10. दशांश अपूर्णांक – भागाकार

❋ उजळणी

छेद 10, 100, 1000, ... असणाऱ्या अपूर्णांकांना दशांश अपूर्णांक म्हणतात. दशांश, शतांश, ... याप्रमाणे स्थाने निर्माण करून आणि त्या स्थानांपूर्वी दशांशचिन्ह वापरून अशा अपूर्णांकांचे लेखन करतात.

जसे, $8\frac{4}{10} = 8.4$; $13\frac{71}{100} = 13.71$; $\frac{9}{100} = 0.09$; $2\frac{37}{1000} = 2.037$ इत्यादी.

खाली सोडवून दिलेली उदाहरणे अभ्यासा. त्यावरून दशांश अपूर्णांकांमध्ये बेरीज, वजाबाकी व गुणाकार या क्रिया कशा करतात, हे तुम्हांला आठवेल.

उदा. (1)

$$\begin{array}{r} 53.74 \\ +\ 7.28 \\ \hline 61.02 \end{array}$$

उदा. (2)

$$\begin{array}{r} 304.16 \\ -\ 129.50 \\ \hline 174.66 \end{array}$$

उदा. (3)

$$\begin{array}{r} 18.047 \\ \times\ 2.53 \\ \hline 54141 \\ +\ 902350 \\ +\ 3609400 \\ \hline 45.65891 \end{array}$$

(गुण्य संख्येत दशांशचिन्हाच्या पुढे 3 स्थाने आहेत.)
(गुणक संख्येत दशांशचिन्हाच्या पुढे 2 स्थाने आहेत.)
(गुण्य व गुणकातील दशांशचिन्ह विचारात न घेता गुणाकार करू.)
(गुणाकारात, दशांशचिन्हाच्या पुढे 3 + 2 = 5 स्थाने येतील अशी दशांशचिन्हाची जागा ठरवली.)

उदा. (4)

$$\begin{array}{r} 703.48 \\ \times\ 10 \\ \hline 7034.8 \end{array}$$

उदा. (5)

$$\begin{array}{r} 703.48 \\ \times\ 100 \\ \hline 70348.0 \end{array}$$

उदा. (6)

$$\begin{array}{r} 703.48 \\ \times\ 1000 \\ \hline 703480.0 \end{array}$$

दशांश अपूर्णांकाला 10 ने गुणले तर गुणाकारातील अंक व त्यांचा क्रम तोच राहतो. फक्त दशांशचिन्ह एक स्थान उजवीकडे सरकते. तसेच संख्येला 100, 1000, ... ने गुणले, तर दशांशचिन्ह अनुक्रमे दोन, तीन, ... स्थाने उजवीकडे सरकते.

सममूल्य अपूर्णांक

एखाद्या दशांश अपूर्णांकाच्या उजवीकडे कितीही शून्ये लिहिली, तरी मिळणारे अपूर्णांक त्या मूळच्या अपूर्णांकाशी सममूल्य असतात.

जसे, 13.7, 13.70, 13.700 हे अपूर्णांक सममूल्य आहेत.

उदाहरणसंग्रह 28

1. खालील उदाहरणे सोडवा.

(1) 38.974 + 9.408	(2) 105.24 – 78.55	(3) 4063.0 – 1546.7
(4) 2.928 + 543.14	(5) 247.12 × 65	(6) 0.918 × 8.2
(7) 805.43 × 4.07	(8) 9.148 × 10	(9) 13.094 × 100
(10) 0.03993 × 1000	(11) 5.635 × 3.7	(12) 750.08 × 2.03

दशांश अपूर्णांकाला पूर्णांकाने भागणे

दशांश अपूर्णांकाला पूर्णांकाने भागण्याची रीत, पूर्णांकाला पूर्णांकाने भागण्याच्या रीतीप्रमाणेच असते.

खाली सोडवून दिलेल्या उदाहरणांवरून ही रीत समजून घेऊ.

उदा. (1) भागाकार करा : 372.42 ÷ 18

रीत

```
       20.69
18) 372.42
   - 36
     012
   -  00
      124*
   -  108
       162
   -   162
       000*
```

∴ 372.42 ÷ 18 = 20.69

स्पष्टीकरण

प्रथम भाज्यातील 372 या पूर्णांकाला 18 ने भागू.

* येथे दिलेल्या अपूर्णांकातील पूर्णांकाला भागण्याची क्रिया पूर्ण झाली म्हणून अपूर्णांकातील 4 हा अंक घेतला. भागाकारातील पुढील अंक हे अपूर्णांक भाग दर्शवतात, म्हणून भागाकारातील 20 नंतर दशांशचिन्ह दिले.

अपूर्णांकाला भागण्याची क्रिया, पूर्णांकाला भागण्याच्या क्रियेप्रमाणेच करू.

* येथे भागाकाराची क्रिया पूर्ण झाली.

उदा. (2) भागाकार करा : $2.814 \div 7$

रीत

```
     0.402
7) 2.814
 -  0
   ----
    28
 -  28
   ----
    001
 -  000
   ----
      14
 -    14
   ----
      00
```

स्पष्टीकरण

प्रथम 2 या पूर्णांकाला 7 ने भागू.

$2 < 7$ ∴ भाग लावला शून्याचा. येथे पूर्णांकाला भागण्याची क्रिया पूर्ण झाली.

∴ भागाकारातील 0 च्या पुढे दशांश-चिन्ह मांडू.

संख्येतील अपूर्णांक भागाला 7 ने भागण्याची क्रिया नेहमीच्या रीतीने करू.

येथे भागाकाराची क्रिया पूर्ण झाली.

∴ $2.814 \div 7 = 0.402$

उदा. (3) भागाकार करा : $23382.72 \div 46$

रीत

```
      00508.32
46) 23382.72
 -  0
   -----
    23
 -  00
   -----
    233
 -  230
   -----
    0038
 -   000
   -----
      382
 -    368
   -----
      0147
 -     138
   -----
       092
 -      92
   -----
        00
```

स्पष्टीकरण

भाजक संख्या मोठी असल्याने प्रथम 46 चा पाढा तयार करून घेऊ.

$46 \times 1 = 46$ $\quad$ $46 \times 2 = 92$

$46 \times 3 = 138$ $\quad$ $46 \times 4 = 184$

$46 \times 5 = 230$ $\quad$ $46 \times 6 = 276$

$46 \times 7 = 322$ $\quad$ $46 \times 8 = 368$

$46 \times 9 = 414$.

आता भाज्यातील $2 < 46$

∴ भागाकार 0 व बाकी 2.

पुढे $23 < 46$ ∴ पुन्हा भागाकार 0 आणि बाकी 23.

त्यापुढे $233 > 46$. पाढ्याच्या आधारे भाग 5 चा दिला. याप्रमाणे भाग देऊन भागाकार पूर्ण केला. भागाकार 00508.32 म्हणजेच 508.32 आला.

उदाहरणसंग्रह 29

1. पुढील भागाकार करा.

(1) 16.45 ÷ 5 (2) 2615.13 ÷ 9 (3) 8054.926 ÷ 5
(4) 8054.926 ÷ 22 (5) 2955.52 ÷ 16 (6) 1246.8 ÷ 12
(7) 1246.8 ÷ 120 (8) 256.851 ÷ 27 (9) 256.851 ÷ 81
(10) 131.44 ÷ 31 (11) 34.896 ÷ 48 (12) 1.401 ÷ 25

दशांश अपूर्णांकाला दशांश अपूर्णांकाने भागणे

पुढील उदाहरणे अभ्यासा.

उदा. (1) भागाकार करा : 8.6208 ÷ 2.4

प्रथम दिलेले उदाहरण अंश-छेद रूपात लिहू. $\frac{8.6208}{2.4}$ येथे 8.6208 हा भाज्य आणि 2.4 हा भाजक आहे. पूर्णांक भाजकाने दशांश अपूर्णांकाला भागण्यास आपण शिकलो आहोत; म्हणून प्रथम भाजक पूर्णांक होईल असा योग्य बदल दिलेल्या उदाहरणात करून घेऊ.

2.4 × 10 = 24 हे आपणांस माहीत आहे.

∴ दिलेले उदाहरण, सममूल्य अपूर्णांकांच्या गुणधर्माचा उपयोग करून

$\frac{8.6208\times10}{2.4\times10} = \frac{86.208}{24}$ असा बदल करून लिहू.

आता 86.208 ÷ 24 ची किंमत आणि 8.6208 ÷ 2.4 ची किंमत सारखीच असल्याने 86.208 ÷ 24 हा भागाकार करू.

```
        3.592
   24) 86.208
      - 72
        142
      - 120
        0220
      -  216
          048
      -    48
           00
```

आता $\frac{86.208}{24} = 3.592$

$\therefore \frac{8.6208}{2.4} = 3.592$

उदा. (2) भागाकार करा : 1.2509 ÷ 3.5

$$\frac{1.2509}{3.5} = \frac{1.2509\times10}{3.5\times10} = \frac{12.509}{35}$$

रीत	स्पष्टीकरण
35) 12.509 (0.3574 − 00 125 − 105 0200 − 175 259 − 245 0140 − 0140 000	∴ 35 चा पाढा तयार करू. 35 × 1 = 35 35 × 2 = 70 35 × 3 = 105 35 × 4 = 140 35 × 5 = 175 35 × 6 = 210 35 × 7 = 245 35 × 8 = 280 35 × 9 = 315. दिलेल्या भाज्य संख्येतील अंक संपले तरी बाकी 14 उरली आहे. ∴ भाज्यातील शेवटच्या अंकाच्या पुढील स्थानी 0 आहे असे मानून, 14 या बाकीपुढे 0 घेऊ आणि भाग देऊ.

आता $\frac{12.509}{35} = 0.3574$ ∴ $\frac{1.2509}{3.5} = 0.3574$

उदाहरणसंग्रह 30

1. पुढील भागाकार करा.

(1) 10.35 ÷ 1.5   (2) 31.05 ÷ 0.5   (3) 759.0 ÷ 1.1
(4) 957.44 ÷ 2.2   (5) 139.3 ÷ 0.7   (6) 1.393 ÷ 0.7
(7) 82.175 ÷ 1.9   (8) 324 ÷ 1.8   (9) 784.8 ÷ 0.4
(10) 499.95 ÷ 7.5   (11) 1846.8 ÷ 7.2   (12) 1894.1 ÷ 6.2

11. गुणोत्तर व प्रमाण

एका क्रिकेट सामन्यात महेशने 60 व सागरने 20 धावा काढल्या. त्यांच्या धावांची तुलना दोन प्रकारे करता येते.

1. वजावाकी करून

महेशच्या धावा – सागरच्या धावा = 60 – 20

= 40

यावरून महेशने सागरपेक्षा 40 धावा जास्त काढल्या आहेत.

2. भागाकार करून

महेशच्या धावा सागरच्या धावांच्या किती पट आहेत हे काढू. यासाठी महेशच्या धावांना सागरच्या धावांनी भागावे लागेल.

$$\frac{\text{महेशची धावसंख्या}}{\text{सागरची धावसंख्या}} = \frac{60}{20} = \frac{3}{1}$$

यावरून महेशच्या धावा सागरच्या धावांच्या 3 पट आहेत.

जेव्हा दोन राशींची तुलना भागाकाराने करतात, तेव्हा त्या संख्यांच्या भागाकाराला 'गुणोत्तर' म्हणतात.

गुणोत्तर दाखवण्यासाठी ':' हे चिन्ह वापरतात.

5 चे 9 शी गुणोत्तर $\frac{5}{9}$ किंवा '5:9' असे लिहितात आणि 'पाचला नऊ' असे वाचतात. याउलट 9 चे 5 शी गुणोत्तर $\frac{9}{5}$ किंवा '9:5' असे लिहितांत आणि 'नऊला पाच' असे वाचतात.

$\frac{a}{b}$ हे गुणोत्तर '$a:b$' असे लिहितात आणि 'a ला b' असे वाचतात.

दोन संख्यांची तुलना भागाकाराने करणे, म्हणजेच त्या दोन संख्यांचे गुणोत्तर काढणे.

गुणोत्तराचा अर्थ समजण्यासाठी आणखी एक उदाहरण पाहू.

उदा. (1) एका वर्गात 30 मुले व 24 मुली आहेत. मुलांची संख्या व मुलींची संख्या यांचे गुणोत्तर काढा.

$$\text{मुलांच्या संख्येचे मुलींच्या संख्येशी गुणोत्तर} = \frac{\text{मुलांची संख्या}}{\text{मुलींची संख्या}} = \frac{30}{24}.$$

$\frac{30}{24}$ हे गुणोत्तर '30:24' असे लिहितात आणि त्याचे वाचन 'तिसास चोवीस' असे करतात.

गुणोत्तराचे अतिसंक्षिप्त रूप

$$\frac{30}{24} = \frac{30 \div 6}{24 \div 6} = \frac{5}{4}$$

$\frac{5}{4}$ हे $\frac{30}{24}$ चे अतिसंक्षिप्त रूप आहे.

साधारणत: कोणतेही गुणोत्तर अतिसंक्षिप्त रूपात लिहितात.

उदा. (2) जॉनचे वजन 50 किग्रॅ असून, अजयचे वजन 40 किग्रॅ आहे, तर जॉनच्या वजनाचे अजयच्या वजनाशी गुणोत्तर किती ? तसेच अजयच्या वजनाचे जॉनच्या वजनाशी गुणोत्तर किती ?

$$\text{जॉनच्या वजनाचे अजयच्या वजनाशी गुणोत्तर} = \frac{50}{40} = \frac{5}{4} = 5:4$$

$$\text{अजयच्या वजनाचे जॉनच्या वजनाशी गुणोत्तर} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 4:5$$

या उदाहरणांवरून लक्षात घ्या, की संख्यांचा क्रम बदलला तर संख्यांचे गुणोत्तर बदलते. गुणोत्तराला एकक नसते.

उदाहरणसंग्रह 31

1. प्रत्येक उदाहरणातील पहिल्या संख्येचे दुसऱ्या संख्येशी, तसेच दुसऱ्या संख्येचे पहिल्या संख्येशी असलेले गुणोत्तर लिहा. (गुणोत्तराचे चिन्ह वापरून)

(1) 10, 9 (2) 7, 22 (3) 2, 5 (4) 7, 11 (5) 13, 17

2. खालील प्रत्येक गुणोत्तराचे वाचन करा.

(1) 7:9 (2) 10:6 (3) 30:10 (4) 5:20 (5) 1:4

3. खालील प्रत्येक गुणोत्तर अतिसंक्षिप्त रूपात लिहा.

(1) 15:6 (2) 20:60 (3) 25:45 (4) 12:30
(5) 26:13 (6) 4:20 (7) 77:99 (8) 35:70

उदा. 2 रुपयांचे 50 पैशांशी गुणोत्तर लिहा.

येथे 2 रु. व 50 पैसे या रकमा आहेत, म्हणजेच त्या दोन्ही राशी एकाच प्रकारच्या आहेत, पण त्यांची एकके भिन्न आहेत. त्यांची एकके समान करू.

2 रुपये = 200 पैसे

200 पैशांचे 50 पैशांशी गुणोत्तर = 200:50

= 4:1 (प्रत्येक पदास 50 ने भागून)

एकाच प्रकारच्या दोन राशींचे गुणोत्तर काढताना त्यांची एकके समान करून घ्यावी लागतात, परंतु गुणोत्तराला एकक नसते.

उदाहरणसंग्रह 32

1. कमलेशची उंची 140 सेमी व अदितीची उंची 105 सेमी आहे. कमलेशच्या उंचीचे अदितीच्या उंचीशी गुणोत्तर काढा.

2. वहीची किंमत 9 रुपये असून, पेनची किंमत 15 रु. आहे. पेनच्या किमतीचे वहीच्या किमतीशी गुणोत्तर काढा.

3. पहिल्या राशीचे दुसऱ्या राशीशी गुणोत्तर लिहा.

(1) 15 सेकंद, 1 मिनिट (2) 90 पैसे, 1 रुपया
(3) 1 मीटर, 60 सेमी (4) 30 मिनिटे, 1 तास
(5) 1 लीटर, 600 मिली (6) 250 ग्रॅम, 1 किग्रॅ

4. दुसऱ्या राशीचे पहिल्या राशीशी गुणोत्तर काढा.

(1) 2 रु., 75 पैसे (2) 15 सेकंद, 1 मि. 15 सेकंद
(3) 90 सेमी, 1.5 मी. (4) 2 किग्रॅ, 500 ग्रॅम

शाब्दिक उदाहरणे

उदा. कस्तुरबा उद्यानातील बदामाच्या व नारळाच्या झाडांच्या संख्यांचे गुणोत्तर 4:7 आहे. जर बागेतील बदामाच्या झाडांची संख्या 20 असेल, तर नारळाच्या झाडांची संख्या काढा.

रीत :

$$\frac{\text{बदामाच्या झाडांची संख्या}}{\text{नारळाच्या झाडांची संख्या}} = \frac{4}{7}$$

तसेच

$$\frac{\text{बदामाच्या झाडांची संख्या}}{\text{नारळाच्या झाडांची संख्या}} = \frac{20}{\square}$$

यावरून $\frac{4}{7} = \frac{20}{\boxed{?}}$

या दोन समान अपूर्णांकांपैकी 20 हा अंश, 4 या अंशाच्या पाचपट आहे. म्हणून 7 या छेदाची 5 पट करून चौकटीतील संख्या मिळेल. 7 ची 5 पट 35

∴ नारळाची 35 झाडे आहेत.

उदाहरणसंग्रह 33

1. कोंडाजीअण्णांकडील गाईंच्या व म्हशींच्या संख्यांचे गुणोत्तर 3:7 आहे. जर त्यांच्याकडील म्हशींची संख्या 28 असेल, तर गाईंची संख्या किती ?
2. एका वर्गातील मुले व मुली यांच्या संख्यांचे गुणोत्तर 5:6 आहे. जर त्या वर्गातील मुलांची संख्या 30 असेल, तर मुलींची संख्या काढा.
3. दोन संख्यांचे गुणोत्तर 7:2 असून, त्यांपैकी मोठी संख्या 21 असेल, तर लहान संख्या कोणती ?

प्रमाण

4:14 आणि 6:21 या दोन गुणोत्तरांचा विचार करू.

$4:14 = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} = 2:7$ $\qquad$ $6:21 = \frac{6}{21} = \frac{2}{7} = 2:7$

येथे 4:14 आणि 6:21 या दोन्ही गुणोत्तरांची अतिसंक्षिप्त रूपे समान आहेत.

$\therefore$ 4:14 = 6:21

जेव्हा दोन गुणोत्तरे समान असतात, तेव्हा त्या गुणोत्तरांतील संख्या प्रमाणात आहेत, असे म्हणतात.

4:14 = 6:21 याचा अर्थ 4, 14, 6 व 21 या चार संख्या प्रमाणात आहेत.

त्याचप्रमाणे 15:10 = 12:8 (प्रत्येक गुणोत्तराचे संक्षिप्त रूप 3:2)

$\therefore$ 15, 10, 12, 8 या संख्या प्रमाणात आहेत.

जेव्हा a, b, c, d या चार संख्या अशा असतील, की $a:b = c:d$ तेव्हा a, b, c, d प्रमाणात आहेत, असे म्हणतात.

खालील उदाहरणांचा अभ्यास करा.

1. खालील प्रत्येक गटातील संख्या प्रमाणात आहेत का ते ठरवा.

उदा. (1) 3, 6, 8, 16

$3:6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$8:16 = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ 3:6 = 8:16

$\therefore$ 3, 6, 8, 16 या संख्या प्रमाणात आहेत.

उदा. (2) 6, 8, 10, 14

$6:8 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$10:14 = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$

$\therefore$ 6:8 व 10:14 ही गुणोत्तरे समान नाहीत.

$\therefore$ 6, 8, 10, 14 या संख्या प्रमाणात नाहीत.

उदा. (3) $3:2 = x:8$ असेल तर x = किती ?

$3:2 = x:8 \therefore \frac{3}{2} = \frac{x}{8}$

आता छेदांच्या निरीक्षणावरून, $2 \times 4 = 8$, $\therefore 3 \times 4 = x$ $\therefore x = 12$

उदाहरणसंग्रह 34

1. खालील संख्या प्रमाणात आहेत का ते ठरवा.

(1) 10, 5, 20, 10 (2) 4, 6, 8, 12 (3) 10, 8, 6, 4

2. खालील प्रमाणांतील x ची किंमत काढा.

(1) $8:12 = 2:x$ (2) $4:5 = x:50$ (3) $x:6 = 10:15$ (4) $5:x = 20:24$

शाब्दिक उदाहरणे

खालील उदाहरणांचा अभ्यास करा.

उदा. (1) 7 चेंडूंची किंमत 42 रु. आहे, तर अशाच 21 चेंडूंची किंमत काढा.

चेंडू	किंमत
7	42 रु.
21	? रु.

चेंडूंची संख्या तिप्पट झाली आहे म्हणून त्यांची किंमतही तिप्पट होईल. चेंडूंच्या संख्यांचे गुणोत्तर = चेंडूंच्या किमतींचे गुणोत्तर

$\therefore \dfrac{7}{21} = \dfrac{42}{\square}$

$\therefore$ $42 = 7 \times 6$ (अंशाची 6 पट आहे.)

$\therefore$ चौकटीतील संख्या $21 \times 6 = 126$. (छेदाची 6 पट आहे.)

$\therefore$ 21 चेंडूंची किंमत 126 रु.

उदा. (2) 12 केळ्यांना 15 रु. पडतात, तर 8 केळ्यांची किंमत किती ?

केळ्यांच्या संख्यांचे गुणोत्तर = केळ्यांच्या किमतींचे गुणोत्तर

$\therefore \dfrac{12}{8} = \dfrac{15}{\square}$

$\therefore \dfrac{3}{2} = \dfrac{15}{\square}$ ---- संक्षिप्त रूप दिले.

आता $15 = 3 \times 5$ (अंशाची 5 पट आहे.)

$\therefore$ चौकटीतील संख्या $2 \times 5 = 10$ (छेदाची 5 पट केली.)

$\therefore$ 8 केळ्यांची किंमत 10 रु.

उदाहरणसंग्रह 35

खालील उदाहरणे प्रमाणाचा उपयोग करून सोडवा.

1. 12 भोवऱ्यांची किंमत 60 रु. आहे, तर तशाच 17 भोवऱ्यांची किंमत काढा.
2. सुबाभळीच्या 100 रोपांची किंमत 90 रुपये आहे, तर 250 रोपांची किंमत किती होईल ?
3. सोयाबीनच्या बियाण्याच्या 3 पिशव्यांची किंमत 2250 रु. आहे, तर तशाच 7 पिशव्यांची किंमत काढा.
4. एक विमान 5 तासांत 4000 किमी जाते. त्याच वेगाने ते विमान 7 तासांत किती अंतर जाईल ?
5. 10 सेमी लांबीच्या लोखंडी गजाचे वजन 250 ग्रॅम आहे. तशाच 25 सेमी लांबीच्या लोखंडी गजाचे वजन काढा.
6. एक गाडी 1 तासात 24 किमी अंतर जाते. त्याच वेगाने ती गाडी 20 मिनिटांत किती अंतर जाईल ?

12. नफा – तोटा

उजळणी

- वस्तू खरेदी करणे म्हणजे विकत घेणे. ज्या किमतीला वस्तू खरेदी केली जाते, तिला खरेदी किंमत किंवा खरेदी म्हणतात.
- वस्तू ज्या किमतीला विकली जाते, तिला विक्री किंमत किंवा विक्री म्हणतात.
- खरेदी किमतीपेक्षा विक्री किंमत जास्त असेल, तर नफा किंवा फायदा होतो.

नफा = विक्री – खरेदी

- काही वेळा वस्तू खराब होणे, जुनी होणे किंवा अधिक चांगल्या दर्जाची वस्तू बाजारात येणे, अशा कारणांनी वस्तू खरेदी किमतीपेक्षा कमी किमतीत विकावी लागते.
- खरेदी किमतीपेक्षा विक्री किंमत कमी झाल्यामुळे तोटा होतो.

तोटा = खरेदी – विक्री

उदाहरणसंग्रह 36

1. तक्त्यातील उदाहरणांत नफा झाला, की तोटा झाला हे ओळखून रिकाम्या चौकटींमध्ये योग्य संख्या लिहा.

क्रमांक	खरेदी (रु.)	विक्री (रु.)	नफा (रु.)	तोटा (रु.)
(1)	560	600		
(2)	450	400		
(3)	300	345		
(4)	785	765		
(5)	5180	6000		
(6)	3050	3200		
(7)	8600	8520		

शाब्दिक उदाहरणे

उदा. (1) गुलाबभाईंनी 30 रु. डझन या दराने 10 डझन संत्री घेतली. त्यांपैकी 6 डझन संत्री 42 रु. डझन या दराने व उरलेली संत्री 28 रु. डझन या दराने विकली, तर त्यांना नफा झाला की तोटा ? किती ?

1 डझन संत्र्यांची खरेदी 30 रु.

$\therefore$ 10 डझन संत्र्यांची खरेदी $10 \times 30 = 300$ रु.

1 डझन संत्र्यांचा विक्रीचा दर 42 रु.

$\therefore$ 6 डझन संत्र्यांची विक्रीची किंमत $6 \times 42 = 252$ रु.

उरलेली संत्री $10 - 6 = 4$ डझन

या 4 डझन संत्र्यांची विक्री किंमत $4 \times 28 = 112$ रु.

$\therefore$ एकूण विक्री किंमत $= 252 + 112 = 364$ रु.

खरेदीपेक्षा विक्री जास्त असल्याने गुलाबभाईंना नफा झाला.

नफा = विक्री − खरेदी

$= 364 - 300$

$= 64$

$\therefore$ 64 रु. नफा झाला.

उदा. (2) तुळसाने 12 रु. लीटर दराने 50 लीटर दूध विकत घेतले. ते सर्व दूध तिने 575 रुपयांस विकले, तर तिला नफा झाला की तोटा ? किती ?

1 लीटर दुधाची खरेदी किंमत 12 रु.

$\therefore$ 50 लीटर दुधाची खरेदी किंमत $50 \times 12 = 600$ रु.

आता विक्री = 575 रु.

येथे खरेदीपेक्षा विक्री कमी आहे, म्हणजेच तुळसाला तोटा झाला.

तोटा = खरेदी − विक्री

$= 600 - 575$

$= 25$

$\therefore$ 25 रु. तोटा झाला.

उदाहरणसंग्रह 37

1. मगनशेठने 20 रु. दराने 15 खेळणी आणली. ती सर्व खेळणी त्यांनी 345 रुपयांस विकली, तर त्यांना या व्यवहारात नफा झाला की तोटा ? किती ?
2. हनिफने 50 सफरचंदांची पेटी 260 रुपयांस खरेदी केली. ती सर्व सफरचंदे त्याने 5 रुपयांस एक याप्रमाणे विकली, तर त्याला किती रुपये फायदा किंवा तोटा झाला ?
3. हरभजनने 10 पेन्सिलींची एक पेटी 12.50 रुपयांस विकत घेतली. त्यातील पेन्सिली त्याने प्रत्येकी 1.50 रु. प्रमाणे विकल्या. त्याला या व्यवहारात किती फायदा किंवा तोटा झाला ?
4. अजीमने 6 रु. प्रति किग्रॅ दराने 40 किग्रॅ वांगी घेतली. त्यांपैकी 25 किग्रॅ वांगी त्याने 8 रु. किग्रॅ दराने विकली व बाकीची 6 रु. किग्रॅ दराने विकली, तर त्याला वांगी विकून नफा झाला की तोटा ? किती ?
5. 72 रु. किग्रॅ दराचा 28 किग्रॅ चहा व 90 रु. किग्रॅ दराचा 56 किलोग्रॅम चहा एकत्र करून तो चहा 85 रु. किग्रॅ दराने विकला, तर चहा विक्रीतून किती नफा होईल ?
6. कौस्तुभने 96 किग्रॅ साखर 17 रु. दराने खरेदी करून ती 18.50 रु. किग्रॅ दराने विकली, तर त्याला साखर विक्रीतून किती नफा होईल ?

विक्री आणि नफा किंवा तोटा माहीत असल्यास खरेदी काढणे.

उदा. (1) सविताने प्रत्येकी 380 रु. दराने 25 साड्या विकल्या. त्या सर्व साड्या विकून तिला 1500 रु. नफा झाला, तर साड्यांची खरेदी किंमत काढा.

1 साडीची विक्री किंमत 380 रु.

$\therefore$ 25 साड्यांची एकूण विक्री किंमत $380 \times 25 = 9500$ रु.

सविताला 1500 रु. नफा झाला.

खरेदी = विक्री − नफा

= 9500 − 1500

= 8000

$\therefore$ साड्यांची खरेदीची किंमत 8000 रु.

उदा. (2) एका व्यापाऱ्याने प्रत्येकी 7.50 रु. प्रमाणे 20 टोप्या विकल्यामुळे त्याला 10 रु. तोटा झाला, तर प्रत्येक टोपीची खरेदी किंमत किती ?

1 टोपीची विक्री = 7.50 रु.

$\therefore$ 20 टोप्यांची विक्री = $7.50 \times 20 = 150.00$ रु.

व्यापाऱ्यास 10 रु. तोटा झाला.

खरेदी = विक्री + तोटा

= 150 + 10

= 160

आता 20 टोप्यांची खरेदी 160 रु.

$\therefore$ 1 टोपीची खरेदी = $\frac{160}{20} = 8$ रु.

$\therefore$ प्रत्येक टोपीची खरेदी किंमत 8 रु.

उदाहरणसंग्रह 38

1. 2340 रुपयांना 15 शर्ट विकले, तेव्हा दुकानदारास 60 रु. तोटा झाला, तर प्रत्येक शर्टची खरेदी किंमत किती होती ते काढा.
2. प्रत्येकी 5 रुपये प्रमाणे 40 खेळणी विकल्यास दुकानदारास 80 रु. नफा होईल, तर प्रत्येक खेळण्याची खरेदी किंमत काढा.
3. शंकररावांनी घेतलेली 4 हेक्टर जमीन त्यांनी लगेच 16 लाख रुपयांस विकली. त्यामुळे त्यांना 50000 रु. नफा झाला, तर त्यांनी प्रति हेक्टर कोणत्या दराने जमीन खरेदी केली होती ?
4. एका दुकानदाराने 16 घड्याळे 1570 रुपयांस विकल्यास 190 रु. तोटा होतो, तर प्रत्येक घड्याळाची खरेदी किंमत काय होती ?

13. परिमिती

उजळणी

मागील इयत्तेत त्रिकोण, आयत, चौरस यांची परिमिती कशी काढतात, हे आपण अभ्यासले आहे.

काही रेषाखंडांनी बंदिस्त असलेल्या आकृतीच्या सर्व बाजूंच्या लांबींची बेरीज म्हणजे त्या आकृतीची परिमिती होय.

- आयताची परिमिती = 2 × लांबी + 2 × रुंदी
- चौरसाची परिमिती = 4 × बाजूची लांबी
- त्रिकोणाची परिमिती = त्रिकोणाच्या तीनही बाजूंच्या लांबींची बेरीज

परिमिती काढण्याची सूत्रे आपण शिकलो आहोत. हीच सूत्रे आपण आता अक्षरांचा वापर करून लिहू.

- आयताची परिमिती = 2 × लांबी + 2 × रुंदी

  आयताच्या लांबीसाठी l आणि रुंदीसाठी b ही अक्षरे घेऊ.

∴ आयताची परिमिती $= 2 \times l + 2 \times b$

∴ **आयताची परिमिती $= 2\,(l + b)$**

- चौरसाची परिमिती = 4 × बाजू

  चौरसाच्या बाजूसाठी x हे अक्षर घेऊ.

∴ **चौरसाची परिमिती $= 4 \times x = 4x$**

- त्रिकोणाच्या बाजूंसाठी a, b, c ही अक्षरे मानल्यास

  त्रिकोणाची परिमिती = सर्व बाजूंच्या लांबींची बेरीज

∴ **त्रिकोणाची परिमिती $= a + b + c$**

उदा. (1) आयताची लांबी 8 सेमी व रुंदी 5 सेमी आहे, तर आयताची परिमिती काढा.

दिलेल्या बाबी : लांबी (l) = 8 सेमी, रुंदी (b) = 5 सेमी

आयताची परिमिती $= 2\,(l + b)$

$= 2\,(8 + 5)$

$= 2\,(13)$

= 26 सेमी

उदा. (2) 2.8 मी बाजू असणाऱ्या चौरसाची परिमिती काढा.

दिलेल्या बाबी : चौरसाची बाजू $(x) = 2.8$ मी

चौरसाची परिमिती $= 4 \times x$

$= 4 \times 2.8$

$= 11.2$ मी

उदा. (3) 12 सेमी, 15 सेमी व 8 सेमी बाजू असणाऱ्या त्रिकोणाची परिमिती काढा.

दिलेल्या बाबी : त्रिकोणाच्या बाजू $a = 12$ सेमी

$b = 15$ सेमी

$c = 8$ सेमी

त्रिकोणाची परिमिती $= a + b + c$

$= 12 + 15 + 8$

$= 35$ सेमी

उदाहरणसंग्रह 39

1. आयताची लांबी व रुंदी खाली दिली आहे. आयताची परिमिती काढा.
   (1) 9 सेमी, 6 सेमी (2) 5.2 मी, 4 मी (3) 7.5 सेमी, 3.2 सेमी
2. 12 सेमी बाजू असणाऱ्या चौरसाची परिमिती काढा.
3. 6 सेमी, 9 सेमी व 5 सेमी बाजू असणाऱ्या त्रिकोणाची परिमिती काढा.
4. 4.8 मी, 10.2 मी, 5.3 मी बाजू असणाऱ्या त्रिकोणाची परिमिती काढा.

शाब्दिक उदाहरणे

उदा. (1) त्रिकोणाकृती भूखंडाच्या बाजू 65 मी, 60 मी, 32 मी असून, त्याला तारेचे चार पदरी कुंपण घालायचे असल्यास एकूण किती लांबीची तार लागेल ?

दिलेल्या बाबी : भूखंडाच्या बाजू $a = 65$ मी, $b = 60$ मी, $c = 32$ मी.

विचारलेल्या बाबी : कुंपणास किती लांबीची तार लागेल ?

विचार : तारेच्या एक पदरी कुंपणासाठी जागेच्या परिमितीएवढी तार लागेल.

4 पदरी कुंपणासाठी = $4 \times$ परिमिती एवढी तार लागेल.

रीत	आपण काय केले ?
त्रिकोणाची परिमिती $= a + b + c$	सूत्र लिहिले.
$= 65 + 60 + 32$	किमती घातल्या.
$= 157$ मी	बेरीज केली.

∴ तारेच्या 1 पदरी कुंपणासाठी 157 मी तार लागेल.

∴ तारेच्या 4 पदरी कुंपणासाठी लागणाऱ्या तारेची लांबी $= 4 \times$ परिमिती

$= 4 \times 157$

$= 628$ मी

∴ कुंपणासाठी 628 मी तार लागेल.

उदा. (2) मीनू रोज धावण्याचा सराव करण्यासाठी 80 मी बाजू असलेल्या चौरसाकार मैदानाभोवती 8 फेरे मारते, तर ती रोज किती मीटर धावते ?

दिलेल्या बाबी : मैदानाची बाजू $(x) = 80$ मी

फेऱ्यांची संख्या $= 8$

विचारलेल्या बाबी : मीनू एकूण किती मीटर धावते ?

विचार : मीनू एका फेऱ्यात मैदानाच्या परिमितीएवढे अंतर धावते.

8 फेऱ्यांत '$8 \times$ परिमिती' एवढे अंतर धावते.

रीत	आपण काय केले ?
मैदानाची परिमिती = चौरसाची परिमिती	
$= 4 \times x$	सूत्र लिहिले.
$= 4 \times 80$	किमती घातल्या.
$= 320$ मी	गुणाकार केला.

∴ मीनू एका फेऱ्यात 320 मी अंतर धावते.

8 फेऱ्यांत $320 \times 8 = 2560$ मी अंतर धावते.

∴ मीनू रोज 2560 मी धावते.

उदा. (3) 17 मी लांब व 10 मी रुंद आयताकृती बागेभोवती तारेचे कुंपण घालायचे आहे. तारेसाठी येणारा खर्च एका मीटरला 3.25 रु. आहे, तर तारेचे 3 फेरे घालण्यासाठी एकूण खर्च किती येईल ?

दिलेल्या बाबी : आयताची लांबी $(l) = 17$ मी

आयताची रुंदी $(b) = 10$ मी

तारेचे फेरे = 3

एक मीटरचा खर्च = 3.25 रु.

विचारलेल्या बाबी : कुंपण घालण्यासाठी एकूण खर्च किती येईल ?

विचार : 3 फेऱ्यांच्या कुंपणासाठी तारेची लांबी = 3 × परिमिती

कुंपणासाठी एकूण खर्च = (3 × परिमिती) × 3.25 रु.

रीत		आपण काय केले ?
बागेची परिमिती	$= 2\,(l + b)$	सूत्र लिहिले.
	$= 2\,(17 + 10)$	किमती घातल्या.
	$= 2\,(27)$	बेरीज केली.
	= 54 मी	गुणाकार केला.

∴ 3 फेऱ्यांच्या कुंपणासाठी तारेची लांबी = 3 × परिमिती

= 3 × 54 = 162 मी

कुंपणासाठी एकूण खर्च = 162 × 3.25

= 526.50 रु.

∴ कुंपणासाठी एकूण खर्च 526.50 रु. येईल.

उदाहरणसंग्रह 40

1. 15 मी लांब व 10 मी रुंदीचा एक मंडप घातला आहे. त्याच्या कडेने झालर लावण्यासाठी ती किती मीटर लांबीची असावी लागेल ?
2. 1.5 मी मापाच्या चौरसाकृती खिडकीवर बारीक जाळी बसवायची आहे. त्यासाठी कडेने लाकडी पट्टी लावायची आहे, तर पट्टी किती मीटर लांबीची लागेल ?
3. सतबीर रोज सकाळी 320 मी लांब व 210 मी रुंद असलेल्या बागेच्या कडेने पायी चालतो, तर तो रोज एका फेरीत किती अंतर पायी चालतो ?
4. 30 मी, 20 मी, व 25 मी बाजू असलेल्या त्रिकोणाकृती भूखंडाला, एका मीटरला 2.50 रु. या दराने 4 पदरी कुंपण घालण्यासाठी एकूण किती खर्च येईल ?
5. 5 मी 20 सेमी लांब व 3 मी 30 सेमी रुंद सतरंजीच्या काठांना चारही बाजूने गोठ लावण्यासाठी किती मीटर गोठ लागेल ?

परिमिती दिल्यास बाजू काढणे

उदा. (1) चौरसाची परिमिती 48 सेमी आहे, तर त्या चौरसाची बाजू काढा.

चौरसाची परिमिती = $4 \times x$

येथे परिमिती 48 आहे.

$\therefore\ 4 \times x = 48$

परंतु $4 \times 12 = 48$

$\therefore\ x = 12$

$\therefore$ त्या चौरसाची बाजू = 12 सेमी

उदा. (2) आयताची परिमिती 36 सेमी असून, त्या आयताची लांबी 10 सेमी आहे, तर त्याची रुंदी काढा.

आयताची परिमिती = $2\ (l + b)$

$\therefore\ 2\ (10 + b) = 36$

परंतु $2 \times 18 = 36$

$\therefore\ 10 + b = 18$

10 व 8 यांची बेरीज 18 येते.

यावरून, $b = 8$

$\therefore$ आयताची रुंदी = 8 सेमी

उदाहरणसंग्रह 41

1. एका त्रिकोणाची परिमिती 50 सेमी आहे. त्या त्रिकोणाच्या दोन बाजू 15 सेमी व 20 सेमी आहेत, तर तिसऱ्या बाजूची लांबी काढा.
2. एका चौरसाची परिमिती 80 सेमी आहे. त्या चौरसाची बाजू काढा.
3. एका आयताची परिमिती 62 मी असून रुंदी 7 मी आहे, तर त्या आयताची लांबी काढा.
4. एका त्रिकोणाकृती पताकेची परिमिती 55 सेमी आहे. त्या पताकेची एक बाजू 15 सेमी आहे. उरलेल्या बाजू समान मापाच्या आहेत, तर उरलेल्या प्रत्येक बाजूची लांबी काढा.
5. एका आयताकृती तलावाची लांबी 30 मी असून, परिमिती 100 मी आहे, तर त्याची रुंदी काढा.

6. चौरसाकृती खोलीची परिमिती 16 मी आहे, तर त्या खोलीची प्रत्येक बाजू किती लांबीची असेल ?

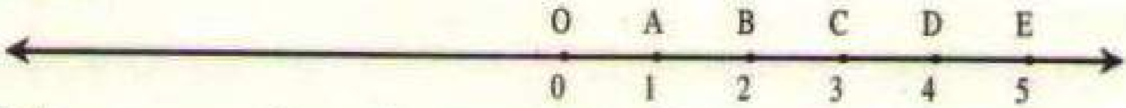
7. एका तारेच्या आयताकृतीची लांबी 50 सेमी व रुंदी 30 सेमी आहे. ती सरळ करून त्याच तारेची चौरसाकृती तयार केल्यास तिची प्रत्येक बाजू किती सेमी ?

विभाग दुसरा

14. पूर्णांक संख्या

आपण नैसर्गिक संख्या व पूर्ण संख्या यांची ओळख करून घेतली आहे. आता 'पूर्णांक' संख्यांची ओळख आपण करून घेणार आहोत. 'पूर्णांक' संख्यांची ओळख करून घेण्यासाठी संख्यारेषा उपयुक्त ठरते, म्हणून प्रथम संख्यारेषेची ओळख करून घेऊ.

संख्यारेषा



येथे दाखवल्याप्रमाणे एक रेषा काढली. त्या रेषेच्या कोणत्याही एका बिंदूला O हे नाव दिले. बिंदू O च्या उजवीकडे A हा त्या रेषेचा आणखी एक बिंदू घेतला. बिंदू O हा शून्य ही संख्या दर्शवतो आणि A हा बिंदू 1 ही संख्या दर्शवतो असे मानले.

कंपासमध्ये OA एवढे अंतर घेऊन, बिंदू A च्या उजवीकडे OA एवढ्याच अंतरावर बिंदू B घेतला. तो 2 ही संख्या दर्शवतो. याप्रमाणेच बिंदू B च्या उजवीकडे क्रमाने बिंदू C, D, E, ... घेतले. ते अनुक्रमे 3, 4, 5, ... या संख्या दर्शवतात.

जेव्हा रेषेचे बिंदू संख्या दर्शवतात, तेव्हा त्या रेषेला संख्यारेषा म्हणतात.

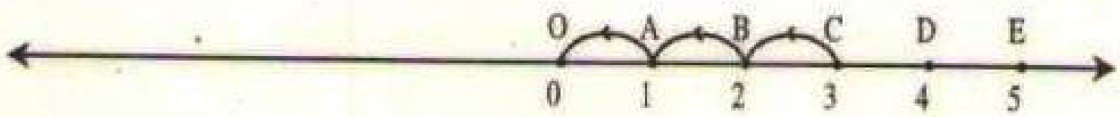
वरील आकृतीत संख्यारेषेवर 0, 1, 2, 3, ... या पूर्ण संख्या दर्शवल्या आहेत.

संख्यारेषेवर 0 (शून्य) ही संख्या दर्शवणाऱ्या बिंदूला O हेच नाव देण्याची पद्धत आहे. या बिंदूला **आरंभबिंदू** म्हणतात.

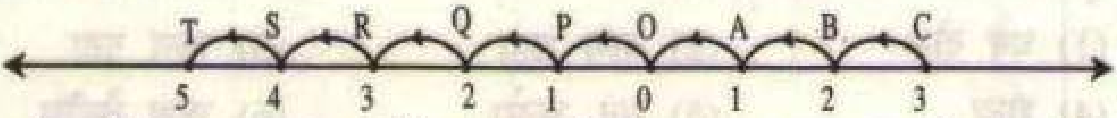
संख्यारेषेवरून असे दिसते,की जसजसे उजवीकडे जावे,तसतशा संख्या मोठ्या होत जातात. याउलट जसजसे डावीकडे जावे तसतशा संख्या लहान होत जातात. म्हणून संख्यारेषेवरील कोणत्याही दोन संख्यांपैकी जी डावीकडे असते, ती दुसऱ्या संख्येपेक्षा लहान असते. जसे, 2 ही संख्या 5 च्या डावीकडे आहे, म्हणून $2 < 5$.

ऋण संख्या व धन संख्या

कोणतीही पूर्ण संख्या, समजा 3, घेतली. या संख्येतून 1 वजा केला, की 2 ही संख्या मिळते. 2 मधून 1 वजा केल्यास 1 आणि 1 मधून 1 वजा केल्यास 0 ही संख्या मिळते.



आता 'हीच क्रिया यापुढे अशीच चालू ठेवता येईल का ?' या प्रश्नाचे उत्तर 'होय' असे आहे.



संख्यारेषेवर O या आरंभबिंदूच्या डावीकडे, OA एवढ्याच अंतरावर बिंदू P मिळेल. डावीकडे हीच क्रिया अशीच चालू ठेवून Q, R, S,... असे आणखी कितीही बिंदू मिळवता येतील. आरंभबिंदूच्या डावीकडील P, Q, R,... हे बिंदूसुद्धा अनुक्रमे 1, 2, 3,... या संख्या दर्शवतील.

आता वाचताना किंवा लिहिताना 1, 2, 3,... या संख्या आरंभबिंदूच्या डावीकडील की उजवीकडील हे समजण्यासाठी डावीकडील संख्यांना ऋण संख्या आणि उजवीकडील संख्यांना धन संख्या म्हणण्याचा संकेत आहे.

आरंभबिंदू दर्शवत असलेली 0 ही संख्या धनही नसते आणि ऋणही नसते.

शून्याच्या डावीकडील म्हणजे ऋण 1, ऋण 2, ऋण 3,... या संख्या चिन्हांनी – 1, – 2, – 3 अशा दाखवतात.

शून्याच्या उजवीकडील म्हणजे धन 1, धन 2, धन 3,... या संख्या चिन्हांनी + 1, + 2, + 3,... अशा दाखवतात.

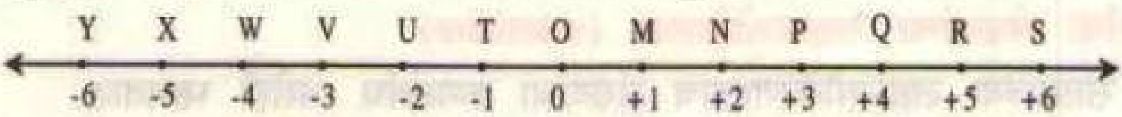
आता या सर्व संख्यांचा समूह आपल्याला पुढीलप्रमाणे लिहिता येईल.

... , – 3, – 2, – 1, 0, + 1, + 2, + 3 , ...

या समूहातील संख्यांना **पूर्णांक संख्या** म्हणतात.

– 3 च्या डावीकडील आणि + 3 च्या उजवीकडील टिंबे पूर्णांक संख्या दोन्ही बाजूंना अमर्याद आहेत, असे दर्शवतात.

पुढील आकृतीत संख्यारेषेवर दाखवलेल्या पूर्णांक संख्या पाहा.



या संख्यारेषेवर बिंदू X ने दर्शवलेली संख्या – 5 (वाचन 'ऋण 5'), बिंदू Q ने दर्शवलेली संख्या + 4 (वाचन 'धन 4') आणि आरंभबिंदू O ने दर्शवलेली संख्या 0 (शून्य) आहे.

साधारणत: संख्यारेषा सोईसाठी आडवी काढतात. उभी संख्यारेषाही काढता येते. संख्यारेषा उभी काढली, तर आरंभबिंदूच्या वरील संख्या धन आणि आरंभबिंदूच्या खालील संख्या ऋण मानण्याचा संकेत आहे.

उदाहरणसंग्रह 42

1. पुढील संख्या चिन्हांत लिहा.

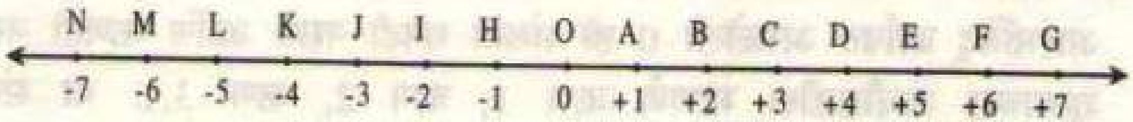
(1) धन दोन (2) ऋण सहा (3) ऋण दहा
(4) शून्य (5) धन अठरा (6) ऋण तेवीस

2. पुढील संख्या अक्षरांत लिहा.

(1) – 9 (2) + 5 (3) – 28 (4) – 100 (5) + 81 (6) – 4
(7) – 1 (8) + 1 (9) + 72 (10) – 48 (11) + 65 (12) – 95

3. वरील प्रश्न (2) मधील संख्यांचे, संख्यारेषेच्या संदर्भात 0 च्या डावीकडील संख्या आणि 0 च्या उजवीकडील संख्या असे वर्गीकरण करा.

4. पुढील संख्यारेषेचे निरीक्षण करा. खाली दिलेल्या प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



(1) बिंदू O कोणती संख्या दर्शवतो ?
(2) बिंदू A ने दर्शवलेली संख्या कोणती ?
(3) + 7 ही संख्या दर्शवणारा बिंदू कोणता ?
(4) – 3 ही संख्या दर्शवणारा बिंदू कोणता ?
(5) बिंदू I ने दर्शवलेली संख्या कोणती ?
(6) बिंदू B ने दर्शवलेली संख्या कोणती ?

5. एक उभी संख्यारेषा काढा. या रेषेवर 0 च्या खाली – 5 पर्यंत व वर + 5 पर्यंत संख्या दर्शवा.

पूर्णांक संख्यांचा लहानमोठेपणा (क्रमसंबंध)

संख्यांच्या लहानमोठेपणालाच संख्यांचा क्रमसंबंध असेही म्हणतात.

दोन पूर्णांक संख्यांचा लहानमोठेपणा त्यांच्या संख्यारेषेवरील स्थानांवरून ठरवता येतो.

दोन संख्यांपैकी जी संख्या संख्यारेषेवर डावीकडे असते ती संख्या दुसरीपेक्षा लहान असते.

उदा.(1) पुढील दोन संख्यांचा लहानमोठेपणा संख्यारेषेवरून ठरवा.

(1) + 2, + 6 (2) – 1, – 5 (3) – 3, 0

(1) संख्यारेषेवर + 2 चे स्थान + 6 च्या डावीकडे आहे.

$\therefore (+2) < (+6)$

(2) संख्यारेषेवर ऋण 5 चे स्थान ऋण 1 च्या डावीकडे आहे.

$\therefore (-5) < (-1)$

(3) संख्यारेषेवर – 3 चे स्थान 0 च्या डावीकडे आहे.

$\therefore -3 < 0$

संख्यारेषेवरून निरीक्षणाने असेही लक्षात येते, की कोणतीही ऋण संख्या शून्याच्या किंवा कोणत्याही धन संख्येच्या डावीकडे आहे.

कोणतीही ऋण पूर्णांक संख्या शून्यापेक्षा किंवा कोणत्याही धन पूर्णांक संख्येपेक्षा लहान असते.

तसेच पूर्णांक संख्या डावीकडे आणि उजवीकडे अमर्याद असल्याने **सर्वांत लहान पूर्णांक संख्या सांगता येत नाही आणि सर्वांत मोठी पूर्णांक संख्याही सांगता येत नाही.**

उदाहरणसंग्रह 43

खाली दिलेल्या संख्यारेषेच्या आधारे प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

1. रिकाम्या चौकटींत $<$ किंवा $>$ यांपैकी योग्य चिन्ह लिहा.

(1) $+1 \ \square \ +6$ (2) $-8 \ \square \ -5$ (3) $-5 \ \square \ -8$

(4) $-2 \ \square \ +3$ (5) $+3 \ \square \ -2$ (6) $-1 \ \square \ +1$

(7) $0 \ \square \ -7$ (8) $-4 \ \square \ +4$ (9) $+2 \ \square \ -6$

(10) $-3 \ \square \ 0$ (11) $-6 \ \square \ +5$ (12) $0 \ \square \ +7$

2. वरील संख्यारेषेवर दर्शवलेल्या संख्यांपैकी

(1) + 4 पेक्षा मोठ्या संख्या कोणत्या ?

(2) – 3 पेक्षा लहान संख्या कोणत्या ?

(3) – 4 पेक्षा मोठ्या आणि + 2 पेक्षा लहान अशा संख्या कोणत्या ?

(4) सर्वांत लहान संख्या कोणती ?

(5) सर्वांत मोठी संख्या कोणती ?

3. पूर्णांक संख्यासमूहातील सर्वांत लहान आणि सर्वांत मोठी संख्या कोणती ?

पूर्णांक संख्यांच्या चिन्हविरहित किमती

पूर्णांक संख्या ऋण की धन हे दर्शवणारे चिन्ह काढून टाकले, की मिळणाऱ्या संख्यांना त्यांच्या चिन्हविरहित किमती म्हणू.

जसे, – 5 चे चिन्ह काढल्यास 5, + 5 चे चिन्ह काढल्यास 5,
+ 16 चे चिन्ह काढल्यास 16, – 21 चे चिन्ह काढल्यास 21

0 या संख्येला धन किंवा ऋण चिन्ह नसते.

पूर्णांक संख्यांची बेरीज

पूर्णांक संख्यांची बेरीज करताना त्या संख्यांची चिन्हे वगळून येणाऱ्या संख्या विचारात घ्याव्या लागतात. बेरीज करताना चार शक्यता निर्माण होतात.

(1) दोन्ही संख्या धन असतील, जसे, + 6 व + 15

(2) दोन्ही संख्या ऋण असतील, जसे, – 9 व – 13

(3) एक संख्या धन व दुसरी ऋण असेल, जसे, – 18 व + 10

(4) एक संख्या धन किंवा ऋण व दुसरी शून्य असेल,
जसे, – 4 + 0 व 0 + 7

प्रत्येक शक्यतेच्या बाबतीत नियम लक्षात घेऊन बेरीज करावी लागते.

(1) दोन्ही संख्या धन असल्यास त्यांच्या चिन्हविरहित किमतींची बेरीज करावी. येणाऱ्या संख्येला धन चिन्ह द्यावे.

जसे, (+ 6) + (+ 15)

+ 6 व + 15 यांच्या चिन्हविरहित किमती अनुक्रमे 6 व 15 आहेत.

6 + 15 = 21 ∴ (+ 6) + (+ 15) = + 21

(2) दोन्ही संख्या ऋण असल्यास त्यांच्या चिन्हविरहित किमतींची बेरीज करावी. येणाऱ्या संख्येला ऋण चिन्ह द्यावे.

जसे, (– 9) + (– 13)

– 9 व – 13 यांच्या चिन्हविरहित किमती अनुक्रमे 9 व 13 आहेत.

9 + 13 = 22. या बेरजेला ऋण चिन्ह देऊ. ∴ (– 9) + (– 13) = – 22

(3) एक संख्या ऋण व एक धन असल्यास,
त्यांच्या चिन्हविरहित किमती लक्षात घ्याव्या.
त्या किमतींमधील फरक काढावा. (मोठ्या संख्येतून लहान संख्या वजा करावी.)

ज्या संख्येची चिन्हविरहित किंमत जास्त असेल, तिचे मूळचे चिन्ह येणाऱ्या फरकाला द्यावे.

काही उदाहरणांनी या पायऱ्या समजून घेऊ.

उदा. (1) – 18 व + 10 यांची बेरीज करा.

– 18 ची चिन्हविरहित किंमत 18 व + 10 ची 10 आहे.

त्यांच्यातील फरक 18 – 10 = 8

18 ही चिन्हविरहित किंमत मोठी आहे. म्हणून 8 ला – 18 चे, म्हणजे – हे चिन्ह द्यायचे. ∴ (– 18) + (+ 10) = – 8

उदा. (2) – 7 व + 16 यांची बेरीज करा.

– 7 ची चिन्हविरहित किंमत 7 आणि + 16 ची चिन्हविरहित किंमत 16.

7 व 16 यांतील फरक 16 – 7 = 9

बेरजेला + 16 या संख्येचे चिन्ह द्यायचे.

∴ (– 7) + (+ 16) = + 9

उदा. (3) – 20 व + 20 यांची बेरीज करा.

– 20 ची चिन्हविरहित किंमत 20 आणि + 20 ची चिन्हविरहित किंमत 20.

20 व 20 यांतील फरक 20 – 20 = 0

∴ (– 20) + (+ 20) = 0 (0 या संख्येला चिन्ह नसते.)

उदा. (4) पूर्ण संख्यांप्रमाणेच कोणतीही पूर्णांक संख्या व शून्य यांची बेरीज त्या पूर्णांक संख्येएवढीच असते.

जसे, – 8 + 0 = – 8 ; 0 + (+ 19) = + 19 ; 0 + 0 = 0

उदाहरणसंग्रह 44

1. पुढील संख्यांच्या चिन्हविरहित किमती लिहा.

   (1) + 38 (2) – 23 (3) 0 (4) – 5 (5) + 14

2. प्रत्येक जोडीतील संख्यांच्या चिन्हविरहित किमतींपैकी कोणती किंमत मोठी आहे हे ठरवा आणि त्या किमतींतील फरक काढा.

   (1) + 8, – 6 (2) – 8, + 6 (3) – 2, + 11 (4) + 15, – 20

   (5) + 45 , – 35 (6) + 32, – 45 (7) – 16, + 16 (8) 0, – 4

3. बेरीज करा.

(1) – 12, + 10	(2) + 12, – 10	(3) + 12, + 10
(4) – 12, – 10	(5) + 37, – 22	(6) – 37, + 22
(7) – 37, – 22	(8) + 37, + 22	(9) – 23, – 27
(10) + 23, – 27	(11) + 27 , + 23	(12) – 23, + 27
(13) – 8, 0	(14) – 5, – 15	(15) – 15, – 5
(16) + 11, + 9	(17) + 9, + 11	(18) + 20, – 1
(19) – 1, + 20	(20) 0, 0	(21) – 10, + 10
(22) + 11, – 11	(23) – 165, + 165	(24) + 92, – 92

पूर्णांक संख्यांची रूढ लेखन पद्धती

आतापर्यंतच्या लेखनात आपण ऋण आणि धन संख्यांची चिन्हे संख्येमागे लिहिली. रूढ लेखन पद्धतीमध्ये धन संख्यादर्शक '+' हे चिन्ह लिहीत नाहीत. जसे, + 8 ही संख्या 8 अशी लिहितात, म्हणजे संख्या चिन्हविरहित असेल, तर ती धन संख्या आहे असे समजतात आणि तिचे वाचन 'धन आठ' असे न करता 'आठ' असेच करतात.

बेरजेच्या काही उदाहरणांचे लेखन व वाचन पुढे दिले आहे, ते नीट समजून घ्या.

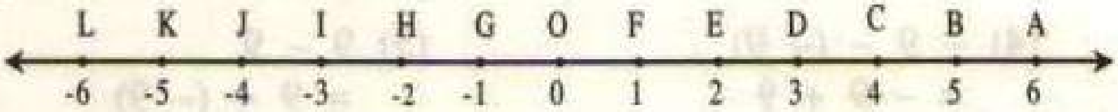
उदाहरण	रूढ लेखन	वाचन
(1) (+ 55) + (– 30)	55 + (– 30)	पंचावन अधिक ऋण तीस
(2) (+ 49) + (+ 14)	49 + (14) किंवा 49 + 14	एकोणपन्नास अधिक चौदा
(3) (– 27) + (– 127)	(– 27) + (– 127)	ऋण सत्तावीस अधिक ऋण एकशे सत्तावीस
(4) (– 19) + (+ 35)	(– 19) + (35) किंवा – 19 + 35	ऋण एकोणवीस अधिक पस्तीस
(5) (– 10) + (+ 10)	– 10 + (10) किंवा – 10 + 10	ऋण दहा अधिक दहा

मागील उदाहरणांवरून आणखी हेही लक्षात घ्या, की 'धन' या अर्थाने तसेच 'बेरीज करणे' या अर्थाने '+' हे एकच चिन्ह वापरतात. '+' हे चिन्ह कोणत्या अर्थाने वापरले आहे हे संदर्भावरून समजून घ्यावे लागते.

यापुढे आपण पूर्णांक संख्यालेखन रूढ पद्धतीने करणार आहोत, म्हणजे धन संख्या '+' हे चिन्ह न वापरताच लिहिणार आहोत. या पद्धतीचा सराव होणे आवश्यक आहे. त्यासाठी मागील उदाहरणसंग्रहातील बेरजेची उदाहरणे रूढ पद्धतीने लिहा आणि त्यांची उत्तरे काढा.

विरुद्ध संख्या

पुढील संख्यारेषेचे निरीक्षण करा.



O हा आरंभबिंदू शून्य ही संख्या दर्शवतो. बिंदू I, बिंदू O च्या डावीकडे 3 अंतरावर आहे. तसेच बिंदू D, बिंदू O च्या उजवीकडे 3 अंतरावर आहे.

संख्यारेषेवर आरंभबिंदूच्या परस्पर विरुद्ध अंगास समान अंतरावर असणाऱ्या बिंदूंनी दर्शवलेल्या संख्यांना विरुद्ध संख्या म्हणतात. जसे, आरंभबिंदूपासून 3 एवढ्या अंतरावर असलेल्या – 3 आणि + 3 या परस्पर विरुद्ध संख्या आहेत.

तसेच (+ 6, – 6), (– 1, + 1), (+ 15, – 15) या परस्पर विरुद्ध संख्यांच्या आणखी काही जोड्या आहेत. **0 ची विरुद्ध संख्या 0 च असते.**

उदाहरणसंग्रह 45

1. विरुद्ध संख्या लिहा. (1) + 5 (2) – 2 (3) – 15 (4) + 27 (5) 10

पूर्णांक संख्यांची वजाबाकी

'–' हे चिन्ह 'वजा करणे' आणि 'ऋण' संख्या या दोन्ही अर्थांनी वापरतात. चिन्ह कोणत्या अर्थाने वापरले आहे हे संदर्भावरून समजते.

जसे, 10 – (– 4) त्याचे वाचन 'दहा वजा ऋण चार किंवा दहा उणे ऋण चार' असे आहे; म्हणजे क्रमाने पहिले '–' चिन्ह 'वजा करणे' या अर्थाने आणि दुसरे '–' चिन्ह 'ऋण' संख्या या अर्थाने वापरले आहे.

'(– 9) – 9' चे वाचन 'ऋण नऊ वजा नऊ' असे करावे.

पूर्णांक संख्यांची वजाबाकी करण्याचे नियम पुढीलप्रमाणे आहेत.

दिलेल्या संख्येतून दुसरी दिलेली संख्या वजा करणे, म्हणजे त्या दिलेल्या संख्येत दुसरीची विरुद्ध संख्या मिळवणे.

या नियमाने वजाबाकीचे प्रत्येक उदाहरण बेरजेत रूपांतरित होते.

उदा. (1) $15 - (-4)$

नियमानुसार 15 मधून -4 वजा करणे म्हणजे 15 मध्ये -4 ची विरुद्ध संख्या 4 मिळवणे. $\therefore 15 - (-4) = 15 + 4 = 19$

तसेच (2) $-8 - (-13)$
$= -8 + 13$
$= 5$

(3) $-9 - (9)$
$= -9 + (-9)$
$= -18$

(4) $-9 - (-9)$
$= -9 + 9$
$= 0$

(5) $9 - 9$
$= 9 + (-9)$
$= 0$

(6) $125 - 98$
$= 125 + (-98)$
$= 27$

(7) $-125 - 98$
$= -125 + (-98)$
$= -223$

(8) $-125 - (-98)$
$= -125 + (98)$
$= -27$

(9) $-98 - (-125)$
$= -98 + (125)$
$= 27$

(10) $0 - (-35)$
$= 0 + (35)$
$= 35$

उदाहरणसंग्रह 46

1. 'a मधून b ही पूर्णांक संख्या वजा करणे, म्हणजे a मध्ये b ची विरुद्ध संख्या मिळवणे' अशी वाक्ये a व b यांच्या पुढील किमतींसाठी लिहा.

(1) $a = 13,\ b = (-8)$
(2) $a = -4,\ b = (-11)$
(3) $a = 6,\ b = -6$
(4) $a = 9,\ b = 9$
(5) $a = -5,\ b = -5$
(6) $a = 14,\ b = 0$
(7) $a = 0,\ b = 14$
(8) $a = 0,\ b = -14$
(9) $a = 20,\ b = 12$

2. वजाबाकी करा.

(1) 8 – 5 (2) (– 8) – (– 5) (3) 8 – (– 5)
(4) – 8 – 5 (5) – 16 – (– 9) (6) 16 – 9
(7) – 16 – 9 (8) 16 – (– 9) (9) 5 – (– 5)
(10) – 5 – 5 (11) 5 – 5 (12) – 5 – (– 5)
(13) – 28 – (– 35) (14) 41 – (– 33) (15) – 19 – 15
(16) 12 – (– 2) (17) 55 – (– 30) (18) 49 – 14
(19) – 27 – (– 127) (20) – 19 – 35

पूर्णांक संख्यांचा गुणाकार व भागाकार

प्रथम दोन्ही संख्यांच्या चिन्हविरहित किमतींचा गुणाकार करावा.

(1) दोन्ही संख्या धन असतील तर गुणाकार धन असतो.

(2) दोन्ही संख्या ऋण असतील तर गुणाकार धन असतो.

(3) एक संख्या ऋण व दुसरी धन असेल, तर गुणाकार ऋण असतो.

भागाकाराचे नियमही हेच आहेत.

गुणाकार-भागाकाराचे हे नियम पुढील उदाहरणांवरून समजून घ्या.

उदा. (1) (– 14) × (– 5)

– 14 व – 5 यांच्या चिन्हविरहित किमती अनुक्रमे 14 व 5 आहेत.

या किमतींचा गुणाकार 14 × 5 = 70

∴ (– 14) × (– 5) = 70

दोन ऋण संख्यांचा गुणाकार धन येतो.

उदा. (2) (– 105) × 8

– 105 ची चिन्हविरहित किंमत 105 आणि (धन) 8 ची किंमत 8

105 × 8 = 840

एक संख्या ऋण आणि एक धन आहे, म्हणून गुणाकार ऋण आहे.

∴ (– 105) × 8 = – 840

उदा. (3) 47 × (– 12)

वरील उदाहरणाप्रमाणे विचार करून 47 × 12 = 564

∴ 47 × (– 12) = – 564

उदा. (4) $120 \div 30$

दोन्ही धन संख्या आहेत. त्यांच्या चिन्हविरहित किमती 120 व 30 आहेत.

$120 \div 30 = 4$

दोन धन संख्यांचा भागाकार धन संख्या असतो.

$\therefore$ (धन) $120 \div$ (धन) $30 =$ (धन) 4

उदा. (5) $(-48) \div 12$

$(-48) \div 12 = -4$ (कारण एक संख्या धन व दुसरी ऋण आहे.)

उदा. (6) $(60) \div (-5) = -12$ (कारण एक संख्या धन व दुसरी ऋण आहे.)

उदा. (7) $(-225) \div (-9) = 25$ (कारण दोन्ही संख्या ऋण आहेत.)

उदाहरणसंग्रह 47

1. पुढील गुणाकार करा.

(1) $12 \times (-3)$ (2) $(-6) \times 4$ (3) $(-15) \times (-5)$

(4) 35×8 (5) $(-38) \times (-2)$ (6) $15 \times (-61)$

2. पुढील भागाकार करा.

(1) $(-15) \div (-5)$ (2) $(-38) \div (-2)$ (3) $90 \div 6$

(4) $(-90) \div (-6)$ (5) $\frac{-72}{-12}$ (6) $\frac{63}{-21}$ (7) $\frac{-84}{14}$

क्रियांचा क्रम व कंसाचा वापर

क्रियांचा क्रम व कंसाचा वापर या प्रकरणात एका राशीत एकापेक्षा जास्त क्रिया आल्या तर त्यांचा क्रम ठरवण्यासंबंधीचे नियम दिले आहेत, ते पाहा.

पूर्णांक संख्यांसाठी सुद्धा क्रियांच्या क्रमाचे नियम तेच आहेत.

पुढील उदाहरणे अभ्यासून ते समजून घ्या.

उदा. (1) सोपे रूप द्या.

$(13) \times (-5) - (-96) \div (2) + 20$

$= (13) \times (-5) - (-96) \div (2) + 20$

$= (-65) - (-48) + 20$ प्रथम गुणाकार-भागाकार या क्रिया

$= (-65) + 48 + 20$ डावीकडून उजवीकडे क्रमाने केल्या.

$= -17 + 20$ डावीकडून उजवीकडे प्रथम वजाबाकी

$= 3$ येते, म्हणून वजाबाकी प्रथम केली.

उदा. (2) सोपे रूप द्या. $112 \div [(-11) \times (-3) - (-42 \div 14 + 8)]$

$112 \div [(-11) \times (-3) - (-42 \div 14 + 8)]$

$= 112 \div [(-11) \times (-3) - (-3 + 8)]$ प्रथम आतल्या कंसातील

$= 112 \div [(-11) \times (-3) - (5)]$ क्रिया केल्या.

$= 112 \div [33 - 5]$

$= 112 \div 28$

$= 4$

उदाहरणसंग्रह 48

1. सोपे रूप द्या.

(1) $-5 + [(9) \times (-3) + (6 \times 11)] \div 13$

(2) $[180 \div (-15) + 20] - [(-2) \times (-11) - (4 + 3)]$

(3) $(210 - 150) \div [9 \times 10 + (-5 \times 2)] - 100$

(4) $-10 + [(-3) \times (-5) \div 3]$

(5) $(12 \times 4) \div 2 - 24$

(6) $[(15) \times (2) + (-4) \times (5)] \div (-5)$

पूर्णांक संख्यांचे क्रियांसंबंधीचे गुणधर्म

बेरीज, वजाबाकी व गुणाकार या क्रियांसंबंधीचे पूर्णांक संख्यांचे गुणधर्म हे पूर्ण संख्यांच्या गुणधर्मांप्रमाणेच आहेत.

***a, b, c* या पूर्णांक संख्या असतील, तर**

(1) $(a + b)$ **ही पूर्णांक संख्या असते.**

(2) $(a - b)$ **ही पूर्णांक संख्या असते.**

(3) $a \times b$ **ही पूर्णांक संख्या असते.**

(4) $a + 0 = a$ **तसेच** $0 + a = a$

(5) $a \times 1 = a$ **तसेच** $1 \times a = a$

(6) $a \times 0 = 0$ **तसेच** $0 \times a = 0$

(7) $a - 0 = a$

(8) $a + b = b + a$

(9) $a \times b = b \times a$

(10) $(a + b) + c = a + (b + c)$

(11) $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

(12) $a\,(b + c) = a \times b + a \times c$ किंवा $a \times b + a \times c = a(b + c)$

उदाहरणे सोडवताना या गुणधर्मांचा पडताळा घ्या.

उदाहरणसंग्रह 49

1. सोपे रूप द्या.

(1) $(-8) + (-3)$ (2) $13 - 15$ (3) $6 - (-19)$ (4) $10 + (-7)$

2. सोपे रूप द्या.

(1) $16 + (-5)$ (2) $(-5) + 16$ (3) $(-7) + (-11)$

(4) $(-11) + (-7)$ (5) $16 \times (-5)$ (6) $(-5) \times 16$

(7) $(-7) \times (-11)$ (8) 52×1 (9) $(-25) \times 1$

3. सोपे रूप द्या.

(1) $[5 \times (-3)] \times 6$ (2) $5 \times [(-3) \times 6]$

(3) $(-16) \times [4 \times 3]$ (4) $(-16 \times 4) \times 3$

(5) $[5 + (-3)] + 6$ (6) $5 + [(-3) + 6]$

(7) $-16 + [4 + 3]$ (8) $[-16 + 4] + 3$

4. सोपे रूप द्या.

(1) $4 \times [10 + (-12)]$ (2) $4 \times 10 + 4 \times (-12)$

(3) $(-5) \times [-13 + 10]$ (4) $(-5) \times (-13) + (-5) \times (10)$

15. बैजिक राशी

संख्येसाठी अक्षराचा वापर कसा करतात आणि त्याचा वापर करून गणिती मांडणी कशी करता येते, हे आपण यापूर्वी पाहिले आहे.

बैजिक राशी

$5x$, $p + 3$, $3a + b$, $4x - 6$, $\frac{x}{2}$

अशा गणिती मांडणींना **बैजिक राशी** म्हणतात. बैजिक राशीत येणाऱ्या अक्षराला **चल** म्हणतात. जसे, '$p + 3$' या बैजिक राशीत p हे चल आहे. '$3a + b$' या राशीमध्ये a आणि b ही दोन चले आहेत.

पद

$6mn$ या बैजिक राशीचा अभ्यास करू.

$6mn = 6 \times m \times n$

$6mn$ या राशीत गुणाकार ही एकच क्रिया आहे.

ज्या राशीत गुणाकार ही एकच क्रिया असते, त्या राशीला पद म्हणतात.

म्हणून $6mn$ हे एक पद आहे. तसेच $-7x$ आणि $4y^2$ ही देखील पदे आहेत.

सहगुणक

$-4y$ मध्ये -4 हा सहगुणक व y हे चल आहे.

पुढील सारणीचे निरीक्षण करा. प्रत्येक पदातील 'सहगुणक' समजून घ्या.

पद	सहगुणक	चले
$215pq$	215	p, q
$11mn$	11	m, n
$-9x^2y^3$	-9	x, y
$\frac{1}{3}m$	$\frac{1}{3}$	m
a	1	a

a या पदात सहगुणक दिसत नाही, परंतु $a = 1 \times a$ हे लक्षात घ्या. यावरून a चा सहगुणक 1 आहे.

उदाहरणसंग्रह 50

1. खालील बैजिक पदांतील सहगुणक व चल लिहा.

(1) $15p$ (2) y (3) $\frac{25}{7}x$ (4) $\frac{1}{2}\, p$ (5) $-9ax$ (6) $-5b^3$

सरूप व भिन्न रूप पदे

(1) $2x$, $4x$, $6x$ या तिन्ही पदांत x हेच चल आहे. प्रत्येक पदातील x चा घातांक 1 हाच आहे.

(2) $3y^2$, $-5y^2$ या दोन्ही पदांत y हेच चल आहे. प्रत्येक पदातील y चा घातांक 2 आहे.

(3) $2mn^2$, $4n^2m$ या दोन्ही पदांत m व n हीच दोन चले आहेत. दोन्ही पदांत m चा घातांक 1 आणि n चा घातांक 2 हाच आहे.

याप्रमाणे दोन किंवा अधिक पदांत चले तीच असतील आणि त्यांचे घातांकही समान असतील, तर त्या पदांना **सरूप पदे** म्हणतात.

$2x$, $4x$, $6x$ ही सरूप पदे आहेत. तसेच $3y^2$, $-5y^2$ ही सरूप पदे आहेत. $2mn^2$ आणि $4n^2m$ हीसुद्धा सरूप पदे आहेत.

सरूप नसणाऱ्या पदांना **भिन्न रूप** पदे म्हणतात. जसे, x व $2y$ या पदांत x व y ही भिन्न चले आहेत, म्हणून x व $2y$ ही पदे सरूप नाहीत, म्हणजे ती भिन्न रूप पदे आहेत. तसेच $5x$, $7x^2$ या पदांत x हे एकच चल असले, तरी त्यांचे घातांक भिन्न आहेत, म्हणून $5x$, $7x^2$ ही भिन्न रूप पदे आहेत.

$-3a^2$, $-3b^2$ या पदांत सहगुणक व चलांचे घातांक तेच असले, तरी चले भिन्न आहेत, म्हणून ही भिन्न रूप पदे आहेत.

उदाहरणसंग्रह 51

1. खाली दिलेल्या पदांच्या समूहांतून सरूप पदांचे गट तयार करा.

(1) $5x$, $-7y$, $6y$, $-3m$, $2z$, m, $-y$, $5z$, $-8x$

(2) $4x^2$, $-7y^3$, $-10x^2$, $-y^3$, $5y^3$

(3) $2x^2yz$, xyz^2, xzy, $-6xyz^2$, $-xyz$, $7yzx^2$

एकपदी

$2x$, $7xy$, $-3mn$ या तीन राशींपैकी प्रत्येक राशीत फक्त एकच पद आहे. या राशी **एकपदी** आहेत. -7, 5, 13 यादेखील एकपदी आहेत.

द्विपदी

$3a + b$, $m + q$, $x - 7y$, $7 - p$ या चार राशींपैकी प्रत्येक राशीत दोनच पदे आहेत आणि या दोन पदांत बेरीज किंवा वजाबाकी ही क्रिया आहे. या राशी **द्विपदी** आहेत.

त्रिपदी

आता $x^2 + x + 1$, $a^2 - 2a + 5$, $7p + 11r - 6$, $p^2 + p - 7$ या चार राशींपैकी प्रत्येक राशीत तीन पदे आहेत. या राशी **त्रिपदी** आहेत.

उदाहरणसंग्रह 52

1. खालील बैजिक राशींतील एकपदी, द्विपदी व त्रिपदी ओळखा.

(1) $a^2 - 2ab + b^2$	(2) $x^2y^2z^2$	(3) $x^2 - 9$
(4) $ab^2 - 2ab + 4abc$	(5) $45xyz$	(6) 8
(7) $-pq$	(8) $7k + 6l$	(9) $3x^2 + 4y + 6z$

बैजिक राशीची किंमत

- $4y$ या एकपद राशीत y हे चल आहे. येथे y ची किंमत कोणतीही संख्या असू शकते. त्यामुळे y ची किंमत जशी बदलेल, तशी $4y$ या राशीची किंमतही बदलते.

जसे, $y = 3$ असताना $4y = 4 \times 3 = 12$

$y = 10$ असताना $4y = 4 \times 10 = 40$

$y = -5$ असताना $4y = 4 \times (-5) = -20$

$y = 0$ असताना $4y = 4 \times 0 = 0$

- $3p + 5q$ या राशीत p व q ही दोन चले आहेत, म्हणजे p व q यांच्या किमती कोणत्याही संख्या असू शकतात. p व q च्या वेगवेगळ्या किमतींसाठी '$3p + 5q$' या राशीच्या वेगवेगळ्या किमती येतील.

जसे, $p = 4$, $q = -2$ असल्यास

$3p + 5q = 3 \times 4 + 5 \times (-2) = 12 + (-10) = 2$

त्याचप्रमाणे $p = (-5)$ व $q = 3$ असताना,

$3p + 5q = 3 \times (-5) + 5 \times 3 = -15 + 15 = 0$

उदा. (1) $p = 3$ घेऊन $p^3 - p^2$ या राशीची किंमत काढा.

$p^3 - p^2 = 3^3 - 3^2$, ($p = 3$ ठेवून)

$= 27 - 9$

$= 18$

उदा. (2) $p = 2$ व $q = 3$ घेऊन $5p^2 - 4q$ या राशींची किंमत काढा.

$5p^2 - 4q = 5 \times 2^2 - 4 \times 3$, ($p = 2$ व $q = 3$ ठेवून)

$= 5 \times 4 - 4 \times 3$

$= 20 - 12$

$= 8$

उदाहरणसंग्रह 53

1. $x = 4$ घेऊन खालील बैजिक राशींच्या किमती काढा.

(1) $5 - x$ (2) $3(5 - x)$ (3) $(5 - x)^2$ (4) $(x + 2)^2$

(5) $3(x + 2)$ (6) $2(x + 2) + 3$

2. $x = 3$ घेऊन खालील बैजिक राशींच्या किमती काढा.

(1) $5x - 3$ (2) x^2 (3) $2x^3$ (4) $5x^2 + x$ (5) $x^2 + 2x$

3. जर $a = 3$, $b = 4$, $c = -2$ असेल, तर खालील राशींच्या किमती काढा.

(1) $2a + 5b$ (2) $a + b + c$

(3) $b^2 + a^2 - c^2$ (4) $b^2 - a^2$

4. जर $p = 3$, $q = 5$ असेल, तर खालील राशींच्या किमती काढा.

(1) $p^2 + q^2$ (2) $p^2 - 2pq + q^2$

(3) $qp + 3q$ (4) $p^2 + 2p + q$

16. बैजिक राशींची बेरीज व वजाबाकी

उजळणी

1. पूर्णांकांची बेरीज व वजाबाकी.

(1) $9 + 5 = 14$ (2) $(-9) + (-5) = -14$
(3) $9 + (-5) = 4$ (4) $(-9) + 5 = -4$
(5) $9 - 5 = 4$ (6) $(-9) - 5 = -14$
(7) $9 - (-5) = 14$ (8) $(-9) - (-5) = -4$

2. $3x$ ही एकपदी आहे. येथे $3x = 3 \times x$.
3. $3x$ या एकपदीत 3 हा सहगुणक असून x हे चल आहे.
4. a, a^2, ab यांपैकी प्रत्येक एकपदीचा सहगुणक 1 आहे.
5. $2x + y$, $a^2 - b^2$, $3xy + ab$ यांपैकी प्रत्येक राशी द्विपदी आहे.
6. $2a + 3b - c$, $2x^2 - 5x - 12$, $abc + 2a - 3c$ यांपैकी प्रत्येक राशी त्रिपदी आहे.
7. पुढे दिलेल्या प्रत्येक गटात सरूप पदे आहेत.

(1) $4c^2$, $-5c^2$, c^2 (2) xy , $7xy$, $-4xy$

8. पुढे दिलेल्या प्रत्येक गटात भिन्न रूप पदे आहेत.

(1) $6a$, $-3a^2$, $4ab$ (2) p^2 , $-2pq$, q^2

9. $5x = x + x + x + x + x$
10. 7 या संख्येची विरुद्ध संख्या -7 आहे, तसेच -7 या संख्येची विरुद्ध संख्या 7 आहे.

बैजिक राशींची बेरीज : सरूप एकपदींची बेरीज

पुढील उदाहरणे अभ्यासा.

उदा. (1) $4y$ व $3y$ यांची बेरीज करा.

$4y$ व $3y$ ही सरूप पदे आहेत.

$4y = y + y + y + y$ व $3y = y + y + y$

$\therefore 4y + 3y = (y + y + y + y) + (y + y + y)$
$= 7y$

लक्षात घ्या, की $4y$ चा सहगुणक 4 व $3y$ चा सहगुणक 3 यांची बेरीज $4 + 3 = 7$ येते आणि $4y + 3y = 7y$.

सरूप पदांची बेरीज करताना त्या पदांच्या सहगुणकांची बेरीज करून त्यापुढे चल लिहितात.

उदा. (2) $6a^2b$ व $5ba^2$ यांची बेरीज करा.

$6a^2b + 5ba^2 = 6a^2b + 5a^2b$ ($5ba^2$ म्हणजेच $5a^2b$)
$= (6 + 5)a^2b$
$= 11a^2b$

उदा. (3) $(-2x^2y)$ व $9x^2y$ यांची बेरीज करा.

$(-2x^2y) + 9x^2y = [(-2) + 9]x^2y$
$= 7x^2y$

उदा. (4) $(-10abc) + (-3abc) = ?$

$(-10abc) + (-3abc) = [(-10) + (-3)]abc$
$= (-13)\ abc$
$= -13abc$

उदा. (5) $-3a$, $5a$ व $-8a$ यांची बेरीज करा. (उभी मांडणी करून)

उभी मांडणी

$$\begin{array}{rr} & -3a \\ + & 5a \\ + & -8a \\ \hline & -6a \end{array}$$

-3 व 5 यांची बेरीज 2 आली.
2 व -8 यांची बेरीज -6 आली.
$\therefore$ दिलेल्या पदांची बेरीज $-6a$ आली.

उदाहरणसंग्रह 54

1. दिलेल्या राशींची बेरीज करा. (आडवी मांडणी करून)

(1) $12c$, $7c$ (2) bc^2, $11bc^2$ (3) $-xyz$, $2xyz$

(4) $-6a^2b^2$, $-4a^2b^2$ (5) $10p^2q$, $-qp^2$ (6) a^3, $-14a^3$

2. उभी मांडणी करून दिलेल्या राशींची बेरीज करा.

(1) $11x$, $6x$, $-2x$ (2) $-y^2$, $13y^2$, $-5y^2$

(3) $4a^2bc$, $-9bca^2$, $14cba^2$ (4) $\frac{1}{2}ax^2$, $\frac{3}{2}ax^2$, $-2ax^2$

भिन्न रूप एकपदींची बेरीज

खालील उदाहरणे अभ्यासा.

उदा. (1) $4a$ व $3b$ यांची बेरीज करा.

$4a$ व $3b$ ही भिन्न रूप पदे आहेत, म्हणून $4a$ व $3b$ यांची बेरीज करताना त्यांच्या सहगुणकांची बेरीज करता येत नाही.

$\therefore$ $4a$ व $3b$ यांची बेरीज $= 4a + 3b$

उदा. (2) $6x^2$ व $-y^2$ यांची बेरीज करा.

$6x^2$ व $-y^2$ ही भिन्न रूप पदे आहेत.

$\therefore$ $6x^2$ व $(-y^2)$ यांची बेरीज $= 6x^2 + (-y^2)$
$= 6x^2 - y^2$

उदा. (3) $12abc$, $8ab$ व $-7abc$ यांची बेरीज करा.

$12abc + 8ab - 7abc$

येथे $12abc$ व $(-7abc)$ ही सरूप पदे आहेत; परंतु $8ab$ हे भिन्न रूप पद आहे.

$\therefore$ $12abc$, $8ab$ व $-7abc$ यांपैकी सरूप पदे एकत्र लिहू.

$12abc + 8ab + (-7abc) = [12abc + (-7abc)] + 8ab$
$= 5abc + 8ab$

उदा. (4) $13a^2$, $-8b$, $-9a^2$, $5b$ यांची बेरीज करा.

$13a^2 + (-8b) + (-9a^2) + 5b$
$= [13a^2 + (-9a^2)] + [(-8b) + 5b]$ (सरूप पदे एकत्र लिहून)
$= 4a^2 + (-3b)$
$= 4a^2 - 3b$

उदाहरणसंग्रह 55

1. बेरीज करा.

(1) $15x$ व $7y$ (2) $23m^2n$ व $-9nm$ (3) $12a^2b$, $13ab^2$
(4) $5a^2$, $19b^2$, c^2 (5) $-6n$, $4m$, $-2n$ (6) $3ab$, $-4bc$, $2bc$
(7) $18d$, $10d^2$, $-8d$, d^2 (8) $11x^2$, $-21y^2$, $9x^2$, $11y^2$
(9) a , $2b$, $2c$, $-c$, $-b$, $3a$ (10) $3a$, $4a^3$, $-5a^2$

द्विपदी - त्रिपदी यांची बेरीज

खालील उदाहरणे अभ्यासा.

उदा. (1) $6x + 3y$ व $5y + 4x$ यांची बेरीज आडव्या मांडणीत करा.

$(6x + 3y) + (5y + 4x)$

सरूप पदे एकत्र लिहू.

$(6x + 4x) + (3y + 5y)$

$= 10x + 8y$

उदा. (2) $x + y + 2z$, $2x - y + z$, $3x - 4z - 2y$ यांची बेरीज उभ्या मांडणीत करा.

सरूप पदे एकाखाली एक लिहू.

$$\begin{array}{rrrrrr} & x & + & y & + & 2z \\ + & 2x & - & y & + & z \\ + & 3x & - & 2y & - & 4z \\ \hline & 6x & - & 2y & - & z \end{array}$$

उदाहरणसंग्रह 56

1. बेरीज करा. (आडवी मांडणी करून)

(1) $9p + 7q$, $2p + 5q$ (2) $6m^2 + 7n^2$, $11n^2 + 4m^2$

(3) $3a^2 - 2b^2$, $5b^2 - a^2$ (4) $3b + 4c - d$, $2d - c + 7b$

(5) $x + y + 2z$, $2y + z + x$ (6) $2p + 3q + 4c$, $4q - 5p$

2. बेरीज करा. (उभी मांडणी करून)

(1) $xy + yz + zx$, $9zx + 7yz + 3yx$

(2) $2x + 3y$, $6x - 2y$, $- 4x + 12y - z$

(3) $a^2b + b^2c + c^2a$, $10ac^2 + 2ba^2 - 16cb^2$

(4) $15mn - 6ab + 7abc$, $abc - 8nm + 20ba$

बैजिक राशींची वजाबाकी

आपणास माहीत आहे, की 'एका पूर्णांकातून दुसरा पूर्णांक वजा करणे म्हणजे पहिल्या पूर्णांकात दुसऱ्या पूर्णांकाची विरुद्ध संख्या मिळवणे होय.' जसे, 15 मधून 8 वजा करणे म्हणजे 15 मध्ये 8 ची विरुद्ध संख्या (– 8) मिळवणे.

$\therefore\ 15 - 8 = 15 + (-8) = 7$

तसेच $15 - (-8) = 15 + 8 = 23$

बैजिक पदांची वजाबाकी याप्रमाणेच होते.

एका बैजिक राशीतून दुसरी बैजिक राशी वजा करणे, म्हणजे त्या राशीत दुसऱ्या राशीची विरुद्ध राशी मिळवणे.

दिलेल्या राशीची विरुद्ध राशी मांडताना मूळ राशीत ज्या पदाचे चिन्ह धन (+) असते त्या पदाचे चिन्ह विरुद्ध राशीत ऋण (–) होते. याउलट मूळ राशीतील पदाचे चिन्ह ऋण (–) असेल तर विरुद्ध राशीत त्या पदाचे चिन्ह धन (+) होते.

पुढील सारणी अभ्यासा.

दिलेली राशी	विरुद्ध राशी
$7x^2$	$-7x^2$
$-7x^2$	$7x^2$
$4a - 3b$	$-4a + 3b$
$-3m^2 + 7m + 10$	$3m^2 - 7m - 10$

उदा. (1) $17x$ मधून $(-5x)$ वजा करा.

$17x$ मधून $(-5x)$ वजा करणे, म्हणजे $17x$ मध्ये $(-5x)$ ची विरुद्ध राशी $5x$ मिळवणे.

$\therefore\ 17x - (-5x)$

$= 17x + 5x$ ... ($-5x$ ची विरुद्ध राशी मिळवली.)

$= 22x$

उदा. (2) $9ab + 4c$ मधून $2ab - c$ वजा करा. (आडवी मांडणी)

$9ab + 4c$ मधून $2ab - c$ वजा करणे म्हणजेच $(2ab - c)$ ची विरुद्ध राशी $(-2ab + c)$ मिळवणे.

आडवी मांडणी

$(9ab + 4c) - (2ab - c)$

$= (9ab + 4c) + (-2ab + c)$ | $(2ab - c)$ ची विरुद्ध राशी मिळवली.

$= (9ab - 2ab) + (4c + c)$ | सरूप पदे एकत्र लिहिली.

$= 7ab + 5c$

उदा. (3) $7x + 2y^2$ मधून $-4x + 2y^2$ वजा करा. (उभी मांडणी करून)
सरूप पदे एकाखाली एक लिहू.

$$\begin{array}{r} 7x + 2y^2 \\ - \quad -4x + 2y^2 \\ \hline \end{array} \quad \text{म्हणजेच} \quad \begin{array}{r} 7x + 2y^2 \\ + \quad 4x - 2y^2 \\ \hline 11x + 0 \end{array}$$

एखादी बैजिक राशी वजा करणे, म्हणजे तिची विरुद्ध राशी मिळवणे.

येथे 2 व -2 यांची बेरीज 0 येते, म्हणून $2y^2$ व $-2y^2$ यांची बेरीज $0y^2$ येते.

$0y^2 = 0 \times y^2 = 0$ $\quad (\because 0 \times$ कोणतीही संख्या $= 0)$

उदाहरणसंग्रह 57

1. वजाबाकी करा. (आडवी व उभी मांडणी करून)
   (1) $(11x^2 + 12y) - (9x^2 - 7y)$
   (2) $(17mn - 10ab) - (-12ab + 8mn)$
   (3) $(4x - 5y + 6z) - (3z + 4y - x)$
   (4) $(7x^2 - 5z^2 + 11y^2) - (3y^2 - 4x^2 + 2z^2)$
   (5) $(15x^2y^2 + 3y^2z^2 - 2z^2x^2) - (2z^2y^2 + 15x^2y^2)$

17. एकचल समीकरणे

समानता

5 + 7 चे सोपे रूप 12 येते. तसेच 3×4 हा गुणाकारही 12 येतो; म्हणजे 5 + 7 आणि 3×4 यांच्या किमती समान आहेत.

हेच आपण थोडक्यात '$5 + 7 = 3 \times 4$' असे लिहितो.

$5 + 7 = 3 \times 4$ या मांडणीत '=' चिन्हाच्या डाव्या आणि उजव्या बाजूच्या राशींच्या किमती समान आहेत. अशा मांडणीला **समानता** असे म्हणतात.

समानतेची आणखी काही उदाहरणे खाली दिली आहेत. त्यांतील '=' चिन्हाच्या दोन्ही बाजूंच्या राशींच्या किमती समान आहेत, हे पडताळून पाहा.

(1) $15 - 5 = 5 \times 2$ (2) $4 \times 5 = 12 + 8$

(3) $24 \div 6 = 7 - 3$ (4) $16 - 9 = 6 + 1$

उदाहरणसंग्रह 58

1. खालील प्रत्येक उदाहरणात चौकटीच्या डाव्या व उजव्या बाजूला दिलेल्या राशींच्या किमती काढा. त्यावरून योग्य चौकटीत '=' हे चिन्ह लिहा.

(1) $10 - 2 \ \square \ 4 \times 2$ (4) $7 \times 6 \ \square \ 22 + 20$

(2) $9 - 3 \ \square \ 18 \div 3$ (5) $2 \times 2 \times 2 \ \square \ 2 \times 3$

(3) $40 \div 5 \ \square \ 2 \times 3 - 1$ (6) $5 + \frac{14}{7} \ \square \ \frac{6}{2} + 3$

समानतेचे गुणधर्म

$5 + 7 = 3 \times 4$ ही समानता विचारात घेऊ.

या समानतेच्या डाव्या बाजूत कोणतीही एक संख्या मिळवू. समजा, 8 ही संख्या मिळवली, तर डाव्या बाजूची किंमत $(5 + 7) + 8$ म्हणजे 20 येईल. उजव्या बाजूत तीच, म्हणजे 8 ही संख्या मिळवल्यास उजव्या बाजूची किंमत $3 \times 4 + 8$, म्हणजे 20 हीच येईल.

समानतेच्या दोन्ही बाजूंत एकच संख्या मिळवली असता येणाऱ्या बेरजा समान असतात.

या गुणधर्माला **समानतेचा बेरीज गुणधर्म** म्हणतात.

आता $5 + 7 = 3 \times 4$ या समानतेच्या डाव्या व उजव्या बाजूला कोणत्याही एका संख्येने, समजा 6 ने गुणू.

$$6\,(5 + 7) = 6 \times 12 = 72$$
$$6 \times (3 \times 4) = 72$$
$$\therefore\ 6 \times (5 + 7) = 6 \times (3 \times 4)$$

समानतेच्या दोन्ही बाजूंना एकाच संख्येने गुणले असता येणारे गुणाकार समान असतात.

या गुणधर्माला **समानतेचा गुणाकार गुणधर्म** म्हणतात.

याप्रमाणेच असलेले समानतेचे आणखी दोन गुणधर्म तुम्ही पडताळून पाहा.

समानतेचा वजाबाकी गुणधर्म : समानतेच्या दोन्ही बाजूंतून एकच संख्या वजा केली असता येणाऱ्या वजाबाक्या समान असतात.

समानतेचा भागाकार गुणधर्म : समानतेच्या दोन्ही बाजूंना एकाच संख्येने भागले असता येणारे भागाकार समान असतात.

समानतेचे वरील सर्व गुणधर्म पुढे चिन्हांत मांडून दाखवले आहेत.

जर $a = b$ तर

(1) $a + c = b + c$ (समानतेचा बेरीज गुणधर्म)

(2) $a \times c = b \times c$ (समानतेचा गुणाकार गुणधर्म)

(3) $a - c = b - c$ (समानतेचा वजाबाकी गुणधर्म)

(4) $a \div c = b \div c$ (समानतेचा भागाकार गुणधर्म)

उदाहरणसंग्रह 59

1. पुढील प्रत्येकात समानतेचा कोणता गुणधर्म वापरला आहे, ते लिहा.

(1) $6 + 4 = 10 \quad \therefore 5\,(6 + 4) = 5 \times 10$

(2) $9 = 11 - 2 \quad \therefore 9 + 5 = (11 - 2) + 5$

(3) $2 \times 6 = 8 + 4 \quad \therefore \dfrac{2\times6}{2} = \dfrac{8}{2} + \dfrac{4}{2}$

(4) $5 + 4 = 18 \div 2 \quad \therefore (5 + 4) - 7 = (18 \div 2) - 7$

समीकरण

$(x + 5)$ या राशीमध्ये x हे चल आहे, म्हणजे x ही कोणतीही संख्या असू शकते. x ची किंमत जशी बदलेल, तशी $(x + 5)$ या राशीची किंमतही बदलते.

जसे, $x = 0$ असताना, $x + 5 = 0 + 5 = 5$

$x = 1$ असताना, $x + 5 = 1 + 5 = 6$

$x = 6$ असताना, $x + 5 = 6 + 5 = 11$ इत्यादी.

आता $x + 5 = 9$ या मांडणीचा विचार करू.

या मांडणीचा अर्थ, x या चलाच्या कोणत्या तरी किमतीने $(x + 5)$ ही बेरीज 9 येते, म्हणजेच x च्या कोणत्या तरी एका किमतीने '=' चिन्हाच्या दोन्ही बाजूंच्या किमती समान होतात असा आहे. अशा मांडणीला **समीकरण** म्हणतात.

$4 = 9 - x$; $3y = 18$; $6 = \frac{z}{5}$ ही आणखी काही समीकरणे आहेत.

उदाहरणसंग्रह 60

1. पुढीलपैकी समानता कोणत्या व समीकरणे कोणती हे ओळखा.

(1) $x - 2 = 7$ (2) $4x = 20$ (3) $2 = \frac{10}{5}$

(4) $2 = \frac{10}{x}$ (5) $18 = 10 + x$ (6) $9(8 - 3) = 9 \times 8 - 9 \times 3$

समीकरणाची उकल

समीकरणात x ; y , p , ... अशी अक्षरे चल म्हणून वापरलेली असतात.

जसे, $4y = 12$ या समीकरणात y हे चल आहे.

$p + 5 = 11$ यामध्ये p हे चल आहे.

आता $4y = 12$ या समीकरणात y च्या कोणत्या किमतीमुळे '=' चिन्हाच्या दोन्ही बाजूंच्या किमती समान होतात, हे पाहू.

$y = 1$ असताना, $4y = 4 \times 1 = 4$

$y = 2$ असताना, $4y = 4 \times 2 = 8$

$y = 3$ असताना, $4y = 4 \times 3 = 12$

$\therefore$ $y = 3$ असेल तरच $4y$ आणि 12 या किमती समान होतात.

येथे y च्या 3 या किमतीला $4y = 12$ या समीकरणाची **उकल** म्हणतात.

चलाच्या ज्या किमतीने समीकरणातील '=' या चिन्हाच्या दोन्ही बाजूंच्या किमती समान होतात, त्या किमतीला समीकरणाची उकल म्हणतात.

'चलाच्या एखादया किमतीने समीकरणातील '=' या चिन्हाच्या दोन्ही बाजू समान होणे', यालाच **'चलाच्या त्या किमतीने समीकरणाचे समाधान होणे'**, असेही म्हणतात.

$p + 5 = 11$ यामध्ये p ची किंमत 6 असताना दोन्ही बाजू समान होतात. ($\because 6 + 5 = 11$)

$\therefore$ $p + 5 = 11$ या समीकरणाची उकल 6 ही आहे.

उदा. (1) $2x - 3 = 5$ या समीकरणाची 4 ही उकल आहे का, हे ठरवा.

$2x - 3 = 5$ या समीकरणात x या चलाची किंमत 4 देऊन डाव्या बाजूची किंमत काढू.

डावी बाजू $= 2x - 3 = 2 \times 4 - 3 = 8 - 3 = 5$.

उजवी बाजू $= 5$

x ला 4 ही किंमत देऊन दोन्ही बाजूंच्या किमती समान होतात.

$\therefore$ $2x - 3 = 5$ या समीकरणाची 4 ही उकल आहे.

उदा. (2) $12 = 5y + 4$ या समीकरणाची 2 ही उकल आहे का, हे ठरवा.

$12 = 5y + 4$ या समीकरणाची डावी बाजू 12 आहे.

उजव्या बाजूतील चलाला 2 ही किंमत देऊन त्या बाजूची किंमत काढू.

उजवी बाजू $= 5y + 4 = 5 \times 2 + 4 = 10 + 4 = 14$.

$\therefore$ y ला 2 ही किंमत देऊन डाव्या व उजव्या बाजूंच्या किमती समान येत नाहीत.

$\therefore$ $12 = 5y + 4$ या समीकरणाची 2 ही उकल नाही.

उदाहरणसंग्रह 61

1. पुढील प्रत्येक समीकरणापुढे कंसात दिलेली संख्या, त्या समीकरणाची उकल आहे का हे ठरवा.

(1) $5y = 16$ [8] (2) $5 = \frac{35}{x}$ [7] (3) $5 = \frac{x}{35}$ [7]

(4) $5m - 1 = 19$ [4] (5) $2p = p + 3$ [2] (6) $3t = 7t$ [0]

समीकरण सोडवणे

'दिलेल्या समीकरणाची उकल शोधणे' यालाच 'समीकरण सोडवणे' असे म्हणतात.

उदा. पुढे सोडवून दाखवलेली समीकरणे अभ्यासा.

(1) $5x = 20$ (2) $y - 7 = 4$ (3) $13 = 8 + m$ (4) $3 = \frac{x}{9}$

(1) $5x = 20$

x ला 1, 2, 3, ... अशा किमती देऊ. कोणती किंमत दिली असता $5x$ ची किंमत 20 येते, हे शोधू.

$x = 1$ असताना $5x = 5 \times 1 = 5$

$x = 2$ असताना $5x = 5 \times 2 = 10$

$x = 3$ असताना $5x = 5 \times 3 = 15$

$x = 4$ असताना $5x = 5 \times 4 = 20$

$\therefore$ $5x = 20$ या समीकरणाची उकल 4 ही आहे.

(2) $y - 7 = 4$

y च्या कोणत्या किमतीसाठी $(y - 7)$ ची किंमत 4 येते, हे पाहू.

$y = 8$ असताना $y - 7 = 8 - 7 = 1$

$y = 9$ असताना $y - 7 = 9 - 7 = 2$

$y = 10$ असताना $y - 7 = 10 - 7 = 3$

$y = 11$ असताना $y - 7 = 11 - 7 = 4$

$\therefore$ $y - 7 = 4$ या समीकरणाची उकल 11 ही आहे.

(y ची किंमत 7 पेक्षा मोठीच असली पाहिजे, हे लक्षात घेऊन y ला 8 पासून किमती देण्यास सुरुवात केली.)

(3) $13 = 8 + m$

m ची कोणती किंमत असताना $(8 + m)$ ची किंमत 13 येते, हे काढू.

$m = 1$ असताना $8 + m = 8 + 1 = 9$

$m = 2$ असताना $8 + m = 8 + 2 = 10$

$m = 3$ असताना $8 + m = 8 + 3 = 11$

$m = 4$ असताना $8 + m = 8 + 4 = 12$

$m = 5$ असताना $8 + m = 8 + 5 = 13$

$\therefore$ $13 = 8 + m$ या समीकरणाची उकल 5 ही आहे.

(4) $3 = \frac{x}{9}$

$x = 9$ असताना, $\frac{x}{9} = \frac{9}{9} = 1$

$x = 18$ असताना, $\frac{x}{9} = \frac{18}{9} = 2$

$x = 27$ असताना, $\frac{x}{9} = \frac{27}{9} = 3$

$\therefore 3 = \frac{x}{9}$ ची 27 ही उकल आहे.

(x ही 9 ची पट असली पाहिजे, हे लक्षात घेऊन x ला 9, 18, 27 या किमती दिल्या, हे समजून घ्या.)

उदाहरणसंग्रह 62

1. पुढील समीकरणे चलाला योग्य किमती देऊन सोडवा.

(1) $7x = 14$	(2) $x - 10 = 2$	(3) $p + 6 = 10$
(4) $5 = 7 - p$	(5) $18 = 13 + y$	(6) $\frac{x}{5} = 3$
(7) $4 = \frac{y}{10}$	(8) $16 = 2m$	(9) $\frac{16}{x} = 2$
(10) $2 + n = 8$	(11) $9 - x = 6$	(12) $y - 4 = 0$

समानतेचे गुणधर्म वापरून समीकरण सोडवणे

समीकरणातील चलाला 1, 2, 3, 4, ... अशा किमती देऊन त्याची उकल काढण्यास आपण शिकलो. आता समानतेच्या गुणधर्मांचा उपयोग करून समीकरण कसे सोडवता येते, हे पाहू.

उदा. (1) सोडवा. $x - 7 = 18$

$x - 7 = 18$

$\therefore x - 7 + 7 = 18 + 7$ समानतेचा बेरीज गुणधर्म

$\therefore x + 0 = 25$ $\because (-7) + 7 = 0$ आणि $18 + 7 = 25$

$\therefore x = 25$ $\because$ कोणतीही संख्या $+ 0 =$ तीच संख्या

आता x ची किंमत 25 असेल, तर दोन्ही बाजू समान होतात.

$\therefore$ दिलेल्या समीकरणाची 25 ही उकल आहे.

उदा. (2) सोडवा. $6x = 72$

$6x = 72$

$\therefore \frac{6x}{6} = \frac{72}{6}$ समानतेचा भागाकार गुणधर्म

$\therefore 1x = 12$ $\because \frac{6}{6} = 1$ आणि $\frac{72}{6} = 12$

$\therefore x = 12$ $\because 1 \times$ कोणतीही संख्या $=$ तीच संख्या

आता x ची किंमत 12 असेल, तर दोन्ही बाजू समान होतात.

$\therefore$ 12 ही दिलेल्या समीकरणाची उकल आहे.

उदा. (3) सोडवा. $27 = p + 9$

$27 = p + 9$

$\therefore 27 - 9 = p + 9 - 9$ समानतेचा वजाबाकी गुणधर्म

$\therefore 18 = p + 0$ $\because 27 - 9 = 18$ आणि $9 - 9 = 0$

$\therefore 18 = p$ कोणतीही संख्या $+ 0 =$ तीच संख्या

आता p ची किंमत 18 असताना दोन्ही बाजू समान होतात.

$\therefore$ दिलेल्या समीकरणाची 18 ही उकल आहे.

उदा. (4) सोडवा. $4 = \frac{k}{13}$

$4 = \frac{k}{13}$

$\therefore 4 \times 13 = \frac{k}{13} \times 13$ समानतेचा गुणाकार गुणधर्म

$\therefore\ 52 = k \times 1$ $\quad\because\ \frac{1}{13} \times 13 = 1$

$\therefore\ 52 = k$ $\quad\because$ कोणतीही संख्या $\times 1$ = तीच संख्या

k ची किंमत 52 असताना दोन्ही बाजू समान होतात.

$\therefore$ 52 ही दिलेल्या समीकरणाची उकल आहे.

उदाहरणसंग्रह 63

1. समानतेच्या गुणधर्मांचा उपयोग करून खालील समीकरणे सोडवा.

(1) $m - 4 = 1$ (2) $p + 4 = 11$ (3) $3x = 54$

(4) $\frac{y}{5} = 6$ (5) $6 = k - 2$ (6) $25 = t + 16$

(7) $35 = 7y$ (8) $1 = \frac{x}{3}$ (9) $8 = z + 5$

(10) $n - 6 = 6$ (11) $18 = 3u$ (12) $\frac{y}{5} = 12$

18. शेकडेवारी

वर्तमानपत्रे, रेडिओ, दूरदर्शन इत्यादींमधून तुम्ही पुढील प्रकारच्या बातम्या वाचल्या किंवा ऐकल्या असतील.

अन्नधान्याच्या उत्पादनात 15 टक्के वाढ झाली.

पेट्रोलचा दर शेकडा 5 ने वाढला.

बँकेने व्याजाचा दर 1 टक्क्याने कमी केला.

यांमध्ये आलेल्या 'शेकडा' आणि 'टक्के' या शब्दांचा वापर व्यवहारात नेहमी केला जातो. या शब्दांचा अर्थ आपण समजून घेऊ आणि त्यांचा उपयोग कसा करतात, हे पाहू.

$\frac{62}{100}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{100}{100}$ ही गुणोत्तरे पाहा. येथे प्रत्येक गुणोत्तराचा छेद 100 आहे. अशा गुणोत्तराला शतमान म्हणतात. शतमान हे 'शेकडा' हा शब्द वापरून किंवा % हे चिन्ह वापरून लिहिण्याची पद्धत आहे.

$\frac{62}{100}$ हे 'शेकडा 62' किंवा '62 %' असे लिहितात. '62 %' याचे वाचन '62 टक्के' असे करतात.

त्याचप्रमाणे $\frac{75}{100}$ म्हणजे शेकडा 75 किंवा 75 %

$\frac{100}{100}$ म्हणजे शेकडा 100 किंवा 100 %

उदाहरणसंग्रह 64

1. पुढील गुणोत्तरे 'शेकडा' हा शब्द वापरून तसेच '%' या चिन्हाचा वापर करून लिहा.

   (1) $\frac{25}{100}$ (2) $\frac{79}{100}$ (3) $\frac{1}{100}$ (4) $\frac{12}{100}$ (5) $\frac{50}{100}$

2. पुढील उदाहरणे छेद 100 असणाऱ्या गुणोत्तराच्या रूपात लिहा.

   (1) शेकडा 17 (2) 55 % (3) शेकडा 10 (4) 98 %

अपूर्णांकाचे शेकड्यात रूपांतर

साध्या अपूर्णांकाच्या अंशाला व छेदाला एकाच संख्येने गुणले किंवा भागले असता त्याच्याशी सममूल्य असणारा अपूर्णांक मिळतो, हे आपण शिकलो आहोत.

जसे, $\frac{3}{8} = \frac{3\times5}{8\times5} = \frac{15}{40}$; $\frac{9}{4} = \frac{9\times3}{4\times3} = \frac{27}{12}$ इत्यादी.

याच गुणधर्माचा उपयोग करून, दिलेल्या साध्या अपूर्णांकाचे रूपांतर शेकड्यात करता येते. हे रूपांतर कसे करतात याचा अभ्यास पुढे सोडवून दिलेल्या उदाहरणांवरून करा.

उदा. पुढील अपूर्णांकांचे शेकड्यात रूपांतर करा.

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{5}{10}$ (3) $\frac{9}{25}$ (4) $\frac{140}{200}$

(1) $\frac{3}{4}$ या अपूर्णांकाचे शेकड्यात म्हणजे छेद 100 असणाऱ्या अपूर्णांकात रूपांतर करायचे आहे, म्हणून प्रथम पुढीलप्रमाणे मांडणी करू.

$$\frac{3}{4} = \frac{\square}{100}$$

आता, 100 हा छेद 4 या छेदाच्या 25 पट आहे.

$\therefore$ $\frac{3}{4}$ या अपूर्णांकाच्या छेदाला व अंशाला 25 ने गुणू.

(1) $\frac{3}{4} = \frac{3\times25}{4\times25} = \frac{75}{100}$ (शेकडा 75 = 75 %)

(2) $\frac{5}{10} = \frac{5\times10}{10\times10} = \frac{50}{100}$ (शेकडा 50 = 50 %)

(3) $\frac{9}{25} = \frac{9\times4}{25\times4} = \frac{36}{100}$ (शेकडा 36 किंवा 36 %)

(4) $\frac{140}{200} = \frac{140\div2}{200\div2} = \frac{70}{100}$ (शेकडा 70 किंवा 70 %)

उदाहरणसंग्रह 65

1. पुढील अपूर्णांकांचे शेकड्यात रूपांतर करा.

(1) $\frac{7}{20}$ (2) $\frac{43}{50}$ (3) $\frac{21}{300}$ (4) $\frac{120}{500}$ (5) $\frac{29}{25}$

दिलेला अपूर्णांक दशांशरूपात असेल, तर त्याचे रूपांतर शेकड्यात कसे करता येते, हे पुढील उदाहरणांवरून अभ्यासा.

उदा. पुढील दशांश अपूर्णांकांचे शेकड्यात रूपांतर करा.

(1) 0.52 (2) 0.05 (3) 0.25 (4) 0.4 (5) 0.67

(1) आपल्याला माहीत आहे, की 0.52 म्हणजे $\frac{52}{100}$.

$\therefore 0.52 = \frac{52}{100}$ (शेकडा 52 = 52 %)

(2) $0.05 = \frac{5}{100}$ (शेकडा 5 = 5 %)

(3) $0.25 = \frac{25}{100}$ (शेकडा 25 = 25 %)

(4) $0.4 = 0.40 = \frac{40}{100}$ (शेकडा 40 = 40 %)

(5) $0.67 = \frac{67}{100}$ (शेकडा 67 = 67%)

उदाहरणसंग्रह 66

1. पुढील दशांश अपूर्णांकांचे शेकड्यात रूपांतर करा.

(1) 0.76 (2) 0.65 (3) 0.18 (4) 0.08 (5) 0.01
(6) 0.5 (7) 0.9 (8) 0.75 (9) 0.50 (10) 0.060
(11) 0.600 (12) 0.400 (13) 0.83 (14) 0.10 (15) 1.0

दिलेल्या संख्येचा दिलेला शेकडा काढणे

तुम्हांला माहीत आहे, की '50 चा $\frac{1}{2}$' याचा अर्थ '50 × $\frac{1}{2}$' असा असतो.

$\therefore$ 50 चा $\frac{1}{2} = 50 \times \frac{1}{2} = 25$

त्याचप्रमाणे '70 चा शेकडा 50' याचा अर्थ '70 × $\frac{50}{100}$' असा होतो.

$\therefore$ 70 चा शेकडा 50 $= 70 \times \frac{50}{100} = 70 \times \frac{1}{2} = 35$

($70 \times \frac{50}{100}$ चे सोपे रूप $\frac{70\times50}{100} = 35$ असेही काढता येईल.)

याप्रमाणे दिलेल्या संख्येचा दिलेला शेकडा काढण्याची रीत पुढील उदाहरणांवरून नीट अभ्यासा.

उदा. 1. किमती काढा.

(1) 150 चा शेकडा 64 (2) 740 चा 5 % (3) 3520 चा 15 %

(1) 150 चा शेकडा 64 $= 150 \times \frac{64}{100} = \frac{150\times64}{100} = 96$

(2) 740 चा 5 % $= 740 \times \frac{5}{100} = 740 \times \frac{1}{20} = 37$

(3) 3520 चा 15 % $= 3520 \times \frac{15}{100} = \frac{3520\times15}{100} = 528$

उदा. 2. एका शाळेत शेकडा 40 मुली आहेत. जर त्या शाळेत विद्यार्थ्यांची एकूण संख्या 950 असेल, तर त्या शाळेतील मुलींची संख्या किती ?

950 चा शेकडा 40 $= 950 \times \frac{40}{100} = \frac{950\times40}{100} = 380$

मुलींची संख्या 380

उदाहरणसंग्रह 67

1. पुढील किमती काढा.

(1) 84 चा शेकडा 50 (2) 132 चा शेकडा 75

(3) 540 चा 15 % (4) 540 चा 90 %

(5) 55 चा 20 % (6) 60 चा 5 %

(7) 60 चा शेकडा 25 (8) 175 चा शेकडा 60

(9) 4800 चा शेकडा 7 (10) 25000 चा 3 %

2. परीक्षेत एकूण गुणांच्या किमान 35 % गुण मिळाल्यास विद्यार्थी उत्तीर्ण होतो, तर एकूण 800 गुणांच्या परीक्षेत किमान किती गुण मिळणारा विद्यार्थी उत्तीर्ण होईल ?

दिलेली संख्या दुसऱ्या संख्येच्या शेकडा किती हे काढणे.

परीक्षेत मिळालेले गुण शेकडा किती हे सांगताना तुम्ही ऐकले असेल, की अमीरला 72 % गुण मिळाले. मयूरी शेकडा 94 गुण मिळवून पहिली आली.

शेकडा गुण कसे काढतात, हे समजण्यासाठी पुढील उदाहरण अभ्यासा.

उदा. (1) अतुलला वार्षिक परीक्षेत 700 पैकी 476 गुण मिळाले, तर अतुलला शेकडा किती गुण मिळाले ?

'700 पैकी 476' हे $\frac{476}{700}$ असे लिहितात.

शेकडा गुण काढायचे, म्हणजेच $\frac{476}{700}$ चा छेद 100 करायचा.

छेद 100 येण्यासाठी अंशाला व छेदाला 7 ने भागावे लागेल.

$\frac{476}{700} = \frac{476 \div 7}{700 \div 7} = \frac{68}{100}$ = शेकडा 68

∴ अतुलला शेकडा 68 गुण मिळाले.

उदा. (2) 24 ही संख्या 60 च्या शेकडा किती आहे ?

$\frac{24}{60}$ चे छेद 100 असलेल्या अपूर्णांकात रूपांतर करायचे आहे.

येथे छेद 60 आहे. 100 ही संख्या 60 च्या पटीत नाही, म्हणून आपण $\frac{24}{60}$ चे संक्षिप्त रूप काढू.

$$\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

आता 100 ही 5 ची 20 पट आहे, हे लक्षात घेऊन

$$\frac{24}{60} = \frac{2}{5} = \frac{2\times20}{5\times20} = \frac{40}{100} = \text{शेकडा } 40$$

$\therefore$ 24 ही संख्या 60 चा शेकडा 40 आहे.

उदाहरणसंग्रह 68

1. पुढे दिलेल्या संख्यांच्या प्रत्येक जोडीतील पहिली संख्या दुसरीच्या शेकडा किती आहे, हे काढा.

(1) 24, 50	(2) 16, 25	(3) 36, 25	(4) 13, 20
(5) 16, 200	(6) 160, 200	(7) 60, 200	(8) 7, 10
(9) 8, 5	(10) 222, 300	(11) 18, 60	(12) 280, 400

2. (1) एका परीक्षेत शकिलाला 1000 पैकी 760 गुण मिळाले, तर तिने किती टक्के गुण मिळवले ?

(2) दीपावलीच्या काळात एका टपाल पेटीत जमा झालेल्या 625 पत्रांपैकी 75 शुभेच्छा पत्रे होती, तर शुभेच्छा पत्रांची संख्या एकूण पत्रांच्या किती टक्के होती ?

(3) नामदेवने आपल्या 3 हेक्टर शेतापैकी 19,500 चौमी भागात ज्वारी पेरली, तर त्याने शेताच्या शेकडा किती भागात ज्वारी पेरली ? (1 हेक्टर = 10,000 चौमी)

19. सरळव्याज

घर किंवा शेत विकत घेणे, लग्नसमारंभ, उच्च शिक्षण अशा विविध कारणांनी लोकांना मोठ्या रकमेची गरज पडते. आपल्याजवळ मोठी रक्कम नसेल, तर सहकारी पतपेढी, बँका अशा संस्थांकडून मोठी रक्कम परत करण्याच्या अटीवर मिळू शकते. या रकमेला **कर्ज** म्हणतात.

त्याचप्रमाणे पतपेढीकडून किंवा बँकेकडून आपण घेतलेले कर्ज परत करताना घेतलेल्या रकमेपेक्षा काही जास्त रक्कम द्यावी लागते. त्या जास्त द्याव्या लागणाऱ्या रकमेला **सरळव्याज** म्हणतात.

समजा, बैलजोडी घेण्यासाठी सदाशिवरावांनी शेतकरी पतसंस्थेकडून 10,000 रुपये कर्ज म्हणून घेतले. दोन वर्षांनी कर्जाची रक्कम परत करताना त्यांनी पतसंस्थेला 12,000 रुपये दिले, म्हणजे 2000 रुपये जास्त दिले, म्हणजेच त्यांनी 2000 रुपये सरळव्याज दिले.

यापुढे **सरळव्याज** या शब्दासाठी आपण फक्त **व्याज** हा शब्द वापरू.

कर्ज म्हणून घेतलेल्या रकमेला **मुद्दल** असे म्हणतात. हे मुद्दल ज्या कालावधीसाठी वापरले जाते, त्या कालावधीला **मुदत** म्हणतात. वरील उदाहरणात मुद्दल 10,000 रुपये आणि मुदत 2 वर्षे आहे.

उदाहरणसंग्रह 69

1. पुढील उदाहरणांत मुद्दल, व्याज आणि मुदत किती आहे, हे सांगा.

(1) रेहमानभाई यांनी एका बँकेकडून 25,000 रुपये कर्ज म्हणून घेतले. तीन वर्षांनी त्यांनी बँकेला कर्ज आणि व्याज मिळून 32,500 रुपये दिले.

(2) मणीबेन यांनी महिला सहकारी सोसायटीकडून 8000 रुपये कर्जाऊ घेतले. सहा महिन्यांनी सोसायटीला त्यांनी कर्जफेड करताना एकूण 8480 रुपये परत केले.

(3) विठ्ठलपंतांनी घर घेण्यासाठी राष्ट्रीय बँकेकडून 6,00,000 रुपये कर्ज घेतले. पाच वर्षांनी त्यांनी कर्जमुक्त होण्यासाठी बँकेला एकूण 8,40,000 रुपये परत केले.

व्याजाचा दर

कर्जावर **किती व्याज द्यावे लागेल,** हे किती रक्कम कर्जाऊ घेतली यावर म्हणजे **मुद्दलावर** अवलंबून असते. तसेच ती रक्कम किती काळ वापरली यावर म्हणजे **मुदतीवर** अवलंबून असते.

व्याजाचा हिशोब करण्यासाठी, कर्ज देणाऱ्या संस्था, प्रत्येक वर्षासाठी (दर साल) प्रत्येक 100 रु. मुद्दलावर (दर शेकडा) किती रक्कम व्याज म्हणून द्यावी लागेल, हे सांगतात. त्यालाच **व्याजाचा दर** म्हणतात.

जसे, समृद्धी बँकेचा व्याजाचा दर द.सा.द.शे. (दर साल दर शेकडा) 10 आहे; याचा अर्थ, 'त्या बँकेकडून एखाद्याने एका वर्षासाठी 100 रु. कर्ज घेतले, तर वर्षअखेरीस त्याने बँकेला 10 रु. व्याज द्यावे,' असा होतो.

भैरवनाथ पतसंस्थेचा व्याजाचा दर द. सा. द. शे. 9 आहे; म्हणजे 'त्या पतसंस्थेकडून एखाद्याने 1 वर्षासाठी 100 रु. कर्जाऊ घेतले, तर वर्षअखेरीस त्याने पतसंस्थेला मुद्दल 100 रु. व व्याज म्हणून 9 रु. द्यावे', असा अर्थ होतो.

उदाहरणसंग्रह 70

तोंडी

1. खालील वाक्यांचे अर्थ स्पष्ट करून सांगा.
   (1) जिजामाता सहकारी पतसंस्थेचा व्याजदर द. सा. द. शे. 12 आहे.
   (2) राजगड सहकारी बँक द. सा. द. शे. 8 दराने शेतकऱ्यांना शेतीसाठी कर्ज देते.
   (3) सर्जेरावांनी शेतात विहीर खणण्यासाठी जिल्हा मध्यवर्ती बँकेकडून द. सा. द. शे. 10 दराने कर्ज घेतले.

मुदतीनुसार व्याज

ठराविक मुद्दलावर दोन वर्षांचे व्याज हे एक वर्षाच्या व्याजाच्या दुप्पट असणार. थोडक्यात, मुदत जितकी पट, तितके पट व्याज होणार.

उदा. (1) द. सा. द. शे. 14 दराने 100 रुपयांवर 3 वर्षांत किती व्याज होईल ?

व्याजाचा दर द. सा. द. शे. 14 आहे.

म्हणजे 100 रु. वर 1 वर्षात 14 रु. व्याज होईल.

$\therefore$ 100 रु. वर 3 वर्षांत $14 \times 3 = 42$ रु. व्याज होईल.

उदा. (2) व्याजाच्या काही दराने 10,000 रु. मुद्दलावर एक वर्षात 750 रु. व्याज होते, तर त्याच मुद्दलावर 4 वर्षांत किती व्याज होईल ?

मुद्दल तेच राहून मुदत चौपट झाली आहे.

∴ व्याजही चौपट होईल.

∴ 4 वर्षांचे व्याज 750 × 4 = 3000 रु. होईल.

उदाहरणसंग्रह 71

1. पुढील सारणीत व्याजाचा दर आणि मुदत दिली आहे. प्रत्येक बाबतीत 100 रुपयांवर व्याज किती होईल, हे काढा.

उदाहरणे	1	2	3	4	5	6
व्याजाचा दर (द.सा.द.शे.)	8	12	5	9	7	4
मुदत (वर्षे)	5	3	20	4	2	7

2. (1) व्याजाच्या काही दराने 12,000 रुपयांवर एक वर्षात 720 रुपये व्याज होते, तर त्याच रकमेचे 5 वर्षांत किती व्याज होईल ?

(2) द. सा. द. शे. 11 दराने 15,000 रु मुद्दलावर 2 वर्षांत 3,300 रु. व्याज होते, तर त्याच दराने त्याच मुद्दलावर 6 वर्षांचे व्याज किती होईल ?

मुद्दलानुसार व्याज

ठराविक मुदतीमध्ये मुद्दल जितके पट होईल, तितके पट व्याज होते.

उदा. (1) द. सा. द. शे. 10 दराने 2,000 रुपये मुद्दलावर एका वर्षाचे व्याज किती होईल ?

व्याजाचा दर द. सा. द. शे. 10 आहे.

म्हणजे 100 रु. मुद्दलावर 1 वर्षाचे व्याज 10 रु. होते.

मुद्दल 2,000 रु. म्हणजे 100 रु. च्या 20 पट.

मुदत 1 वर्ष, म्हणजे तेवढीच आहे.

∴ व्याज = 10 रु. च्या 20 पट = 10 × 20 = 200 रु. होईल.