗੇ। ਅਜਿਹੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਸੁਤੰਤਰ ਡਿਗਰੀ (degree of freedom) ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ ਅਰਥਾਤ ਇਸਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਨ ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਸੁਤੰਤਰ ਚਲ ਡਿਗਰੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹੈ। ਇਹ ਸੈਕਸ਼ਨ ਸਿਰਫ਼ ਸ਼ੁੱਧ ਗਤੀਕੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ। ਗਤੀ ਵਿਗਿਆਨ ਵਲ ਅਸੀਂ ਅਗਲੇ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਮੁਖਾਤਬ ਹੋਵਾਂਗੇ।

ਯਾਦ ਕਰੋ, ਕਿ ਕਿਸੇ ਘੁੰਮਦੇ ਹੋਏ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ (angular displacement) ਦੱਸਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੋਈ ਕਣ P ਲੈ ਲਿਆ ਸੀ (ਚਿੱਤਰ 7.33)। ਜਿਸ ਤਲ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਣ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਣ  $\theta$  ਹੈ ਜੋ ਸੰਪੂਰਨ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੈ,  $\theta$  ਇੱਕ ਨਿਯਤ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ  $x'$ -ਧੁਰਾ ਲੈ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ, ਜੋ ਬਿੰਦੂ P ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ  $x$ -ਧੁਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ  $z$ -ਧੁਰਾ, ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਧੁਰਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਣ P ਦੀ ਗਤੀ ਤਲ  $x$ - $y$  ਤਲ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 7.33 ਵਿੱਚ  $\theta_0$  ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ  $t = 0$  ਤੇ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਯਾਦ ਕਰੀਏ ਕਿ ਕੋਣੀ ਵੇਗ, ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਹੈ। ਮਤਲਬ  $\omega = d\theta/dt$  ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਕਿਉਂਕਿ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ

ਦਾ ਧੁਰਾ ਸਥਿਰ ਹੈ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਦੇ ਨਾਲ ਸਦਿਸ਼ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਵਹਾਰ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ,  $\alpha = d\omega/dt$  ਹੈ।

ਸ਼ੁੱਧ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀਕੀ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ (kinematical quantities in rotational motion), ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ( $\theta$ ), ਕੋਣੀ ਵੇਗ ( $\omega$ ) ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ( $\alpha$ ) ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸ਼ੁੱਧ ਗਤੀਕੀ ਦੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਰੇਖੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ( $x$ ), ਰੇਖੀ ਵੇਗ ( $v$ ) ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ( $a$ ) ਦੇ ਸਮਤੁੱਲ ਹਨ। ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਅਰਥਾਤ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ (uniform i.e. constant) ਦੇ ਤਹਿਤ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸ਼ੁੱਧ ਗਤੀਕੀ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ (Kinematical equations of linear motion) ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹਨ -

$$v = v_0 + at \tag{a}$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \tag{b}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \tag{c}$$

ਜਿੱਥੇ  $x_0$  = ਅਰੰਭਿਕ ਵਿਸਥਾਪਨ ਅਤੇ  $v_0$  = ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਹੈ। ਸ਼ਬਦ ‘ਅਰੰਭਿਕ’ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ  $t = 0$  ਤੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਮਾਨ।

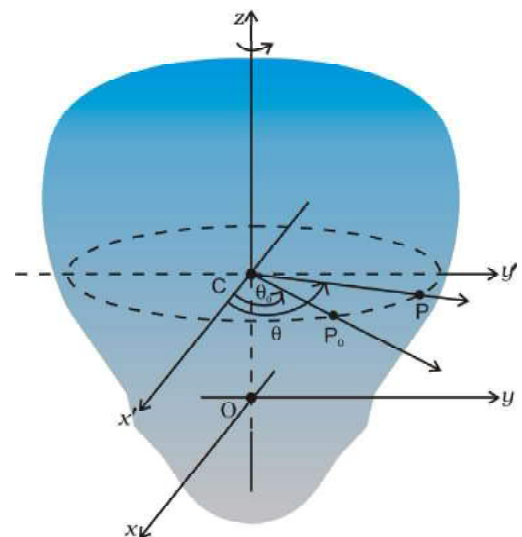
ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ, ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੋਈ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਸ਼ੁੱਧ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀਕੀ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨ ਹੋਣਗੇ-

$$\omega = \omega_0 + at \tag{7.38}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{7.39}$$

$$\text{ਅਤੇ } \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \tag{7.40}$$

ਜਿੱਥੇ  $\theta_0$  = ਘੁੰਮਦੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੈ ਅਤੇ  $\omega_0$  = ਇਸ ਪਿੰਡ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 7.33 ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਕੋਣੀ ਸਥਿਤੀ ਦਸਣਾ

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 7.13** ਮੂਲ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (7.38) ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha = \text{ਸਥਿਰ} \quad (i)$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਸਮਕਲਨ (integration) ਕਰਨ ਤੇ

$$\begin{aligned} \omega &= \int \alpha dt + c \\ &= \alpha t + c \quad (\alpha \text{ ਸਥਿਰ ਹੈ}) \end{aligned}$$

ਜਦੋਂ,  $t = 0$ ,  $\omega = \omega_0$  (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਤੋਂ,  $t = 0$  ਤੇ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\omega = c = \omega_0$$

ਇਸ ਲਈ  $\omega = \alpha t + \omega_0$ , ਜੋ ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ।

ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ  $\omega = d\theta/dt$  ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (7.38) ਦਾ ਸਮਕਲਨ ਕਰਕੇ ਸਮੀਕਰਨ 7.39 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਵਿਉਂਤਪਤੀ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (7.40) ਦੀ ਵਿਉਂਤਪਤੀ ਅਸੀਂ ਤੁਹਾਡੇ ਅਭਿਆਸ ਲਈ ਛੱਡਦੇ ਹਾਂ। ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 7.14** ਆਟੋਮੋਬਾਈਲ ਇੰਜਣ ਦਾ ਕੋਣੀ ਵੇਗ 16 ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ 1200 rpm ਤੋਂ ਵੱਧ ਕੇ 3120 rpm ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। (i) ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਇਸਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ। (ii) ਇਸ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਇੰਜਣ ਕਿੰਨੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ?

**ਹੱਲ :** (i)  $\omega = \omega_0 + \alpha t$  ਜਿੱਥੇ  $\omega_0 = \text{rad/s}$  ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਹੈ।

$$\omega_0 = 2\pi \times \text{rev/s ਵਿੱਚ ਅਰੰਭਿਕ ਕੋਣੀ ਵੇਗ}$$

$$= \frac{2\pi \times \text{rev/min ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਵੇਗ}}{60 \text{ s/min}}$$

$$= \frac{2\pi \times 1200}{60} \text{ rad/s}$$

$$= 40\pi \text{ rad/s}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ,  $\omega = \text{rad/s}$  ਵਿੱਚ ਅੰਤਿਮ ਕੋਣੀ ਵੇਗ

$$= \frac{2\pi \times 3120}{60} \text{ rad/s}$$

$$= 2\pi \times 52 \text{ rad/s}$$

$$= 104\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ, } \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = 4\pi \text{ rad/s}^2$$

ਇੰਜਣ ਦਾ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ  $4\pi \text{ rad/s}^2$  ਹੈ

(ii)  $t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$= (40\pi \times 16 + \frac{1}{2} \times 4\pi \times 16^2) \text{ rad}$$

$$= (640\pi + 512\pi) \text{ rad}$$

$$= 1152\pi \text{ rad}$$

$$\text{ਚੱਕਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ} = \frac{1152\pi}{2\pi} = 576 \quad \blacktriangleleft$$

## 7.12 ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀਕੀ (DYNAMICS OF ROTATIONAL MOTION ABOUT A FIXED AXIS)

ਸਾਰਨੀ 7.2 ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੀਆਂ ਸਮਤੁੱਲ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਸੂਚੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਪਿਛਲੇ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦੀ ਸ਼ੁੱਧ ਗਤੀਕੀ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਹੈ ਕਿ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਅਤੇ ਟਾਰਕ, ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹਨ। ਇਹ ਸਭ ਜਾਣਨ ਤੋਂ ਬਾਦ ਸਾਰਨੀ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮਤੁੱਲਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾ ਲੈਣਾ ਮੁਸ਼ਕਲ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਾਰਜ  $= F dx$  ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਾਰਜ  $\tau d\theta$  ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਹੀ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ  $dx$  ਦੇ ਸੰਗਤ ਰਾਸ਼ੀ  $d\theta$  ਹੈ ਅਤੇ  $F$  ਦੇ ਸੰਗਤ ਰਾਸ਼ੀ  $\tau$  ਹੈ। ਪਰੰਤੂ, ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਇਹ ਸੰਗਤਤਾ, ਗਤੀ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਮਜ਼ਬੂਤ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ। ਅੱਗੇ ਅਸੀਂ ਇਹੀ ਕਰਨ ਜਾ ਰਹੇ ਹਾਂ।

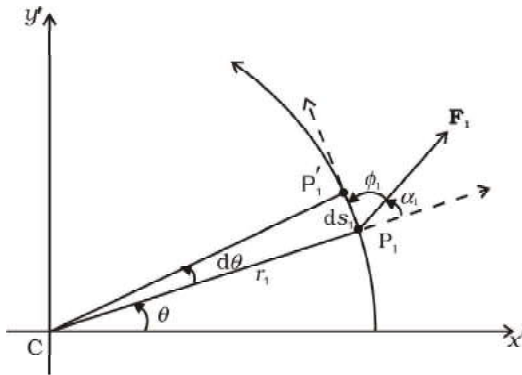
ਇਸ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਗੱਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ, ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਰਲੀਕਰਨ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦੇਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਧੁਰਾ ਸਥਿਰ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਵਿਵੇਚਨ ਵਿੱਚ ਟਾਰਕਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗਾਂ (angular momentum) ਦੇ ਘਟਕਾਂ (components) ਨੂੰ ਇਸ ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੈ ਕੇ ਹੀ ਵਿਚਾਰ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਸਮਝਦੇ ਹਾਂ। ਸਿਰਫ ਇਹੀ ਘਟਕ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਘੁੰਮਾਉਣ ਦਾ ਕੰਮ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਟਾਰਕ ਦਾ ਧੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਧੁਰੇ ਨੂੰ ਉਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਘੁੰਮਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਬੇਸ਼ੱਕ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਕੇ ਚਲਾਂਗੇ ਕਿ ਟਾਰਕ ਦੇ ਇਸ ਘਟਕ ਨੂੰ ਸੰਤੁਲਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਟਾਰਕ ਪੈਦਾ ਹੋਣਗੇ ਜੋ ਧੁਰੇ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਬਣਾਈ ਰੱਖਣ ਲਈ ਜ਼ਿੰਮੇਵਾਰ ਹੋਣਗੇ। ਇਸਲਈ ਇਹਨਾਂ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ ਟਾਰਕਾਂ ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗ ਰਹੇ ਟਾਰਕਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ

(1) ਪਿੰਡ ਤੇ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਉਹ ਬਲ ਜੋ ਘੁੰਮਣ ਧੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਤਲਾਂ ਵਿੱਚ ਹਨ ਨੂੰ ਹੀ ਲੈਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਜਿਹੜੇ ਬਲ ਧੁਰੇ ਦੇ

ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਅਤੇ ਪੂਰੇ ਨੂੰ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਟਾਰਕ ਪੈਦਾ ਕਰਦੇ ਹਨ ਨੂੰ ਲੈਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(2) ਪਿੰਡ ਦੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਸਿਰਫ਼ ਓਹੀ ਘਟਕ ਜੋ ਪੂਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਹਨ। ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਪੂਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਲਏ ਗਏ ਘਟਕਾਂ ਨੂੰ ਸਾਨੂੰ ਗਣਨਾ ਵਿੱਚ ਲੈਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

**ਟਾਰਕ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ (Work done by a torque)**



**ਚਿੱਤਰ 7.34** ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ ਦ੍ਰਿੜ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ  $F_1$  ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ। ਕਣ, ਪੂਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕੇਂਦਰ C ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਤੇ ਚਲਦਾ ਹੈ। ਚਾਪ  $P_1P_1'$  ( $ds_1$ ) ਕਣ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੱਸਦੀ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 7.34 ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਪੂਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ (rigid body) ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਘੁੰਮਣ ਪੁਰਾ, z-ਪੁਰਾ ਹੈ, ਜੋ ਸਤਹਿ ਦੇ ਲੰਬ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਉੱਪਰ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਉਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਤੇ ਵਿੱਚਾਰ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਜੋ ਪੂਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹਨ। ਪਿੰਡ ਦੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ, ਜਿਸਦੀ ਸਥਿਤੀ  $P_1$ , ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ,

ਇੱਕ ਬਲ  $F_1$  ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾ, ਪੂਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਸਹੂਲਤ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ  $x'-y'$  ਤਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ (ਇਹ ਸਾਡੇ ਸਫ਼ੇ (Page) ਦਾ ਤਲ ਹੈ)।  $P_1$  ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਣ  $r_1$  ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਦੇ ਚੱਕਰ ਤੇ ਚਲਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਪੂਰੇ ਤੇ ਹੈ,  $CP_1 = r_1$ ।

$\Delta t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ, ਕਣ,  $P_1'$  ਤੇ ਪੁੱਜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਕਣ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ  $ds_1$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $ds_1 = r_1 d\theta$  ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੈ। ਕਣ ਤੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ

$$dW_1 = \mathbf{F}_1 \cdot d\mathbf{s}_1 = F_1 ds_1 \cos \phi_1 = F_1 (r_1 d\theta) \sin \alpha_1$$

ਜਿੱਥੇ  $\phi_1$ ,  $\mathbf{F}_1$  ਅਤੇ  $P_1$  ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੇ ਵਿੱਚ ਬਣਿਆ ਕੋਣ ਹੈ, ਅਤੇ  $\alpha_1$ ,  $\mathbf{F}_1$  ਅਤੇ ਅਰਥ ਵਿਆਸ  $CP_1$  ਦੇ ਵਿੱਚਕਾਰ ਕੋਣ ਹੈ।  $\phi_1 + \alpha_1 = 90^\circ$

ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ  $\mathbf{F}_1$  ਦੇ ਕਾਰਨ ਟਾਰਕ  $\mathbf{OP}_1 \times \mathbf{F}_1$  ਹੈ।  $\mathbf{OP}_1 = \mathbf{OC} + \mathbf{CP}_1$  (ਚਿੱਤਰ 7.17 (b) ਦੇਖੋ)। ਕਿਉਂਕਿ  $\mathbf{OC}$  ਪੂਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ ਇਸਦੇ ਕਰਕੇ ਟਾਰਕ ਤੇ ਵਿੱਚਾਰ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ।  $\mathbf{F}_1$  ਦੇ ਕਾਰਨ ਪ੍ਰਭਾਵੀ ਟਾਰਕ ਹੈ।  $\tau_1 = \mathbf{CP}_1 \times \mathbf{F}_1$  ਇਹ ਘੁੰਮਣ ਪੂਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\tau_1 = r_1 F_1 \sin \alpha_1$  ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

$$dW_1 = \tau_1 d\theta$$

ਜੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਲ ਕਾਰਜ ਕਰ ਰਹੇ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਸਭ ਦੇ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਨਾਲ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕੁੱਲ ਕਾਰਜ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਲਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਲੱਗੇ ਟਾਰਕਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ ਨੂੰ  $\tau_1, \tau_2, \dots$  ਆਦਿ ਨਾਲ ਦਰਸਾਈਏ ਤਾਂ

$$dW = (\tau_1 + \tau_2 + \dots) d\theta$$

**ਸਾਰਣੀ 7.2 ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ**

ਰੇਖੀ ਗਤੀ	ਸਥਿਰ ਪੂਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ
1. ਵਿਸਥਾਪਨ $x$	ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ $\theta$
2. ਵੇਗ $v = dx/dt$	ਕੋਣੀ ਵੇਗ $\omega = d\theta/dt$
3. ਪ੍ਰਵੇਗ $a = dv/dt$	ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ, $\alpha = d\omega/dt$
4. ਪੁੰਜ $M$	ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ $I$
5. ਬਲ $F = Ma$	ਟਾਰਕ $\tau = I\alpha$
6. ਕਾਰਜ $dW = F ds$	ਕਾਰਜ $W = \tau d\theta$
7. ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ $K = Mv^2/2$	ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ $K = I\omega^2/2$
8. ਸ਼ਕਤੀ $P = Fv$	ਸ਼ਕਤੀ $P = \tau\omega$
9. ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ $p = Mv$	ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ $L = I\omega$



ਯਾਦ ਰਹੇ ਕਿ ਟਾਰਕਾਂ ਨੂੰ ਜਨਮ ਦੇਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਤਾਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਣਾਂ ਤੇ ਲੱਗ ਰਹੇ ਹਨ, ਪਰ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ  $d\theta$  ਸਾਰੇ ਕਣਾਂ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਹੁਣ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇਸ ਸੈਕਸ਼ਨ ਦੇ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ  $\tau = r_1 F_1 = r_2 F_2 = \dots = r_n F_n$   $z$ -ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸੇ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਸਰਕਾਰਕ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਕੁੱਲ ਟਾਰਕਾਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\tau$ , ਹਰੇਕ ਟਾਰਕ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ  $\tau_1, \tau_2, \dots$  ਦੇ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਮਤਲਬ  $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \dots$  ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$dW = \tau d\theta \quad (7.41)$$

ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਵਾਲੇ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗੇ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕ  $\tau$  ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਦੱਸਦਾ ਹੈ। ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਨ

$$dW = F ds$$

ਤੋਂ ਇਸਦੀ ਤੁੱਲਤਾ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੀ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.41) ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ  $dt$  ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau \omega \quad (7.42)$$

ਇਹ ਤਤਕਾਲੀ ਸ਼ਕਤੀ (instantaneous power) ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ। ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਸ਼ਕਤੀ ਦੇ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਸ਼ਕਤੀ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨ  $P = Fv$  ਨਾਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਇੱਕ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਣਾਂ ਦੀ ਕੋਈ ਆਂਤਰਿਕ ਗਤੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸ ਲਈ, ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕਾਂ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕੰਮ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਹਾਣੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵੱਧਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦੀ ਦਰ, ਸਮੀਕਰਨ (7.42) ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਦਰ ਨਾਲ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵੱਧਦੀ ਹੈ। ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਵਾਧੇ ਦੀ ਦਰ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{I\omega^2}{2} \right) = I \frac{(2\omega)}{2} \frac{d\omega}{dt}$$

ਅਸੀਂ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਪਿੰਡ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ। ਮਤਲਬ ਕਿ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪਿੰਡ ਦ੍ਰਿੜ ਬਣਿਆ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਸਾਪੇਖ ਘੁੰਮਣ ਧੁਰੇ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ।

ਤਾਂ, ਕਿਉਂਕਿ  $\alpha = d\omega/dt$ , ਇਸ ਲਈ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{I\omega^2}{2} \right) = I \omega \alpha$$

ਕਾਰਜ ਕਰਨ ਦੀ ਦਰ ਨੂੰ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਵਾਧੇ ਦੀ ਦਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਰੱਖਣ ਤੇ

$$\tau \omega = I \omega \alpha$$

$$\tau = I \alpha \quad (7.43)$$

ਸਮੀਕਰਨ (7.43) ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ  $F = ma$  ਨਾਲ ਮਿਲਦੀ ਜੁਲਦੀ ਹੈ।

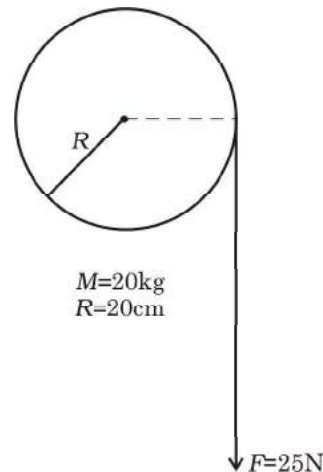
ਠੀਕ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਬਲ ਪਿੰਡ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਟਾਰਕ ਇਸ ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਲਗਾਏ ਟਾਰਕ ਦੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤੀ ਅਤੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਦੇ ਉਲਟ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.43) ਨੂੰ, ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ, ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

**ਉਦਾਹਰਨ 7.15** ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਪੁੰਜ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਰੱਸੀ 20

kg ਪੁੰਜ ਅਤੇ 20 cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਗਤੀਪਾਲਕ ਪਹੀਏ (flywheel) ਦੇ ਰਿਮ ਨਾਲ ਲਪੇਟੀ ਹੋਈ ਹੈ। ਰੱਸੀ ਤੇ 25 N ਦਾ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਖਿੱਚ ਬਲ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 7.35 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਗਤੀਪਾਲਕ ਪਹੀਏ ਵਿੱਚ ਖਿਤਜੀ ਧੁਰੇ ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਬਿਅਰਿੰਗ (Bearings) ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਰਗੜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

- (a) ਪਹੀਏ ਦੇ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।
- (b) 2m ਰੱਸੀ ਖੁਲ੍ਹਣ ਤੱਕ ਖਿੱਚ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- (c) ਇਸ ਛਿਣ ਤੇ ਪਹੀਏ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਇਹ ਮੰਨੋ ਕਿ ਪਹੀਏ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ।
- (d) ਭਾਗ (b) ਅਤੇ (c) ਦੇ ਉੱਤਰਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :



ਚਿੱਤਰ 7.35

- (a) ਇਸਦੇ ਲਈ  $I \alpha = \tau$   
ਟਾਰਕ,  $\tau = FR$   
 $= 25 \times 0.20 \text{ Nm}$  ( $\because R = 0.20\text{m}$ )  
 $= 5.0 \text{ Nm}$



ਅਤੇ  $I =$  ਆਪਣੀ ਧੁਰੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਹੀਏ ਦਾ

$$\begin{aligned} \text{ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੈਂਟ} &= \frac{MR^2}{2} \\ &= \frac{20.0 \times (0.2)^2}{2} = 0.4 \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

$$\text{ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ } \alpha = 5.0 \text{ Nm} / 0.4 \text{ kg m}^2 = 12.35 \text{ s}^{-2}$$

(b)  $2\text{m}$  ਰੱਸੀ ਖੋਲਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ  
 $= 25 \text{ N} \times 2\text{m} = 50 \text{ J}$

(c) ਮੰਨਿਆ ਕਿ  $\omega$  ਅੰਤਿਮ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਹੈ ਤਾਂ ਪਹੀਏ ਦੀ

$$\text{ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਹੋਇਆ ਵਾਧਾ} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

ਕਿਉਂਕਿ ਪਹੀਆ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚੋਂ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta, \quad \omega_0 = 0$$

ਅਤੇ ਕੋਣੀ ਵਿਸਥਾਪਨ  $\theta =$  ਰੱਸੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ/ਪਹੀਏ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ

$$= 2\text{m} / 0.2 \text{ m} = 10 \text{ rad}$$

$$\omega^2 = 2 \times 12.5 \times 10.0 = 250 \text{ (rad/s)}^2$$

ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ

$$= \frac{1}{2} \times 0.4 \times 250 = 50 \text{ J}$$

(d) ਦੋਵੇਂ ਉੱਤਰ ਬਰਾਬਰ ਹਨ, ਭਾਵ ਪਹੀਏ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ = ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ। ਇੱਥੇ ਰਗੜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਊਰਜਾ ਦੀ ਬਿਲਕੁਲ ਹਾਣੀ ਨਹੀਂ ਹੋਈ ਹੈ।

### 7.13 ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ (ANGULAR MOMENTUM IN CASE OF ROTATION ABOUT A FIXED AXIS)

ਸੈਕਸ਼ਨ 7.7 ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਿਆ ਸੀ। ਉਸ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ, ਉਸ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਉਸੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਲਏ ਗਏ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੀ ਵਿਆਪਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ,

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i \quad (7.25b)$$

ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ, ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਤੇ ਵਿੱਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸਰਲ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਲੈ ਕੇ ਫਿਰ ਪਿੰਡ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ ਇਸਦਾ ਜੋੜ ਕਢਾਂਗੇ ਅਤੇ ਪੂਰੇ ਪਿੰਡ ਲਈ  $\mathbf{L}$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\text{ਇੱਕ ਕਣ ਲਈ, } \mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

ਚਿੱਤਰ (7.17 b) ਦੇਖੋ। ਘੁੰਮ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਕਣ ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{OP} = \mathbf{r}$  ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ  $\mathbf{r} = \mathbf{OC} + \mathbf{CP}$  (ਕਿਉਂਕਿ  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ )

$$\mathbf{l} = (\mathbf{OC} \times m\mathbf{v}) + (\mathbf{CP} \times m\mathbf{v})$$

$P$  ਤੇ ਕਣ ਦੇ ਰੇਖੀ ਵੇਗ  $\mathbf{v}$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $v = \omega r_{\perp}$  ਹੈ ਜਿੱਥੇ  $r_{\perp}$ ,  $CP$  ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਜਾਂ  $P$  ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਧੁਰੇ ਤੋਂ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ ਹੈ।  $\mathbf{v}$  ਕਣ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਗਏ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਿੰਦੂ  $P$  ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ  $\mathbf{CP} \times \mathbf{v}$  ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਘੁੰਮਣ ਧੁਰਾ (ਜੋ ਇੱਥੇ  $z$ -ਧੁਰਾ ਹੈ) ਨੂੰ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{k}$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣ ਤੇ

$$\begin{aligned} \mathbf{CP} \times m\mathbf{v} &= r_{\perp} (mv) \mathbf{k} \\ &= mr_{\perp}^2 \omega \mathbf{k} \quad (v = \omega r_{\perp}) \end{aligned}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਜਾਂਚ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ  $\mathbf{OC} \times \mathbf{v}$  ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ (ਮਤਲਬ  $z$ -ਧੁਰਾ) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $\mathbf{l}$  ਦੇ ਘਟਕ ਨੂੰ  $L_z$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਣ ਤੇ

$$L_z = \mathbf{CP} \times m\mathbf{v} = mr_{\perp}^2 \omega \mathbf{k}$$

$$\text{ਅਤੇ } \mathbf{l} = L_z + \mathbf{OC} \times m\mathbf{v}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ  $L_z$  ਸਥਿਰ ਧੁਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ਪਰ  $\mathbf{l}$  ਨਹੀਂ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਘੁੰਮਣ ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ  $\mathbf{l}$  ਅਤੇ  $\omega$  ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੋਣ। ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਇਸ ਦੀ ਸੰਗਤ ਤੱਥ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ। ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੇ  $\mathbf{p}$  ਅਤੇ  $\mathbf{v}$  ਸਦਾ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਪੂਰੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਸਦੇ ਸਾਰੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ  $\mathbf{l}_i$  ਦੇ ਮਾਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਾਂਗੇ ਮਤਲਬ  $i$  ਦਾ ਮਾਨ  $1$  ਤੋਂ  $\mathbf{n}$  ਤੱਕ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ

$$\mathbf{L} = \sum \mathbf{l}_i = \sum L_{iz} + \sum \mathbf{OC}_i \times m_i \mathbf{v}_i$$

$z$ -ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਅਤੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ  $\mathbf{L}$  ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $L_z$  ਅਤੇ  $\mathbf{L}_{\perp}$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

$$\mathbf{L}_{\perp} = \sum \mathbf{OC}_i \times m_i \mathbf{v}_i \quad (7.44a)$$

ਜਿੱਥੇ  $m_i$  ਅਤੇ  $\mathbf{v}_i$ ,  $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦੇ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਵੇਗ ਹਨ ਅਤੇ  $C_1$  ਕਣ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਗਏ ਚੱਕਰ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ।

$$\mathbf{L}_z = \sum \mathbf{L}_z = \left( \sum_i m_i r_i^2 \right) \omega \mathbf{k}$$

$$\text{ਜਾਂ } \mathbf{L}_z = I\omega \mathbf{k} \quad (7.44b)$$

ਸਮੀਕਰਨ (7.44b) ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ  $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦੀ ਪੁਰੇ ਤੋਂ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ  $r_i$  ਹੈ, ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ

$$I = \sum m_i r_i^2 \text{ ਹੈ}$$

$$\text{ਧਿਆਨ ਦਿਓ } \mathbf{L} = \mathbf{L}_z + \mathbf{L}_\perp \quad (7.44c)$$

ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ, ਜਿਹਨਾਂ ਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਮੁੱਖ ਤੌਰ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਸਮਮਿਤ (Symmetric) ਹੈ ਅਰਥਾਤ, ਘੁੰਮਣ ਪੁਰਾ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅਣਗਿਣਤ ਧੁਰਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ  $\mathbf{OC}_i$  ਦੇ ਸੰਗਤ ਹਰੇਕ  $\mathbf{v}_i$  ਵੇਗ ਵਾਲੇ ਕਣ ਦੇ ਲਈ  $C_i$  ਕੇਂਦਰ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦੇ, ਵਿਆਸ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਸਿਰੇ ਤੇ,  $-\mathbf{v}_i$  ਵੇਗ ਵਾਲਾ ਦੂਸਰਾ ਕਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕਣ ਜੋੜਿਆਂ ਦਾ  $\mathbf{L}_\perp$  ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਯੋਗਦਾਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਸਮਮਿਤ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ  $\mathbf{L}_\perp$  ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_z = I\omega \mathbf{k} \quad (7.44d)$$

ਉਹਨਾਂ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ ਜੋ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਸਮਮਿਤ ਨਹੀਂ ਹਨ,  $\mathbf{L}$  ਤੇ  $\mathbf{L}_z$  ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ  $\mathbf{L}$  ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਸਾਰਨੀ 7.1 ਵਿੱਚ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਿਹੜੇ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ  $\mathbf{L} = \mathbf{L}_z$  ਲਾਗੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ?

ਆਓ, ਸਮੀਕਰਨ (7.44(b)) ਨੂੰ ਸਮੇਂ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਅਵਕਲਤ (differentiate) ਕਰੀਏ ਕਿਉਂਕਿ  $\mathbf{k}$  ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ -

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{L}_z) = \left( \frac{d}{dt}(I\omega) \right) \mathbf{k}$$

ਸਮੀਕਰਨ (7.28 b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \boldsymbol{\tau}$$

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕ ਦੇ ਸਿਰਫ ਉਹੀ ਘਟਕਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਜੋ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ  $\boldsymbol{\tau} = \tau \mathbf{k}$  ਕਿਉਂਕਿ  $\mathbf{L} = \mathbf{L}_z + \mathbf{L}_\perp$  ਅਤੇ  $\mathbf{L}_z$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ (ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{k}$ ) ਸਥਿਰ ਹੈ, ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ

$$\frac{d\mathbf{L}_z}{dt} = \tau \mathbf{k} \quad (7.45a)$$

$$\text{ਅਤੇ } \frac{d\mathbf{L}_\perp}{dt} = 0 \quad (7.45b)$$

ਇਸ ਲਈ ਸਥਿਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸਥਿਰ ਪੁਰੇ ਦੀ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਘਟਕ ਸਥਿਰ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ  $\mathbf{L}_z = I\omega \mathbf{k}$  ਸਮੀਕਰਨ (7.45a) ਤੋਂ

$$\frac{d}{dt}(I\omega) = \tau \quad (7.45c)$$

ਜੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ  $I$  ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ

$$\frac{d}{dt}(I\omega) = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha$$

ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (7.45c) ਤੋਂ

$$\tau = I\alpha \quad (7.43)$$

ਕਾਰਜ-ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸੰਬੰਧ ਤੋਂ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਵਿਉਂਤਪੰਨ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।

### 7.13.1 ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ (Conservation of angular momentum)

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹਾਂ ਕਿ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਦੀ ਮੁੜ ਪੜਚੋਲ ਕਰ ਸਕੀਏ। ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਵਿਚਾਰ ਚਰਚਾ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਤੱਕ ਸੀਮਤ ਰਖਾਂਗੇ। ਸਮੀਕਰਨ (7.45 c) ਤੋਂ, ਜੇ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ ਤਾਂ

$$\mathbf{L}_z = I\omega = \text{ਸਥਿਰ ਅੰਕ} \quad (7.46)$$

ਸਮਮਿਤ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਲਈ, ਸਮੀਕਰਨ (7.44 d) ਤੋਂ,  $\mathbf{L}_z$  ਦੇ ਸਥਾਨ ਤੇ  $L$  ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ( $L$  ਅਤੇ  $L_z$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $L$  ਅਤੇ  $L_z$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਹਨ।

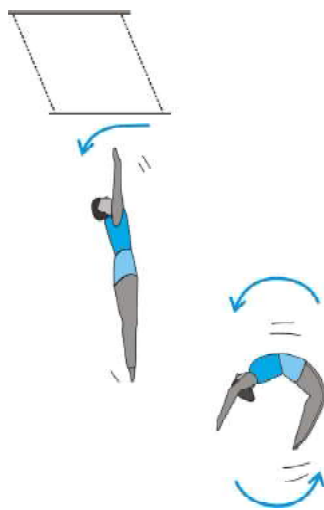
ਇਹ ਪੁਰੇ ਸਥਿਰ ਹੋਣ ਤੇ ਘੁੰਮਣ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (7.29 a) ਦਾ ਹੋਰ ਰੂਪ ਹੈ ਜੋ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦਾ ਵਿਆਪਕ ਨਿਯਮ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (7.46) ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਲਈ ਉਪਯੋਗੀ ਹੈ। ਆਪਣੇ ਮਿੱਤਰ ਦੇ ਨਾਲ ਮਿਲ ਕੇ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਇੱਕ ਘੁੰਮਣ ਵਾਲੀ ਕੁਰਸੀ ਤੇ ਬੈਠੋ, ਆਪਣੀਆਂ, ਬਾਹਾਂ ਮੋੜ ਕੇ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਪੈਰਾਂ ਨੂੰ ਜ਼ਮੀਨ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਚੁੱਕ ਕੇ ਰੱਖੋ। ਆਪਣੇ ਮਿੱਤਰ ਨੂੰ ਕਹੋ ਕਿ ਉਹ ਕੁਰਸੀ ਨੂੰ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਘੁਮਾਵੇ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਕੁਰਸੀ ਤੇਜ਼ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਘੁੰਮ ਰਹੀ ਹੋਵੇ। ਆਪਣੀਆਂ ਬਾਹਾਂ ਨੂੰ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਫੈਲਾਓ। ਕੀ ਨਤੀਜਾ ਹੋਵੇਗਾ ? ਤੁਹਾਡੀ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਘੱਟ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੀਆਂ ਬਾਹਾਂ ਨੂੰ ਫਿਰ ਸਰੀਰ ਦੇ ਨੇੜੇ ਲੈ ਜਾਉ ਤਾਂ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਫਿਰ ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਸਪੱਸ਼ਟ

ਹੈ। ਜੇ ਘੁੰਮਣ ਯੰਤਰ ਵਿਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਰਗੜ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਕੁਰਸੀ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੋਈ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕ ਪ੍ਰਭਾਵੀ ਨਹੀਂ ਰਹੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ  $I\omega$  ਦਾ ਮਾਨ ਨਿਯਤ ਹੈ। ਬਾਹਰਾਂ ਨੂੰ ਫੈਲਾਉਣ ਨਾਲ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ  $I$  ਵੱਧ ਜਾਵੇਗਾ, ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $\omega$  ਘੱਟ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ। ਬਾਹਰਾਂ ਨੂੰ ਸਰੀਰ ਦੇ ਨੇੜੇ ਲਿਆਉਣ ਨਾਲ ਉਲਟ ਹਾਲਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗੀ।



**ਚਿੱਤਰ 7.36 (a)** ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਦਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ। ਘੁੰਮਣ ਵਾਲੀ ਕੁਰਸੀ ਤੇ ਬੈਠੀ ਲੜਕੀ ਆਪਣੀਆਂ ਬਾਹਰਾਂ ਨੂੰ ਸਰੀਰ ਦੇ ਨੇੜੇ ਲਿਆਂਦੀ ਹੈ/ ਦੂਰ ਲੈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਇੱਕ ਸਰਕਸ ਦਾ ਕਲਾਬਾਜ਼ ਅਤੇ ਇੱਕ ਗੋਤਾਖੋਰ ਇਸ ਸਿਧਾਂਤ ਦਾ ਵਧੀਆ ਢੰਗ ਨਾਲ ਲਾਭ ਚੁੱਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਸਕੇਟਰਸ ਅਤੇ ਭਾਰਤੀ ਜਾਂ ਪੱਛਮੀ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਨਾਚ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਪੈਰ ਦੇ ਪੰਜੇ ਤੇ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹ ਇਸ ਸਿਧਾਂਤ ਸੰਬੰਧੀ ਆਪਣੀ ਅਸਾਧਾਰਨ ਕੁਸ਼ਲਤਾ ਦਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਕਰਦੇ ਹਨ।

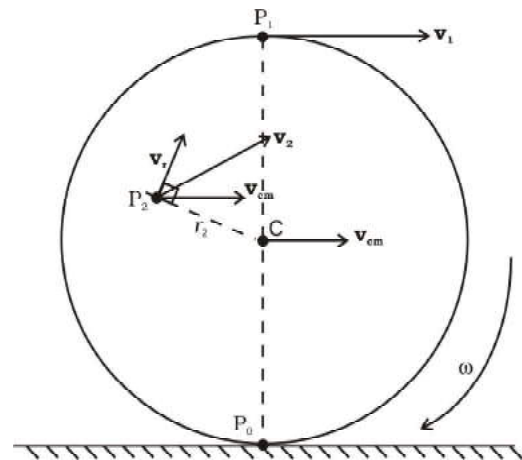


**ਚਿੱਤਰ 7.36 (b)** ਕਲਾਬਾਜ਼ ਆਪਣੀ ਕਲਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਲਾਭ ਲੈਂਦੇ ਹੋਏ।

**7.14 ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ (ROLLING MOTION)**

ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦੇਣ ਵਾਲੀਆਂ ਵਧੇਰੇ ਕਰਕੇ ਆਮ ਗਤੀਆਂ ਲੌਟਨਿਕ (Rolling) ਗਤੀਆਂ ਹਨ। ਆਵਾਜਾਈ ਵਿੱਚ ਇਸਤੇਮਾਲ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਸਾਰੇ ਪਹੀਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਪਣਾ ਅਧਿਐਨ ਸਮਤਲ ਸਤਹਿ ਤੇ ਲੁੜਕਦੀ ਹੋਈ ਇੱਕ ਚਕਲੀ (disc) (ਜਾਂ ਵੇਲਣ cylinder) ਨਾਲ ਕਰਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਕੇ ਚਲਾਂਗੇ ਕਿ ਚਕਲੀ (disc) ਬਿਨਾਂ ਫਿਸਲੇ ਲੁੜਕਦੀ (rolling) ਹੈ। ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੋਇਆ, ਕੀ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਤੇ, ਚਕਲੀ ਦੀ ਤਲੀ ਦਾ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਜੋ ਸਤਹਿ ਨਾਲ ਸੰਪਰਕ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਸਤਹਿ ਤੇ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਟਿੱਪਣੀ ਕੀਤੀ ਸੀ ਕਿ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਅਤੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਦਾ ਸੰਯੋਜਨ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਇਸਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 7.37** ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਤੇ ਇੱਕ ਚਕਲੀ ਦੀ (ਬਿਨਾਂ ਫਿਸਲੇ) ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵੀ ਛਿਣ ਤੇ ਚਕਲੀ ਦਾ ਸਤਹਿ ਨਾਲ ਸੰਪਰਕ ਬਿੰਦੂ  $P_0$  ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਚਕਲੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ  $V_{cm}$  ਵੇਗ ਨਾਲ ਚਲਦਾ ਹੈ। ਚਕਲੀ C ਤੋਂ ਲੰਘਦੀ ਪੁਰੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $\omega$  ਨਾਲ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ,  $v_{cm} = R\omega$  ਜਿੱਥੇ R ਚਕਲੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ,  $v_{cm}$  ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਚਕਲੀ (disc) ਦਾ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਵੇਗ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਚਕਲੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਇਸਦਾ ਜਿਆਮਤੀ ਕੇਂਦਰ (geometric centre) ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 7.37),  $v_{cm}$  ਬਿੰਦੂ C ਦਾ ਵੇਗ ਹੈ। ਇਹ ਸਮਤਲ ਸਤਹਿ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ। ਚਕਲੀ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ, C ਤੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੇ ਸਮਮਿਤ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਚਕਲੀ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ  $P_0, P_1$  ਜਾਂ  $P_2$  ਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਦੋ ਘਟਕ ਹਨ — ਇੱਕ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਵੇਗ  $v_{cm}$  ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਰੇਖੀ ਵੇਗ  $v_r$  ਹੈ।  $v_r$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ  $v_r = r\omega$  ਜਿੱਥੇ  $\omega$  ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਚਕਲੀ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਹੈ ਅਤੇ r ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ (ਭਾਵ C ਤੋਂ) ਦੂਰੀ ਹੈ।



ਵੇਗ  $\mathbf{v}_r$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ C ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਸਦਿਸ਼ (radius vector) ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ (7.37) ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ  $P_2$  ਦਾ ਵੇਗ ( $\mathbf{v}_2$ ) ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਘਟਕਾਂ  $\mathbf{v}_r$  ਅਤੇ  $\mathbf{v}_{cm}$  ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹਨ।  $\mathbf{v}_r$ ,  $CP_2$  ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਇਹ ਦਰਸਾਉਣਾ ਸੌਖਾ ਹੈ ਕਿ  $\mathbf{v}_z$  ਰੇਖਾ  $P_0P_2$  ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ  $P_0P_2$  ਤੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਅਤੇ  $\omega$  ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਤਤਕਾਲਿਕ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰਾ (instantaneous axis) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

$P_0$  ਤੇ, ਘੁੰਮਣ ਦੇ ਕਾਰਨ ਰੇਖੀ ਵੇਗ  $\mathbf{v}_r$  ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਵੇਗ  $\mathbf{v}_{cm}$  ਦੇ ਬਿਲਕੁਲ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ  $V_r = R\omega$  ਜਿੱਥੇ  $R$  ਚਕਲੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਇਹ ਸ਼ਰਤ ਕਿ  $P_0$  ਤਤਕਾਲਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਮੰਗ ਕਰਦੀ ਹੈ ਕਿ  $v_{cm} = R\omega$ । ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਚਕਲੀ (disc) ਜਾਂ ਵੇਲਣ ਦੀ ਬਿਨਾਂ ਫਿਸਲੇ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਹੈ,

$$v_{cm} = R\omega \quad (7.47)$$

ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੋਇਆ ਕਿ ਚਕਲੀ ਦੇ ਸ਼ੀਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ  $P_1$  ਦੇ ਵੇਗ ( $\mathbf{v}_1$ ) ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ  $v_{cm} + R\omega$  ਜਾਂ  $2v_{cm}$  ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸਮਤਲ ਸਤਹਿ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ। ਸ਼ਰਤ (7.47) ਰਿੰਗ ਜਾਂ ਗੋਲੇ ਵਰਗੀ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦੀਆਂ ਦੂਸਰੀਆਂ ਸਮਮਿਤ ਵਸਤੂਆਂ ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

### 7.14.1 ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ (Kinetic energy of rolling motion)

ਸਾਡਾ ਅਗਲਾ ਕਾਰਜ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਤੋਂ ਵੱਖਰਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਇਸ ਵਿਆਪਕ ਸਿੱਟੇ ਦੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸਥਿਤੀ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਅਸੀਂ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ( $K$ ) ਨੂੰ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ( $MV^2/2$ ) ਅਤੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਗਤੀ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ( $K$ ) ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ। ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ

$$K = K' + MV^2/2 \quad (7.48)$$

ਅਸੀਂ ਇਸ ਵਿਆਪਕ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਮੰਨ ਕੇ ਚਲਦੇ ਹਾਂ (ਦੇਖੋ ਅਭਿਆਸ 7.31), ਅਤੇ ਚਕਲੀ (disc) ਵਰਗੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ (centre of mass) ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਪਿੰਡ ਦੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ। ਜੇ ਸਾਡੀ ਸੰਕੇਤਕ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $mv_{cm}^2/2$  ਹੈ ਜਿਥੇ  $m$  ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਹੈ ਅਤੇ  $v_{cm}$  ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਪਿੰਡ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ  $K'$  ਘੁੰਮਣ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ,  $K' = I\omega^2/2$  ਹੈ, ਜਿੱਥੇ  $I$  ਇੱਕ ਢੁੱਕਵੇਂ ਪੁਰੇ (appropriate axis) ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਹੈ, ਜੋ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਚਕਲੀ ਦੇ ਲਈ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸਮਮਿਤ ਪੁਰਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} mv_{cm}^2 \quad (7.49a)$$

$I = mk^2$  ਭਰਨ ਤੇ,

$$K = \frac{1}{2} \frac{mk^2\omega^2}{R^2} + \frac{1}{2} mv_{cm}^2$$

$$\text{ਜਾਂ } K = \frac{1}{2} mv_{cm}^2 \left( 1 + \frac{k^2}{R^2} \right) \quad (7.49b)$$

ਸਮੀਕਰਨ (7.49 b) ਨਾ ਸਿਰਫ ਚਕਲੀ ਜਾਂ ਵੇਲਣ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਬਲਕਿ ਇਸ ਨੂੰ ਰਿੰਗ ਜਾਂ ਗੋਲੇ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

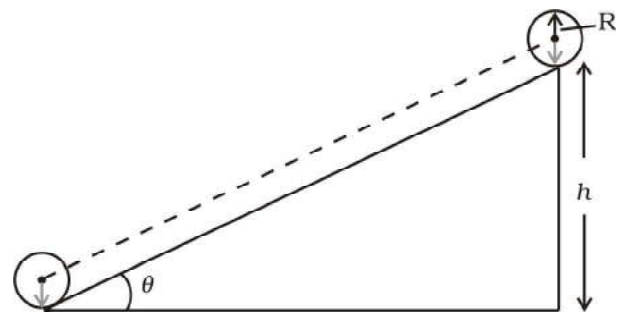
► **ਉਦਾਹਰਨ 7.16** ਤਿੰਨ ਪਿੰਡ ਇੱਕ ਰਿੰਗ, ਇੱਕ ਠੋਸ ਵੇਲਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਠੋਸ ਗੋਲਾ ਇੱਕ ਢਾਲ ਤਲ ਤੇ ਬਿਨਾਂ ਫਿਸਲੇ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਸਾਰੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਕਿਹੜਾ ਪਿੰਡ ਢਾਲ ਤਲ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵੇਗ ਨਾਲ ਪੁੰਜਦਾ ਹੈ ?

**ਹੱਲ :** ਅਸੀਂ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਲੌਟਨ ਕਰਦੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਹੈ ਅਰਥਾਤ, ਰਗੜ ਆਦਿ ਦੇ ਕਾਰਨ ਊਰਜਾ ਦੀ ਕੋਈ ਹਾਣੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸ ਲਈ ਢਾਲ ਤਲ ਤੇ ਲੜਕ ਕੇ ਹੇਠਾਂ ਆਉਣ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਜ ਊਰਜਾ ( $mgh$ ) ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਵਾਧੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗੀ। ਕਿਉਂਕਿ ਪਿੰਡ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਨ ਇਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਉਪਲਬਧ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ

$$(7.49b) \text{ ਤੋਂ } K = \frac{1}{2} mv^2 \left( 1 + \frac{k^2}{R^2} \right) \text{ ਜਿੱਥੇ } v \text{ ਪਿੰਡ (ਦੇ ਪੁੰਜ}$$

ਕੇਂਦਰ) ਦਾ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ ਹੈ।

$K$  ਅਤੇ  $mgh$  ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਰੱਖਣ ਤੇ



ਚਿੱਤਰ 7.38

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 \left( 1 + \frac{k^2}{R^2} \right)$$



$$\text{ਜਾਂ } v^2 = \left( \frac{2gh}{1 + k^2/R^2} \right)$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਕਿ  $v$  ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।

$$\text{ਰਿੰਗ ਦੇ ਲਈ } k^2 = R^2$$

$$v_{ring} = \sqrt{\frac{2gh}{1+1}} = \sqrt{gh}$$

$$\text{ਵੇਲਣ ਦੇ ਲਈ } k^2 = R^2/2$$

$$v_{cylinder} = \sqrt{\frac{2gh}{1+1/2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

$$\text{ਠੋਸ ਗੋਲੇ ਦੇ ਲਈ } k^2 = 2R^2/5$$

$$v_{sphere} = \sqrt{\frac{2gh}{1+2/5}}$$

$$= \sqrt{\frac{10gh}{7}}$$

ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜਿਆਂ ਤੋਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੀ ਤਲੀ ਦੇ ਪੁੰਜ 'ਤੇ ਤਿੰਨਾਂ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਗੋਲੇ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗਾ।

ਜੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੀ ਤਲੀ ਤੇ ਪੁੰਜਣ ਤੇ ਕਿਸ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗੀ ? ◀

#### ਸਾਰ (SUMMARY)

1. ਇੱਕ ਆਦਰਸ਼ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ (rigid body) ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਪਿੰਡ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਕਣਾਂ ਤੇ ਬਲ ਲਗਾਉਣ ਤੇ ਵੀ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚਲੀ ਦੂਰੀ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ।
2. ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਜੋ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ, ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਸਥਿਰ ਹੋਵੇ ਸਿਰਫ਼ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਹੀ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਪਿੰਡ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਵੀ ਸਥਿਰ ਨਾ ਹੋਵੇ ਉਹ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਗਤੀ ਕਰੇਗਾ ਜਾਂ ਘੁੰਮਣ ਅਤੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੋਵੇਂ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸੰਯੋਜਿਤ ਗਤੀ।
3. ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਵਿੱਚ, ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕਣ ਪੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਪੱਥ ਤੇ ਚਲਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ ਪੁਰੇ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਪੁਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।
4. ਸ਼ੁੱਧ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਵਿੱਚ, ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕਣ ਕਿਸੇ ਵੀ ਛਿਣ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚਲਦਾ ਹੈ।
5. ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $\omega = d\theta/dt$  ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਘੁੰਮਣ ਪੁਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਦੇ ਲਈ, ਸਦਿਸ਼  $\omega$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
6. ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ  $\mathbf{a}$  ਅਤੇ  $\mathbf{b}$  ਦਾ ਸਦਿਸ਼ (ਜਾਂ ਕ੍ਰਾਸ) ਗੁਣਨ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $ab \sin\theta$  ਹੈ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦਾ ਪਤਾ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਪੇਚ ਦੇ ਨਿਯਮ ਜਾਂ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
7. ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਰੇਖੀ ਵੇਗ  $\mathbf{v} = \omega \times \mathbf{r}$  ਜਿੱਥੇ  $\mathbf{r}$  ਪੁਰੇ ਤੇ ਲਏ ਗਏ ਕਿਸੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੱਸਣ ਵਾਲਾ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ। ਇਹ ਸੰਬੰਧ, ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੀ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਵਧੇਰੇ ਵਿਆਪਕ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ  $\mathbf{r}$ , ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਲੈ ਕੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲਾ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ।
8. ਕਣਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ -

$$\mathbf{R} = \frac{\sum m_i \mathbf{r}_i}{M}$$

9. ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ  $\mathbf{v} = \mathbf{P}/M$  ਦੁਆਰਾ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਥੇ  $\mathbf{P}$  ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਹੈ। ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ ਮੰਨੋ ਜਿਵੇਂ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਸੰਪੂਰਨ ਪੁੰਜ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਵੀ ਇਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਲੱਗਦੇ ਹੋਣ। ਜੇ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਕੁੱਲ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।
10.  $n$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ,

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i$$

$n$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਟਾਰਕ ਜਾਂ ਬਲ ਦੀ ਮੋਮੰਟ

$$\boldsymbol{\tau} = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i$$

$i$  ਵੇਂ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ  $\mathbf{F}_i$  ਵਿੱਚ, ਬਾਹਰੀ ਅਤੇ ਆਂਤਰਿਕ ਸਾਰੇ ਬਲ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹਨ। ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਕਿਸੇ ਦੋ ਕਣਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਬਲ, ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੱਗਦੇ ਹਨ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \boldsymbol{\tau}_{ext}$$

11. ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦੇ ਯਾਂਤਰਿਕ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਦੇ ਲਈ,
- (i) ਇਹ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ, ਅਰਥਾਤ, ਇਸ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ  $\sum \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$
- (ii) ਇਹ ਘੁੰਮਣ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ, ਅਰਥਾਤ, ਇਸ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ,  $\sum \boldsymbol{\tau}_i = \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$
12. ਕਿਸੇ ਵਿਸਤਾਰਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਕੁੱਲ ਗੁਰੂਤਾ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
13. ਕਿਸੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ  $I = \sum m_i r_i^2$  ਸੂਤਰ ਦੁਆਰਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
- ਜਿਥੇ  $r_i$  ਪਿੰਡ ਦੇ  $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦੀ ਧੁਰੇ ਤੋਂ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ ਹੈ। ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ  $K = \frac{1}{2} I \omega^2$  ਹੈ।
14. ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ -  $I_z = I_z + Ma^2$  ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ, ਇਸ ਧੁਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਅਤੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚਲੀ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
15. ਸ਼ੁੱਧ ਗਤੀਕੀ (kinematics) ਅਤੇ ਗਤੀਕੀ (dynamics) ਵਿੱਚ ਜਿਵੇਂ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਹੈ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਹੈ।
16.  $I \alpha = \tau$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕ  $\tau$  ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ  $I \omega$  ਸਥਿਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
17. ਬਿਨਾਂ ਫਿਸਲੇ ਲੈਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ  $v_{cm} = R\omega$ , ਜਿੱਥੇ  $v_{cm}$  (ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ) ਸਥਾਨਾਂਤਰ ਵੇਗ ਹੈ,  $R$  ਇਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਅਤੇ  $m$  ਪੁੰਜ ਹੈ। ਲੈਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਗਤਿਜ

$$\text{ਊਰਜਾ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ- } K = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$



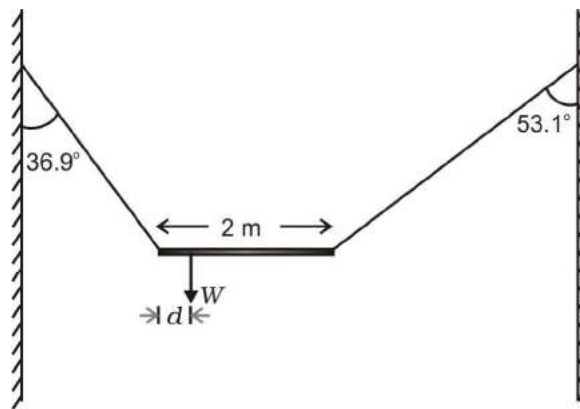
ਰਾਸ਼ੀ	ਸੰਕੇਤ	ਵਿਮ	ਮਾਤਰਕ	ਟਿੱਪਣੀ
ਕੋਣੀ ਵੇਗ	$\omega$	$[T^{-1}]$	$\text{rads}^{-1}$	$V = \omega \times r$
ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ	$L$	$[ML^2T^{-1}]$	$Js$	$L = r \times p$
ਟਾਰਕ	$\tau$	$[ML^2T^{-2}]$	$Nm$	$\tau = r \times F$
ਜੜਤਾ ਮੋਮੰਟ	$I$	$[ML^2]$	$\text{kgm}^2$	$I = \sum m_i r_{i\perp}^2$

### ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ (Points to ponder)

- ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਆੰਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਦਾ ਗਿਆਨ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦਾ ਗਿਆਨ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
- ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ, ਇਸਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਗਤੀ ਅਤੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇਸਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਰਕੇ ਵਿੱਚਾਰ ਕਰਨਾ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਗਤੀ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਇੱਕ ਉਪਯੋਗੀ ਤਕਨੀਕ ਹੈ। ਇਸ ਤਕਨੀਕ ਦਾ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ, ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ  $K$  ਨੂੰ, ਪੁੰਜ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ  $K'$  ਅਤੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ  $MV^2/2$  ਵਿੱਚ ਵੱਖ ਕਰਨਾ ਹੈ -  $K = K' + MV^2/2$
- ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ (ਜਾਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮਾਂ) ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਅਤੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਉੱਪਰ ਅਧਾਰਿਤ ਹੈ।
- ਇਹ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਕਿ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੁੱਲ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ, ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗੇ ਕੁੱਲ ਟਾਰਕ ਹਨ, ਸਾਨੂੰ ਨਾ ਸਿਰਫ਼ ਕਣਾਂ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ ਬਲਕਿ ਤੀਸਰਾ ਨਿਯਮ ਵੀ ਇਸ ਸ਼ਰਤ ਨਾਲ ਲਾਗੂ ਕਰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਕੋਈ ਦੋ ਕਣਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਬਲ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੀ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਹਨ।
- ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਅਤੇ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਟਾਰਕਾਂ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਦੋ ਸੁਤੰਤਰ ਸ਼ਰਤਾਂ ਹਨ। ਇਹ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਸ਼ਰਤ ਪੂਰੀ ਹੁੰਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੂਸਰੀ ਨਾ ਹੁੰਦੀ ਹੋਵੇ। ਬਲ ਯੁਗਮ (couple) ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਪਰ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੈ।
- ਜੇ ਕੁੱਲ ਬਾਹਰੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੁੱਲ ਟਾਰਕ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।
- ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਉਸਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਉਦੋਂ ਸੰਪਾਤੀ (coincide) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਗੁਰੂਤਾ ਖੇਤਰ ਪਿੰਡ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਿੱਸਿਆਂ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਜੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵੀ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਇਸਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ  $L$  ਕੋਣੀ ਵੇਗ  $\omega$  ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੋਵੇ। ਪਰੰਤੂ ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਵਰਨਣ ਕੀਤੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਜਿੱਥੇ ਪਿੰਡ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਧੁਰੇ ਦੇ ਇਰਦ- ਗਿਰਦ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਉਹ ਧੁਰਾ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸਮਮਿਤ ਧੁਰਾ ਵੀ ਹੋਵੇ, ਸੰਬੰਧ  $L = I\omega$  ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿੱਥੇ  $I$  ਘੁੰਮਣ ਧੁਰੇ ਦੇ ਇਰਦ- ਗਿਰਦ ਪਿੰਡ ਦਾ ਜੜਤਾ ਮੋਮੰਟ ਹੈ।

## ਅਭਿਆਸ (EXERCISE)

- 7.1** ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਪੁੰਜ ਘਣਤਾ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਲਿਖੋ -  
(a) ਗੋਲਾ (b) ਸਿਲੰਡਰ (c) ਰਿੰਗ ਅਤੇ (d) ਘਣ। ਕੀ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੀ ਹੋਵੇ ?
- 7.2** HCl ਅਣੂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਦੇ ਨਾਭਿਕਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ ਲਗਭਗ  $1.27 \text{ \AA}$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ) ਹੈ। ਇਸ ਅਣੂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਲਗਭਗ ਸਥਿਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਇਹ ਪਤਾ ਹੈ ਕਿ ਕਲੋਰੀਨ ਦਾ ਪਰਮਾਣੂ ਹਾਈਡਰੋਜਨ ਦੇ ਪਰਮਾਣੂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ 35.5 ਗੁਣਾ ਭਾਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਪਰਮਾਣੂ ਦਾ ਸਾਰਾ ਪੁੰਜ ਉਸਦੇ ਨਾਭਿਕ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- 7.3** ਕੋਈ ਬੱਚਾ ਕਿਸੇ ਚੀਕਣੇ ਖਿਤਜੀ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ  $v$  ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਕਿਸੇ ਲੰਬੀ ਟਰਾਲੀ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਰੇ 'ਤੇ ਬੈਠਾ ਹੈ। ਜੇ ਬੱਚਾ ਖੜਾ ਹੋ ਕੇ ਟਰਾਲੀ ਤੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੌੜਨ ਲੱਗਦਾ ਹੈ, ਤਦ ਸਿਸਟਮ (ਟਰਾਲੀ + ਬੱਚਾ) ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ ?
- 7.4** ਦਰਸਾਓ ਕਿ  $\mathbf{a}$  ਅਤੇ  $\mathbf{b}$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਬਣੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦਾ ਅੱਧ ਹੈ।
- 7.5** ਦਰਸਾਓ ਕਿ  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$  ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਤਿੰਨ ਸਦਿਸ਼ਾ  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  ਅਤੇ  $\mathbf{c}$  ਨਾਲ ਬਣੇ ਸਮਾਂਤਰ ਛੇ ਮੁੱਖੀ (Parallelepiped) ਦੇ ਆਇਤਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।
- 7.6** ਇੱਕ ਕਣ, ਜਿਸਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{r}$  ਦੇ  $x, y, z$  ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x, y, z$  ਹਨ ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼  $\mathbf{p}$  ਦੇ ਘਟਕ  $p_x, p_y, p_z$  ਹਨ, ਦੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ  $\mathbf{l}$  ਦੇ ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਦਰਸਾਓ ਕਿ ਜੇ ਕਣ ਸਿਰਫ  $x - y$  ਤਲ ਵਿੱਚ ਹੀ ਗਤੀਮਾਨ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਸਿਰਫ  $z$ -ਘਟਕ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- 7.7** ਦੋ ਕਣ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪੁੰਜ  $m$  ਅਤੇ ਚਾਲ  $v$  ਹੈ  $d$  ਦੂਰੀ ਵਾਲੀਆਂ, ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿੱਚ, ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲ ਰਹੇ ਹਨ। ਦਰਸਾਓ ਕਿ ਇਸ ਦੋ ਕਣ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਬਰਾਬਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਬੇਸ਼ੱਕ ਅਸੀਂ ਜਿਹੜੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਲਈਏ।
- 7.8**  $W$  ਭਾਰ ਦੀ ਇੱਕ ਅਸਮਾਨ ਛੜ (non-uniform rod) ਨੂੰ, ਉਪੇਖਣੀ ਭਾਰ (negligible weight) ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਡੋਰੀਆਂ ਨਾਲ ਚਿੱਤਰ 7.39 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਲਟਕਾ ਕੇ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਡੋਰੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ (vertical) ਨਾਲ ਬਣੇ ਕੋਣ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $36.9^\circ$  ਅਤੇ  $53.1^\circ$  ਹਨ। ਛੜ 2 m ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਹੈ। ਛੜ ਦੇ ਖੱਬੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ ਇਸ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਦੂਰੀ  $d$  ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 7.39

- 7.9** ਇੱਕ ਕਾਰ ਦਾ ਭਾਰ  $1800 \text{ kg}$  ਹੈ। ਇਸਦੀਆਂ ਅਗਲੀਆਂ ਅਤੇ ਪਿਛਲੀਆਂ ਧੁਰੀਆਂ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ  $1.8 \text{ m}$  ਹੈ। ਇਸਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ, ਅਗਲੀ ਧੁਰੀ ਤੋਂ  $1.05 \text{ m}$  ਪਿੱਛੇ ਹੈ। ਸਮਤਲ ਧਰਤੀ ਦੁਆਰਾ ਹਰੇਕ ਅਗਲੇ ਅਤੇ ਪਿਛਲੇ ਧੁਰੀਆਂ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।

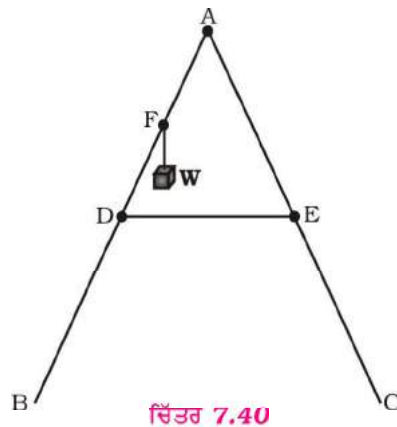


- 7.10** (a) ਕਿਸੇ ਗੋਲੇ ਦਾ, ਇਸਦੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ  $2MR^2/5$  ਹੈ, ਜਿੱਥੇ  $M$  ਗੋਲੇ ਦਾ ਪੁੰਜ ਅਤੇ  $R$  ਇਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਗੋਲੇ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇਸਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਪਤਾ ਕਰੋ।  
 (b)  $M$  ਪੁੰਜ ਅਤੇ  $R$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਕਿਸੇ ਡਿਸਕ ਦਾ ਇਸਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ  $MR^2/4$  ਹੈ। ਡਿਸਕ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਸਦੀ ਕੋਰ ਤੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਧੁਰੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇਸ ਚਕਲੀ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- 7.11** ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਇੱਕ ਖੋਖਲੇ ਵੇਲਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਠੋਸ ਗੋਲੇ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਮਿਕਦਾਰ ਦੇ ਟਾਰਕ ਲਗਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਵੇਲਣ ਆਪਣੀ ਆਮ ਸਮਮਿਤ ਧੁਰੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਗੋਲਾ ਆਪਣੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਕਿਸੇ ਧੁਰੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ। ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦੋਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਵੱਧ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲਵੇਗਾ।
- 7.12**  $20 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਠੋਸ ਸਿਲੰਡਰ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ  $100 \text{ rad s}^{-1}$  ਦੀ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਸਿਲੰਡਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $0.25 \text{ m}$  ਹੈ। ਸਿਲੰਡਰ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਕੀ ਹੈ ? ਸਿਲੰਡਰ ਦਾ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕੀ ਹੈ ?
- 7.13** (a) ਕੋਈ ਬੱਚਾ ਕਿਸੇ ਘੁੰਮਣ ਯੋਗ ਮੇਜ਼ ਤੇ ਆਪਣੀਆਂ ਦੋਵੇਂ ਬਾਹਾਂ ਬਾਹਰ ਵੱਲ ਖਿਲਾਰ ਕੇ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ। ਘੁੰਮਣਯੋਗ ਮੇਜ਼ ਨੂੰ  $40 \text{ rev/min}$  ਦੀ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਘੁੰਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਬੱਚਾ ਆਪਣੇ ਹੱਥਾਂ ਨੂੰ ਵਾਪਸ ਇਕੱਠਾ ਕਰਕੇ ਆਪਣਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਆਪਣੇ ਅਰੰਭਿਕ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਦਾ  $2/5$  ਗੁਣਾ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਉਸਦੀ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ? ਇਹ ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਇਸ ਮੇਜ਼ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਹੈ।  
 (b) ਇਹ ਦਰਸਾਓ ਕਿ ਬੱਚੇ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਨਵੀਂ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਉਸਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਹੋਏ ਇਸ ਵਾਧੇ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਿਵੇਂ ਕਰੋਗੇ ?
- 7.14**  $3 \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਅਤੇ  $40 \text{ cm}$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਕਿਸੇ ਖੋਖਲੇ ਸਿਲੰਡਰ ਤੇ ਕੋਈ ਨਿਗੁਣੇ ਪੁੰਜ (negligible mass) ਦੀ ਰੱਸੀ ਲਪੇਟੀ ਗਈ ਹੈ। ਜੇ ਰੱਸੀ ਨੂੰ  $30 \text{ N}$  ਬਲ ਨਾਲ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਸਿਲੰਡਰ ਦਾ ਕੋਣੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਰੱਸੀ ਦਾ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕੀ ਹੈ ? ਇਹ ਮੰਨਿਆ ਕਿ ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਫਿਸਲਣ ਨਹੀਂ ਹੈ।
- 7.15** ਕਿਸੇ ਰੋਟਰ ਦੀ  $200 \text{ rad s}^{-1}$  ਦੀ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਬਣਾਏ ਰੱਖਣ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਇੰਜਣ ਦੁਆਰਾ  $180 \text{ N m}$  ਦਾ ਟਾਰਕ ਲਗਾਉਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੰਜਣ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਸ਼ਕਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।  
 (ਨੋਟ : ਰਗੜ ਨਾ ਹੋਣ ਦੀ ਸੂਰਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਹੋਣ ਤੇ ਇਹ ਆਪਣੇ ਆਪ ਹੀ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਟਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ਵਿਵਹਾਰ ਵਿੱਚ ਲਗਾਏ ਗਏ ਟਾਰਕ ਦੀ ਲੋੜ ਰਗੜ ਦੁਆਰਾ ਪੈਦਾ ਕੀਤੇ ਟਾਰਕ ਨੂੰ ਖ਼ਤਮ ਕਰਨ ਲਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਇੰਜਣ ਦੀ ਸਮੱਰਥਾ  $100\%$  ਹੈ।
- 7.16**  $R$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਸਮਅੰਗੀ ਡਿਸਕ ਵਿੱਚੋਂ  $R/2$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਦਾ ਭਾਗ ਕੱਟ ਕੇ ਕੱਢ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸੁਰਾਖ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਮੂਲ ਡਿਸਕ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ  $R/2$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੈ। ਇਸ ਕੱਟੇ ਭਾਗ ਤੋਂ ਬਾਦ ਬਚੀ ਡਿਸਕ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- 7.17** ਇੱਕ ਮੀਟਰ ਛੜ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਨਾਈਫ ਐਜ (knife edge) ਰੱਖਣ ਤੇ ਇਹ ਸੰਤੁਲਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਦੋ ਸਿੱਕੇ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪੁੰਜ  $5 \text{ g}$  ਹੈ,  $12.0 \text{ cm}$  ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤੇ ਇੱਕ ਦੇ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਰੱਖੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਛੜ ਚਿੰਨ੍ਹ  $45.0 \text{ cm}$  ਤੇ ਸੰਤੁਲਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਮੀਟਰ ਛੜ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੀ ਹੈ ?
- 7.18** ਇੱਕ ਠੋਸ ਗੋਲਾ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਢਲਾਣ ਵਾਲੇ ਦੋ ਢਲਾਣ ਤਲਾਂ ਤੇ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਉੱਚਾਈ ਤੋਂ ਲੜਕਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ  
 (a) ਕੀ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਵਾਰ ਬਰਾਬਰ ਚਾਲ ਨਾਲ ਤਲੀ ਤੇ ਪੁੱਜੇਗਾ ? (b) ਕੀ ਉਸਨੂੰ ਇੱਕ ਤਲ ਤੇ ਲੜਕਾਉਣ ਵਿੱਚ ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਮਾਂ ਲਗੇਗਾ ? (c) ਜੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਕਿਸ ਤੇ ਅਤੇ ਕਿਉਂ ?

- 7.19**  $2m$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਇੱਕ ਛੱਲੇ (ਰਿੰਗ) ਦਾ ਭਾਰ  $100 \text{ kg}$  ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਖਿਤਜੀ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲੌਟਨਿਕ ਗਤੀ (rolling motion) ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਚਾਲ  $20 \text{ cm/s}$  ਹੋਵੇ। ਇਸਨੂੰ ਰੋਕਣ ਲਈ ਕਿਨ੍ਹਾਂ ਕਾਰਜ ਕਰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ।
- 7.20** ਆਕਸੀਜਨ ਅਣੂ ਦਾ ਪੁੰਜ  $5.30 \times 10^{-26} \text{ kg}$  ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਹੋ ਕੇ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਰਮਾਣੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ  $1.94 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2$  ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਗੈਸ ਦੇ ਅਜਿਹੇ ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ  $500 \text{ m/s}$  ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ, ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਦੋ ਤਿਹਾਈ ਹੈ ਅਣੂ ਦਾ ਔਸਤ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- 7.21** ਇੱਕ ਵੇਲਣ  $30^\circ$  ਕੋਣ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੇ ਢਾਲੂ ਤਲ (inclined plane) ਤੇ ਲੁੜਕਦਾ ਹੋਇਆ ਉੱਪਰ ਚੜ੍ਹਦਾ ਹੈ। ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੀ ਤਲੀ ਵਿੱਚ ਵੇਲਣ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਚਾਲ  $5 \text{ m/s}$  ਹੈ।
- (a) ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਵੇਲਣ ਕਿੰਨਾ ਉੱਪਰ ਜਾਵੇਗਾ ?
- (b) ਵਾਪਸ ਤਲੀ ਤੱਕ ਮੁੜਣ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲਗੇਗਾ।

### ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ (ADDITIONAL EXERCISES)

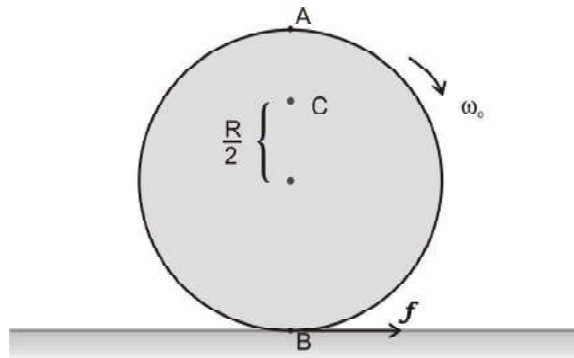
- 7.22** ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 7.40 ਵਿੱਚ ਵਿਆਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਇੱਕ ਖੜੀ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਪੌੜੀ ਦੇ ਦੋ ਪਾਸਿਆਂ BA ਅਤੇ CA ਦੀ ਲੰਬਾਈ  $1.6 \text{ m}$  ਹੈ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ A ਤੇ ਕਬਜ਼ਾ ਲਗਾ ਕੇ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਬਿਲਕੁਲ ਵਿੱਚਕਾਰੋਂ  $0.5 \text{ m}$  ਇੱਕ ਲੰਬੀ ਰੱਸੀ DE ਨਾਲ ਬੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪੌੜੀ BA ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ B ਤੋਂ  $1.2 \text{ m}$  ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਬਿੰਦੂ F ਨਾਲ  $40 \text{ kg}$  ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਰ ਲਟਕਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਫਰਸ਼ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਹੈ ਅਤੇ ਪੌੜੀ ਦੇ ਭਾਰ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਰੱਸੀ ਵਿੱਚ ਤਨਾਵ ਅਤੇ ਪੌੜੀ ਤੇ ਫਰਸ਼ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਬਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ( $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ) (ਸੰਕੇਤ : ਪੌੜੀ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸੇ ਸੰਤੁਲਨ ਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।)



- 7.23** ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਇੱਕ ਘੁੰਮਦੇ ਹੋਏ ਪਲੇਟ ਫਾਰਮ ਤੇ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ ਉਸਨੇ ਆਪਣੀਆਂ ਦੋਵੇਂ ਬਾਹਾਂ ਫੈਲਾ ਰਖੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ  $5 \text{ kg}$  ਭਾਰ ਫੜ ਕੇ ਰੱਖਿਆ ਹੈ। ਪਲੇਟਫਾਰਮ ਦੀ ਕੋਣੀ ਚਾਲ  $30 \text{ rev/min}$  ਹੈ। ਫਿਰ ਉਹ ਵਿਅਕਤੀ ਬਾਹਾਂ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਸਰੀਰ ਦੇ ਨੇੜੇ ਲੈ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਘੁੰਮਣ ਧੁਰੇ ਤੋਂ ਹਰੇਕ ਭਾਰ ਦੀ ਦੂਰੀ  $90 \text{ cm}$  ਤੋਂ ਬਦਲ ਕੇ  $20 \text{ cm}$  ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਪਲੇਟ ਫਾਰਮ ਸਹਿਤ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ ਦਾ ਮਾਨ,  $7.6 \text{ kg m}^2$  ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
- (a) ਉਸਦਾ ਨਵਾਂ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਕੀ ਹੈ ? (ਰਗੜ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕਰੋ।)
- (b) ਕੀ ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ? ਜੇ ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦਾ ਸ੍ਰੋਤ ਕੀ ਹੈ ?

- 7.24** 10 g ਪੁੰਜ ਅਤੇ 500 m/s ਚਾਲ ਵਾਲੀ ਬੰਦੂਕ ਦੀ ਗੋਲੀ ਇੱਕ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦੇ ਠੀਕ ਕੇਂਦਰ ਨਾਲ ਟਕਰਾ ਕੇ ਉਸ ਵਿੱਚ ਅੰਦਰ ਹੀ ਰਹਿ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਦਰਵਾਜ਼ਾ 1.0 m ਚੌੜਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਪੁੰਜ 12 kg ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਰੇ ਤੇ ਕਬਜ਼ੇ ਲੱਗੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘ ਕੇ ਇੱਕ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਪੂਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇਹ ਲਗਭਗ ਬਿਨਾਂ ਰਗੜ ਦੇ ਘੁੰਮ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਗੋਲੀ ਦੇ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਵਿੱਚ ਹੀ ਰਹਿ ਜਾਣ ਦੇ ਠੀਕ ਬਾਦ ਇਸਦਾ ਕੋਣੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ। (ਸੰਕੇਤ : ਇੱਕ ਸਿਰੇ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਪੂਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦਾ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ  $ML^2/3$  ਹੈ)
- 7.25** ਦੋ ਡਿਸਕਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਆਪਣੇ-ਆਪਣੇ ਧੁਰਿਆਂ (ਡਿਸਕ ਦੇ ਲੰਬ ਅਤੇ ਡਿਸਕ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੇ ਹੋਏ) ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਜੜ੍ਹਤਾ ਮੋਮੰਟ  $I_1$  ਅਤੇ  $I_2$  ਹਨ ਅਤੇ ਜੋ  $\omega_1$  ਅਤੇ  $\omega_2$  ਕੋਣੀ ਚਾਲਾਂ ਨਾਲ ਘੁੰਮ ਰਹੀਆਂ ਹਨ, ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਧੁਰਿਆਂ ਨੂੰ ਸੰਪਾਤੀ (coincide) ਕਰਕੇ ਆਹਮਣੇ-ਸਾਹਮਣੇ ਲਿਆਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। (a) ਇਸ ਦੇ ਡਿਸਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ? (b) ਇਹ ਦਰਸਾਓ ਕਿ ਇਸ ਸੰਯੋਜਿਤ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੋਵੇਂ ਡਿਸਕਾਂ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ। ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਇਸ ਹਾਣੀ ਦੀ ਤੁਸੀਂ ਵਿਆਖਿਆ ਕਿਵੇਂ ਕਰੋਗੇ?  $\omega_1 \neq \omega_2$  ਲਉ।
- 7.26** (a) ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੀ ਉਤਪਤੀ ਕਰੋ। (ਸੰਕੇਤ :  $x$ - $y$  ਤਲ ਦੇ ਲੰਬ, ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੇ ਪੂਰੇ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੇ ਪੂਰੇ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ  $(x, y)$  ਦੀ ਦੂਰੀ ਦਾ ਵਰਗ  $(x^2+y^2)$  ਹੈ)
- (b) ਸਮਾਂਤਰ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੀ ਉਤਪਤੀ ਕਰੋ (ਸੰਕੇਤ : ਜੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਲੈ ਲਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ  $\sum m_i x_i = 0$ )

- 7.27** ਸੂਤਰ  $v^2 = \frac{2gh}{(1+k^2/R^2)}$  ਨੂੰ ਗਤੀਕੀ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ (ਬਲਾਂ ਅਤੇ ਟਾਰਕਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਕੇ) ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਜਿੱਥੇ  $v$  ਲੜਕਦੇ ਪਿੰਡ (ਜਿਵੇਂ- ਰਿੰਗ, ਡਿਸਕ, ਸਿਲੰਡਰ, ਗੋਲਾ) ਦੀ ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੀ ਤਲੀ ਤੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਗਤੀ ਹੈ। ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੀ ਉਚਾਈ  $h$  ਹੈ।  $k$  ਪਰਿਚਕਰਣ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਪਿੰਡ ਆਪਣੀ ਸਮਮਿਤ ਪੂਰੇ ਤੇ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ। ਪਿੰਡ ਦਾ ਅਰਥ ਵਿਆਸ  $R$  ਹੈ। ਪਿੰਡ ਤਲ ਦੇ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚੋਂ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ।
- 7.28** ਇੱਕ ਚਕਲੀ (disc) ਜੋ ਕਿ ਆਪਣੇ ਪੂਰੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੋਣੀ ਚਾਲ  $\omega_0$  ਨਾਲ ਘੁੰਮ ਰਹੀ ਹੈ ਨੂੰ ਬਿਲਕੁਲ ਹੌਲੇ ਜਿਹੇ (ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰੀ ਧੱਕੇ ਦੇ) ਇੱਕ ਬਿਲਕੁਲ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਮੋਜ਼ ਤੇ ਰੱਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਚਕਲੀ ਦਾ ਅਰਥ ਵਿਆਸ  $R$  ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਬਿੰਦੂ  $A$ ,  $B$  ਅਤੇ  $C$  ਜੋ ਕਿ ਚਕਲੀ ਤੇ ਹਨ ਦਾ ਰੇਖੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 7.41

- 7.29** ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 7.41 ਵਿੱਚ ਡਿਸਕ ਨੂੰ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰੁੜਨ ਲਈ ਰਗੜ ਕਿਉਂ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।
- (a) ਇਸ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿ ਪੂਰਨ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲੈਟਨਿਕ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਵੇ ਬਿੰਦੂ B ਤੇ ਰਗੜ ਬਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੱਸੋ, ਰਗੜ ਕਾਰਨ ਲੱਗੇ ਟਾਰਕ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੀ ਦੱਸੋ।
- (b) ਜਦੋਂ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲੈਟਨਿਕ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਚੁੱਕੀ ਹੈ ਤਾਂ ਰਗੜ ਬਲ ਵੀ ਦੱਸੋ।



**7.30** ਇੱਕ ਠੋਸ ਡਿਸਕ ਅਤੇ ਇੱਕ ਰਿੰਗ, ਦੋਵਾਂ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $10 \text{ cm}$  ਹੈ ਨੂੰ ਇੱਕ ਖਿਤਜੀ ਮੋਜ਼ ਤੇ ਇੱਕੋ ਤੱਤਕਾਲ ਸਮੇਂ ਤੇ ਰਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਦੋਵਾਂ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਕੋਣੀ ਚਾਲ  $10 \pi \text{ rad s}^{-1}$  ਹੈ। ਕਿਹੜਾ ਪਿੰਡ ਪਹਿਲਾਂ ਰੁੜਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੇਗਾ ? ਗਤੀਕੀ ਰਗੜ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ  $\mu_k = 0.2$  ਹੈ।

**7.31** ਇੱਕ ਸਿਲੰਡਰ ਜਿਸਦਾ ਪੁੰਜ  $10 \text{ kg}$  ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $15 \text{ cm}$  ਹੈ, ਇੱਕ ਢਾਲੂ ਤਲ, ਜਿਸ ਦਾ ਕੋਣ  $30^\circ$  ਹੈ, ਤੇ ਲੋਟਨਿਕ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਥਿਤਿਕ ਰਗੜ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ  $\mu_s = 0.25$  ਹੈ।

(a) ਸਿਲੰਡਰ ਤੇ ਕਿੰਨਾਂ ਰਗੜ ਬਲ ਲਗ ਰਿਹਾ ਹੈ ?

(b) ਲੋਟਨਿਕ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਰਗੜ ਬਲ ਦੇ ਵਿਰੁਧ ਕਿੰਨਾਂ ਕਾਰਜ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ?

(c) ਜੇ ਢਾਲੂ ਤਲ ਦੇ ਕੋਣ  $\theta$  ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ  $\theta$  ਦੇ ਕਿਸ ਮੂਲ ਤੇ ਸਿਲੰਡਰ ਫਿਸਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦੇਵੇਗਾ ਅਤੇ ਸ਼ੁੱਧ ਲੋਟਨਿਕ ਗਤੀ ਨਹੀਂ ਕਰੇਗਾ ?

**7.32** ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨਪੂਰਵਕ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ ਕਿ ਠੀਕ ਜਾਂ ਗਲਤ ਕਿਉਂ ਹਨ ?

(a) ਲੋਟਨਿਕ ਗਤੀ ਦੌਰਾਨ, ਰਗੜ ਬਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(b) ਲੋਟਨਿਕ ਗਤੀ ਦੌਰਾਨ ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਤਤਕਾਲ ਚਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

(c) ਲੋਟਨਿਕ ਗਤੀ ਦੌਰਾਨ ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਤਤਕਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

(d) ਸ਼ੁੱਧ ਲੋਟਨਿਕ ਗਤੀ ਲਈ, ਰਗੜ ਵਿਰੁੱਧ ਕਾਰਜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ।

(e) ਇੱਕ ਬਿਲਕੁਲ ਰਗੜ ਰਹਿਤ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੋਂ ਇੱਕ ਪਹੀਆ ਕੇਵਲ ਫਿਸਲ ਸਕਦਾ ਹੈ। (ਲੋਟਨਿਕ ਗਤੀ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ)

**7.33** ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਅਤੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਵੱਖ ਕਰਨਾ -

(a) ਦਰਸਾਓ  $\mathbf{p} = \mathbf{p}' + m_i \mathbf{V}$  ਜਿੱਥੇ  $\mathbf{p}_i$   $i$  ਵੇਂ ਕਣ (ਜਿਸ ਦਾ ਪੁੰਜ  $m_i$  ਹੈ) ਦਾ ਸੰਵੇਗ ਹੈ ਅਤੇ  $\mathbf{p}'_i = m_i \mathbf{v}'_i$  ਨੋਟ ਕਰੋ  $\mathbf{v}'_i$   $i$  ਵੇਂ ਕਣ ਦਾ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਹੈ। ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਸਿੱਧ ਕਰੋ  $\sum \mathbf{p}'_i = 0$

(b) ਦਰਸਾਓ  $K = K' + \frac{1}{2}MV^2$

ਜਿੱਥੇ  $K$  ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕਣਾਂ ਦਾ ਵੇਗ ਲਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ  $K'$  ਅਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸਿਸਟਮ ਅਰਥਾਤ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ  $MV^2/2$  ਹੈ

ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਸੈਕਸ਼ਨ 7.14 ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ।

(c) ਦਰਸਾਓ  $\mathbf{L} = \mathbf{L}' + \mathbf{R} \times M\mathbf{V}$  ਜਿੱਥੇ  $\mathbf{L}' = \sum \mathbf{r}'_i \times \mathbf{p}'_i$  ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੁਆਲੇ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਹੈ ਜਦੋਂ ਵੇਗ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਲਏ ਗਏ ਹਨ। ਯਾਦ ਰੱਖੋ  $\mathbf{r}'_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{R}$ ; ਬਾਕੀ ਨੋਟੇਸ਼ਨਾਂ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਵਰਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਨੋਟ ਕਰੋ  $\mathbf{L}'$  ਅਤੇ  $M\mathbf{R} \times \mathbf{V}$  ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਅਤੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(d) ਦਰਸਾਓ  $\frac{d\mathbf{L}'}{dt} = \sum \mathbf{r}'_i \times \frac{d\mathbf{p}'_i}{dt}$

ਅਤੇ ਇਹ ਵੀ ਦਰਸਾਓ

$$\frac{d\mathbf{L}'}{dt} = \boldsymbol{\tau}'_{ext}$$

ਜਿੱਥੇ  $\boldsymbol{\tau}'_{ext}$  ਬਾਹਰਲੇ ਟਾਰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਸਿਸਟਮ ਤੇ ਲੱਗ ਰਹੇ ਹਨ (ਸੰਕੇਤ : ਪੁੰਜ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਤੇ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ। ਮੰਨ ਲਓ ਕੋਈ ਦੋ ਕਣਾਂ ਵਿੱਚ ਲੱਗ ਰਹੇ ਆਂਤਰਿਕ ਬਲਾਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕਣਾਂ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।)



**ਪਲੂਟੋ - ਇੱਕ ਬੌਣਾ ਗ੍ਰਹਿ**  
**Pluto - A Dwarf Planet**

ਇੰਟਰਨੈਸ਼ਨਲ ਐਸਟਰੋਨਾਮੀਕਲ ਯੂਨੀਅਨ (IAU) ਦਾ IAU 2006 ਆਮ ਇਜਲਾਸ ਚੋਕ ਰਿਪਬਲਿਕ ਦੇ ਪਰੇਗ ਵਿੱਖੇ 24 ਅਗਸਤ 2006 ਨੂੰ ਹੋਇਆ, ਜਿੱਥੇ ਸੌਰ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਨਵੀਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਨੂੰ ਆਪਣਾਇਆ ਗਿਆ। ਇਸ ਅਨੁਸਾਰ ਪਲੂਟੋ ਹੁਣ ਗ੍ਰਹਿ ਨਹੀਂ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸੌਰ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਅੱਠ ਗ੍ਰਹਿ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹਨ : ਬੁੱਧ, ਸ਼ੁੱਕਰ, ਧਰਤੀ, ਮੰਗਲ, ਬ੍ਰਹਿਸਪਤੀ, ਸ਼ਨੀ, ਯੂਰੇਨਸ ਅਤੇ ਨੇਪਚੂਨ। (IAU) ਦੇ ਦਸਤੂਰ ਅਨੁਸਾਰ ਸਾਡੀ ਸੌਰ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ 'ਗ੍ਰਹਿ' ਅਤੇ ਹੋਰ ਪਿੰਡਾਂ ਨੂੰ, ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ, ਖਗੋਲੀ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਵਰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੱਖਰੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ -

1. 'ਗ੍ਰਹਿ' ਇੱਕ ਖਗੋਲੀ ਪਿੰਡ ਹੈ (a) ਜੋ ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਆਰਬਿਟ (orbit) ਵਿੱਚ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੈ। (b) ਜਿਸਦਾ ਇੰਨਾਂ ਪੁੰਜ ਹੋਵੇ ਕਿ ਉਹ ਆਪਣੀ ਗੁਰੂਤਾ ਨੂੰ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਬਲਾਂ ਤੇ ਕਾਬੂ ਪਾਉਣ ਲਈ ਵਰਤੇ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਆਕਾਰ ਗੋਲਾਕਾਰ ਹੋ ਜਾਵੇ (hydrostatic equilibrium shape) ਅਤੇ (c) ਆਪਣੇ ਆਰਬਿਟ ਦੇ ਆਸ-ਪਾਸ ਸਫ਼ਾਈ ਰੱਖੇ।
2. ਇੱਕ dwarf planet ਬੌਣਾ ਗ੍ਰਹਿ ਅਜਿਹਾ ਖਗੋਲੀ ਪਿੰਡ ਹੈ -  
(a) ਜੋ ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਆਰਬਿਟ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ। (b) ਜਿਸਦਾ ਇੰਨਾਂ ਪੁੰਜ ਹੋਵੇ ਕਿ ਉਹ ਆਪਣੀ ਗੁਰੂਤਾ ਨੂੰ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡ ਬਲਾਂ ਤੇ ਕਾਬੂ ਪਾਉਣ ਲਈ ਵਰਤੇ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਅਕਾਰ ਗੋਲਾਕਾਰ ਹੋ ਜਾਵੇ (hydrostatic equilibrium shape) ਅਤੇ (c) ਆਪਣੇ ਆਰਬਿਟ ਦੇ ਆਸ ਪਾਸ ਸਫ਼ਾਈ ਨਾ ਰੱਖ ਸਕੇ। (d) ਜੋ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਨਾ ਹੋਵੇ।
3. ਬਾਕੀ ਸਾਰੇ 'ਹੋਰ ਪਿੰਡ' (other objects), ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ, ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ, ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮੂਹਿਕ ਤੌਰ ਤੇ 'small solar-system bodies' ਕਿਹਾ ਜਾਵੇਗਾ।

ਸੌਰ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਬਾਕੀ ਅੱਠ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਤੋਂ ਅਲੱਗ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਪਲੂਟੋ ਦੇ ਆਰਬਿਟ 'ਹੋਰ ਪਿੰਡਾਂ' ਅਤੇ ਨੇਪਚੂਨ ਦੇ ਆਰਬਿਟਾਂ ਨਾਲ ਓਵਰਲੈਪ ਕਰਦਾ ਹੈ। 'ਹੋਰ ਪਿੰਡਾਂ' ਵਿੱਚ ਹੁਣ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਐਸਟਰਾਇਡ (asteroids) ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਟਰਾਂਸ ਨੇਪਚੂਨੀਅਨ (trans-neptunian) ਪਿੰਡ (TNOs), ਪੂਛਲ ਤਾਰੇ (comets) ਅਤੇ ਹੋਰ ਛੋਟੇ ਪਿੰਡ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹਨ।

ਉਪਰੋਕਤ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ ਪਲੂਟੋ ਇੱਕ 'ਬੌਣਾ ਗ੍ਰਹਿ' ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਪਛਾਣ ਨਵੇਂ ਵਰਗ ਟਰਾਂਸ ਨੇਪਚੂਨੀਅਨ ਪਿੰਡ ਦੇ ਪ੍ਰੋਟੋਟਾਈਪ (prototype) ਵਜੋਂ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ।

ਪਰਿਮਾਣੀ ਬਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ।



## ਪਾਠ- 8

## ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ (GRAVITATION)

- 8.1 ਭੂਮਿਕਾ
- 8.2 ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਨਿਯਮ
- 8.3 ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਵਿਸ਼ਵਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ
- 8.4 ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਰ ਅੰਕ
- 8.5 ਧਰਤੀ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ
- 8.6 ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਅੰਦਰ ਵੱਲ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਵੱਲ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ
- 8.7 ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤੀਜ ਉਰਜਾ
- 8.8 ਪਲਾਇਨ ਚਾਲ
- 8.9 ਭੂਮੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ
- 8.10 ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਉਰਜਾ
- 8.11 ਜੀਓਸਟੇਸ਼ਨਰੀ ਅਤੇ ਪੋਲਰ ਉਪਗ੍ਰਹਿ
- 8.12 ਭਾਰਗੀਣਤਾ
  - ਸਾਰ
  - ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ
  - ਅਭਿਆਸ
  - ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ

### 8.1 ਭੂਮਿਕਾ (INTRODUCTION)

ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਜੀਵਨਕਾਲ ਦੇ ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਹੀ ਸਾਰੇ ਪਦਾਰਥਾਂ ਦੀ ਧਰਤੀ ਵੱਲ ਆਕਰਸ਼ਿਤ ਹੋਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਤੋਂ ਜਾਣੂ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ। ਕੋਈ ਵੀ ਵਸਤੂ ਜੋ ਉੱਪਰ ਸੁੱਟੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਉਹ ਧਰਤੀ ਵੱਲ ਡਿਗਦੀ ਹੈ, ਪਹਾੜ ਤੋਂ ਥੱਲੇ ਉਤਰਣ ਲੱਗੇ ਉਨੀ ਬਕਾਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਜਿੰਨੀ ਪਹਾੜ ਤੇ ਚੜ੍ਹਨ ਲੱਗੇ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉੱਪਰੋਂ ਬੱਦਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਵਰਖਾ ਦੀਆਂ ਬੂੰਦਾਂ ਧਰਤੀ ਵੱਲ ਡਿਗਦੀਆਂ ਹਨ, ਅਤੇ ਅਜਿਹੇ ਹੋਰ ਵੀ ਬਹੁਤ ਵਰਤਾਰੇ (Phenomena) ਹਨ। ਇਤਿਹਾਸ ਅਨੁਸਾਰ ਇਟਲੀ ਦੇ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨੀ ਗੈਲੀਲਿਓ (1564-1642) ਨੇ ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕੀਤੀ ਕਿ ਸਾਰੇ ਪਿੰਡ, ਬੇਸ਼ੱਕ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਕੁੱਝ ਵੀ ਹੋਣ, ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਧਰਤੀ ਵੱਲ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਅਜਿਹਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਇਸ ਤੱਥ ਦਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਆਮ ਲੋਕਾਂ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਕੀਤਾ ਸੀ। ਸਚਾਈ ਲੱਭਣ ਲਈ, ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਢਾਲੂ ਤਲਾਂ ਤੇ ਰੁੜ੍ਹਦੇ (ਲੋਟਦੇ, rolling) ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕੁੱਝ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਇੱਕ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਸੀ, ਜੋ ਬਾਦ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਵਧੇਰੇ ਕਰਕੇ ਸ਼ੁੱਧ ਮੁੱਲਾਂ ਦੇ ਕਾਫ਼ੀ ਨੇੜੇ ਸੀ।

ਆਦਿ ਕਾਲ ਤੋਂ ਹੀ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਦੇਸ਼ਾਂ ਵਿੱਚ ਤਾਰਿਆਂ, ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਵਰਗੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਿਲਕੁਲ ਵੱਖਰੇ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਵਰਤਾਰੇ ਧਿਆਨ ਖਿੱਚਣ ਦਾ ਵਿਸ਼ਾ ਰਹੇ ਹਨ। ਆਦਿ ਕਾਲ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੁਆਰਾ ਅਕਾਸ਼ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦੇਣ ਵਾਲੇ ਤਾਰਿਆਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕੀਤੀ ਗਈ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਲ-ਦਰ-ਸਾਲ ਕੋਈ ਬਦਲਾਵ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਾਚੀਨ ਕਾਲ ਵਿੱਚ ਦੇਖੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਵਧੇਰੇ ਰੋਚਕ ਪਿੰਡ ਵੀ ਦੇਖੇ ਗਏ, ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਗ੍ਰਹਿ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਜੋ ਤਾਰਿਆਂ ਦੀ ਪਿੱਠ ਭੂਮੀ ਵਿੱਚ ਨਿਯਮਿਤ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਗ੍ਰਹਿ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਚੀਨ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਮਾਡਲ ਨੂੰ ਹੁਣ ਤੋਂ ਲਗਭਗ 2000 ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਪਟਾਲਮੀ (Ptolemy) ਨੇ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਕੀਤਾ ਸੀ। ਇਹ 'ਭੂ-ਕੇਂਦਰੀ' (Geocentric) ਮਾਡਲ ਸੀ, ਜਿਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਾਰੇ ਅਕਾਸ਼ੀ ਪਿੰਡ, ਤਾਰੇ, ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਗ੍ਰਹਿ ਧਰਤੀ ਦੀ ਪਰਿਕਰਮਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਮਾਡਲ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਅਕਾਸ਼ੀ ਪਿੰਡਾਂ (Celestial bodies) ਦੀ ਸੰਭਾਵਿਤ ਗਤੀ ਸਿਰਫ਼ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਗਤੀ ਹੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਸੀ। ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀਆਂ ਪ੍ਰੇਖਿਤ ਗਤੀਆਂ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਪਟਾਲਮੀ ਨੇ ਗਤੀਆਂ ਦੀ ਜਿਸ ਯੋਜਨਾ ਨੂੰ ਅਗਾਂਹ ਵਧਾਇਆ ਉਹ ਬੜੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੀ। ਇਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਨੂੰ ਚੱਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਪਰਿਕਰਮਾਂ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਨੂੰ ਖੁਦ ਇੱਕ ਵੱਡੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਸੀ। ਇਸ ਤੋਂ ਲਗਭਗ 400 ਸਾਲ ਬਾਅਦ



ਭਾਰਤੀ ਖਗੋਲ ਸ਼ਾਸਤਰੀਆਂ ਨੇ ਵੀ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਬਾਰੇ ਦੱਸਿਆ। ਪਰੰਤੂ, ਆਰਿਆਭਟ (Aryabhatta) (5ਵੀਂ ਸਦੀ ਵਿੱਚ) ਨੇ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਆਪਣੇ ਸ਼ੋਧ ਪ੍ਰਬੰਧ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਵਧੀਆ ਮਾਡਲ ਦਾ ਵਰਣਨ ਕੀਤਾ ਸੀ, ਜਿਸ ਨੂੰ 'ਸੂਰਜ ਕੇਂਦਰੀ ਮਾਡਲ' (heliocentric model) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸੂਰਜ ਨੂੰ ਸਾਰੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇੱਕ ਹਜ਼ਾਰ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਪੋਲੈਂਡ ਦੇ ਇੱਕ ਇਸਾਈ ਭਿਖਸੂ ਜਿਸਦਾ ਨਾਂ ਨਿਕੋਲਸ ਕੋਪਰਨਿਕਸ (Nicolas Copernicus 1473-1543) ਸੀ, ਨੇ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਵਿਕਸਿਤ ਮਾਡਲ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਕੀਤਾ ਜਿਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਾਰੇ ਗ੍ਰਹਿ, ਕੇਂਦਰੀ ਸਥਾਨ ਤੇ ਸਥਿਤ ਸਥਿਰ ਸੂਰਜ, ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੱਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਪਰਿਕਰਮਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਗਿਰਜਾਘਰ ਨੇ ਇਸ ਸਿਧਾਂਤ ਤੇ ਸ਼ੱਕ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ, ਪਰ ਇਸ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਮੁੱਖ ਸਮਰਥਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਗੈਲੀਲਿਓ ਵੀ ਸਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਤੇ ਸ਼ਾਸਨ ਦੁਆਰਾ, ਆਸਥਾ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਹੋਣ ਕਾਰਨ ਮੁਕੱਦਮਾ ਚਲਾਇਆ ਗਿਆ।

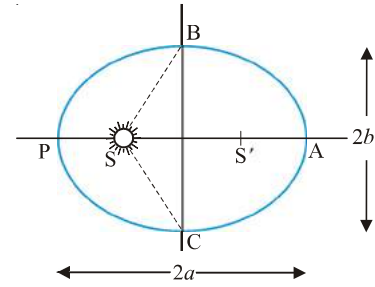
ਲਗਭਗ ਗੈਲੀਲਿਓ ਦੇ ਹੀ ਕਾਲ ਵਿੱਚ ਡੇਨਮਾਰਕ ਦੇ ਇੱਕ ਕੁਲੀਨ ਪੁਰਖ ਟਾਇਕੋ ਬ੍ਰਾਹੇ (Tycho Brahe) (1546-1601) ਨੇ ਆਪਣਾ ਸਾਰਾ ਜੀਵਨ ਕਾਲ ਆਪਣੀਆਂ ਨੰਗੀਆਂ ਅੱਖਾਂ ਨਾਲ ਸਿੱਧੇ ਹੀ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਅਭਿਲੇਖਣ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਲਗਾ ਦਿੱਤਾ। ਉਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਾਦ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਹਾਇਕ ਜੋਹਾਨਸ ਕੇਪਲਰ (Johannes Kepler) (1571-1640) ਦੁਆਰਾ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕੀਤਾ ਗਿਆ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸਾਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਨਿਯਮਾਂ ਦੁਆਰਾ ਪੇਸ਼ ਕੀਤਾ, ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੁਣ ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ (laws of kepler) ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਨਿਯਮ ਨਿਊਟਨ ਨੂੰ ਪਤਾ ਸਨ। ਇਹਨਾਂ ਨਿਯਮਾਂ ਨੇ ਨਿਊਟਨ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਸਰਵਵਿਆਪਕ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਕਰਕੇ ਅਸਧਾਰਨ ਵਿਗਿਆਨੀਆਂ ਦੀ ਪੰਕਤ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹੋਣ ਯੋਗ ਬਣਾਇਆ।

### 8.2 ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਨਿਯਮ (KEPLER'S LAWS)

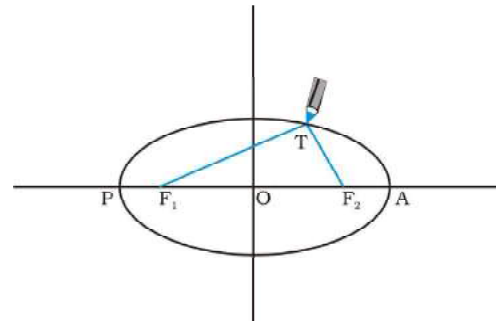
ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਤਿੰਨ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਉਲੇਖ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ —

**1. ਆਰਬਿਟਾਂ (ਜਾਂ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ) ਦਾ ਨਿਯਮ (Law of orbits)** - ਸਾਰੇ ਗ੍ਰਹਿ ਇਲਪਸੀ (elliptical) ਆਰਬਿਟਾਂ (orbits) ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸੂਰਜ ਇਸ ਕਕਸ਼ਾ ਦੇ, ਇੱਕ ਫੋਕਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 8.1 a)

ਇਹ ਨਿਯਮ ਕਾਪਰਨਿਕਸ ਦੇ ਮਾਡਲ ਤੋਂ ਅਲੱਗ ਸੀ। ਜਿਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਗ੍ਰਹਿ ਸਿਰਫ ਚੱਕਰੀ ਪੱਥਾਂ (ਕਕਸ਼ਾ) (orbits) ਵਿੱਚ ਹੀ ਗਤੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਲਪਸ, ਜਿਸਦਾ [ਚੱਕਰ (circle), ਇਲਪਸ ਦਾ ਇੱਕ ਖਾਸ ਕੇਸ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। (Circle is a special case of ellipse)] ਇੱਕ ਬੰਦ ਵਕਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਿਸ ਨੂੰ ਸੌਖਿਆਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ



**ਚਿੱਤਰ 8.1** (a) ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਇਆ ਅੰਡਾਕਾਰ ਪੱਥ (ਇਲਪਸ) (ellipse)। ਸੂਰਜ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਨੇੜੇ ਵਾਲਾ ਬਿੰਦੂ P ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਦੂਰ ਵਾਲਾ ਬਿੰਦੂ A ਹੈ। P ਨੂੰ ਉਪਸ਼ੇਰ (perihelion) ਅਤੇ A ਨੂੰ ਅਪਸ਼ੇਰ (apehelion) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸੇਮੀਮੇਜਰ (semi-major) ਧੁਰਾ, ਦੂਰੀ AP ਦਾ ਅੱਧਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

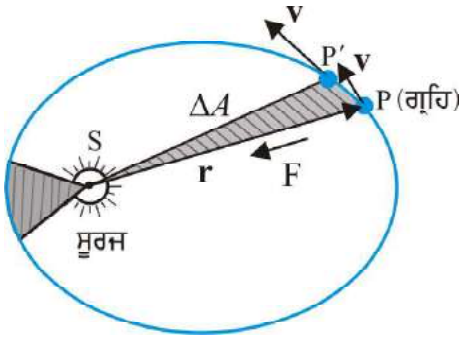


**ਚਿੱਤਰ 8.1** (b) ਇੱਕ ਇਲਪਸ ਖਿੱਚਣਾ। ਇੱਕ ਡੋਰੀ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਸਿਰੇ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$  ਸਥਿਰ ਹਨ। ਪੈਨਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ ਦੁਆਰਾ ਡੋਰੀ ਨੂੰ ਖਿੱਚ ਕੇ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਇਹਨਾਂ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚਲਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$  ਨੂੰ ਚੁਣੋ। ਇੱਕ ਡੋਰੀ ਲੈ ਕੇ ਇਸ ਦੇ ਸਿਰਿਆਂ ਨੂੰ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$  ਤੇ ਪਿੰਨਾਂ ਨਾਲ ਬੰਨ੍ਹੋ। ਪੈਨਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ ਨਾਲ ਡੋਰੀ ਨੂੰ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਡੋਰੀ ਨੂੰ ਖਿੱਚੀ ਹੋਈ ਰੱਖ ਕੇ ਪੈਨਸਿਲ ਨੂੰ ਚਲਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਬੰਦ ਵਕਰ ਖਿੱਚੋ। (ਚਿੱਤਰ 8.1 (b) ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਬੰਦ ਵਕਰ (closed curve) ਨੂੰ ਇਲਪਸ (ellipse) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ T ਤੇ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$  ਤੋਂ ਦੂਰੀਆਂ ਦਾ ਜੋੜ ਨਿਸ਼ਚਿਤ (ਸਥਿਰ) ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਬਿੰਦੂ  $F_1$  ਅਤੇ  $F_2$  ਨੂੰ ਮਿਲਾਉ ਅਤੇ ਇਸ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਵਧਾਓ ਜਿਸ ਨਾਲ ਇਹ ਇਲਪਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 8.1(b) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਬਿੰਦੂਆਂ P ਅਤੇ A ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਰੇਖਾ PA ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਇਲਪਸ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ ਅਤੇ ਲੰਬਾਈ  $PO = AO$  ਇਲਪਸ ਦਾ ਸੇਮੀਮੇਜਰ (semi-major) ਜਾਂ ਅਰਧ ਵੱਡਾ ਧੁਰਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਲਈ ਦੋਨੋਂ ਨਾਭੀਆਂ (ਫੋਕਸ, Focus ਬਹੁਵਚਨ Foci) ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਵਿੱਚ ਮਿਲ ਵਲੀਨ ਹੋ ਕੇ ਇਕ ਹੋ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਸੇਮੀਮੇਜਰ (ਅਰਧ ਵੱਡਾ) ਧੁਰਾ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



**2. ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਨਿਯਮ (Law of areas) –** ਸੂਰਜ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਬਰਾਬਰ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਖੇਤਰਫਲ ਬੁਹਾਦਰੀ (sweep) ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 8.2) ਇਹ ਨਿਯਮ ਇਸ ਪ੍ਰੇਖਣ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗ੍ਰਹਿ ਉਸ ਸਮੇਂ ਹੌਲੀ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਜਾਪਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਹ ਸੂਰਜ ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸੂਰਜ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋਣ ਤੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਤੇਜ਼ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 8.2

**3. ਆਵਰਤ ਕਾਲਾਂ ਦਾ ਨਿਯਮ (Law of periods) –** ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ ਜਿਸ ਨੂੰ ਆਵਰਤ ਕਾਲ (Time Period) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਦਾ ਵਰਗ ਉਸ ਗ੍ਰਹਿ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਇਲਿਪਸ ਦੇ ਅਰਧ ਵੱਡੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਘਣ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਅੱਗੇ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸਾਰਨੀ (8.1) ਵਿੱਚ ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਅੱਠ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੇ ਲਗਭਗ ਆਵਰਤ ਕਾਲ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅਰਧ-ਵੱਡੇ-ਧੁਰੇ ਦੇ ਮਾਨਾਂ ਸਮੇਤ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹਨ—

ਗ੍ਰਹਿ	a	T	G
ਬੁੱਧ	5.79	0.24	2.95
ਸ਼ੁੱਕਰ	10.8	0.615	3.00
ਧਰਤੀ	15.0	1	2.96
ਮੰਗਲ	22.8	1.88	2.98
ਬ੍ਰਹਿਸਪਤੀ	77.8	11.9	3.01
ਸ਼ਨੀ	143	29.5	2.98
ਯੂਰੇਨਸ	287	84	2.98
ਨੇਪਚੂਨ	450	165	2.99
ਪਲੂਟੋ*	590	248	2.99

\* ਪਾਠ 7 ਦੇ ਆਖਰੀ ਪੰਨੇ ਤੇ ਪਲੂਟੋ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦਿੱਤੀ ਹੈ।

ਸਾਰਨੀ 8.1 ਅੱਗੇ ਦਿੱਤੇ ਗ੍ਰਹਿ ਗਤੀਆਂ ਦੀ ਮਾਪ ਦੇ ਅੰਕੜੇ ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਆਵਰਤ-ਕਾਲਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰਦੇ ਹਨ।

- (a) = ਅਰਧ ਵੱਡਾ ਧੁਰਾ  $10^{10}$  m ਦੇ ਮਾਤਰਕਾਂ ਵਿੱਚ
- T = ਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਪਰਿਕਰਮਾਂ ਆਵਰਤ ਕਾਲ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ
- (y) (Time period of revolution)
- G = ਭਾਰਫਲ ( $T^2/a^3$ ),  $10^{-34} y^2 m^{-3}$

ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਣ (Conservation of angular momentum) ਦਾ ਨਤੀਜਾ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੋ ਸਾਰੇ ਕੇਂਦਰੀ ਬਲਾਂ ਲਈ ਮੰਨਣਯੋਗ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ, ਕੇਂਦਰੀ ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਗ੍ਰਹਿ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਸਦਿਸ਼ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਸੂਰਜ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ (origin) ਤੇ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਵੀ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਸੰਵੇਗ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $r$  ਅਤੇ  $p$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਦ m ਪੁੰਜ ਦੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦੁਆਰਾ  $\Delta t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਸਵੀਪ ਕੀਤੇ ਖੇਤਰਫਲ  $\Delta A$ । (ਚਿੱਤਰ 8.2) ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\Delta A = \frac{1}{2} (r \times v \Delta t) \quad (8.1)$$

ਇਸ ਲਈ

$$\begin{aligned} \Delta A / \Delta t &= \frac{1}{2} (r \times p) / m, \text{ (ਕਿਉਂਕਿ } v = p/m) \\ &= L / (2m) \end{aligned} \quad (8.2)$$

ਜਿੱਥੇ  $v$  ਵੇਗ ਹੈ ਅਤੇ  $L$  ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਹੈ ਜੋ  $(r \times p)$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਜੋ  $r$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਦੇ ਲਈ,  $L$  ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਗ੍ਰਹਿ ਪਰਿਕਰਮਾਂ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅੰਤਿਮ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ  $\Delta A / \Delta t$  ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ। ਇਹੀ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਨਿਯਮ ਹੈ। ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਬਲ ਵੀ ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਨਿਯਮ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣੀ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਇਸੇ ਗੁਣ ਦਾ ਪਾਲਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 8.1** ਮੰਨ ਲਓ ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਉਪਸ਼ੌਰ (Perihelion) (ਸੂਰਜ ਸਮੀਪਕ ਬਿੰਦੂ) ਤੇ (ਚਿੱਤਰ 8.1(a)) ਚਾਲ  $v_p$  ਹੈ, ਅਤੇ ਸੂਰਜ ਤੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਦੂਰੀ  $SP = r_p$  ਹੈ।  $(r_p, v_p)$  ਅਤੇ ਅਪਸ਼ੌਰ (Aphelion) ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਮਾਨ  $(r_A, v_A)$  ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰੋ। ਕੀ ਗ੍ਰਹਿ, BAC ਅਤੇ CPB ਪਥ ਤੈਅ ਕਰਨ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਸਮਾਂ ਲਵੇਗਾ ?

**ਹੱਲ :** ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ-

$$L_p = m_p r_p v_p$$

ਕਿਉਂਕਿ ਨਿਰੀਖਣ ਦੁਆਰਾ ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ  $r_p$  ਅਤੇ  $v_p$  ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ,  $L_A = m_p r_A v_A$  ਹੈ। ਤਦ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਤੋਂ

$$m_p r_p v_p = m_p r_A v_A$$

$$\text{ਜਾਂ} \quad \frac{v_p}{v_A} = \frac{r_A}{r_p}$$

ਕਿਉਂਕਿ  $r_A > r_p$ ,  $v_p > v_A$

ਇਲਿਪਸ ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਸਦਿਸ਼ਾਂ SB ਅਤੇ SC ਦੁਆਰਾ ਘੇਰਿਆ ਗਿਆ ਖੇਤਰਫਲ SBAC, SBPC ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 8.1 a) ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਬਰਾਬਰ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਖੇਤਰਫਲ ਸਵੀਪ (sweep) ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਗ੍ਰਹਿ, ਪੱਥ CPB ਨੂੰ ਤੈਅ ਕਰਨ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਪੱਥ BAC ਨੂੰ ਤੈਅ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਸਮਾਂ ਲਵੇਗਾ।



**ਜੋਹਾਨਸ ਕੇਪਲਰ (1571-1630) (Johannes Kepler)**

ਜਰਮਨ ਮੂਲ ਦੇ ਵਿਗਿਆਨੀ ਸਨ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਟਾਇਕੋ ਬ੍ਰਾਹੇ (Tycho Brahe) ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਹਿਯੋਗੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਿਹਨਤ ਨਾਲ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰੇਖਣਾ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ

ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਤਿੰਨ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਪੇਸ਼ ਕੀਤਾ। ਕੇਪਲਰ ਖ਼ਦ ਬ੍ਰਾਹੇ ਦੇ ਸਹਾਇਕ ਸਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਨਿਯਮਾਂ ਤੱਕ ਪੁੱਜਣ ਵਿੱਚ 16 ਸਾਲਾਂ ਦਾ ਲੰਬਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗਿਆ। ਉਹ ਪਹਿਲੇ ਵਿਅਕਤੀ ਸਨ ਜਿਹਨਾਂ ਨੇ ਇਹ ਦੱਸਿਆ ਕਿ ਦੂਰਦਰਸ਼ੀ (Telescope) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਕਰਨ ਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸਲਈ, ਉਹ ਜਿਆਮਤੀ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਕੀ (Geometrical Optics) ਦੇ ਸੰਸਥਾਪਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਜਾਣੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

### 8.3 ਗੁਰੂਤਾਆਕਰਸ਼ਨ ਦਾ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ

#### (UNIVERSAL LAW OF GRAVITATION)

ਇੱਕ ਦੰਦ ਕਥਾ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਰੁੱਖ ਤੋਂ ਡਿਗਦੇ ਸੇਬ ਦਾ ਪ੍ਰੇਖਣ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਨਿਊਟਨ ਨੂੰ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਦੇ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ ਤਕ ਪੁੱਜਣ ਦੀ ਪ੍ਰੇਰਣਾ ਮਿਲੀ ਜਿਸ ਨਾਲ ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਗੁਰੂਤਾ

ਆਕਰਸ਼ਨ ਦੇ ਸਪਸ਼ਟੀਕਰਨ ਦਾ ਰਸਤਾ ਖੁੱਲ੍ਹਿਆ। ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਆਪਣੀ ਸੋਚ ਸਮਝ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਇਹ ਅਨੁਭਵ ਕੀਤਾ ਕਿ  $R_m$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ (orbit) ਵਿੱਚ ਪਰਿਕ੍ਰਮਾ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਚੰਦਰਮਾ ਤੇ ਧਰਤੀ ਦੀ ਗੁਰੂਤਾ ਕਾਰਨ ਇੱਕ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ (centripetal) ਪ੍ਰਵੇਗ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ।

$$a_m = \frac{V^2}{R_m} = \frac{4\pi^2 R_m}{T^2} \quad (8.3)$$

ਇੱਥੇ  $V$  ਚੰਦਰਮਾ ਦੀ ਚਾਲ ਹੈ ਜੋ ਆਵਰਤ-ਕਾਲ  $T$  ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਦੱਸੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸੰਬੰਧਤ ਹੈ,  $V = 2\pi R_m / T$ । ਆਵਰਤ ਕਾਲ  $T$  ਦਾ ਮਾਨ ਲਗਭਗ 27.3 ਦਿਨ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਸਮੇਂ ਤੱਕ  $R_m$  ਦਾ ਮਾਨ ਲਗਭਗ  $3.84 \times 10^8 \text{m}$  ਪਤਾ ਲੱਗ ਚੁੱਕਿਆ ਸੀ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮੀਕਰਨ (8.3) ਵਿੱਚ ਭਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ  $a_m$  ਦਾ ਜੋ ਮਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਪੈਦਾ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ  $g$  ਦੇ ਮਾਨ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦਾ ਮਾਨ ਦੂਰੀ ਦੇ ਨਾਲ ਘੱਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਲਈਏ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਦਾ ਮਾਨ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਉਲਟ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ  $a_m \propto R_m^{-2}$  ਅਤੇ  $g \propto R_E^{-2}$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ (ਜਿੱਥੇ  $R_E$  ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ), ਜਿਸ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਸੰਬੰਧ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

$$\frac{g}{a_m} = \frac{R_m^2}{R_E^2} \approx 3600 \quad (8.4)$$

ਜੋ  $g \approx 9.8 \text{ m s}^{-2}$  ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (8.3) ਤੋਂ  $a_m$  ਦੇ ਮਾਨ ਦੇ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰੇਖਣ ਨੇ ਨਿਊਟਨ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਦੇ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਮਾਰਗ ਦਰਸ਼ਨ ਦਿੱਤਾ :

“ਇਸ ਬ੍ਰਾਹਮੰਡ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਪਿੰਡ ਹਰ ਦੂਸਰੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਆਕਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਦੋਵੇਂ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚਲੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਉਲਟ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।”

ਇਹ ਕੋਟੇਸ਼ਨ (quotation) ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਮਸ਼ਹੂਰ ਸ਼ੋਧ ਪ੍ਰਬੰਧ “ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਦਰਸ਼ਨ ਦੇ ਗਣਿਤਕ ਸਿਧਾਂਤ” ‘Mathematical Principles of Natural Philosophy’ ਜਿਸ ਨੂੰ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਿੰਸੀਪਿਆ (Principia) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



### ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ (Central forces)

ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ, ਕਿ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਕਿਸੇ ਇਕਲੇ ਕਣ ਦੇ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਵਿੱਚ, ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਅੱਗੇ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ,

$$\frac{dl}{dt} = r \times F$$

ਜੇ ਉਸ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਟਾਰਕ  $\tau = r \times F$  ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕਣ ਦਾ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ (angular momentum) ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਇਹ ਉਦੋਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਜਾਂ ਤਾਂ  $F$  ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਬਲ  $r$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ। ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ ਜੋ ਦੂਸਰੀ ਸ਼ਰਤ ਪੂਰੀ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਉਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ ਜੋ ਇਹ ਸ਼ਰਤ ਪੂਰੀ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ, ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਹੀ ਜਾਂ ਤਾਂ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਿੰਦੂ ਵਲ ਜਾਂ ਇਸ ਤੋਂ ਦੂਰ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਮਤਲਬ, ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਬਲ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ (Position Vector) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। (ਦੇਖੋ ਚਿੱਤਰ)। ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ  $F$ , ਸਿਰਫ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਬਲ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਦੂਰੀ,  $r$  ਉੱਪਰ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ,  $F = F(r)$ ।

ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਦੇ ਤਹਿਤ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸਦਾ ਹੀ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਦੋ ਸਿੱਧੇ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(1) ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਦੇ ਤਹਿਤ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸੀਮਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

(2) ਬਲ ਦੇ ਕੇਂਦਰ (ਮਤਲਬ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਿੰਦੂ) ਤੋਂ, ਲਏ ਗਏ ਕਣ ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ (Position Vector) ਦਾ ਖੇਤਰਫਲੀ ਵੇਗ (areal velocity) ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕਹੀਏ ਤਾਂ ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਦੇ ਤਹਿਤ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਕਣ ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਬਰਾਬਰ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਖੇਤਰਫਲ ਬੁਹਾਰਦਾ (sweeps out) ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਕਥਨਾਂ ਦੀ ਉਤਪਤੀ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ। ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਸ਼ਾਇਦ ਇਹ ਜਾਣਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ

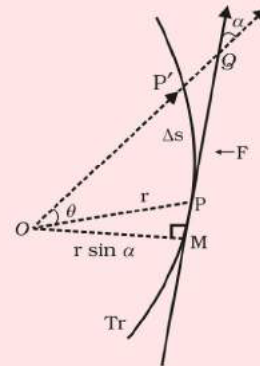
ਖੇਤਰਫਲੀ ਵੇਗ,  $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \sin \alpha \dot{\theta}$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਵੇਚਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਸੀਂ ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਨਾਲ ਇਸਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਸਹੂਲਤ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸੂਰਜ ਨੂੰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਭਾਰਾ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰਹੇ। ਗ੍ਰਹਿ ਤੇ ਸੂਰਜ ਦਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਸਦਾ ਸੂਰਜ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਬਲ ਸ਼ਰਤ  $F = F(r)$  ਵੀ ਪੂਰੀ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ,  $F = Gm_1m_2/r^2$  ਜਿੱਥੇ  $m_1$  ਅਤੇ  $m_2$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਗ੍ਰਹਿ ਅਤੇ ਸੂਰਜ ਦੇ ਪੁੰਜ ਹਨ ਅਤੇ  $G$  ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਦਾ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ। ਇਸਲਈ ਉਪਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਦੋਵੇਂ ਕਥਨਾਂ (1) ਅਤੇ (2) ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਕਥਨ (2) ਕੇਪਲਰ ਦਾ ਮਸ਼ਹੂਰ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਹੈ।

$T_r$  ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਦੇ ਤਹਿਤ, ਕਣ ਦਾ ਗਮਨ ਪੱਥ (trajectory) ਹੈ। ਕਣ ਦੀ ਕਿਸੇ ਸਥਿਤੀ  $P$  ਤੇ ਬਲ  $OP$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।  $O$  ਬਲ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਲੈ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।  $\Delta t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕਣ  $P$  ਅਤੇ  $P'$  ਤਕ ਚਾਪ  $\Delta s = v \Delta t$  ਦੇ ਉਪਰ ਚਲਦਾ ਹੈ। ਗਮਨ ਪੱਥ (trajectory) ਦੇ ਬਿੰਦੂ  $P$  ਤੇ ਖਿਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ  $PQ$  ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।  $\Delta t$  ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ,  $r$  ਸੈਕਟਰ  $POP' \approx (r \sin \alpha) PP'/2 \approx (r v \sin \alpha) \Delta t/2$ ।

ਗਣਿਤਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ  $m_2$  ਤੇ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ  $m_1$  ਦੇ ਕਾਰਨ  $F$  ਬਲ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ

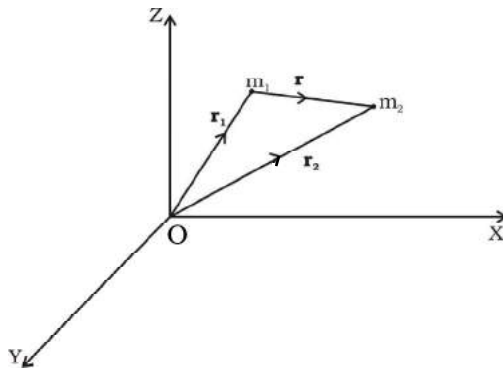
$$|F| = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (8.5)$$



ਸਮੀਕਰਨ (8.5) ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= G \frac{m_1 m_2}{r^2} (-\hat{\mathbf{r}}) \\ &= -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \\ &= -G \frac{m_1 m_2}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} \end{aligned}$$

ਜਿੱਥੇ  $G$  ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣੀ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $\hat{\mathbf{r}}$ ,  $m_1$  ਤੋਂ  $m_2$  ਤੱਕ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ (unit vector) ਹੈ ਅਤੇ  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 8.3 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



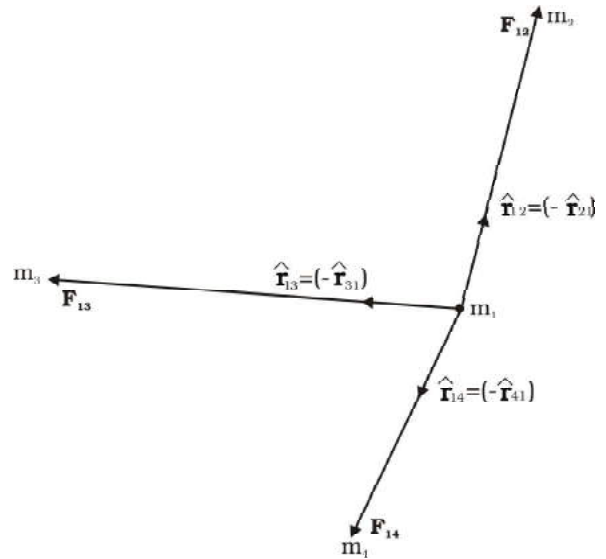
**ਚਿੱਤਰ 8.3**  $m_2$  ਦੇ ਕਾਰਨ  $m_1$  ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ  $\mathbf{r}$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿਚ ਹੈ ਜਿੱਥੇ  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  ਜਾਂ  $\mathbf{r} = (r_2 - r_1)$  ਹੈ।

ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਆਕਰਸ਼ੀ ਬਲ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ  $m_2$  ਤੇ  $m_1$  ਦੇ ਕਾਰਨ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਬਲ  $\mathbf{F}$ ,  $-\mathbf{r}$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਗਤੀ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ  $m_1$  ਉੱਪਰ  $m_2$  ਦੇ ਕਾਰਨ ਬਲ  $-\mathbf{F}$  ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $m_1$  ਉੱਪਰ  $m_2$  ਦੇ ਕਾਰਨ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ  $\mathbf{F}_{12}$  ਅਤੇ  $m_2$  ਉੱਪਰ  $m_1$  ਦੇ ਕਾਰਨ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ  $\mathbf{F}_{21}$  ਦਾ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਹੈ,

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

ਸਮੀਕਰਨ (8.5) ਦੀ ਵਰਤੋਂ, ਆਪਣੇ ਨੇੜੇ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਤੇ ਕਰ ਸਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਨੂੰ ਸਾਵਧਾਨ ਰਹਿਣਾ ਹੋਵੇਗਾ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਨਿਯਮ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਵਿਸਤਾਰਤ ਪਿੰਡਾਂ (extended bodies), ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਆਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਜੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਇਕੱਠ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ

ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਬਲ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ (vector sum) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 8.4 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 8.4** ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ  $m_1$ , ਤੇ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜਾਂ  $m_2$ ,  $m_3$  ਅਤੇ  $m_4$  ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਕੁੱਲ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਇਹਨਾਂ ਪੁੰਜਾਂ ਦੁਆਰਾ  $m_1$  ਤੇ ਲਗਾਏ ਗਏ ਇਕੱਲੇ-ਇਕੱਲੇ ਬਲ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

$m_1$  ਤੇ ਕੁੱਲ ਬਲ ਹੈ

$$\mathbf{F}_1 = \frac{Gm_2 m_1}{r_{21}^2} \hat{\mathbf{r}}_{21} + \frac{Gm_3 m_1}{r_{31}^2} \hat{\mathbf{r}}_{31} + \frac{Gm_4 m_1}{r_{41}^2} \hat{\mathbf{r}}_{41}$$

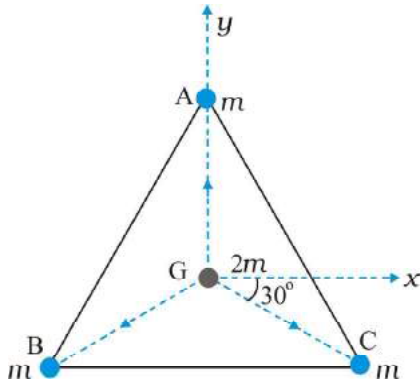
**ਉਦਾਹਰਨ 8.2** ਕਿਸੇ ਸਮਥਾਹੁ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੇ ਹਰੇਕ ਸਿਖਰ ਤੇ  $m \text{ kg}$  ਦੇ ਤਿੰਨ ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ਰੱਖੇ ਹਨ

- (a) ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੇਂਦਰਕ  $G$  ਤੇ ਰਖੇ  $2m \text{ kg}$  ਪੁੰਜ ਤੇ ਕਿੰਨਾਂ ਬਲ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਹੈ ?
  - (b) ਜੇ ਸਿਖਰ A ਤੇ ਰੱਖੇ ਪੁੰਜ ਨੂੰ ਦੋ ਗੁਣਾ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਕਿੰਨਾਂ ਬਲ ਲਗੇਗਾ ?
- $AG = BG = CG = 1 \text{ m}$  ਲਓ (ਦੇਖੋ ਚਿੱਤਰ 8.5)

**ਹੱਲ :** ਧਨਾਤਮਕ  $x$ -ਧੁਰੇ ਅਤੇ  $GC$  ਦੇ ਵਿੱਚਲਾ ਕੋਣ  $30^\circ$  ਹੈ ਅਤੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਕੋਣ ਰਿਣਾਤਮਕ  $x$ -ਧੁਰੇ ਅਤੇ  $GB$  ਦੇ ਵਿੱਚ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ ਸੰਕੇਤ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਇਕੱਲੇ-ਇਕੱਲੇ ਬਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ-

$$\mathbf{F}_{GA} = \frac{Gm(2m)}{1} \mathbf{j}$$





**ਚਿੱਤਰ 8.5** ਤਿੰਨ ਬਰਾਬਰ ਪੁੰਜ ਤਿਭੁਜ ABC ਦੇ ਤਿੰਨ ਸਿਖਰਾਂ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹਨ ਇਸਦੇ ਕੇਂਦਰਕ G ਤੇ ਕੋਈ ਪੁੰਜ  $2m$  ਰਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

$$\mathbf{F}_{GB} = \frac{Gm(2m)}{l} (-\hat{i} \cos 30^\circ - \hat{j} \sin 30^\circ)$$

$$\mathbf{F}_{GC} = \frac{Gm(2m)}{l} (+\hat{i} \cos 30^\circ - \hat{j} \sin 30^\circ)$$

ਸੁਪਰਪੋਜੀਸ਼ਨ (superposition) ਸਿਧਾਂਤ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ( $2m$ ) ਤੇ ਪਰਿਣਾਮੀ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_{GA} + \mathbf{F}_{GB} + \mathbf{F}_{GC}$$

$$\mathbf{F}_R = 2Gm^2 \hat{j} + 2Gm^2 (-\hat{i} \cos 30^\circ - \hat{j} \sin 30^\circ) + 2Gm^2 (\hat{i} \cos 30^\circ - \hat{j} \sin 30^\circ) = 0$$

ਵਿਕਲਪ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਸਮਮਿਤੀ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਇਹ ਉਮੀਦ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਕਿ ਪਰਿਣਾਮੀ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

(b) ਸਮਮਿਤੀ ਦੁਆਰਾ ਬਲਾਂ ਦੇ  $x$ -ਘਟਕ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਨਿਰਸਤ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਿਰਫ  $y$ -ਘਟਕ ਹੀ ਬਚੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ।

$$\mathbf{F}_R = 4Gm^2 \hat{j} - 2Gm^2 \hat{j} = 2Gm^2 \hat{j}$$

ਕਿਸੇ ਵਿਸਤਾਰਿਤ ਪਿੰਡ (ਜਿਵੇਂ ਧਰਤੀ) ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਦੇ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਦੇ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (8.5) ਦੀ ਸਿੱਧੇ ਹੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ। ਵਿਸਤਾਰਿਤ ਪਿੰਡ ਦਾ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਤੇ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਬਲਾਂ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ ਰੀਤੀ ਨਾਲ ਜੋੜ ਕਰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ ਵਿਸਤਾਰਿਤ ਪਿੰਡ ਦੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਲੱਗਿਆ ਕੁੱਲ ਬਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਅਜਿਹਾ ਅਸੀਂ ਸੋਖਿਆਂ ਹੀ ਕੈਲਕੂਲਸ (calculus) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੋ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਰਲ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

(1) ਕਿਸੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਘਣਤਾ (uniform density) ਦੇ ਖੋਲ੍ਹੇ ਗੋਲ ਖੋਲ (hollow spherical shell) ਅਤੇ ਖੋਲ ਦੇ ਬਾਹਰ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਦੇ ਵਿੱਚ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਠੀਕ-ਠਾਕ ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਕਿ ਖੋਲ ਦੇ ਸਾਰੇ ਪੁੰਜ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਮੰਨ ਕੇ ਗਿਆਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

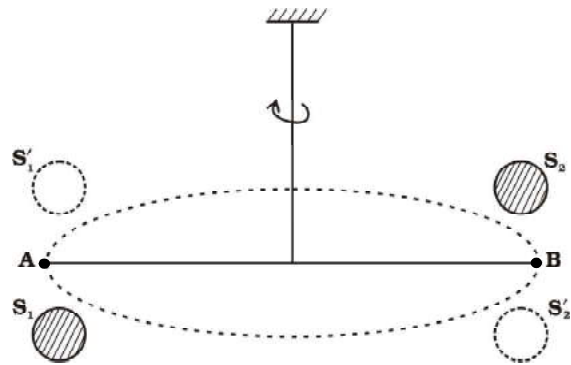
ਗੁਣਾਤਮਕ ਰੂਪ (qualitatively) ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਖੋਲ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਖੇਤਰਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲਾਂ ਦੇ, ਖੋਲ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਲੰਬ, ਦੋਵੇਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਖੋਲ ਦੇ ਸਾਰੇ ਖੇਤਰਾਂ ਦੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਸ ਰੇਖਾ ਦੇ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਘਟਕ ਨਿਰਸਤ (cancel) ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਿਰਫ ਖੋਲ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਣਾਮੀ ਬਲ ਬਚਿਆ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪਰਿਣਾਮੀ ਬਲ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮ ਵੀ ਉਪਰ ਦਸੀ ਗਈ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਗਿਆਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(2) ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਘਣਤਾ ਦੇ ਕਿਸੇ ਖੋਲ੍ਹੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਕਾਰਨ ਉਸਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਤੇ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਗੁਣਾਤਮਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਫਿਰ ਤੋਂ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਗੋਲ ਖੋਲ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਖੇਤਰਾਂ ਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਆਕਰਸ਼ਣ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਬਲ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਨਿਰਸਤ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਨ।

### 8.4 ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਰ ਅੰਕ (THE GRAVITATIONAL CONSTANT)

ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਦੇ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ ਵਿੱਚ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $G$  ਦੇ



**ਚਿੱਤਰ 8.6** ਕੈਵੇਨਡਿਸ਼ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਦਾ ਯੋਜਨਾ ਅਨੁਸਾਰ ਆਰੇਖਨ।  $S_1$  ਅਤੇ  $S_2$  ਦੋ ਵਿਸ਼ਾਲ ਗੋਲੇ ਹਨ (ਸ਼ੇਡਡ ਵਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ) ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ A ਅਤੇ B ਤੇ ਸਥਿਤ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਰਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਦੋਂ ਵੱਡੇ ਗੋਲੇ ਨੂੰ (ਡਾਟਡ ਚੱਕਰ ਦੁਆਰਾ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ) ਪਿੰਡ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਲੈ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਛਤ AB ਥੋੜ੍ਹਾ ਜਿਹਾ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਟਾਰਕ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਲਟ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਦੁਆਰਾ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਮਾਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਆਧਾਰ ਤੇ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ ਵਿਗਿਆਨੀ ਹੈਨਰੀ ਕੈਵੇਂਡਿਸ਼ (Henry Cavendish) ਨੇ 1798 ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਸੀ ਉਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਵਰਤੇ ਗਏ ਉਪਕਰਨ ਦੀ ਵਿਵਸਥਾ ਚਿੱਤਰ 8.6 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ।

ਛੜ AB ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਸਿਰਿਆਂ ਤੇ ਛੋਟੇ ਸੀਸੇ (lead) ਦੇ ਗੋਲੇ ਜੋੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਛੜ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਤਲੇ ਤਾਰ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ (rigid) ਟੇਕ (ਸਹਾਰੇ) ਨਾਲ ਲਟਕਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸੀਸੇ ਦੇ ਦੋ ਵਿਸ਼ਾਲ ਗੋਲਿਆਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਨੇੜੇ ਪਰ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵੱਡੇ ਗੋਲੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਆਪਣੇ ਨੇੜੇ ਦੇ ਛੋਟੇ ਗੋਲਿਆਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਉਲਟ ਬਲਾਂ ਨਾਲ ਆਕਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਛੜ ਤੇ ਕੋਈ ਨੋਟ ਬਲ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ, ਪਰ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਟਾਰਕ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਸਾਫ਼ ਤੌਰ ਤੇ ਛੜ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ  $F$ -ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਇੱਥੇ  $F$  ਵਿਸ਼ਾਲ ਗੋਲੇ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਨੇੜੇ ਵਾਲੇ ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਵਿੱਚ ਆਪਸੀ ਆਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਹੈ। ਇਸ ਟਾਰਕ ਦੇ ਕਾਰਨ ਲਟਕਾਉਣ ਵਾਲੀ ਤਾਰ ਨੂੰ ਵੱਟ ਚੜ੍ਹ (twist) ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਪੁਨਰ ਸਥਾਪਨ ਟਾਰਕ (Restoring torque). ਗੁਰੂਤਵੀ ਟਾਰਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਜੇ ਲਟਕਦੀ ਤਾਰ ਨੂੰ  $\theta$  ਕੋਣ (angle of twist) ਤੱਕ ਵੱਟ ਚੜ੍ਹਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ ਪੁਨਰ ਸਥਾਪਨ (restoring) ਟਾਰਕ,  $\theta$  ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਅਤੇ  $\tau\theta$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਜਿੱਥੇ  $\tau$  ਪੁਨਰ ਸਥਾਪਨ ਬਲ ਯੁਗਮ ਪ੍ਰਤੀ ਇਕਾਈ ਟਵਿਸਟ ਕੋਣ (restoring couple per unit angle of twist) ਹੈ।  $\tau$  ਨੂੰ ਅਲੱਗ ਪ੍ਰਯੋਗ ਦੁਆਰਾ ਮਾਪਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਹੀ ਗਿਆਤ ਟਾਰਕ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਤੇ ਟਵਿਸਟ ਕੋਣ ਮਾਪ ਕੇ। ਗੋਲ ਗੋਦਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਨੀ ਬਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿੰਨਾਂ ਕਿ ਗੋਦਾਂ ਦੇ ਪੁੰਜਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਮੰਨ ਕੇ ਗਿਆਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇ ਵਿਸ਼ਾਲ ਗੋਲੇ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਨੇੜੇ ਦੇ ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੀ ਦੂਰੀ  $d$  ਹੈ,  $M$  ਅਤੇ  $m$  ਇਹਨਾਂ ਗੋਲਿਆਂ ਦੇ ਪੁੰਜ ਹਨ, ਤਾਂ ਵੱਡੇ ਗੋਲੇ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਨੇੜਲੇ ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਹੈ —

$$F = G \frac{Mm}{d^2} \quad (8.6)$$

ਜੇ ਛੜ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ  $L$  ਹੈ, ਤਾਂ  $F$  ਦੇ ਕਾਰਨ ਪੈਦਾ ਟਾਰਕ  $F$  ਅਤੇ  $L$  ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੋਵੇਗਾ। ਸੰਤੁਲਨ ਦੇ ਸਮੇਂ ਇਹ ਟਾਰਕ ਪੁਨਰਸਥਾਪਨ ਟਾਰਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ

$$G \frac{Mm}{d^2} L = \tau \theta \quad (8.7)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $\theta$  ਦਾ ਪ੍ਰੋਖਣ ਕਰਕੇ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ  $G$  ਦਾ ਮਾਨ ਪਰੀਕਲਤ (calculate) ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

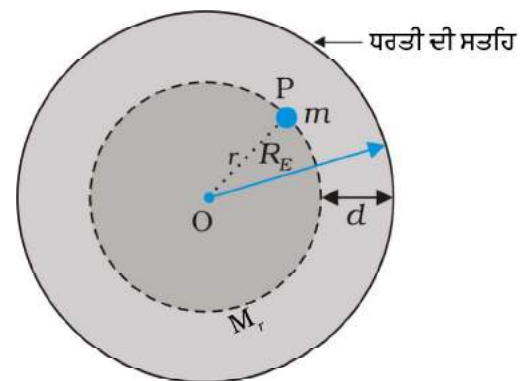
ਕੈਵੇਂਡਿਸ਼ ਪ੍ਰਯੋਗ ਤੋਂ ਬਾਅਦ  $G$  ਦੇ ਮਾਪਣ ਵਿੱਚ ਕਈ ਸੁਧਾਰ ਹੋਏ ਅਤੇ ਹੁਣ  $G$  ਦਾ ਮੰਨ ਲਿਆ ਗਿਆ ਮੁੱਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ—

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2 \quad (8.8)$$

### 8.5 ਧਰਤੀ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ (ACCELERATION DUE TO GRAVITY OF THE EARTH)

ਧਰਤੀ ਗੋਲ ਹੋਣ ਕਾਰਨ ਇਸ ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਗੋਲ ਖੋਲਾਂ (ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਬਿੰਦੂ ਇੱਕੋ ਹੋਵੇ concentric spherical shells) ਤੋਂ ਮਿਲ ਕੇ ਬਣੀ ਹੋਈ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਖੋਲ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਖੋਲ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹ ਤੇ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਬਾਹਰ ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਨਾਲ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਖੋਲਾਂ ਦੇ ਬਾਹਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਖੋਲ ਧਰਤੀ ਦੇ ਬਾਹਰ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣੀ ਬਲ ਲਗਾਉਣਗੇ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਖੋਲਾਂ ਦਾ ਪੁੰਜ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰ (ਜੋ ਕਿ ਸਾਰਿਆਂ ਲਈ ਇੱਕੋ ਬਿੰਦੂ ਹੈ) ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਹੋਇਆ ਹੋਵੇ ਜਿਵੇਂ ਸੈਕਸ਼ਨ 8.3 ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਸਾਰੇ ਖੋਲਾਂ ਦੇ ਇਕੱਠ ਦਾ ਕੁੱਲ ਪੁੰਜ ਧਰਤੀ ਦਾ ਹੀ ਪੁੰਜ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਧਰਤੀ ਦੇ ਬਾਹਰ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ, ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਨੂੰ ਇਹੀ ਮੰਨ ਕੇ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦਾ ਸਮੂਚਾ ਪੁੰਜ ਉਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਹੈ।

ਧਰਤੀ ਦੇ ਅੰਦਰ ਮੌਜੂਦ ਬਿੰਦੂਆਂ ਲਈ ਸਥਿਤੀ ਵੱਖਰੀ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 8.7 ਵਿੱਚ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।



**ਚਿੱਤਰ 8.7**  $M_r$  ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਅਤੇ  $R_E$  ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ, ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ  $d$  ਡੂੰਘਾਈ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਖਾਨ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਪੁੰਜ  $m$  ਰੱਖਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਨੂੰ ਸਮੀਕਰਤ ਗੋਲਾ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ।



ਪਹਿਲਾਂ ਦੀ ਹੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੁਣ ਫਿਰ ਧਰਤੀ ਨੂੰ ਕਈ ਖੋਲਾਂ ਤੋਂ ਮਿਲ ਕੇ ਬਣਿਆ ਮੰਨ ਲਉ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਇੱਕੋ ਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ  $r$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਕੋਈ ਪੁੰਜ  $m$  ਰਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਬਿੰਦੂ  $P$ ,  $r$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਬਾਹਰ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਖੋਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $r$  ਤੋਂ ਵਧ ਹੈ, ਬਿੰਦੂ  $P$  ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਦੱਸੇ ਗਏ ਨਤੀਜੇ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਇਹ ਸਾਰੇ ਖੋਲ  $P$  ਤੇ ਰੱਖੇ ਪੁੰਜਾਂ ਤੇ ਕੋਈ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣੀ ਬਲ ਨਹੀਂ ਲਗਾਉਂਦੇ। ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $\leq r$  ਵਾਲੇ ਖੋਲ ਮਿਲ ਕੇ  $r$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਗੋਲਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ  $P$  ਇਸ ਗੋਲੇ ਦੀ ਸਤਹ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ  $r$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਇਹ ਛੋਟਾ ਗੋਲਾ  $P$  ਤੇ ਸਥਿਤ ਪੁੰਜ  $m$  ਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਇਸਦਾ ਸਾਰੇ ਦਾ ਸਾਰਾ ਪੁੰਜ  $M_r$  ਇਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $P$  ਤੇ ਸਥਿਤ ਪੁੰਜ  $m$  ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ

$$F = \frac{Gm (M_r)}{r^2} \quad (8.9)$$

ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਰੀ ਧਰਤੀ ਦੀ ਘਣਤਾ (density) ਇੱਕੋ ਸਮਾਨ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਪੁੰਜ  $M_E = \frac{4\pi}{3} R_E^3 \rho$  ਕੀ ਹੈ। ਜਿੱਥੇ  $R_E$  ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਅਤੇ  $\rho$  ਇਸਦੀ ਘਣਤਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਉਲਟ  $r$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਗੋਲੇ ਦਾ ਪੁੰਜ  $\frac{4\pi}{3} \rho r^3$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

$$\begin{aligned} F &= Gm \left( \frac{4\rho}{3} \pi \right) \frac{r^3}{r^2} = Gm \left( \frac{M_E}{R_E^3} \right) \frac{r^3}{r^2} \\ &= \frac{Gm M_E}{R_E^3} r \end{aligned} \quad (8.10)$$

ਜੇ ਪੁੰਜ  $m$  ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ ਤਾਂ  $r = R_E$  ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (8.10) ਤੋਂ ਇਸ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ

$$F = G \frac{M_E m}{R_E^2} \quad (8.11)$$

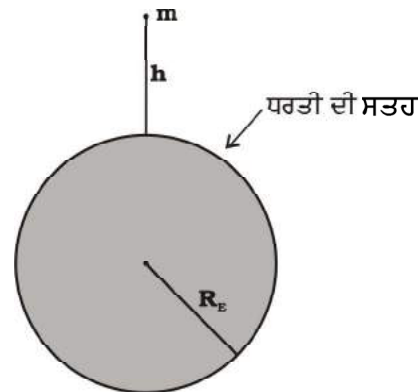
ਜਿੱਥੇ  $M_E$  ਅਤੇ  $R_E$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਪੁੰਜ  $m$  ਦੁਆਰਾ ਅਨੁਭਵ ਕੀਤਾ ਜਾਣ ਵਾਲਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਕਸਰ ਪ੍ਰਤੀਕ  $g$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਬਲ  $F$  ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ  $F = mg$  ਦੁਆਰਾ ਸੰਬੰਧਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ

$$g = \frac{F}{m} = \frac{GM_E}{R_E^2} \quad (8.12)$$

$g$  ਨੂੰ ਸਹਿਜੇ ਹੀ ਮਾਪਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।  $R_E$  ਇੱਕ ਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਕੈਵੇਂਡਿਸ਼ ਪ੍ਰਯੋਗ ਦੁਆਰਾ ਜਾਂ ਦੂਸਰੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ  $G$  ਦਾ ਮਾਪ,  $g$  ਅਤੇ  $R_E$  ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰਕੇ  $M_E$  ਦਾ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ (8.12) ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹੀ ਕਾਰਨ ਹੈ ਕਿ ਕੈਵੇਂਡਿਸ਼ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਪ੍ਰਚਲਿਤ ਕਥਨ ਇਹ ਹੈ : “ਕੈਵੇਂਡਿਸ਼ ਨੇ ਧਰਤੀ ਨੂੰ ਤੋਲਿਆ”।

## 8.6 ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਅੰਦਰ ਵੱਲ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਵੱਲ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ (ACCELERATION DUE TO GRAVITY BELOW AND ABOVE THE SURFACE OF EARTH)

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਉਚਾਈ  $h$  ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ  $m$  ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ (ਚਿੱਤਰ 8.8 (a)) ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਨੂੰ  $R_E$  ਨਾਲ



(a)

ਚਿੱਤਰ 8.8(a) ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਉਚਾਈ  $h$  ਤੇ  $g$  ਦਾ ਮੁੱਲ

ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਬਿੰਦੂ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਹੈ, ਇਸਦੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਦੂਰੀ  $(R_E + h)$  ਹੈ। ਜੇ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ  $m$  ਤੇ ਬਲ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਨੂੰ  $F(h)$  ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਗਟਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ 8.5 ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸੰਬੰਧ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$F(h) = \frac{GM_E m}{(R_E + h)^2} \quad (8.13)$$

ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਦੁਆਰਾ ਅਨੁਭਵ ਕੀਤਾ ਜਾਣ ਵਾਲਾ ਪ੍ਰਵੇਗ  $F(h)/m \equiv g(h)$  ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$g(h) = \frac{F(h)}{m} = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2} \quad (8.14)$$

ਸਪਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਹ ਮਾਨ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ  $g$  ਦੇ ਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ  $g = \frac{GM_E}{R_E^2}$ . ਜਦੋਂ ਕਿ  $h \ll R_E$ , ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (8.14) ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

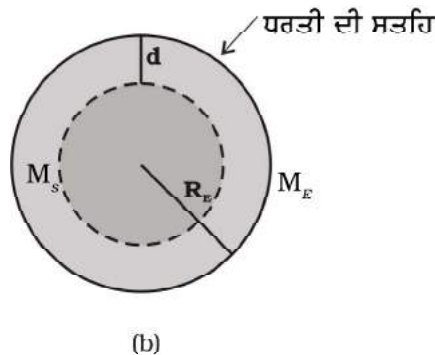
$$g(h) = \frac{GM_E}{R_E^2(1+h/R_E)^2} = g(1+h/R_E)^{-2}$$

$\frac{h}{R_E} \ll 1$  ਦੇ ਲਈ ਦੋ ਪਦੀ ਵਿਅੰਜਕ (Binomial expression) ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਨ ਤੇ

$$g(h) \cong g \left( 1 - \frac{2h}{R_E} \right) \quad (8.15)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (8.15) ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਘੱਟ ਉਚਾਈ  $h$  ਦੇ ਲਈ  $g$  ਦਾ ਮਾਨ ਗੁਣਾਂਕ  $(1 - 2h/R_E)$  ਦੁਆਰਾ ਘਟਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹ ਤੋਂ ਅੰਦਰ ਡੂੰਘਾਈ  $d$  ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ  $m$  ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਜਿਹਾ ਹੋਣ ਤੇ ਚਿੱਤਰ 8.8 b ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਇਸ ਪੁੰਜ ਦੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਦੂਰੀ  $(R_E - d)$  ਹੈ। ਧਰਤੀ ਨੂੰ  $(R_E - d)$  ਵਾਲੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਅਤੇ  $d$  ਮੋਟਾਈ ਦੇ ਇੱਕ ਗੋਲ ਖੋਲ ਤੋਂ ਮਿਲ ਕੇ ਬਣੀ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਤਾਂ ਪੁੰਜ  $m$  ਤੇ  $d$  ਮੋਟਾਈ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਖੋਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਲਗਾਇਆ ਬਲ ਪਿਛਲੇ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਵਰਣਿਤ ਨਤੀਜੇ ਦੇ ਕਾਰਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। ਜਿਥੋਂ



ਚਿੱਤਰ 8.8(b) ਕਿਸੇ ਡੂੰਘਾਈ  $d$  ਤੇ  $g$  ਦਾ ਮੁੱਲ। ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ  $(R_E - d)$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਛੋਟਾ ਗੋਲਾ ਹੀ  $g$  ਦੇ ਲਈ ਯੋਗਦਾਨ ਪਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਤਕ  $(R_E - d)$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਕਾਰਨ ਲੱਗੇ ਬਲ ਦਾ ਸੰਬੰਧ ਹੈ ਤਾਂ ਪਿਛਲੇ ਸੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਵਰਣਿਤ ਪਰਿਣਾਮ ਅਨੁਸਾਰ, ਇਸ ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਕਾਰਨ ਬਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਗੇਗਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਦਾ ਸਾਰਾ ਪੁੰਜ ਉਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਹੋਵੇ। ਜੇ ਛੋਟੇ ਗੋਲੇ ਦਾ ਪੁੰਜ  $M_s$  ਹੈ, ਤਾਂ

$$M_s / M_E = (R_E - d)^3 / R_E^3 \quad \dots (8.16)$$

ਕਿਉਂਕਿ, ਕਿਸੇ ਗੋਲੇ ਦਾ ਪੁੰਜ ਉਸਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਘਣ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਬਿੰਦੂ ਪੁੰਜ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ

$$F(d) = G M_s m / (R_E - d)^2 \quad (8.17)$$

ਉਪਰੋ  $M_s$  ਦਾ ਮਾਨ ਭਰਨ ਤੇ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$F(d) = G M_E m (R_E - d) / R_E^3 \quad (8.18)$$

ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਡੂੰਘਾਈ  $d$  ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ

$$g(d) = \frac{F(d)}{m}$$

ਅਰਥਾਤ

$$\begin{aligned} g(d) &= \frac{F(d)}{m} = \frac{GM_E}{R_E^3} (R_E - d) \\ &= g \frac{R_E - d}{R_E} = g(1 - d/R_E) \end{aligned} \quad (8.19)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਅੰਦਰ ਵਧੇਰੇ ਡੂੰਘਾਈ ਤੱਕ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ, ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਮਾਨ ਗੁਣਾਂਕ  $(1 - d/R_E)$  ਦੁਆਰਾ ਘਟਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਇਹ ਇੱਕ ਹੈਰਾਨੀਜਨਕ ਤੱਥ ਹੈ ਕਿ ਸਤਹ ਤੇ ਇਸਦਾ ਮਾਨ ਅਧਿਕਤਮ ਹੈ ਅਤੇ ਚਾਹੇ ਅਸੀਂ ਸਤਹ ਤੋਂ ਉਚਾਈ ਜਾਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਅੰਦਰ ਡੂੰਘਾਈ ਤੇ ਇਸਦਾ ਮਾਨ ਸਦਾ ਹੀ ਘੱਟਦਾ ਹੈ।

### 8.7 ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ (GRAVITATIONAL POTENTIAL ENERGY)

ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਉਸ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ (store) ਊਰਜਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਸੀ। ਜੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਉਸ ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਲੱਗੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਉਸ ਕਣ ਤੇ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਠੀਕ-ਠੀਕ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਚਰਚਾ ਕਰ ਚੁਕੇ ਹਾਂ ਜਿਹੜੇ ਬਲਾਂ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਤੈਅ ਕੀਤੇ ਗਏ ਰਸਤੇ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ, ਉਹ ਬਲ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਬਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਿਰਫ ਅਜਿਹੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਹੀ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਦੀ ਕੋਈ ਸਾਰਥਕਤਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਇੱਕ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਵਿੱਚ ਇਸ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਪੈਦਾ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਗੁਰੂਤਵੀ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਦਾ ਪਰਿਕਲਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਪਹਿਲਾਂ ਧਰਤੀ ਦੀ



ਸਤਹਿ ਦੇ ਨੇੜੇ ਦੇ ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘਟ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਵਿਵਹਾਰਿਕ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਨਾਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ  $mg$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ  $h_1$  ਉਚਾਈ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਇਸੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਠੀਕ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਉੱਪਰ  $h_2$  ਉਚਾਈ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ ਤਾਂ  $m$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਨੂੰ ਪਹਿਲੀ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਦੂਸਰੀ ਸਥਿਤੀ ਤੱਕ ਉੱਪਰ ਚੁੱਕਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ, ਜਿਸ ਨੂੰ  $W_{12}$  ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਹੋਵੇਗਾ।

$$W_{12} = \text{ਬਲ} \times \text{ਵਿਸਥਾਪਨ} \\ = mg(h_2 - h_1) \quad (8.20)$$

ਜੇ ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ  $h$  ਉਚਾਈ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਨਾਲ ਕੋਈ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ  $W(h)$  ਨੂੰ ਜੋੜੀਏ ਜੋ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਕਿ

$$W(h) = mgh + W_0 \quad (8.21)$$

(ਜਿੱਥੇ  $W_0 =$  ਸਥਿਰ ਅੰਕ)

ਤਾਂ ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ

$$W_{12} = W(h_2) - W(h_1) \quad (8.22)$$

ਕਣ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ ਠੀਕ ਇਸ ਕਣ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਅਤੇ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ (8.22) ਵਿੱਚ  $W_0$  ਨਿਰਸਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (8.21) ਵਿੱਚ ( $h = 0$ ) ਰਖਣ ਤੇ  $W(h = 0) = W_0$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।  $h = 0$  ਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਬਿੰਦੂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $W_0$  ਕਣ ਦੀ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਹੋਈ।

ਜੇ ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਦੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਉਪਰੋਕਤ ਪਰਿਣਾਮ ਪ੍ਰਮਾਣਿਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ ਕਿਉਂਕਿ ਤਦ ਇਹ ਮਨੋਤੀ ਕਿ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ  $mg$  ਅਪਰਵਰਤਿਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਮੰਨਣਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਪਰ, ਆਪਣੀ ਗੁਣ ਤੱਕ ਦੀ ਚਰਚਾ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਬਾਹਰ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਬਲ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ,

$$F = \frac{GM_E m}{r^2} \quad (8.23)$$

ਜਿੱਥੇ  $M_E =$  ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ,  $m =$  ਕਣ ਦਾ ਪੁੰਜ ਅਤੇ  $r$  ਇਸ ਕਣ ਦੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਕਣ

ਨੂੰ  $r = r_1$  ਤੋਂ  $r = r_2$  (ਜਦੋਂਕਿ  $(r_2 > r_1)$ ) ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਪਥ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਉੱਪਰ ਚੁੱਕਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜ ਦਾ ਪਰਿਕਲਣ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (8.20) ਦੇ ਸਥਾਨ ਤੇ ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ।

$$W_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{GM_E m}{r^2} dr \\ = -GM_E m \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (8.24)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (8.21) ਦੀ ਬਜਾਏ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਦੂਰੀ  $r$  ਤੇ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ  $W(r)$  ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਬੰਧਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ —

$$W(r) = -\frac{GM_E m}{r} + W_1, \quad (8.25)$$

ਜੋ ਕਿ  $r > R$  ਦੇ ਲਈ ਮੰਨਣਯੋਗ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਵਾਰ ਫਿਰ  $W_{12} = W(r_2) - W(r_1)$  ਹੈ। ਪਿਛਲੇ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ  $r = \infty$  ਰਖਣ ਤੇ ਸਾਨੂੰ  $W(r = \infty) = W_1$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $W_1$  ਅਨੰਤ ਤੇ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਹੋਈ। ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਧਿਆਨ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨਾਂ (8.22) ਅਤੇ (8.24) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਦੀ ਹੀ ਕੋਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਾਰਥਕਤਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਚਲਿਤ ਕਸੌਟੀ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ  $W_1$  ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਦੇ ਕਾਰਨ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਉਸ ਕਣ ਨੂੰ ਅਨੰਤ ਤੋਂ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ ਲਿਆਉਣ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਕਾਰਜ ਦੇ ਠੀਕ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਅਸੀਂ, ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਪਰਿਕਲਣ ਉਸ ਕਣ ਤੇ ਲਗੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਜੋ ਕਿ ਕਣ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਕੀਤਾ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪੁੱਟੋਸ਼ਲ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ, “ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੇ ਇਕਾਈ ਪੁੰਜ ਦੀ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਪਹਿਲਾਂ ਕੀਤੀ ਵਿਚਾਰ ਚਰਚਾ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ, ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ  $m_1$  ਅਤੇ  $m_2$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ  $r$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਰੱਖੇ ਦੋ ਕਣਾਂ ਦੀ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਹੈ

$$V = -\frac{Gm_1 m_2}{r}$$

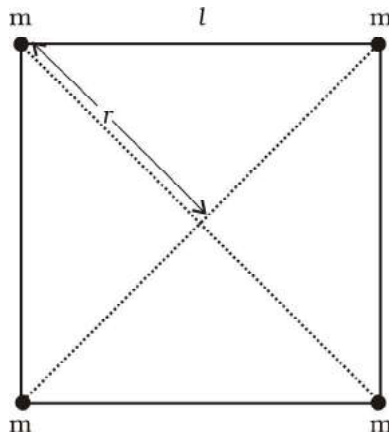
(ਜੇ ਅਸੀਂ  $V = 0$  ਲਈਏ ਜਦੋਂ  $r \rightarrow \infty$ )

ਇਹ ਵੀ ਧਿਆਨ ਦਿੱਤਾ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਅਲਗ-ਅਲਗ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁਲ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ, ਘਟਕ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸੰਭਾਵਿਤ ਜੋੜਿਆਂ ਦੀਆਂ ਊਰਜਾਵਾਂ (ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਪਰਿਕਲਿਤ) ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ

ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਸੁਪਰਪੋਜੀਸ਼ਨ ਸਿਧਾਂਤ (superposition principle) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦਾ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 8.3**  $l$  ਭੁਜਾ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਰਗ ਦੇ ਸਿਖਰਾਂ ਤੇ ਸਥਿਤ ਚਾਰ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਵਰਗ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪੁਟੈਂਸ਼ਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**ਹੱਲ :** ਮੰਨ ਲਉ ਹਰੇਕ ਕਣ ਦਾ ਪੁੰਜ  $m$  ਹੈ, ਅਤੇ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ  $l$  ਹੈ। ਸਾਡੇ ਕੋਲ  $l$  ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ 4 ਪੁੰਜ ਜੋੜੇ ਅਤੇ  $\sqrt{2} l$  ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ 2 ਪੁੰਜ ਜੋੜੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ



ਚਿੱਤਰ 8.9

$$W(r) = -4 \frac{G m^2}{l} - 2 \frac{G m^2}{\sqrt{2} l}$$

$$= -\frac{2 G m^2}{l} \left( 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -5.41 \frac{G m^2}{l}$$

ਵਰਗ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ( $r = \sqrt{2} l / 2$ ) ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪੁਟੈਂਸ਼ਲ

$$U(r) = 4x - \frac{2 G m}{\sqrt{2} l}$$

$$U(r) = -4\sqrt{2} \frac{G m}{l}$$

**8.8 ਪਲਾਇਨ ਚਾਲ (ESCAPE SPEED)**

ਜੇ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਹੱਥਾਂ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਸੁਟਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਫਿਰ ਧਰਤੀ ਤੇ ਡਿਗ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਬੇਸ਼ਕ ਮਸ਼ੀਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤੇਜ਼ੀ ਅਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗਾਂ ਨਾਲ ਸੁਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਕਾਰਨ ਇਹ ਪਿੰਡ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਉੱਚਾਈ ਤੱਕ ਪੁੱਜ

ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਤਦ ਸੁਭਾਵਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਦਿਮਾਗ ਵਿੱਚ ਇਹ ਵਿਚਾਰ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ “ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਇਨੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ ਨਾਲ ਉੱਪਰ ਸੁੱਟ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਧਰਤੀ ਤੇ ਵਾਪਿਸ ਹੀ ਨਾ ਡਿੱਗੇ ?

ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਵਿੱਚ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਸਾਡੀ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਸੁਟਿਆ ਗਿਆ ਪਿੰਡ ਅਨੰਤ ਤੱਕ ਪੁੱਜਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉੱਥੇ ਉਸਦੀ ਚਾਲ  $V_f$  ਹੈ। ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਸਥਿਤੀਜ ਅਤੇ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਦੀ ਹੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਿੰਡ ਦੀ ਅਨੰਤ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਨੂੰ  $W_1$  ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਥੇਪਕ ਦੀ ਅਨੰਤ ਤੇ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ

$$E(\infty) = W_1 + \frac{mV_f^2}{2} \tag{8.26}$$

ਜੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਧਰਤੀ ( $R_E =$  ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ) ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ( $h+R_E$ ) ਉਚਾਈ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਅਰੰਭ ਵਿੱਚ ਚਾਲ  $V_i$  ਨਾਲ ਸੁਟਿਆ ਗਿਆ ਸੀ, ਤਾਂ ਇਸ ਪਿੰਡ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਊਰਜਾ ਸੀ।

$$E(h + R_E) = \frac{1}{2} mV_i^2 - \frac{GmM_E}{(h + R_E)} + W_1 \tag{8.27}$$

ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਸਮੀਕਰਨ (8.26) ਅਤੇ (8.27) ਬਰਾਬਰ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। ਇਸਲਈ

$$\frac{mV_i^2}{2} - \frac{GmM_E}{(h + R_E)} = \frac{mV_f^2}{2} \tag{8.28}$$

ਸਮੀਕਰਨ (8.28) ਦਾ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਮੁਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੀ ਅਜਿਹਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਕੋਈ ਪਿੰਡ ਅਨੰਤ ਤਕ ਪੁੱਜ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ  $V_i$  ਇੰਨਾਂ ਹੋਵੇ ਕਿ

$$\frac{mV_i^2}{2} - \frac{GmM_E}{(h + R_E)} \geq 0 \tag{8.29}$$

$V_i$  ਦਾ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਮੁੱਲ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹੈ ਜਦੋਂ ਸਮੀਕਰਨ (8.29) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਅਨੰਤ ਤੱਕ ਪੁੱਜਣ ਦੇ ਲਈ (ਅਰਥਾਤ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਪਲਾਇਨ ਲਈ) ਜ਼ਰੂਰੀ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਚਾਲ ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹੈ

$$\frac{1}{2} m(V_i^2)_{\min} = \frac{GmM_E}{h + R_E} \tag{8.30}$$

ਜੇ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਛੱਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ  $h = 0$  ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$(V_i)_{\min} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} \tag{8.31}$$



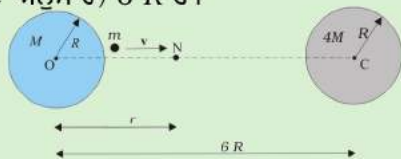
ਸੰਬੰਧ  $g = GM_E / R_E^2$  ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ ਅਸੀਂ ਨਿਮਨ ਮਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$(V_i)_{\min} = \sqrt{2gR_E} \quad (8.32)$$

ਸਮੀਕਰਨ (8.32) ਵਿੱਚ  $g$  ਅਤੇ  $R_E$  ਦੇ ਅੰਕਿਕ ਮਾਨ (Numerical values) ਰੱਖਣ ਤੇ ਸਾਨੂੰ  $(V_i)_{\min} \approx 11.2 \text{ km/s}$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਪਲਾਇਨ ਚਾਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਕਦੇ-ਕਦੇ ਲਾਪਰਵਾਹੀ ਵਿੱਚ ਇਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਪਲਾਇਨ ਵੇਗ ਵੀ ਕਹਿ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਸਮੀਕਰਨ (8.32) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਠੀਕ-ਠਾਕ ਵੰਗ ਨਾਲ ਚੰਨ ਤੋਂ ਸੁੱਟੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਪਿੰਡਾਂ ਲਈ ਵੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਅਜਿਹਾ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ  $g$  ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ ਚੰਨ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਚੰਨ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਅਤੇ  $R_E$  ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ ਚੰਨ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਚੰਨ ਦੇ ਲਈ ਮਾਨ ਧਰਤੀ ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਮਾਨਾਂ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹਨ ਅਤੇ ਚੰਨ ਦੇ ਲਈ ਪਲਾਇਨ ਚਾਲ ਦਾ ਮਾਨ  $2.3 \text{ km/s} =$  ਚਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਮਾਨ ਧਰਤੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ  $1/5$  ਗੁਣਾ ਹੈ। ਇਹੀ ਕਾਰਨ ਹੈ ਕਿ ਚੰਨ ਤੇ ਕੋਈ ਵਾਤਾਵਰਨ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜੇ ਚੰਨ ਦੀ ਸਤਹ ਤੇ ਗੈਸੀ ਅਣੂ ਬਣਨ, ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਚਾਲ ਇਸ ਪਲਾਇਨ ਚਾਲ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਇਹ ਚੰਨ ਦੀ ਗੁਰੂਤਾ ਖਿੱਚ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਪਲਾਇਨ ਕਰ ਜਾਣਗੇ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 8.4** ਬਰਾਬਰ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $R$  ਪਰੰਤੂ  $M$  ਅਤੇ  $4M$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਦੋ ਠੋਸ ਗੋਲੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰਖੇ ਹਨ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ (ਚਿੱਤਰ 8.10 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ)  $6R$  ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 8.10

ਦੋਵੇਂ ਗੋਲੇ ਸਥਿਰ ਰਖੇ ਗਏ ਹਨ।  $m$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਨੂੰ  $M$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਗੋਲੇ ਦੀ ਸਤਹ ਤੋਂ  $4M$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਸਿੱਧਾ ਪ੍ਰਖੇਪਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਉਸ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਚਾਲ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਜਿਸ ਨਾਲ ਸੁੱਟੇ ਜਾਣ ਤੇ ਉਹ ਦੂਸਰੇ ਗੋਲੇ ਦੀ ਸਤਹ ਤੇ ਪੁੱਜ ਜਾਵੇ।

**ਹੱਲ :** ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਤੇ ਦੋ ਗੋਲਿਆਂ ਦੇ ਕਾਰਨ ਵਿਰੋਧੀ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਸੀਨ ਬਿੰਦੂ N (ਚਿੱਤਰ 8.10 ਦੇਖੋ) ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਬਿੰਦੂ (ਸਥਿਤੀ) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਦੋ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਨਿਰਸਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਜੇ  $ON = r$  ਹੈ,

ਤਾਂ

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{4GMm}{(6R-r)^2}$$

$$(6R-r)^2 = 4r^2$$

$$6R-r = \pm 2r$$

$$r = 2R \text{ ਜਾਂ } -6R.$$

ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਉਦਾਸੀਨ ਬਿੰਦੂ  $r = -6R$  ਸਾਡੇ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ,  $ON = r = 2R$  ਹੈ। ਕਣ ਨੂੰ ਉਸ ਚਾਲ ਨਾਲ ਪ੍ਰਖੇਪਿਤ ਕਰਨਾ ਕਾਫੀ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਨੂੰ N ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਦੇ ਯੋਗ ਬਣਾ ਦੇਵੇ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉੱਥੇ ਪੁੱਜਣ ਤੇ  $4M$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਗੋਲੇ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਕਣ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਵੱਲ ਖਿੱਚਣ ਲਈ ਕਾਫੀ ਹੋਵੇਗਾ।  $M$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਗੋਲੇ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ

$$E_i = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{R} - \frac{4GMm}{5R}$$

ਉਦਾਸੀਨ ਬਿੰਦੂ N ਤੇ ਕਣ ਦੀ ਚਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਮਾਨ ਵੱਲ ਪ੍ਰਵਿਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ N ਤੇ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸ਼ੁੱਧ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤੀਜ ਊਰਜਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

$$E_N = - \frac{GMm}{2R} - \frac{4GMm}{4R}$$

ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{GM}{R} - \frac{4GM}{5R} = - \frac{GM}{2R} - \frac{GM}{R}$$

ਜਾਂ

$$v^2 = \frac{2GM}{R} \left( \frac{4}{5} - \frac{1}{2} \right)$$

$$v = \left( \frac{3GM}{5R} \right)^{1/2}$$

ਇੱਥੇ ਇਹ ਧਿਆਨ ਦਾ ਵਿਸ਼ਾ ਹੈ ਕਿ N ਤੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਚਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ, ਪਰੰਤੂ ਜਦੋਂ ਇਹ  $4M$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਗੋਲੇ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦਾ ਤਾਂ ਇਸ ਦੀ ਚਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਰਹਿੰਦੀ। ਜਿਸ ਚਾਲ ਨਾਲ ਪ੍ਰਖੇਪਕ  $4M$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਗੋਲੇ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਗਿਆਤ ਕਰਨਾ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਅਭਿਆਸ ਲਈ ਛੱਡਿਆ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ।

**8.9 ਭੂਮੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ (EARTH SATELLITES)**

ਭੂਮੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਉਹ ਪਿੰਡ ਹਨ ਜੋ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੱਕਰ ਕਟਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ, ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਬਹੁਤ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਇਸਲਈ ਕੇਪਲਰ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਲਈ ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮ ਇਹਨਾਂ

ਤੇ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਖ਼ਾਸ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਕਕਸ਼ਾਵਾ (orbits) ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਜਾਂ ਇਲਿਪਟੀਕਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਧਰਤੀ ਦਾ ਇਕਲੌਤਾ ਕੁਦਰਤੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਚੰਨ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਲਗਭਗ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ (orbit) ਹੈ ਅਤੇ ਲਗਭਗ 27.3 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਧਰਤੀ ਦੁਆਲੇ ਆਪਣਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੋ ਚੰਦਰਮਾ ਦੇ ਆਪਣੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਘੁੰਮਣ ਕਾਲ ਦੇ ਲਗਭਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਸਾਲ 1957 ਦੇ ਬਾਅਦ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਤਕਨੀਕੀ ਵਿੱਚ ਉੱਨਤੀ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਭਾਰਤ ਸਹਿਤ ਕਈ ਦੇਸ਼ ਦੂਰ ਸੰਚਾਰ, ਭੂਮੀ, ਭੌਤਿਕੀ, ਮੌਸਮ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵਿਵਹਾਰਿਕ ਉਪਯੋਗਾਂ ਦੇ ਲਈ ਮਨੁੱਖ-ਨਿਰਮਿਤ ਭੂਮੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਨੂੰ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਬਣ ਗਏ ਹਨ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਨਾਲ ( $R_E + h$ ) ਦੂਰੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ, ਜਿੱਥੇ  $R_E =$  ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਜੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਪੁੰਜ  $m$  ਅਤੇ  $V$  ਇਸਦੀ ਚਾਲ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸ ਕਕਸ਼ਾ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ

$$F \text{ (ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ)} = \frac{mV^2}{(R_E + h)} \quad (8.33)$$

ਅਤੇ ਇਹ ਬਲ ਕਕਸ਼ਾ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਲ ਨਿਰਦੇਸ਼ਿਤ ਹੈ। ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਮਾਨ

$$F \text{ (ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ)} = \frac{G m M_E}{(R_E + h)} \quad (8.34)$$

ਜਿੱਥੇ  $M_E$  ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (8.33) ਅਤੇ (8.34) ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਤੇ ਅਤੇ  $m$  ਨੂੰ ਕੱਟਣ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$V^2 = \frac{G M_E}{(R_E + h)^2} \quad (8.35)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $h$  ਦੇ ਵਧਣ ਤੇ  $V$  ਘਟਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (8.35) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਜਦੋਂ  $h = 0$  ਤਾਂ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਚਾਲ  $V$  ਹੈ।

$$V^2 \text{ (} h = 0 \text{)} = GM / R_E = gR_E \quad (8.36)$$

ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਸੰਬੰਧ  $g = GM / R_E^2$  ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਉਪਗ੍ਰਹਿ  $2\pi(R_E + h)$  ਦੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਚਾਲ  $V$  ਨਾਲ ਤੈਅ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ  $T$  ਹੋਵੇਗਾ।

$$T = \frac{2\pi(R_E + h)}{V} = \frac{2\pi(R_E + h)^{3/2}}{\sqrt{G M_E}} \quad (8.37)$$

ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (8.35) ਤੋਂ  $V$  ਦਾ ਮਾਨ ਭਰਿਆ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (8.37) ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦਾ ਵਰਗ ਕਰਨ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$T^2 = k (R_E + h)^3 \text{ (ਜਿੱਥੇ } k = 4\pi^2 / GM_E \text{)} \quad (8.38)$$

ਅਤੇ ਇਹੀ ਕੇਪਲਰ ਦਾ ਆਵਰਤਕਾਲਾਂ ਦਾ ਨਿਯਮ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਉਹਨਾਂ ਭੂਮੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੇ ਲਈ, ਜੋ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਦੇ ਬਹੁਤ ਨੇੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ,  $h$  ਦੇ ਮਾਨ ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $R_E$  ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਸਮੀਕਰਨ (8.38) ਵਿੱਚ ਨਕਾਰਨਯੋਗ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਭੂਮੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੇ ਲਈ  $T$  ਹੀ  $T_0$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ,

ਜਿੱਥੇ

$$T_0 = 2\pi\sqrt{R_E / g} \quad (8.39)$$

ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (8.39) ਵਿੱਚ  $g$  ਅਤੇ  $R_E$  ਦੇ ਅੰਕਿਕ ਮਾਨਾਂ  $g \simeq 9.8 \text{ m s}^{-2}$  ਅਤੇ  $R_E = 6400 \text{ km}$ . ਨੂੰ ਭਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{6.4 \times 10^6}{9.8}} \text{ s}$$

ਜੋ ਲਗਭਗ 85 ਮਿੰਟ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 8.5** ਮੰਗਲ ਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਫੋਬੋਸ ਅਤੇ ਡੇਲਮੋਸ (phobos and delmos) ਦੋ ਚੰਨ ਹਨ (i) ਜੇ ਫੋਬੋਸ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ 7 ਘੰਟੇ 39 ਮਿੰਟ ਅਤੇ ਕਕਸ਼ਾ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $9.4 \times 10^3 \text{ km}$  ਹੈ ਤਾਂ ਮੰਗਲ ਦਾ ਪੁੰਜ ਪਰਿਕਲਿਤ ਕਰੋ। (ii) ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਮੰਗਲ ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੀਆਂ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮ ਰਹੇ ਹਨ ਅਤੇ ਮੰਗਲ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਧਰਤੀ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਤੋਂ 1.52 ਗੁਣਾ ਹੈ ਤਾਂ ਮੰਗਲ ਦਾ ਸਾਲ ਕਿੰਨੇ ਦਿਨਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

**ਹੱਲ :** (i) ਇੱਥੇ ਸਮੀਕਰਨ (8.38) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਪੁੰਜ  $M_E$  ਨੂੰ ਮੰਗਲ ਦੇ ਪੁੰਜ  $M_m$  ਨਾਲ ਬਦਲ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ -

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_m} R^3$$

$$M_m = \frac{4\pi^2}{G} \frac{R^3}{T^2}$$

$$= \frac{4 \times (3.14)^2 \times (9.4)^3 \times 10^{18}}{6.67 \times 10^{-11} \times (459 \times 60)^2}$$

$$M_m = \frac{4 \times (3.14)^2 \times (9.4)^3 \times 10^{18}}{6.67 \times (4.59 \times 6)^2 \times 10^{-5}}$$

$$= 6.48 \times 10^{23} \text{ kg.}$$



(ii) ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਆਵਰਤ ਕਾਲਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ

$$\frac{T_M^2}{T_E^2} = \frac{R_{MS}^3}{R_{ES}^3}$$

ਇੱਥੇ  $R_{MS}$  ਅਤੇ  $R_{ES}$  ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਮੰਗਲ-ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਧਰਤੀ-ਸੂਰਜ ਦੇ ਵਿੱਚਲੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਹਨ।

$$\begin{aligned} \therefore T_M &= (1.52)^{3/2} \times 365 \\ &= 684 \text{ ਦਿਨ} \end{aligned}$$

ਧਿਆਨ ਦੇਣ ਯੋਗ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਬੁੱਧ, ਮੰਗਲ ਅਤੇ ਪਲੂਟੋ\* ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਸਾਰੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀਆਂ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਲਗਭਗ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਸਾਡੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਰਧ ਲਘੂ ਧੁਰੇ (semi-minor axis) ਅਤੇ ਅਰਧ ਵੱਡੇ ਧੁਰੇ (semi-major axis) ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ  $b/a = 0.99986$  ਹੈ। ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 8.6** ਧਰਤੀ ਨੂੰ ਤੋਲਨਾ : ਤੁਹਾਨੂੰ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਅੰਕੜੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ,  $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$   $R_E = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ । ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਚੰਨ ਦੀ ਦੂਰੀ  $R = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$  ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੰਨ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ = 27.3 ਦਿਨ। ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਿਧੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : (i) ਪਹਿਲੀ ਵਿਧੀ : ਸਮੀਕਰਨ (8.12) ਤੋਂ

$$\begin{aligned} M_E &= \frac{g R_E^2}{G} \\ &= \frac{9.81 \times (6.37 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}} \\ &= 5.97 \times 10^{24} \text{ kg.} \end{aligned}$$

(ii) ਦੂਸਰੀ ਵਿਧੀ : ਚੰਨ ਧਰਤੀ ਦਾ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਹੈ ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਆਵਰਤ ਕਾਲਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਿਉਂਤਪਤੀ ਵਿੱਚ (ਸਮੀਕਰਨ 8.38 ਦੇਖੋ)

$$\begin{aligned} T^2 &= \frac{4\pi^2 R^3}{G M_E} \\ M_E &= \frac{4\pi^2 R^3}{G T^2} \\ &= \frac{4 \times 3.14 \times 3.14 \times (3.84)^3 \times 10^{24}}{6.67 \times 10^{-11} \times (27.3 \times 24 \times 60 \times 60)^2} \\ &= 6.02 \times 10^{24} \text{ kg} \end{aligned}$$

ਦੋਵੇਂ ਵਿਧੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਲਗਭਗ ਬਰਾਬਰ ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ 1% ਤੋਂ ਵੀ ਘੱਟ ਦਾ ਅੰਤਰ ਹੈ। ◀

▶ **ਉਦਾਹਰਨ 8.7** ਸਮੀਕਰਨ (8.38) ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $k$  ਨੂੰ ਦਿਨਾਂ ਅਤੇ ਕਿਲੋਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕਰੋ।  $k = 10^{-13} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$  ਹੈ। ਚੰਨ ਧਰਤੀ ਤੋਂ  $3.84 \times 10^5 \text{ km}$  ਦੂਰ ਹੈ। ਚੰਨ ਦੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ -

$$\begin{aligned} k &= 10^{-13} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3} \\ &= 10^{-13} \left[ \frac{1}{(24 \times 60 \times 60)^2} \text{ d}^2 \right] \left[ \frac{1}{(1/1000)^3 \text{ km}^3} \right] \\ &= 1.33 \times 10^{-14} \text{ d}^2 \text{ km}^{-3} \end{aligned}$$

ਸਮੀਕਰਨਾਂ (8.38) ਅਤੇ  $k$  ਦੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਮਾਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ ਚੰਨ ਦਾ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ

$$\begin{aligned} T^2 &= (1.33 \times 10^{-14})(3.84 \times 10^5)^3 \\ T &= 27.3 \text{ ਦਿਨ} \end{aligned}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਜੇ ਅਸੀਂ  $(R_E + h)$  ਨੂੰ ਇਲਿਪਸ ਦੇ ਅਰਧ ਵੱਡੇ ਧੁਰੇ (a) ਦੁਆਰਾ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (8.38) ਨੂੰ ਇਲਿਪਸੀ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਧਰਤੀ ਇਸ ਇਲਿਪਸ ਦਾ ਇੱਕ ਫੋਕਸ ਹੋਵੇਗੀ। ◀

### 8.10 ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਊਰਜਾ (ENERGY OF AN ORBITING SATELLITE)

ਸਮੀਕਰਨ (8.35) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚਾਲ  $v$  ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ

$$K.E = \frac{1}{2} m v^2$$

$v^2$  ਦਾ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ (8.35) ਵਿੱਚ ਰੱਖਣ ਤੇ

$$K.E. = \frac{Gm M_E}{2(R_E + h)} \quad (8.40)$$

ਅਜਿਹਾ ਮੰਨੋ ਕਿ ਅਨੰਤ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਦ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ  $(R+h)$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ

$$P.E = -\frac{Gm M_E}{(R_E + h)} \quad (8.41)$$

K.E ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ P.E ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਬਲਕਿ, ਪਰਿਮਾਣ ਵਿੱਚ

$$K.E = \frac{1}{2} P.E.$$

ਇਸ ਲਈ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ

$$E = K.E + P.E = -\frac{G m M_E}{2(R_E + h)} \quad (8.42)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਕਿਸੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂਕਿ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਣ ਵਿੱਚ ਧਨਾਤਮਕ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਇਲਿਪਸੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਪਥ ਦੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਵਾਲੀ ਕਕਸ਼ਾ ਦੇ ਕੇਸ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹੀ ਅਸੀਂ ਉਮੀਦ ਵੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਚਰਚਾ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਿੰਡ ਅਨੰਤ ਵੱਲ ਪਲਾਇਨ ਕਰ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਸਦਾ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਦੂਰੀਆਂ ਤੇ ਚੱਕਰ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਊਰਜਾਵਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ।

► **ਉਦਾਹਰਨ 8.8 :** 400 kg ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ  $2R_E$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਕਰ ਕੱਟ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ  $4R_E$  ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਊਰਜਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਇਸਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋਵੇਗਾ ?

**ਹੱਲ :** ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ

$$E_i = -\frac{G M_E m}{4 R_E}$$

ਜਦੋਂ ਕਿ ਅੰਤ ਵਿੱਚ

$$E_f = -\frac{G M_E m}{8 R_E}$$

ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_f - E_i \\ &= \frac{G M_E m}{8 R_E} - \left( -\frac{G M_E m}{4 R_E} \right) \\ &= \frac{G M_E m}{8 R_E} + \frac{G M_E m}{4 R_E} \end{aligned}$$

$$\Delta E = \frac{g m R_E}{8} = \frac{9.81 \times 400 \times 6.37 \times 10^6}{8}$$

$$= 3.13 \times 10^9 \text{ J}$$

ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਘੱਟ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ  $\Delta E$  ਦੀ ਸਾਂਗ (mimics) ਲਾਉਂਦੀ ਲੱਗਦੀ ਹੈ ਅਰਥਾਤ

$$\Delta K = K_f - K_i = -3.13 \times 10^9 \text{ J}$$

ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ

$$\Delta V = V_f - V_i = -6.25 \times 10^9 \text{ J}$$

### 8.11 ਭੂ-ਸਥਿਰ ਅਤੇ ਧਰੁਵੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ (GEOSTATIONARY AND POLAR SATELLITES)

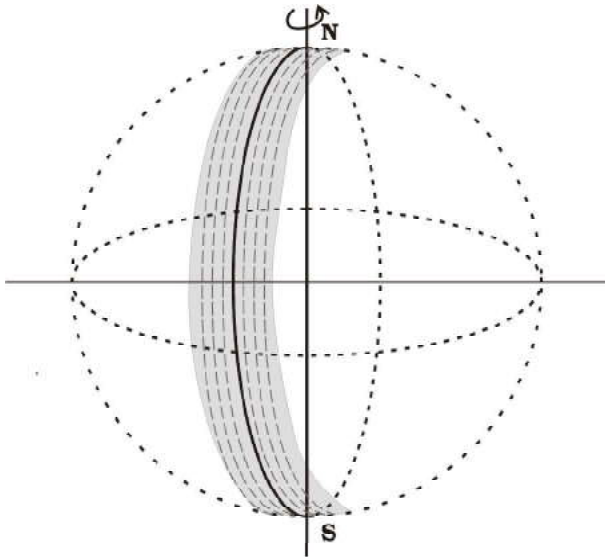
ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (8.37) ਵਿੱਚ  $(R_E + h)$  ਦੇ ਮਾਨ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਾਯੋਜਨ ਕਰੀਏ ਕਿ ਆਵਰਤ ਕਾਲ  $T$  ਦਾ ਮਾਨ 24 ਘੰਟੇ ਹੋ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਰੋਚਕ ਵਰਤਾਰਾ ਪੈਦਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਚੱਕਰੀ ਕਕਸ਼ਾ ਧਰਤੀ ਦੇ ਭੁੱਖਵਰਤੀ ਚੱਕਰ ਦੇ ਤਲ (equatorial plane) ਵਿੱਚ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਜਿਸਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ ਧਰਤੀ ਦੇ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਤੇ ਘੁੰਮਣ ਗਤੀ ਕਰਨ ਦੇ ਆਵਰਤ ਕਾਲ (Period of rotation of earth about its own axis) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਦੇਖਣ ਤੇ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਮੰਤਵ ਲਈ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਤੇ  $(R_E + h)$  ਦਾ ਮਾਨ  $R_E$  ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$R_E + h = \left( \frac{T^2 G M_E}{4\pi^2} \right)^{1/3} \quad (8.43)$$

$T = 24$  ਘੰਟੇ ਲਈ, ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਤੇ  $R_E + h = 35800 \text{ km}$ , ਜੋ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $R_E$  ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਜੋ ਧਰਤੀ ਦੇ ਭੂ-ਮੱਧ ਰੇਖੀ ਚੱਕਰ ਦੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $T = 24$  ਘੰਟੇ ਦੇ ਆਵਰਤ ਕਾਲ ਨਾਲ ਚੱਕਰ ਕੱਟਦੇ ਹਨ, ਜੀਓਸਟੇਸ਼ਨਰੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ (Geostationery) ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਧਰਤੀ ਬਰਾਬਰ ਆਵਰਤ ਕਾਲ ਨਾਲ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਤੇ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹ ਤੋਂ ਇੰਨੀ ਵੱਧ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਉੱਪਰ ਸੁੱਟਣ ਲਈ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਰਾਕਟਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਪਰ, ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਵਿਵਹਾਰਕ ਲਾਭਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਕੇ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਆਵ੍ਰਤੀ (frequency) ਦੀਆਂ ਬਿਜਲ ਚੁੰਬਕੀ ਤਰੰਗਾਂ (electromagnetic waves) ਆਇਨੋਸਫੀਰ (ionosphere) ਦੁਆਰਾ ਪਰਾਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀਆਂ। ਰੇਡੀਓ ਪ੍ਰਸਾਰਨ (Radio broadcast) ਵਿੱਚ





**ਚਿੱਤਰ 8.11** ਧਰੁਵੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ। ਇਕ ਚੱਕਰ ਵਿਚ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਤੋਂ ਦਿਖਾਈ ਦੇਣ ਵਾਲੀ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਦੀ ਇੱਕ ਪੱਟੀ (ਸ਼ੇਡ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ) ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਅਗਲੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਲਈ ਧਰਤੀ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਤੇ ਕੁਝ ਘੁੰਮ ਗਈ ਹੈ, ਜਿਸ ਨਾਲ ਅਗਲੀ ਪੱਟੀ ਦਿਖਾਈ ਦੇਣ ਲਗਦੀ ਹੈ।

ਵਰਤੋਂ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਰੇਡੀਓ ਤਰੰਗਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਆਵਿੜੀ ਪਸਾਰ (frequency range) 2 MHz ਤੋਂ 10 MHz ਹੈ, ਕ੍ਰਾਂਤਿਕ ਆਵਿੜੀ (critical frequency) ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤਰੰਗਾਂ ਆਇਨੋਸਫੀਰ ਤੋਂ ਪਰਾਵਰਤਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਐਂਟੀਨਾ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਰੇਡੀਓ ਤਰੰਗ ਪ੍ਰਸਾਰਨ ਉਹਨਾਂ ਸਥਾਨਾਂ ਤੇ ਵੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੋ ਬਹੁਤ ਦੂਰ ਹਨ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਦੀ ਵਕਰਤਾ (curvature) ਦੇ ਕਾਰਨ ਜਿੱਥੇ ਤਰੰਗਾਂ ਸਿੱਧੀਆਂ ਨਹੀਂ ਪੁੱਜ ਸਕਦੀਆਂ। ਦੂਰਦਰਸ਼ਨ ਪ੍ਰਸਾਰਨ ਜਾਂ ਹੋਰ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਸੰਚਾਰ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਤਰੰਗਾਂ ਦੀਆਂ ਆਵਿੜੀਆਂ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਿੱਧੇ ਹੀ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਰੇਖਾ (line of sight) ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਪ੍ਰਸਾਰਨ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਕੋਈ ਜੀਓਸਟੇਸ਼ਨਰੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਜੋ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਹਨਾਂ ਸਿਗਨਲਾਂ (signals) ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਕੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ, ਧਰਤੀ ਦੇ ਵੱਡੇ ਖੇਤਰ ਤੇ ਮੁੜ ਪ੍ਰਸਾਰਿਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਭਾਰਤ ਦੁਆਰਾ ਪੁਲਾੜ ਵਿੱਚ ਭੇਜਿਆ ਗਿਆ ਇਨਸੈਟ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਸਮੂਹ ਅਜਿਹਾ ਹੀ ਜੀਓ-ਸਟੇਸ਼ਨਰੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਸਮੂਹ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਉਪਯੋਗ ਦੂਰ ਸੰਚਾਰ ਦੇ ਲਈ ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ।

ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਧਰੁਵੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ (Polar satellites) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਘੱਟ ਉਚਾਣ (low altitude) ( $h \approx 500$  to  $800$  km) ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਹਨ। ਪਰ ਇਹ ਧਰਤੀ ਦੇ ਧਰੁਵਾਂ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਉੱਤਰ ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਕਰ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂਕਿ ਧਰਤੀ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਤੇ ਪੱਛਮ ਤੋਂ ਪੂਰਵ ਵੱਲ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ। (ਦੇਖੋ ਚਿੱਤਰ 8.11)। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ ਲਗਭਗ 100 ਮਿੰਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਕਿਸੇ ਵੀ ਵਿਥਕਾਰ (latitude) ਤੋਂ ਦਿਨ ਵਿੱਚ ਕਈ ਵਾਰ ਲੰਘਦੇ ਹਨ ਪਰ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਉਚਾਈ  $h$  ਲਗਭਗ 500-800 km ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਤੇ ਲੱਗੇ ਕਿਸੇ ਕੈਮਰੇ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ ਧਰਤੀ ਦੀ ਇੱਕ ਛੋਟੀ ਪੱਟੀ ਦਾ ਹੀ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਨਾਲ ਲਗਦੀਆਂ (adjacent strips) ਪੱਟੀਆਂ ਨੂੰ ਅਗਲੇ ਗੇੜੇ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸਰਕਾਰਕ ਢੰਗ ਨਾਲ ਪੱਟੀ-ਦਰ-ਪੱਟੀ ਪੂਰੀ ਧਰਤੀ ਦਾ ਸਰਵੇਖਣ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਨੇੜੇ ਤੋਂ ਵਧੀਆ ਵਿਭੇਦਨ (resolution) ਦੇ ਨਾਲ, ਭੂ-ਮੱਧਵਰਤੀ ਅਤੇ ਧਰੁਵੀ ਖੇਤਰਾਂ ਦਾ ਸਰਵੇਖਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੁਆਰਾ ਇਕੱਠੀ ਕੀਤੀ ਗਈ ਸੂਚਨਾ ਸੂਦੂਰ ਸੰਵੇਦਨ (remote sensing), ਮੌਸਮ ਵਿਗਿਆਨ (meteorology) ਦੇ ਨਾਲ ਧਰਤੀ ਦੇ ਵਾਤਾਵਰਨ ਦੇ ਅਧਿਐਨ (environmental studies) ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗੀ ਹੈ।

### 8.12 ਭਾਰਹੀਣਤਾ (WEIGHTLESSNESS)

ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਭਾਰ ਉਹ ਬਲ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਧਰਤੀ ਉਸ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਆਕਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਤਹ ਤੇ ਖੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਭਾਰ ਦਾ ਬੋਧ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ ਉਹ ਸਤਹਿ ਸਾਡੇ ਭਾਰ ਦੇ ਉਲਟ ਬਲ ਲਗਾ ਕੇ ਸਾਨੂੰ ਵਿਰਾਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦਾ ਹੈ। ਇਹੀ ਸਿਧਾਂਤ ਉਸ ਸਮੇਂ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ, ਜਿਵੇਂ ਛੱਤ ਨਾਲ ਲਟਕੀ ਕਿਸੇ ਕਮਾਨੀਦਾਰ ਤੁਲਾ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਭਾਰ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਉਲਟ ਪਿੰਡ ਤੇ ਕੋਈ ਬਲ ਨਾ ਲਗੇ ਤਾਂ ਉਹ ਹੇਠਾਂ ਡਿੱਗ ਜਾਵੇਗਾ। ਕਮਾਨੀ ਵੀ ਯਥਾਰਥ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਿੰਡ ਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਇਸ ਲਈ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਪਿੰਡ ਤੇ ਲੱਗੇ ਗੁਰੂਤਾ ਖਿਚਾਅ ਦੇ ਕਾਰਨ ਕਮਾਨੀ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਨੂੰ ਕੁੱਝ ਖਿੱਚੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕਮਾਨੀ ਆਪਣੀ ਵਾਰੀ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਪਿੰਡ ਤੇ ਇੱਕ ਬਲ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਹੁਣ ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕਮਾਨੀਦਾਰ ਤੁਲਾ ਦਾ ਉੱਪਰੀ ਸਿਰਾ ਕਮਰੇ ਦੀ ਛੱਤ ਨਾਲ ਜੁੜ ਕੇ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਹੈ।



### ਪੁਲਾੜ ਵਿੱਚ ਭਾਰਤ ਦੀ ਛਲਾਂਗ (India's leap into space)

ਭਾਰਤ ਨੇ 1975 ਵਿੱਚ ਨਿਮਨ ਕਕਸ਼ਾ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਆਰਿਆਭੱਟ (low orbit satellite Aryabhata) ਦੇ ਪ੍ਰਖੇਪਣ ਦੇ ਨਾਲ ਪੁਲਾੜ ਯੁੱਗ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਕੀਤਾ। ਪ੍ਰੋਗਰਾਮ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਕੁਝ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਖੇਪਣ ਵਾਹਨ ਉਸ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸੋਵੀਅਤ ਸੰਘ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕੀਤੇ ਗਏ ਸਨ। 1980 ਦੇ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਰੋਹਿਣੀ ਲੜੀ ਦੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਨੂੰ ਪੁਲਾੜ ਵਿੱਚ ਭੇਜਣ ਦੇ ਲਈ ਦੇਸ਼ ਵਿੱਚ ਬਣੇ ਪ੍ਰਖੇਪਣ ਵਾਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਗਈ। ਧਰੁਵੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਨੂੰ ਪੁਲਾੜ ਵਿੱਚ ਭੇਜਣ ਦੇ ਪ੍ਰੋਗਰਾਮ 1980 ਵਾਲੇ ਦਹਾਕੇ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਏ। IRS (ਭਾਰਤੀ ਸੂਦੂਰ ਸੰਵੇਦਨ ਉਪਗ੍ਰਹਿ) ਨਾਮ ਵਾਲੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਲੜੀ ਵੀ ਪ੍ਰਖੇਪਿਤ ਕੀਤੀ ਜਾ ਚੁੱਕੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਪ੍ਰੋਗਰਾਮ ਭਵਿੱਖ ਵਿੱਚ ਵੀ ਚਲਦਾ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਹੈ। ਇਹ ਉਪਗ੍ਰਹਿ, ਸਰਵੇਖਣ, ਮੌਸਮ ਦੀ ਭਵਿੱਖਵਾਨੀ ਅਤੇ ਪੁਲਾੜ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਯੋਗਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸਤੇਮਾਲ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। INSAT (ਭਾਰਤੀ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ Indian national satellite) ਲੜੀ ਦੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ 1982 ਦੇ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਦੂਰ ਸੰਚਾਰ ਅਤੇ ਮੌਸਮ ਦੀ ਭਵਿੱਖਵਾਨੀ ਦੇ ਲਈ ਲਾਏ ਗਏ। INSAT ਲੜੀ ਦੇ ਲਈ ਯੂਰੋਪੀ ਪ੍ਰਖੇਪਣ ਵਾਹਨਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਲਈ ਗਈ। ਭਾਰਤ ਨੇ ਆਪਣੇ ਜੀਓਸਟੇਸ਼ਨਰੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਸਮੱਰਥਾ ਦਾ ਪਰੀਖਣ 2001 ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਜਦੋਂ ਉਸਨੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰਯੋਜਕ ਦੂਰ ਸੰਚਾਰ ਉਪਗ੍ਰਹਿ (GSAT-1) ਪੁਲਾੜ ਵਿੱਚ ਭੇਜਿਆ। 1984 ਵਿੱਚ ਰਾਕੇਸ਼ ਸ਼ਰਮਾ ਪਹਿਲੇ ਭਾਰਤੀ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਬਣੇ। ਭਾਰਤੀ ਪੁਲਾੜ ਸ਼ੋਧ ਸੰਗਠਨ (ISRO, Indian space Research Organisation) ਇੱਕ ਵੱਡਾ ਸੰਗਠਨ ਹੈ ਜੋ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਕੇਂਦਰ ਚਲਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਮੁੱਖ ਪ੍ਰਖੇਪਣ ਕੇਂਦਰ ਸ਼੍ਰੀ ਹਰੀਕੋਟਾ (SHAR) ਵਿੱਚ ਹੈ ਜੋ ਚੇਨੱਈ ਤੋਂ 100 km ਦੂਰ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸੂਦੂਰ ਸੰਵੇਦਨ ਏਜੰਸੀ (NRSA) ਹੈਦਰਾਬਾਦ ਦੇ ਨੇੜੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਪੁਲਾੜ ਅਤੇ ਸਮਵਰਗੀ ਵਿਗਿਆਨਾਂ (Space and allied science) ਲਈ ਇਸਦਾ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸ਼ੋਧ ਕੇਂਦਰ, ਅਹਿਮਦਾਬਾਦ ਦੀ ਭੌਤਿਕੀ ਸ਼ੋਧ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ (PRL) ਹੈ।

ਤਦ ਕਮਾਨੀ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਪਿੰਡ ਵੀ ਇਕੋ-ਜਿਹੇ ਪ੍ਰਵੇਗ  $g$  ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਨਗੇ। ਇਸ ਸਮੇਂ ਕਮਾਨੀ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਖਿਚਾਵ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਉਹ ਉਸ ਪਿੰਡ ਤੇ, ਜੋ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ  $g$  ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਨੀਚੇ ਵੱਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੈ, ਕੋਈ ਬਲ ਨਹੀਂ ਲਗਾਏਗਾ। ਕਮਾਨੀਦਾਰ ਤੁਲਾ ਦੀ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਤ (reading), ਕਮਾਨੀ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਪਿੱਚ ਨਾ ਹੋਣ ਕਾਰਨ, ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗੀ। ਜੇ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਇਸਤਰੀ ਜਾਂ ਪੁਰਸ਼ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਹ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਆਪਣੇ ਭਾਰ ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਨਹੀਂ ਕਰੇਗੀ/ਕਰੇਗਾ, ਕਿਉਂਕਿ ਉਸ ਤੇ ਉੱਪਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਕੋਈ ਬਲ ਨਹੀਂ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਪਿੰਡ ਸੁਤੰਤਰਤਾ ਨਾਲ ਡਿਗਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਹ ਭਾਰਹੀਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸ ਵਰਤਾਰੇ ਨੂੰ ਆਮ ਕਰਕੇ ਭਾਰਹੀਣਤਾ ਦਾ ਵਰਤਾਰਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਵਿੱਚ, ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਹਰ ਛੋਟੇ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਟੁਕੜਾ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਅੰਦਰ ਦੀ ਹਰੇਕ ਵਸਤੂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਗਤੀ ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸ ਗਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਅਸਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਅੰਦਰ ਦੀ ਹਰੇਕ ਵਸਤੂ ਸੁਤੰਤਰਤਾ ਨਾਲ ਡਿਗਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਠੀਕ ਅਜਿਹਾ ਹੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਧਰਤੀ ਵੱਲ ਡਿੱਗ ਰਹੇ ਹੋਈਏ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਅੰਦਰ ਬੈਠੇ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੇ ਲਈ ਖਿਤਜੀ ਜਾਂ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਮਹੱਤਵ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਲਈ ਸਾਰੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਹਵਾ ਵਿੱਚ ਤੈਰਦੇ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀਆਂ ਦੇ ਚਿੱਤਰ ਠੀਕ ਇਸੇ ਤੱਥ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

### ਸਾਰ (SUMMARY)

1. ਨਿਊਟਨ ਦਾ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਦਾ ਵਿਸ਼ਵ-ਵਿਆਪੀ ਨਿਯਮ ਇਹ ਉਲੇਖ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦੂਰੀ  $r$  ਵਾਲੇ  $m_1$  ਅਤੇ  $m_2$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਕੋਈ ਦੋ ਕਣਾਂ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਬਲਾਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

ਜਿੱਥੇ  $G$  ਵਿਸ਼ਵ-ਵਿਆਪੀ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਾਨ  $6.672 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ਹੈ।

2. ਜੇ ਅਸੀਂ  $M_1, M_2, \dots, M_n$  ਆਦਿ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਾਰਨ  $m$  ਪੁੰਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗੇ ਪਰਿਣਾਮੀ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਬਲ ਦਾ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸਦੇ ਲਈ ਸੁਪਰਪੋਜੀਸ਼ਨ ਸਿਧਾਂਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਓ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਨ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ  $M_1, M_2, \dots, M_n$  ਹਰੇਕ ਦੁਆਰਾ  $m$  ਤੇ ਲੱਗੇ ਇਕੱਲੇ-ਇਕੱਲੇ ਬਲ  $F_1, F_2, \dots, F_n$  ਹਨ, ਤਾਂ ਬਲਾਂ ਦੇ ਸੁਪਰਪੋਜੀਸ਼ਨ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹਰੇਕ ਬਲ ਹੋਰ ਪਿੰਡਾਂ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਹੋਏ ਬਿਨਾਂ ਸੁਤੰਤਰਤਾ ਨਾਲ ਕਾਰਜ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਤਦ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਬਲ  $F_n$  ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੁਆਰਾ ਗਿਆਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

ਜਿੱਥੇ ਪ੍ਰਤੀਕ  $\Sigma$  ਜੋੜ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

3. ਕੋਪਲਰ ਦੇ ਗ੍ਰਹਿ ਗਤੀ ਨਿਯਮ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਿ -

- ਸਾਰੇ ਗ੍ਰਹਿ ਇਲਿਪਸੀ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸੂਰਜ ਇਹਨਾਂ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਫੋਕਸ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਸੂਰਜ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਤੱਕ ਖਿੱਚਿਆ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਸਦਿਸ਼, ਬਰਾਬਰ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਖੇਤਰਫਲ ਬੁਹਾਰਦਾ (sweep out) ਹੈ। ਇਹ ਇਸ ਤੱਥ ਦਾ ਪਾਲਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਗੁਰੂਤਾਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਕੇਂਦਰੀ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਵਾਲੇ ਆਵਰਤ ਕਾਲ ਦਾ ਵਰਗ ਉਸ ਦੇ ਇਲਿਪਸੀ ਕਕਸ਼ਾ ਦੇ ਅਰਥ ਵੱਡੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਘਣ ਦੇ ਸਿੱਧਾ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ  $R$  ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਕਕਸ਼ਾ (orbit) ਵਿੱਚ ਚੱਕਰ ਲਗਾ ਰਹੇ ਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਆਵਰਤ ਕਾਲ  $T$  ਅਤੇ ਕਕਸ਼ਾ ਦੇ ਅਰਥ ਵਿਆਸ  $R$  ਵਿੱਚ ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$T^2 = \left( \frac{4\pi^2}{GM_s} \right) R^3$$

ਜਿੱਥੇ  $M_s$  ਸੂਰਜ ਦਾ ਪੁੰਜ ਹੈ। ਵਧੇਰੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀਆਂ ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਦੀਆਂ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਹਨ। ਇਲਿਪਸੀ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਲਈ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ  $R$  ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ ਅਰਥ ਵੱਡੇ ਧੁਰੇ ਦਾ ਮਾਨ  $a$  ਰਖ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

4. ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ

(a) ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ  $h$  ਉਚਾਈ ਤੇ

$$g(h) = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2}$$

$$\approx \frac{GM_E}{R_E^2} \left( 1 - \frac{2h}{R_E} \right) \quad h \ll R_E$$

$$g(h) = g(0) \left[ 1 - \frac{2h}{R_E} \right] \quad \text{ਜਿੱਥੇ } g(0) = \frac{GM_E}{R_E^2}$$

(b) ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ  $d$  ਡੂੰਘਾਈ ਤੇ

$$g(d) = \frac{GM_E}{R_E^2} \left( 1 - \frac{d}{R_E} \right) = g(0) \left( 1 - \frac{d}{R_E} \right)$$

5. ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿਣ ਵਾਲਾ ਬਲ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਸਥਿਤਿਜ ਉਰਜਾ ਫਲਨ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।  $r$  ਦੂਰੀ ਦੇ ਕੋਈ ਦੋ ਕਣਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤਿਜ ਉਰਜਾ

$$V = - \frac{G m_1 m_2}{r}$$

ਜਿੱਥੇ  $r \rightarrow \infty$  ਤੇ  $V$  ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਣਾਂ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸਥਿਤਿਜ ਉਰਜਾ ਉਹਨਾਂ ਕਣਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੀਆਂ ਉਰਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਜੋੜੇ ਨੂੰ ਉਪਰੋਕਤ ਦੱਸੇ ਸੂਤਰ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਸੁਪਰਪੋਜ਼ੀਸ਼ਨ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

6. ਜੇ ਕਿਸੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ  $m$  ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਕਣ ਕਿਸੇ ਭਾਰੀ ਪਿੰਡ, ਜਿਸਦਾ  $M$  ਪੁੰਜ ਹੈ, ਦੇ ਨੇੜੇ  $v$  ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸ ਕਣ ਦੀ ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਉਰਜਾ

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r}$$

ਅਰਥਾਤ ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ, ਗਤਿਜ ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ। ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ, ਗਤੀ ਦਾ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

7. ਜੇ  $m$  ਪੁੰਜ,  $M$  ( $M \gg m$ ) ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ  $a$  ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਚੱਕਰ ਲਗਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ

$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

ਇਹ ਉਪਰੋਕਤ ਬਿੰਦੂ 5 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਦੀ ਚੋਣ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਿਸਟਮ ਜੋ ਕਿ ਬੰਧਣ ਯੁਕਤ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ, ਅਜਿਹਾ ਸਿਸਟਮ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਆਰਬਿਟ ਬੰਦ ਹੋਵੇ ਜਿਵੇਂ ਇਲਿਪਸ ਅਕਾਰ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ, ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਗਤਿਜ ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਹਨ -

$$K = \frac{GMm}{2a}$$

$$V = -\frac{GMm}{a}$$

8. ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਪਲਾਇਨ ਚਾਲ

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} = \sqrt{2gR_E}$$

ਇਸਦਾ ਮਾਨ  $11.2 \text{ km s}^{-1}$  ਹੈ।

9. ਜੇ ਕੋਈ ਕਣ ਕਿਸੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗੋਲ ਖੋਲ ਜਾਂ ਗੋਲ ਸਮਮਿਤ ਠੋਸ ਗੋਲਾ ਜਿਸ ਅੰਦਰ ਪੁੰਜ ਦੀ ਵੰਡ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਹੈ, ਦੇ ਬਾਹਰ ਹੈ ਤਾਂ ਗੋਲਾ ਕਣ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਆਕਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਉਸ ਗੋਲੇ ਜਾਂ ਖੋਲ ਦਾ ਸਾਰੇ ਦਾ ਸਾਰਾ ਪੁੰਜ ਉਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਹੋਇਆ ਹੋਵੇ।
10. ਜੇ ਕੋਈ ਕਣ ਕਿਸੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਗੋਲ ਖੋਲ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਕਣ ਤੇ ਲਗਾ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ਜੇ ਕੋਈ ਕਣ ਕਿਸੇ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਪੁੰਜ ਵੰਡ ਵਾਲੇ ਠੋਸ ਗੋਲੇ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੈ, ਤਾਂ ਕਣ ਤੇ ਲਗਾ ਬਲ ਗੋਲੇ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਬਲ ਕਣ ਤੋਂ ਗੋਲੇ ਦੇ ਅੰਦਰ ਵਾਲੇ ਪੁੰਜ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
11. ਜੀਓਸਟੇਸ਼ਨਰੀ (ਭੂਮੀ ਤੁਲਕਾਲੀ ਸੰਚਾਰ, geosynchronous communication) ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਭੂ-ਮੱਧਰੇਖੀ ਤਲ (equatorial plane) ਵਿੱਚ, ਚੱਕਰ ਆਕਾਰ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ, ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਲਗਭਗ  $4.22 \times 10^4 \text{ km}$  ਦੂਰੀ ਤੇ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ	ਪ੍ਰਤੀਕ	ਵਿਮਾਂ	ਮਾਤਰਕ	ਟਿੱਪਣੀ
ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਰ ਅੰਕ	G	$[M^{-1}L^3 T^{-2}]$	$Nm^2kg^{-2}SK$	$6.67 \times 10^{-11}$
ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ	$V(r)$	$[ML^2 T^{-2}]$	J	$-\frac{GMm}{r}$ (ਅਦਿਸ਼)
ਗੁਰੂਤਾ ਪੁਟੈਂਸ਼ਲ	$U(r)$	$[L^2 T^{-2}]$	$Jkg^{-1}$	$-\frac{GM}{r}$ (ਅਦਿਸ਼)
ਗੁਰੂਤਾ ਤੀਬਰਤਾ	<b>E</b> ਅਤੇ <b>g</b>	$[LT^{-2}]$	$ms^{-2}$	$\frac{GM}{r^2} \hat{r}$ (ਸਦਿਸ਼)



**ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ (Points to ponder)**

- ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਪਿੰਡ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਗਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦੀਆਂ ਹਨ।
  - ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ
  - ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ
 ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ
- ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਅਗਵਾਈ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਇਹ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਦੇ ਉਲਟ ਵਰਗ ਨਿਯਮ ਦੇ ਲਈ ਹੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਨਹੀਂ ਰੱਖਦਾ। ਇਹ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਕੇਪਲਰ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਨਿਯਮ,  $T^2 = K_S R^3$  ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਅੰਕ  $K_S$  ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੀਆਂ ਕਕਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਹਰੇਕ ਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿਆਂ ਤੇ ਵੀ ਇਹੀ ਟਿੱਪਣੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (ਸਮੀਕਰਨ 8.38)
- ਪੁਲਾੜ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਵਿੱਚ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਭਾਰਹੀਨਤਾ ਮਹਿਸੂਸ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਸਦਾ ਕਾਰਨ ਇਹ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਪੁਲਾੜ ਦੀ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਘੱਟ ਹੈ। ਬਲਕਿ ਇਸਦਾ ਕਾਰਨ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਅਤੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਧਰਤੀ ਵੱਲ ਸੁਤੰਤਰਤਾ ਨਾਲ ਡਿਗਦੇ ਹਨ।
- ਦੂਰੀ  $R$  ਦੇ ਵਖਰੇਵੇਂ ਵਾਲੇ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ

$$V = \frac{Gm_1m_2}{r} + \text{ਸਥਿਰ ਅੰਕ}$$

ਇੱਥੇ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਨੂੰ ਕੁਝ ਮਾਨ ਦਿੱਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਮੰਨਣਾ ਸਰਲ ਚੁਣਾਵ ਹੈ। ਇਸ ਚੋਣ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ

$$V = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$

ਇਸ ਚੋਣ ਤੋਂ ਆਪਣੇ ਆਪ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ  $r \rightarrow \infty$  ਤਾਂ  $V \rightarrow 0$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਗੁਰੂਤਾ ਊਰਜਾ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੀ ਚੋਣ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਵਿੱਚ ਮਨਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਦੀ ਚੋਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੀ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ਇਸ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਦੇ ਚੋਣ ਨਾਲ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

- ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਕੁੱਲ ਯੰਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਇਸਦੀ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ (ਜੋ ਸਦਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ) ਅਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਜੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਨੰਤ ਦੇ ਸਾਪੇਖ (ਜਾਂ, ਇਹ ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਪਿੰਡ ਦੀ ਅਨੰਤ ਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ), ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦੇ ਲਈ ਆਮ ਕਰਕੇ ਦਿਖਾਈ ਦੇਣ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ  $mgh$  ਅਸਲ ਵਿੱਚ, ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ 6 ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਸਪਸ਼ਟ ਕੀਤੇ ਅਨੁਸਾਰ ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦਾ ਨੇੜਲਾ ਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਕੇਂਦਰੀ ਹੈ, ਬਲਕਿ ਦੋ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਾਈਜ਼ ਦੇ ਦ੍ਰਿੜ ਪਿੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਪੁੰਜਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਗੋਲ ਸਮਮਿਤ ਪਿੰਡ ਦੇ ਲਈ ਉਸ ਪਿੰਡ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ ਲੱਗਿਆ ਬਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਗਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸਾਰਾ ਪੁੰਜ ਉਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਕੇਂਦਰਿਤ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਬਲ ਕੇਂਦਰੀ ਬਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਗੋਲ ਖੋਲ ਦੇ ਅੰਦਰ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਐਪਰ, (ਕਿਸੇ ਧਾਤ ਦੇ ਖੋਲ ਦੇ ਉਲਟ, ਜੋ ਬਿਜਲੀ ਬਲਾਂ ਤੋਂ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰੱਖਦਾ ਹੈ) ਇਹ ਖੋਲ ਆਪਣੇ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਸਥਿਤ ਦੂਸਰੇ ਪਿੰਡਾਂ ਨੂੰ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਲਗਾਉਣ ਤੋਂ ਆਪਣੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਕਣਾਂ ਦੀ ਸੁਰੱਖਿਆ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਗੁਰੂਤਾ ਤੋਂ ਸੁਰੱਖਿਆ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।



## ਅਭਿਆਸ (EXERCISE)

## 8.1 ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ।

- (a) ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਚਾਰਜ ਦਾ ਬਿਜਲਈ ਬਲਾਂ ਤੋਂ ਸੁਰੱਖਿਅਣ ਉਸ ਚਾਰਜ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਖੋਖਲੇ ਚਾਲਕ ਦੇ ਅੰਦਰ ਰੱਖ ਕੇ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸੁਰੱਖਿਅਣ, ਨੇੜੇ ਰੱਖੇ ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਤੋਂ, ਉਸ ਨੂੰ ਖੋਖਲੇ ਗੋਲੇ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਕੇ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਸਾਧਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।
- (b) ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਵਾਲੇ ਛੋਟੇ ਪੁਲਾੜ ਜਹਾਜ਼ (space ship) ਵਿੱਚ ਬੈਠਾ ਕੋਈ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦਾ ਸੂਹ (detection) ਨਹੀਂ ਲੈ ਸਕਦਾ। ਜੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਵਾਲਾ ਪੁਲਾੜ ਸਟੇਸ਼ਨ ਵੱਡਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੀ ਉਹ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੀ ਸੂਹ ਦੀ ਆਸ਼ਾ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ।
- (c) ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਧਰਤੀ ਤੇ ਸੂਰਜ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਧਰਤੀ ਤੇ ਚੰਨ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਨਾਲ ਕਰੀਏ, ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗੇਗਾ ਕਿ ਸੂਰਜ ਦੀ ਖਿੱਚ ਚੰਨ ਦੀ ਖਿੱਚ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ (ਇਸਦੀ ਜਾਂਚ ਤੁਸੀਂ ਖੁਦ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਅਭਿਆਸ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ) ਪਰ ਚੰਨ ਦੀ ਖਿੱਚ ਦਾ ਜਵਾਰੀ ਪ੍ਰਭਾਵ ਸੂਰਜ ਦੇ ਜਵਾਰੀ ਪ੍ਰਭਾਵ (tidal effect) ਤੋਂ ਵਧ ਹੈ। ਕਿਉਂ ?

## 8.2 ਸਹੀ ਵਿਕਲਪ ਚੁਣੋ -

- (a) ਵੱਧਦੀ ਉਚਾਈ ਨਾਲ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਧਦਾ/ਘਟਦਾ ਹੈ।
- (b) ਵੱਧਦੀ ਡੂੰਘਾਈ ਦੇ ਨਾਲ (ਧਰਤੀ ਨੂੰ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਘਣਤਾ ਦਾ ਗੋਲਾ ਮੰਨ ਕੇ) ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਧਦਾ/ਘਟਦਾ ਹੈ।
- (c) ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਧਰਤੀ ਦੇ ਪੁੰਜ/ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।
- (d) ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ  $r_2$  ਅਤੇ  $r_1$  ਦੂਰੀਆਂ ਦੇ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਅੰਤਰ ਦੇ ਲਈ ਸੂਤਰ  $-GMm(1/r_2 - 1/r_1)$  ਸੂਤਰ  $mgr_2 - r_1$  ਤੋਂ ਵੱਧ/ਘੱਟ ਯਥਾਰਥਕ ਹੈ।

## 8.3 ਮੰਨ ਲਓ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਗ੍ਰਹਿ ਹੈ ਜੋ ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਧਰਤੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਦੋ ਗੁਣੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਧਰਤੀ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਇਸਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਦਾ ਸਾਈਜ਼ ਕੀ ਹੈ ?

8.4 ਬ੍ਰਹਿਸਪਤੀ ਦੇ ਇੱਕ ਉਪਗ੍ਰਹਿ, ਆਓ (Io) ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਅਵਧੀ (orbital period) 1.769 ਦਿਨ ਹੈ ਅਤੇ ਕਕਸ਼ਾ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $4.22 \times 10^8$  m ਹੈ। ਇਹ ਦਰਸਾਓ ਕਿ ਬ੍ਰਹਿਸਪਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਸੂਰਜ ਦੇ ਪੁੰਜ ਦਾ ਲਗਭਗ  $1/1000$  ਗੁਣਾ ਹੈ।8.5 ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਡੀ ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੌਰ ਪੁੰਜ ਦੇ  $2.5 \times 10^{11}$  ਤਾਰੇ ਹਨ। ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ 50,000 ly ਦੂਰੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕੋਈ ਤਾਰਾ ਆਪਣੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰਿਰਕਰਮਾ ਪੂਰੀ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲਵੇਗਾ। ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾ ਦਾ ਵਿਆਸ  $10^5$  ly ਲਓ।

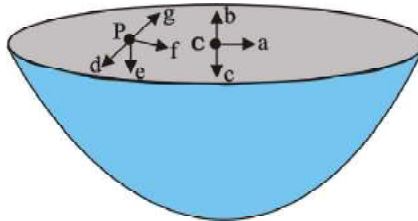
## 8.6 ਸਹੀ ਵਿਕਲਪ ਚੁਣੋ -

- (a) ਜੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਅਨੰਤ ਤੇ ਮਾਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦੇ ਕਿਸੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ਇਸਦੀ ਗਤਿਜ/ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਦਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ।
- (b) ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦੇ ਕਿਸੇ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਕੱਢਣ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਊਰਜਾ ਬਰਾਬਰ ਉਚਾਈ (ਜਿੰਨੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ) ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਸਰ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਪ੍ਰਖੇਪਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਊਰਜਾ ਤੋਂ ਵੱਧ/ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

## 8.7 ਕੀ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਪਲਾਇਨ ਚਾਲ (a) ਪਿੰਡ ਦੇ ਪੁੰਜ (b) ਪ੍ਰਖੇਪਣ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ (c) ਪ੍ਰਖੇਪਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ, (d) ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਪ੍ਰਖੇਪਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ।

## 8.8 ਇੱਕ ਪੁੱਛਲ ਤਾਰਾ ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਵੱਧ ਇਲਿਪਸੀ ਅਕਾਰ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਕੀ ਪੁੱਛਲ ਤਾਰੇ ਲਈ ਸਥਿਰ ਹੋਵੇਗਾ (a) ਰੇਖੀ ਚਾਲ (b) ਕੋਣੀ ਚਾਲ (c) ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ (d) ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ (e) ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ (f) ਇਸ ਦੇ ਸਾਰੇ ਗ੍ਰਹਿ-ਪਥ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਊਰਜਾ ? ਪੁੱਛਲ ਤਾਰੇ ਦੇ ਪੁੰਜ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਕੋਈ ਵੀ ਪੁੰਜ ਹਾਣੀ ਜਦੋਂ ਇਹ ਸੂਰਜ ਦੇ ਨੇੜੇ ਤੋਂ ਲੰਘਦਾ ਹੈ ਨੂੰ ਨਕਾਰ ਦਿਓ।

- 8.9** ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਲੱਛਣ ਪੁਲਾੜ ਵਿੱਚ ਪੁਲਾੜ ਯਾਤਰੀ ਦੇ ਲਈ ਦੁੱਖ ਦੇਣ ਵਾਲੇ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ? (a) ਪੈਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸੋਜ (b) ਚਿਹਰੇ ਤੇ ਸੋਜ (c) ਸਿਰਦਰਦ (d) ਓਰੀਐਂਟੇਸ਼ਨਲ (orientational) ਸਮੱਸਿਆ
- 8.10** ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਪੁੰਜ ਘਣਤਾ ਵਾਲੇ ਅਰਧ ਗੋਲਾਕਾਰ ਖੋਲ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਤੀਬਰਤਾ (gravitational intensity) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਜਿਵੇਂ ਤੀਰਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ (ਦੇਖੋ ਚਿੱਤਰ 8.12), ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਠੀਕ ਹੈ -  
(i) a, (ii) b, (iii) c, (iv) 0



ਚਿੱਤਰ 8.12

- 8.11** ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੱਸਿਆ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਮਨਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਲਏ ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਤੀਬਰਤਾ ਕਿਸ ਤੀਰ (i) d, (ii) e, (iii) f, (iv) g ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਈ ਜਾਵੇਗੀ ?
- 8.12** ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਰਾਕੇਟ ਨੂੰ ਸੂਰਜ ਵੱਲ ਦਾਗਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਕਿਸ ਦੂਰੀ ਤੇ ਰਾਕੇਟ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਆਕਰਸ਼ਣ ਬਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ? ਸੂਰਜ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $2 \times 10^{30}$  kg, ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $6 \times 10^{24}$  kg ਹੈ।  
ਹੋਰ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਆਦਿ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕਰੋ। (ਆਰਥਿਕ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ =  $1.5 \times 10^{11}$  m)
- 8.13** ਤੁਸੀਂ ਸੂਰਜ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਤੋਲੋਗੇ, ਅਰਥਾਤ ਉਸਦੇ ਪੁੰਜ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਕਿਵੇਂ ਲਗਾਓਗੇ ? ਸੂਰਜ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਧਰਤੀ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਦਾ ਔਸਤ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $1.5 \times 10^8$  km ਹੈ।
- 8.14** ਇੱਕ ਸ਼ਨੀ ਵਰ੍ਹਾ ਇੱਕ ਧਰਤੀ ਵਰ੍ਹੇ ਦਾ 29.5 ਗੁਣਾ ਹੈ। ਜੇ ਧਰਤੀ ਸੂਰਜ ਤੋਂ  $1.5 \times 10^8$  km ਦੂਰ ਹੈ ਤਾਂ ਸ਼ਨੀ ਸੂਰਜ ਤੋਂ ਕਿੰਨਾ ਦੂਰ ਹੈ।
- 8.15** ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਭਾਰ 63 N ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਅੱਧੀ ਉਚਾਈ ਤੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇਸ ਵਸਤੂ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਕਿੰਨਾ ਹੈ ?
- 8.16** ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਧਰਤੀ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਘਣਤਾ ਦਾ ਇੱਕ ਗੋਲਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਭਾਰ 250 N ਹੈ, ਇਹ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਅੱਧੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਇਸ ਵਸਤੂ ਦਾ ਭਾਰ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?
- 8.17** ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਕੋਈ ਰਾਕੇਟ  $5 \text{ km s}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਦਾਗਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਤੇ ਵਾਪਸ ਪਰਤਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਰਾਕੇਟ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਜਾਵੇਗਾ ? ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $6.0 \times 10^{24}$  kg ਧਰਤੀ ਦਾ ਔਸਤ ਅਰਧ ਵਿਆਸ =  $6.4 \times 10^6$  m ਅਤੇ  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- 8.18** ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਪਲਾਇਨ ਗਤੀ  $11.2 \text{ km s}^{-1}$  ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਇਸ ਚਾਲ ਦੀ ਤਿੰਨ ਗੁਣੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਪ੍ਰਖੇਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੂਰ ਜਾਣ ਤੇ ਇਸ ਦੀ ਚਾਲ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ? ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਹੋਰ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਉਪਸਥਿਤੀ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕਰੋ।
- 8.19** ਕੋਈ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ 400 km ਉਚਾਈ ਤੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇਸ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਦੇ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਕੱਢਣ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਊਰਜਾ ਖਰਚ ਹੋਵੇਗੀ ? ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਪੁੰਜ = 200 kg ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $6.0 \times 10^{24}$  kg ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ =  $6.4 \times 10^6$  m;  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।
- 8.20** ਦੋ ਤਾਰੇ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪੁੰਜ ਸੂਰਜ ਦੇ ਪੁੰਜ ( $2 \times 10^{30}$  kg) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਵੱਲ ਸਿੱਧੀ ਟੱਕਰ ਦੇ ਲਈ ਵੱਧ ਰਹੇ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਉਹ  $10^9$  km ਦੂਰੀ ਤੇ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਚਾਲ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਤਾਰੇ ਕਿਸ ਚਾਲ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣਗੇ ? ਹਰੇਕ ਤਾਰੇ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ  $10^4$  km ਹੈ। ਇਹ ਮੰਨੋ ਕਿ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤਾਰਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਰੂਪ ਵਿਗਾੜ ਨਹੀਂ ਹੋਇਆ ( $G$  ਦੇ ਗਿਆਤ ਮੂਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ)।
- 8.21** ਦੋ ਭਾਰੀ ਗੋਲੇ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪੁੰਜ 100 kg ਅਰਧ ਵਿਆਸ 0.10 m ਹੈ ਕਿਸੇ ਖਿਤਜੀ ਮੋਜ਼ ਤੇ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ 1.0 m ਦੂਰੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ ਦੋਨੋਂ ਗੋਲਿਆਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਅਤੇ ਪੁਟੈਂਸ਼ਲ ਕੀ ਹੈ ? ਕੀ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਰੱਖਿਆ ਕੋਈ ਪਿੰਡ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ ? ਜੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਇਹ ਸੰਤੁਲਨ ਸਥਾਈ ਹੋਵੇਗਾ ਜਾਂ ਅਸਥਾਈ।

## ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ (ADDITIONAL EXERCISES)

- 8.22** ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਜੀਓਸਟੇਸ਼ਨਰੀ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਲਗਭਗ 36,000 km ਉਚਾਈ ਤੇ ਧਰਤੀ ਦੀ ਪਰਿਕਰਮਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਉਪਗ੍ਰਹਿ ਦੀ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਥਾਂ ਤੇ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਪੁਟੈਂਸ਼ਲ ਕਿੰਨਾ ਹੈ? (ਅਨੰਤ ਤੇ ਸਥਿਤਿਜ ਊਰਜਾ ਜੀਰੋ ਲਓ) ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $6.0 \times 10^{24}$  kg ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 6400 km
- 8.23** ਸੂਰਜ ਦੇ ਪੁੰਜ ਤੋਂ 2.5 ਗੁਣਾ ਪੁੰਜ ਦਾ ਕੋਈ ਤਾਰਾ 12 km ਸਾਈਜ਼ ਤੱਕ ਕੋਲੈਪਸ (collapse) ਕਰਕੇ, ਚਾਲ 1.2 rev./s ਨਾਲ ਘੁੰਮ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਬਹੁਤ ਹੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਛੋਟੇ ਤਾਰੇ ਨੂੰ ਨਿਊਟ੍ਰਾਨ ਤਾਰਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੁਝ ਖਗੋਲੀ ਪਿੰਡ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪਲਸਾਰ (pulsar) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਵੀ ਇਸੇ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਸਦੇ ਭੂ-ਮੱਧਰੇਖੀ ਤਲ ਤੇ ਰੱਖਿਆ ਕੋਈ ਪਿੰਡ, ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ, ਕੀ ਇਸਦੀ ਸਤਹਿ ਨਾਲ ਚਿਪਕਿਆ ਰਹੇਗਾ? ਸੂਰਜ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $2 \times 10^{30}$  kg)
- 8.24** ਕੋਈ ਪੁਲਾੜ ਜਹਾਜ਼ ਮੰਗਲ ਤੇ ਰੁਕਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਸ ਸਪੇਸਸ਼ਿਪ ਤੇ ਕਿੰਨੀ ਊਰਜਾ ਖਰਚ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ ਕਿ ਇਸ ਨੂੰ ਸੌਰ ਮੰਡਲ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਧਕੇਲਿਆ ਜਾ ਸਕੇ। ਸਪੇਸਸ਼ਿਪ ਦਾ ਪੁੰਜ = 1000 kg, ਸੂਰਜ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $2 \times 10^{30}$  kg, ਮੰਗਲ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $6.4 \times 10^{23}$  kg, ਮੰਗਲ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 3395 km, ਮੰਗਲ ਦੀ ਕਕਸ਼ਾ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ =  $2.28 \times 10^8$  km ਅਤੇ  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
- 8.25** ਕਿਸੇ ਰਾਕੇਟ ਨੂੰ ਮੰਗਲ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ  $2 \text{ km s}^{-1}$  ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਦਾਗਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਮੰਗਲ ਦੇ ਵਾਤਾਵਰਨ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇਸਦੀ 20% ਅਰੰਭਿਕ ਊਰਜਾ ਨਸ਼ਟ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਮੰਗਲ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੇ ਮੁੜ ਪਰਤਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਰਾਕੇਟ ਮੰਗਲ ਤੋਂ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰ ਤੱਕ ਜਾਵੇਗਾ। ਮੰਗਲ ਦਾ ਪੁੰਜ =  $6.4 \times 10^{23}$  kg, ਮੰਗਲ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 3395 km ਅਤੇ  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

\*\*\*\*\*