



कर्नाटक सरकार

गणित

**MATHEMATICS**  
(Revised)

7

हिन्दी माध्यम

**Hindi Medium**

सातवी कक्षा

**Seventh Standard**

भाग - 2

**Part - 2**

**KARNATAKA TEXT BOOK SOCIETY (R).,**

100 Feet Ring Road, Banashankari 3rd Stage,  
Bangalore - 560 085

## भाग - 2

### विषय सूचि

क्र. संख्या	घटक	पृष्ठ
1	घातांक	1 - 18
2	अनुपात और सपानुपात	19 - 35
3	प्रतिशत	36 - 47
4	सरल रैखिक समीकरण	48 - 59
5	सर्वांगसमता	60 - 66
6	रेखाहणितीय रचनाएँ	67 - 91
7	माप गणित	92- 136
8	दतांश का निर्वहण	137 - 164
9	प्राथिकता	165 - 175
10	रेख गणितीय आकृतियाँ 3 निर्दिष्ट तीन विस्तार मे 2 विस्तातर	176-193
	उत्तर	194-198

## घटक- 1

### घातांक

इस घटक को अध्ययन करने के बाद:

- पुनरावर्तित गुणनफल को घातांक रूप में और घातांक रूप को गुणनफल रूप में लिखेंगे,
- दत्त घातांकयुक्त संख्या के आधार घातांक को पहचानना, पढ़ना तथा घातांक रूप में लिखेंगे,
- एक संख्या को गुणनखण्डों में परिवर्तन करने उसे घातांक रूप में व्यक्त करेंगे,
- विभिन्न नमूनों के उदाहरण लिखना और घातांक के नियमों सामान्य रूप देकर उन्हे उपयोग करना,
- वैज्ञानिक में बड़ी और छोटी संख्याओं को लिखने अपनाये गए मानक रूप समझना और उस रूप में कुछ संख्याओं को लिखना ।

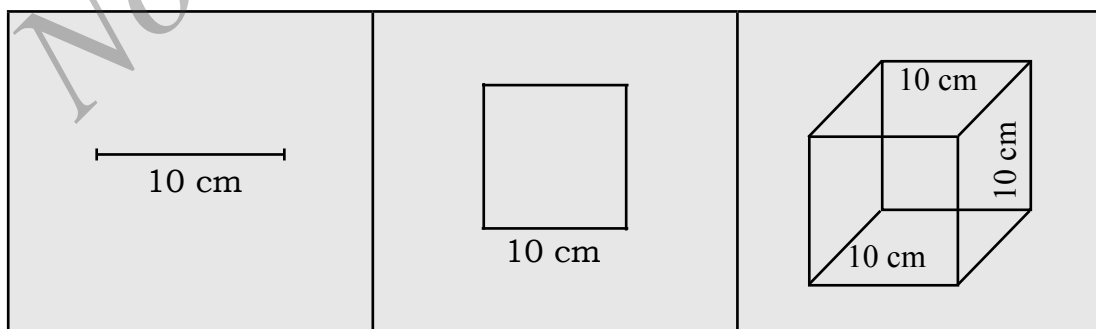
संख्याओं के घातांक रूप का परिचय :

संख्याओं को घातांक रूप में लिखना

हम दशमलव प्रणाली में संख्याओं के स्थानमूल्य तथा वर्ग और घन का अर्थ जानते है ।

आईए, रेखागणित में अध्ययन किये हुए सरल रेखा, वर्ग और घन को स्मरण करें और 10 से. मी. भुजा की सरल रेखा, वर्ग और एक घन खींचे ।

10 से. मी. भुजा की रचना करना ।



रेखा की लंबाई 10 सेमी हो तो क्षेत्रफल  $10 \text{ सेमी} \times 10 \text{ सेमी} = 100 \text{ सेमी वर्ग सेमी}$  और घन से आवृत अवकाश  $10 \text{ सेमी} \times 10 \text{ सेमी} \times 10 \text{ सेमी} = 1000 \text{ घन 10 सेमी भुजा को एक इकाई लंबाई और वर्ग को एक वर्ग इकाई और घन को एक घन इकाई मान लीजिए। इसे हम}$

$1, 1^2, 1^3$  लिखते हैं।

10 का वर्ग हम  $10 \times 10 = 10^2$  सेमी

10 का घन  $10 \times 10 \times 10 = 10^3$  सेमी लिखते हैं। उपरोक्त उदाहरण में 10 के उपर दाहिने लिखी संख्या 10 को कितनी बार गुणा किया गया है सूचित करता है।

उदाहरण:  $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$$

$$\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

$$(x) \times (x) \times (x) \times (x) \times (x) \times (x) \times (x) = x^7$$

उपरोक्त पुनरावर्तित गुणनफल को घातांक रूप में लिखा है।

पुनरावर्तित गुणनफल का घातांक रूप

हम एक संख्या के पुनरावर्तित गुणनफल को घातांक रूप में लिख सकते हैं।

उदाहरण:  $5^6 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

$$a^8 = a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

यहाँ एक वर्ग की भुजा के रेखाखण्ड की लंबाई और घन की भुजा की लंबाई 10 सेंमी है।

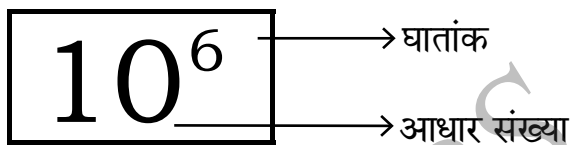
घातांक रूप में व्यक्त संख्या का आधार, और घातांक

$10^6$  को 10 घातांक 6 पढ़ते है।

इसे 10 का 6 घातांक या 10 का घात 6 पढ़ते हैं।

$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$

अर्थात् 10 को 6 बार गुणा किया गया है।



जब पुनरावर्तित गुणनफल को घातांक रूप में व्यक्त करते है तो संख्या जो पुनरावर्तित होती है आधार कहलाती है और आधार जितनी बार पुनरावर्तित होती है वह घातांक कहलाती है।

उदाहरण:

1)  $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

$10^5$  मे 10 आधार संख्या और, 5 घातांक है।

2)  $5^4$  मे 5 आधार संख्या और, 4 घातांक है।

3)  $2^8$  मे 2 आधार संख्या और, 8 घातांक है।

4)  $\left(\frac{3}{2}\right)^5$  मे  $\frac{3}{2}$  आधार संख्या और, 5 घातांक है।



सारणी का निरिक्षण कीजिए

घातांक संख्या	आधार संख्या	घातांक	पढ़ने का विधान
$6^4$	6	4	6 घात 4
$4^7$	4	7	4 घात 7
$12^5$	12	5	12 घात 5
$\left(-\frac{3}{4}\right)^3$	$-\frac{3}{4}$	3	$-\frac{3}{4}$ घात 3
$x^8$	$x$	8	$x$ घात 8

कार्य कलाप 1 : एक सफेद कागज लीजिए। कागज इसतरह मोड़िए ताकि प्रत्येक मोड़ में, लंबाई में समान भाग प्राप्त हो। मोड़ (folds) की संख्या और आयतों की संख्या को तालिका में लिखिए।



प्रथम मोड़



दूसरा मोड़

मोड़ों की संख्या	6	5	4	3	2	1	0
आयातों की संख्या	64	32	16	8	4	2	1
संख्या के ऊपर गुणनखण्ड	$2 \times 32$	$2 \times 16$	$2 \times 8$	$2 \times 4$	$2 \times 2$	$2 \times 1$	$2 \times 1$
घातांक रूप	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$

संख्या को घातांक रूप में लिखने का विधान

एक संख्या लीजिए और उसे पुनरावर्तित गुणनखण्डों के गुणनफल में लिखिए और प्रत्येक गुणन खण्ड को आधार और गुणनखण्डों की संख्या घातांक सूचित कीजिए।

उदाहरण 1 :

- 125 को आधार 5 के घात में लिखिए।

$$\begin{array}{r} \text{विधान : } 5 \overline{)125} \\ \underline{5 \phantom{00}} \\ 5 \phantom{00} \\ \underline{5 \phantom{00}} \\ 1 \phantom{00} \end{array}$$

$$125 = 5 \times 5 \times 5$$

$$\therefore 125 = 5^3$$

125 का घातांक रूप  $5^3$  है।

उदाहरण 2 : 256 को आधार 2, 4, 16, 256 के घात में लिखिए

<p>विधान : <math>2 \overline{) 256}</math>  <math>2 \overline{) 128}</math>  <math>2 \overline{) 64}</math>  <math>2 \overline{) 32}</math>  <math>2 \overline{) 16}</math>  <math>2 \overline{) 8}</math>  <math>2 \overline{) 4}</math>  <math>2 \overline{) 2}</math>  <math>256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math>  <math>\therefore 256 = 2^8</math></p>	<p><math>4 \overline{) 256}</math>  <math>4 \overline{) 64}</math>  <math>4 \overline{) 16}</math>  <math>4 \overline{) 4}</math>  <math>1</math>  <math>256 = 4 \times 4 \times 4 \times 4</math>  <math>\therefore 256 = 4^4</math></p>	<p><math>16 \overline{) 256}</math>  <math>16 \overline{) 16}</math>  <math>1</math>  <math>\therefore 256 = 16^1 \times 16</math>  <math>\therefore 256 = 16^2</math></p>	<p><math>256 \overline{) 256}</math>  <math>1</math>  <math>\therefore 256 = 256^1</math></p>
---	---	--	---

उदाहरण 3 : 1331 को आधार 11 के घातांक रूप में लिखिए।

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 1331} \\ 11 \overline{) 121} \\ 11 \overline{) 11} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1331 = 11 \times 11 \times 11 \\ \therefore 1331 = 11^3 \end{array}$$

उदाहरण 4 : 1125 को घातांक रूप में लिखिए।

विधान : 1125 को 5 और 3 से भाज्य है।

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 1125} \\ 5 \overline{) 225} \\ 5 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1125 = 5 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \\ \therefore 1125 = 5^3 \times 3^2 \end{array}$$

उदाहरण 5 : 324 को घातांक रूप में लिखिए।

$$\begin{array}{r} \text{विधान : } 2 \overline{) 324} \\ 2 \overline{) 162} \\ 3 \overline{) 81} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ \therefore 324 = 2^2 \times 3^4 \end{array}$$



## अभ्यास 1.1

I. इन घातांक संख्याओं को पढ़िए:

1)  $8^3$                       2)  $13^6$                       3)  $\left(\frac{4}{7}\right)^{10}$                       4)  $10^4 e (-6)^5$

II. आधार संख्या और इनके घातांक लिखिए:

1)  $3^5$                       2)  $10^8$                       3)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^6$                       4)  $x^{20}$

III. रिक्त स्थानों में सही उत्तर लिखिए:

1)  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = \square^5$

2)  $\frac{5}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \left(\frac{5}{8}\right) \square$

3)  $4 \times 5 \times 4 \times 5 \times 4 \times 5 \times 4 \times 5 \times 4 \times 5 \times 4 \times 5 = \square \times 5 \square$

4)  $a \times a \times a \times a \times \dots \dots n$  बार (a को n बार गुणा करने से) =  $\dots \dots$

IV. विस्तार रूप लिखिए:

1)  $3^8$                       2)  $11^3$                       3)  $\left(\frac{5}{2}\right)^6$                       4)  $(1.5)^6$                       5)  $\left(\frac{p}{q}\right)^4$

V. निम्नों को निर्देशानुसार व्यक्त कीजिए:

1) 81 को घात संख्या में व्यक्त कीजिए :

i) आधार 9                      ii) आधार 3, के घात में लिखिए ।

2) 15625 को

i) आधार 5                      ii) आधार 25 के घात में लिखिए ।

3) (-243), को (-3) के घातांक रूप में लिखिए ।



घातांक के प्रक्रियाओं से संबंधित घातांक के नियम:

कार्यकलाप 2 आईए एक खेल खेलते हैं। उदाहरण में दिखाई गई संख्या से 20 कार्ड बनाईए और उन्हें अलग - अलग डिब्बे में रखिए।

$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$
$2^5$	$2^6$	$2^7$	
$2^8$	$2^9$	$2^{10}$	

$3^1$	$3^2$	$3^3$
$3^4$	$3^5$	$3^6$
$3^7$	$3^8$	$3^9$
	$3^{10}$	

प्रत्येक डिब्बे के कार्डों को फेंटिईए। फिर प्रत्येक विध्यार्थी को दो कार्ड किसी डिब्बे में से लेने कहिए। कार्ड की संख्या को गुणनफल लिखिए।

उदाहरण :

$$a) \quad 2^2 \times 2^3 = \boxed{2 \times 2} \times \boxed{2 \times 2 \times 2} = 2^5 \text{ या}$$

$$2^2 \times 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$$

$$b) \quad 3^4 \times 3^3 = \boxed{3 \times 3 \times 3 \times 3} \times \boxed{3 \times 3 \times 3} = 3^7$$

$$3^4 \times 3^3 = 3^{4+3} = 3^7$$

$$\text{इसी प्रकार } 2^8 \times 2^2 = 2^{8+2} = 2^{10}$$

$$3^5 \times 3^6 = 3^{5+6} = 3^{11}$$

इसी कार्यकलाप को अन्या उदाहरणों में विस्तार करने से ज्ञात होता है

$$10^4 \times 10^6 = 10^{4+6} = 10^{10}$$

$$x^{10} \times x^{25} = x^{10+25} = x^{35}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{12} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4+12} = \left(\frac{2}{3}\right)^{16}$$

उदाहरण से  $a \times a = a^{1+1} = a^2$

$$a \times a \times a = a^{1+1+1} = a^3$$

$$a^5 \times a^3 = a^{5+3} = a^8$$

$$a^6 \times a^n = a^{6+n}$$

इसतरह

$$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$$

एक ही आधार के दो घातांक युक्त संख्याओं गुणा करने पर, गुणनफल का घातांक उनके घातों के योग के समान होता है।

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ ,  $a \neq 0$  इसे घातांक का पहला नियम कहते हैं।

उदाहरण :

a)  $2^5 \times 2^4 = 2^{5+4} = 2^9$

b)  $10^6 \times 10^2 = 10^{6+2} = 10^8$

c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{10} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5+10} = \left(\frac{2}{3}\right)^{15}$

d)  $x^{15} \times x^{20} = x^{15+20} = x^{35}$

आईए इस नियम को घातांक युक्त और दो से अधिक संख्याओं के गुणनफल में उपयोग करते हैं।

उदाहरण :

a)  $2^3 \times 2^2 \times 2^4 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{2 \times 2} \times \boxed{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2^9$

या  $2^3 \times 2^2 \times 2^4 = 2^{3+2} \times 2^4 = 2^5 \times 2^4 = 2^{5+4} = 2^9$

$2^3 \times 2^2 \times 2^4 = 2^{3+2+4} = 2^9$

b)  $m^3 \times m^4 \times m^5 = m \times m \times m \times m \times m \times m \times m \times m \times m \times m \times m \times m$   
 $= m^{12}$  या

$m^3 \times m^4 \times m^5 = m^{3+4+5} = m^{12}$

इसी प्रकार: a)  $10^2 \times 10^5 \times 10^7 = 10^{2+5+7} = 10^{14}$

b)  $100^8 \times 100^6 \times 100^{20} = 100^{8+6+20} = 100^{34}$

c)  $x^8 \times x^{10} \times x^{20} \times x^{12} = x^{8+10+20+12} = x^{50}$

इसे सामान्य रूप में इसतरह व्यक्त करते हैं

$a^m \times a^n \times a^p \times a^q = a^{m+n+p+q}$

## अभ्यास 1.2

I.  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  के उपयोग करके सरल कीजिए:

1)  $7^2 \times 7^5$

2)  $(-3)^5 \times (-3)^3$

3)  $\left(\frac{5}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6$

4)  $10^3 \times 10^7 \times 10^5$

5)  $a^6 \times a^4 \times a^{10}$

6)  $(2.5)^4 \times (2.5)^8$

II. निम्नों को घातांक रूप में परिवर्तन करके घातांक के प्रथम नियम उपयोग कीजिए।

1)  $49 \times 7$

2)  $27 \times 81$

3)  $243 \times 81$

4)  $1024 \times 16$

III. रिक्त स्थान भरिए:

1)  $10^8 \times 10^3 = 10^{\square}$

2)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{15} \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \left(\frac{2}{3}\right)^{\square}$

3)  $a^{13} = \square^3 \times a^{10}$

4)  $(25)^6 = (25)^{\square} \times (25)^5$

घातांकयुक्त संख्याओं का विभाजन

कार्यकलाप 2 : पूर्व कार्यकलाप के पेटियों में दो कार्डों लेने कहिए। उच्च घातांक को दूसरे निम्न घातांक से भाग लगाने कहिए।

उदाहरण :

$$a) 2^4 \div 2^3 = \frac{2^4}{2^3} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}} \text{ या } \frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1$$

$$b) 3^6 \div 3^4 = \frac{3^6}{3^4} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3 \times 3}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = 3 \times 3 = 3^2 = 9$$

$$\frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2$$

$$c) 3^8 \div 3^4 = 3^{8-4} = 3^4$$

$$d) 2^9 \div 2^5 = 2^{9-5} = 2^4$$

$$5^6 \div 5^4 = \frac{5^6}{5^4} = 5^{6-4} = 5^2$$

इसीतरह

$$10^8 \div 10^4 = \frac{10^8}{10^4} = 10^{8-4} = 10^4$$

$$\frac{a^{15}}{a^4} = a^{15-4} = a^{11}$$

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\therefore \boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}} \quad \text{यदि } m > n$$

उदाहरण : a)  $\frac{2^3}{2^5} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^2}$   $\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$   
 $\therefore 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$

b)  $\frac{x^5}{x^5} = \frac{x \times x \times x \times x \times x}{x \times x \times x \times x \times x} = 1$

दूसरे नियमानुसार

$$\frac{x^5}{x^5} = x^{5-5} = x^0$$

$$\therefore x^0 = 1$$

उपरक्त उदाहरणों को हम सामान्य रूप में ऐसे लिखते हैं

$$\frac{a^m}{a^n} = 1 \quad \text{जहाँ } m = n$$

किसी शून्यरहित आधार का घातांक शून्य होतो उसका मूल्य एक होता है।

$$a \neq 0, a^0=1, 10^0=1, 100^0=1, 5^0=1 \quad \left(\frac{xy}{z}\right)^0 = 1$$

आईए  $\frac{a^m}{a^n}$  में यदि  $m < n$  हो तो क्या होता है देखें।

उदाहरण : a)  $\frac{2^3}{2^5} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^2}$   $\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$   
 $\therefore 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$

b)  $\frac{3^4}{3^7} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3^{7-4}}$

इन उदाहरणों से

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}, a \neq 0 \text{ और } m < n$$

उपरोक्त उदाहरणों में घातांक का दूसरा नियम उपयोग करने से

$$\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \quad \text{इसलिए } \frac{1}{4^{-7}} = 4^7$$

$$\frac{3^4}{3^7} = 3^{4-7} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \quad 8^{-2} = \frac{1}{8^2}, \frac{1}{m^{-4}} = m^4$$

सूचना :  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a \neq 0$

जब एक ही आधार की दो संख्याओं को भाग लगाते हैं तो भागफल का घातांक भाज्य और भाजक का अंतर है तो

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0 \text{ (शून्य) यह घातांक का दूसरा नियम है।}$$

### अभ्यास 1.3

I.  $a^m \div a^n = a^{m-n}$  घातांक के दूसरे नियम से सरल किजिए।

1)  $7^5 \div 7^2$       2)  $(-3)^5 \div (-3)^2$       3)  $\left(\frac{5}{2}\right)^8 \div \left(\frac{5}{2}\right)^3$   
 4)  $(8.5)^6 \div (8.5)^5$       5)  $x^{11} \div x^3$       6)  $\frac{x^{10}}{x^{10}}$       7)  $\frac{4^5}{4^{10}}$

II.  $a^m \div a^n = a^{m-n}$  के उपयोग घातांक रूप में परिवर्तन किजिए।

1)  $125 \div 25$       2)  $81 \div 9$       3)  $256 \div 8$       4)  $27 \div 243$

III. निम्नों को धनात्मक हो तो घातांक रूप में लिखिए:

a)  $3^{-5}$       b)  $10^{-7}$       c)  $a^{-10}$       d)  $x^{12}$

IV. निम्नों को ऋणात्मक घातांक में लिखिए:

a)  $5^4$       b)  $\frac{1}{3^4}$       c)  $2^7$       d)  $\frac{1}{x^5}$

घातांक युक्त संख्याओं के घात

a)  $(3^2)^4$ ,  $3^2$  को 4 बार गुणा करते हैं।

$$(3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2+2+2+2} = 3^8$$

$$(3^2)^4 = 3^{2 \times 4} = 3^8$$

b)  $(7^3)^2$  में  $7^3$  को 2 बार गुणा करते हैं।

$$(7^3)^2 = 7^3 \times 7^3 = 7^{3+3} = 7^6$$

इसी प्रकार  $(7^3)^2 = 7^{3 \times 2} = 7^6$

$$(5^3)^4 = 5^{3 \times 4} = 5^{12}$$

$$(x^8)^5 = x^{8 \times 5} = x^{40}$$

$$(a^4)^6 = a^{4 \times 6} = a^{24}$$

इसे सामान्यतः इसतरह लिखते हैं

$$\therefore (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}, a \neq 0.$$

घातांक युक्त संख्याओं का घात उनके घातांकों का गुणनफल है।  $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$   
यह घातांक का तीसरा नियम है जिसमें  $a \neq 0$

उदाहरण :

a)  $(3^5)^2 = 3^{5 \times 2} = 3^{10}$

b)  $(4^x)^6 = 4^{x \cdot 6} = 4^{6x}$

c)  $(2^x)^y = 2^{x \cdot y}$

जानिए :

$$(((a^m)^n)^p)^r = a^{m \times n \times p \times r} = a^{mnp r} = a^{mnp r}$$

उदाहरण :  $((2^3)^2)^4 = 2^{3 \times 2 \times 4} = 2^{24}$

## अभ्यास 1.4

I.  $(a^m)^n = a^{m \times n}$  के उपयोग से सरल कीजिए।

- a)  $(2^4)^6$    b)  $(8^3)^2$    c)  $(11^6)^7$    d)  $(p^q)^r$    e)  $((2^3)^4)^5$    f)  $((\frac{2}{3})^4)^5$

सोचिये: कौनसा बड़ा है? कैसे?

i)  $2^{3^2}$ ,  $(2^3)^2$

ii)  $10^{2^3}$ ,  $(10^2)^3$

iii)  $4^{2^4}$ ,  $(4^2)^4$

विभिन्न आधार के घातांक संख्याओं का गुणनफल

घातांक रूप में लिखिए।

$$\begin{aligned} 1) \quad (5 \times 7)^4 &= (5 \times 7) \times (5 \times 7) \times (5 \times 7) \times (5 \times 7) \\ &= (5 \times 5 \times 5 \times 5) \times (7 \times 7 \times 7 \times 7) \\ (5 \times 7)^4 &= 5^4 \times 7^4 \\ \therefore (5 \times 7)^4 &= 5^4 \times 7^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{इसी प्रकार } (3 \times 11)^5 &= (3 \times 11) \times (3 \times 11) \times (3 \times 11) \times (3 \times 11) \times (3 \times 11) \\ &= (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11) \\ &= 3^5 \times 11^5 \\ \therefore (3 \times 11)^5 &= 3^5 \times 11^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{इसी प्रकार } (a \times b)^m &= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \text{ m बार} \\ &= (a \times a \times a \dots \text{ m बार}) \times (b \times b \times b \dots \text{ m बार}) \\ (a \times b)^m &= a^m \times b^m \end{aligned}$$

जब  $a$  और  $b$  शून्य के समान नहीं है तो घातांक संख्या के समान घातांकों का गुणनफल है। घातांकों का चौथा नियम  $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

उदाहरण :

1)  $(6 \times 5)^3 = 6^3 \times 5^3$

2)  $(4 \times 6)^5 = 4^5 \times 6^5$

यह दो से अधिक आधारों को विस्तृत कर सकते हैं।

$$(a \times b \times c \times d)^n = a^n \times b^n \times c^n \times d^n \text{ जहाँ } a, b, c, d \neq 0$$

उदाहरण:

1)  $(4 \times 2 \times 3)^5 = 4^5 \times 2^5 \times 3^5$

2)  $(2abc)^8 = 2^8 a^8 b^8 c^8$

## अभ्यास 1.5

I.  $(a \times b)^m = a^m \times b^m$  में व्यक्त कीजिए।

a)  $(4 \times 5)^2$

b)  $(8 \times 6)^4$

c)  $(11 \times 5)^7$

II.  $(a \times b)^m$  के रूप में व्यक्त कीजिए।

a)  $3^3 \times 2^3$

b)  $4^8 \times 5^8$

c)  $10^3 \times 2^3$

विभिन्न घात के संख्याओं का विभाजन

$$\left(\frac{4}{3}\right)^5 = \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{4^5}{3^5}$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^6 = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{2^6}{7^6}$$

$$\left(\frac{3}{10}\right)^4 = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{3^4}{10^4}$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^6 = \frac{5^6}{7^6}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{10} = \frac{x^{10}}{y^{10}}$$

$$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \text{ जहाँ } a, b \neq 0 \text{ यह पाँचवाँ घातांक का नियम।}$$

उदाहरण : a)  $\left(\frac{10}{7}\right)^6 = \frac{10^6}{7^6}$

b)  $\left(\frac{m}{5}\right)^8 = \frac{m^8}{5^8}$

c)  $\left(\frac{10}{7}\right)^6 = \frac{10^6}{7^6}$

## अभ्यास 1.6

I.  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$  नियम में व्यक्त कीजिए।

1)  $\left(\frac{12}{13}\right)^6$

2)  $\left(\frac{14}{5}\right)^3$

3)  $\left(\frac{8}{7}\right)^7$

4)  $\left(\frac{x}{z}\right)^3$



घातांक के नियमों का अनुप्रयोग ।

सुहासिनि और मेरी दोनो संख्याओं से खेल रहे थे। सुहासिनि ने  $3^{3^2}$  और  $5^{5^2}$  लिखा और मेरी ने  $(3^3)^2$ ,  $(5^5)^2$  लिंकित है। दोना चर्चा करते हैं कि उनकी संख्या बड़ी है। उनके चाचा ने ऐसे हल किया ।

सुहासिनि	मेरी	निर्णय
$3^{3^2} = 3^{3 \times 3} = 3^9$	$(3^3)^2 = 3^{3 \times 2} = 3^6$	$3^9 > 3^6$
$5^{5^2} = 5^{5 \times 5} = 5^{25}$	$(5^5)^2 = 5^{5 \times 2} = 5^{10}$	$5^{25} > 5^{10}$

$$\therefore 3^{3^2} > (3^3)^2, 5^{5^2} > (5^5)^2$$

चाचा के हल दोनों खुश हुए। चाचा ने कुछ संख्या और दिये :

$$(2^2)^{(3^3)}, \quad (2^3)^{(2^3)}, \quad (3^3)^{(2^2)}, \quad (3^2)^{(2^3)}$$

वे सुहासिनि और मेरी प्रत्येक संख्या का मूल्य और हल करने के लिए मदद करते हैं।

$$\text{a) } (2^2)^{(3^3)} = (2^2)^{27} = 2^{2 \times 27} = 2^{54}$$

$$\text{b) } (2^3)^{(2^3)} = (2^3)^8 = 2^{8 \times 3} = 2^{24}$$

$$\text{c) } (3^3)^{(2^2)} = (3^3)^4 = 3^{3 \times 4} = 3^{12}$$

$$\text{d) } (3^2)^{(2^3)} = (3^2)^8 = 3^{16}$$

e)  $27 \times 27 \times 27$  को घातांक रूप में 3 के आधार लिखिए।

$$27 \times 27 \times 27 = 3^3 \times 3^3 \times 3^3 = (3^3)^3 = 3^{3 \times 3} = 3^9$$

f)  $\left(\frac{2^6}{2^2}\right) \times 2^4$  सरल कीजिए

$$(2^{6-2}) \times 2^4 = 2^4 \times 2^{4+4} = 2^8$$

## अभ्यास 1.7

I. घातांको के नियम उपयोगकर सरल कीजिए।

1)  $(0.7)^2 \times (0.7)^3$

2)  $(10^3)^2 \times (10^2)^3$

3)  $\frac{3^3 \times 3^5 \times 2^3}{3^2 \times 6}$

4)  $\left(\frac{2^6 \times 3^4}{6^3}\right)^2 \times \left(\frac{3^3 \times 2^5}{3 \times 8}\right)^3$

5)  $(3^0 \times 2^5) + 5^0$

6)  $\frac{3000 \times 8}{2^2 \times 5^2 \times 3}$

II घातांक रूप में बदलकर सरल कीजिए।

1)  $72 \times 55 \times 45$

$72 = 2^3 \times 3^2$

2)  $\frac{36 \times 9}{12 \times 4}$

3)  $49 \times 121$

4)  $\frac{81}{18} \times \frac{(-1)^5}{(-1)^3} \times \frac{2}{3}$

III. निम्नलिखित को जांचिए और बताइए सही है या गलत।

1)  $100 \times 10^{10} = 10^5 \times 10^6$

2)  $4^3 \times 5^2 = 20^5$

3)  $(-5)^0 = 5^0$

4)  $2^3 = 6$

5)  $(-1)^5 = (-1)^3 (1)^2$

6)  $(-1) \times (-1) \dots \dots 13 \text{ times} = -1$

7)  $(-1) \times (-1) \dots \dots 22 \text{ times} = -1$

वैज्ञानिक संकेतो को व्यक्त करने का रूप।

विज्ञान में छोटी और बड़ी संख्या घातांक रूप में लिखते हैं। वैज्ञानिक संकेत दत्त संख्या 1 से अधिक परंतु 10 से कम है और पूर्णांक को 10 के घातांक में लिखते हैं।

**उदाहरण 1 : (बड़ी संख्याएँ)**

$$\text{a) } 112 = 1.12 \times 10^2 \text{ सूचना } 1 < 1.12 < 10]$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 236000 &= 236 \times 10^3 \\ &= 23.6 \times 10^4 \\ &= 2.36 \times 10^4 \times 10] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 14567800000 &= 145678 \times 10^5 \\ &= 14567.8 \times 10^6 \\ &= 1456.78 \times 10^7 \\ &= 145.678 \times 10^8 \\ &= 14.5678 \times 10^9 \\ &= 1.45678 \times 10^{10} \end{aligned}$$

**उदाहरण 2 : (छोटी संख्याएँ)**

$$\begin{aligned} \text{a) } 0.000342 &= \frac{342}{1000000} = \frac{342}{10^6} \\ &= 342 \times 10^{-6} \\ &= 34.2 \times 10^{-5} \\ &= 3.42 \times 10^{-4} \text{ सूचना } 1 < 3.42 < 1, 3.42 < 10] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 0.00045213 &= 45213 \times 10^{-8} \\ &= 4521.3 \times 10^{-7} \\ &= 452.13 \times 10^{-6} \\ &= 45.213 \times 10^{-5} \\ &= 4.5213 \times 10^{-4} \text{ सूचना } 1 < 3.42 < 1, 3.42 < 10] \end{aligned}$$

**उदाहरण 3 :**

- 1) भूमि के अंतः भाग का तापमान लगभग 2,00, 00, 000° K वैज्ञानिक संकेत 2,00, 00, 000 °C =  $2 \times 10000000 = (2 \times 10^7)^\circ \text{K}$

सूचना:  $2 > 1$  और  $2 < 10$

- 2) छोटे धाने का भार 0.005 ग्राम। वैज्ञानिक संकेत  $0.0005 \text{ g} = 5 / 10000 = 5 \times 10^{-4} \text{ ग्रा } ^\circ \text{C}$

सूचना:  $5 > 1$  और  $5 < 10$

**अभ्यास - 1.8**

- 1) प्रकाश का वेग, ध्वनि का वेग सूर्य और भूमि की दूरी को वैज्ञानिक संकेत लिखिए।  
2) जन संख्या के बारे में सूचना बजेनेट पत्रिकाओं में से इकटा कीजिए और वैज्ञानिक संकेत में लिखिए।

याद रखिए :

(1)  $a^m \times a^n = a^{m+n}$   $m > n$  प्रथम नियम

(2)  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ,  $m < n$  द्वितीय नियम

(3)  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = a^{n-n} = a^0 = 1$ ,  $m=n$  द्वितीय नियम

(4)  $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ ,  $m < n$  द्वितीय नियम

(5)  $(a^m)^n = a^{mn}$  तीसरा नियम

(6)  $(a \times b)^m = a^m \times b^m$  चौथा नियम

(7)  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$  पान्च नियम



## घटक - 2

### अनुपात और समानुपात

इस घटक को अध्ययन करने के बाद:

- इकाई विधान से गणित हल करेंगे,
- अनुपात को पढ़ना, लिखना और सरल करना सिखेंगे,
- समानुपातीय विभाजन के गणित हल करेंगे,
- ऐसे विभिन्न संदर्भ पहचानना जिनमें अनुपात की परिकल्पना उपयोग हुई है,
- समानुपात पर आधारित पर गणित हल करना।
- अनुलोम समानुपात पर गणित हल करना,
- विलोम समानुपात पर गणित हल करना।

#### इकाई विधान (**Unitary method**)

हमारे नित्य जीवन में हमने पेन, पुस्तक इत्यादि वस्तुओं को बंडल अथवा पैकटों में बेचते देखा है। प्रत्येक बंडल या पकट पर उनके दाम सूचित किया होता है। यदि आप उन में से कुछ वस्तुओं को खरीदना चाहें तो दूकानदार को पैसे कितना देना है, कैसे ज्ञात करेंगे ?

उदाहरण : 1 दर्जन केले का दाम ₹ 36. सोमत्रा 20 केले लेते हैं। सोमत्रा इन केले का दाम क्या देते है ?



20 केलों का क्रय मूल्य कैसे निकालें ? 1 दर्जन (12) केले का मूल्य मालूम है.

$$\begin{aligned}
 \text{एककेला का क्रय मूल्य} &= \text{दर्जन केले का दाम का } \left(\frac{1}{12}\right) \\
 &= ₹ 36^3 \times \frac{1}{12} \\
 &= ₹ 3 \\
 20 \text{ केले का दाम} &= 3 \times 20 = 60 \\
 &= ₹ 60
 \end{aligned}$$

एक वस्तु का क्रय मूल्य ज्ञात करके दत्त वस्तुओं को संख्या के विधान मूल्य ज्ञात करने के इकाई विधान कहते हैं।

उदाहरण 2 : एक स्कूल ने स्कौट कैंप की व्यवस्था की जिसके 30 स्कौट के लिए 4 दिन का पर्याप्त है। परंतु 40 स्कौट भाग लेते हैं। वही आहार 40 स्कौट के लिए कब तक पर्याप्त होगा ?

30 स्कौट के लिए 4 दिन का खाना है।

∴ एक स्कौट के लिए खाना  $(30 \times 4) = 120$  दिन तक पर्याप्त होगा।

$$\begin{aligned}
 40 \text{ स्कौट के लिए} &= \left(\frac{120}{40}\right) \text{ दिन} \\
 &= 3 \text{ दिन}
 \end{aligned}$$

### अभ्यास 2.1

I. इकाई विधान से निम्नों को हल कीजिए।

- 1) 3 गेंदों का क्रय मूल्य ₹ 36 है। 5 गेंदों का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
- 2) 5 पेनों का क्रय मूल्य ₹ 30 है। 12 पेनों का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
- 3) 15 संतरो का क्रय मूल्य ₹ 30 है। 50 संतरों का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
- 4) एक कार 180 km दूरी तय करने के लिए 12 लीटर पेट्रोल उपयोग करती है। 20 लीटर पेट्रोल में कार कितनी दूरी तय करती है?
- 5) 25 m कपड़े का दाम ₹ 750 है। उसी तरह के 12 m कपड़े का क्रय मूल्य क्या है?

- 6) एक स्कूल में 100 विद्यार्थी के लिए 4 दिनों का आहार है। 40 विद्यार्थी के लिए आहार कब तक पर्याप्त होगा ?
- 7) एक खेत में 12 व्यक्ति 5 दिनों में फसल काट सकते हैं। 20 व्यक्ति कितने दिन में यह कार्य पूर्ण करेंगे ?
- 8) 24 मजदूर 15 दिन में एक दीवार बांध सकते हैं। 9 मजदूर कितने दिनों में यही कार्य पूर्ण कर सकते हैं ?

### अनुपात

दैनिक जीवन के व्यवहार में गणित के कई परिकल्पनाओं को उपयोग करते हैं। हम हमेशा काम पैसों में अधिक वस्तुएं खरिदना चाहते हैं। लोग मूल्य को वस्तु की मात्रा से तुलना करते हैं।



दूकानों में आपने ऐसे पैकिट देखें होंगे।

दो पैकिट में कौन सा लाभ दायक होता है।

दो पैकिट का दाम और वजन की तुलना करेंगे।

बड़ी पैकिट में चाय पत्ती का भार = 500 (g)

छोटी पैकिट में चाय पत्ती का भार = 250 (g)

अब दोनों पैकिट का वजन की तुलना करते हैं :  $500 \text{ g} \div 250 \text{ (g)} = 2$

∴ बड़ी पैकिट में चाय पत्ती का भार छोटी पैकिट से दुगुना है।

दो पैकिट के चाय पत्ती की तुलना कीजिए।

बड़ी पैकिट में चाय पत्ती का दाम = ₹ 45

छोटी पैकिट में चाय पत्ती का दाम = ₹ 25

₹ 45 ÷ ₹ 25 = 1.8

∴ बड़ी पैकिट का दाम छोटी पैकिट के दाम का 1.8 गुना है।

वज़न और दाम की तुलना करने से, इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि बड़ी पैकिट का दाम छोटी पैकिट से कम है।

दो पाकेट चाय पत्ती वज़न का भागफल  $\frac{500}{250}$ . उसे 500 : 250 के रूप में लिख सकते हैं। इस संबंध को अनुपात कहते हैं।

दो पाकेट चाय पत्ती दाम का भागफल  $\frac{45}{25}$ . इसे 45 : 25 लिखते हैं। इस निश्चित संबंध को अनुपात कहते हैं।

एक ही प्रकार की दो राशियों की तुलना को अनुपात कहते हैं।

एक तरह के दो राशी **a** और **b** हो तो **a** और **b** का अनुपात **a : b** लिखते हैं और

**a** अनुपात **b** पढ़ते हैं। अनुपात **a : b** में **a** पूर्वपद **b** को उत्तर पद कहते हैं। अनुपात

**a : b** को  $\frac{a}{b}$  भिन्न में भी लिख सकते हैं।

अनुपात को सरल रूप में निरूपित करना।

अनुपात एक भिन्न है भिन्न को सरल करने के लिए और हर को एक ही संख्या से गुणा या भाग लगाते हैं। अनुपात के दो पदों को एक संख्या से गुणा या भाग करने से अनुपात के मूल्य में परिवर्तन होता नहीं है।



उदाहरण 1 : 10 : 15 को सरलतम रूप में लिखिए।

कौनसी संख्या से 10 और 15 भाग लगा सकती है ? हाँ, यहाँ 5 से भाग लगा सकते हैं।

10 और 15 को 5 से भाग लगाईए।

$$10:15 = \frac{10}{5}:\frac{15}{5} = \frac{2}{1}:\frac{3}{1} = 2:3$$

∴ अनुपात को सरल करने से सरल रूप पूर्वपद को उत्तरपद को म. सा. अ. से भाग लगाईए।

उदाहरण 2 :  $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$  को सरल रूप में लिखिए।

2 और 3 का ल. सा. अ 6 है।

$\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$  को 6 से गुणा कीजिए।

$$\frac{1}{2} \times 6 \quad \frac{1}{3} \times 6 = 3:2$$

उदाहरण 3 : दो पैकिट 2 kg और 500 ग्राम का वज़न व्यक्त कीजिए।

वज़न की इकाई विभिन्न है। समान इकाई में परिवर्तन कीजिए।

$$\text{एक पैकिट का भार} = 2 \text{ kg}$$

$$= 2000 \text{ ग्राम (1 kg= 1000 g)}$$

$$\text{दूसरे पैकिट का वज़न} = 500 \text{ g}$$

अब दोनों वज़न समान इकाई के हैं।

$$\begin{aligned} \text{वज़न का अनुपात} &= 2000 : 500 \\ &= \frac{2000}{500} : \frac{500}{500} \\ &= 4 : 1 \end{aligned}$$

सूचना:

- अनुपात दो मात्रा की तुलना इसलिए संख्या रूप में है । इसलिए इकाई लिखने ।
- अनुपात दो मात्राओं की इकाई समान होना चाहिए ।
- यदि दोनों पदों की इकाई भिन्न हो तो दो पदों की इकाई समान परिवर्तन कीजिए ।

इसे जान लीजिए :

राष्ट्रीय झण्डों की लंबाई और चौड़ाई का अनुपात 3 : 2 है।

घर निर्माण में सिमेंट और रेत का अनुपात 1 : 6

उड़द दाल और चावल का अनुपात 1 : 2

अनुपात का विलोम

पूर्वपद और उत्तर पद बदलने से मूल अनुपात का विलोम प्राप्त होता है।

उदाहरण : 2 : 3 का विलोम 3 : 2 है।

$a : b$  का विलोम  $b : a$

टिप्पणी :  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

हल किये गये उदाहरण :

1) 25 और 35 को अनुपात के रूप में लिखिए।

$$\begin{aligned} 25 \text{ और } 35 \text{ का अनुपात} &= 25 : 35 \\ \text{सरलतम रूप} &= \frac{25}{5} : \frac{35}{5} \text{ (दोनों पद को 5 से भाग करना)} \\ &= 5 : 7 \end{aligned}$$

2) एक कक्षा में 25 लड़के और 20 लड़कियाँ हैं। ज्ञात कीजिए

- लड़कों की संख्या और लड़कियों की संख्या का अनुपात।
- लड़कों की संख्या और कुल विद्यार्थियों की संख्या का अनुपात।

$$\left. \begin{array}{l} \text{लड़कों की संख्या और लड़कियों की संख्या} \\ \text{का अनुपात} \end{array} \right\} = 25 : 20$$

$$\text{(दोनों पदों को 5 से भाग करने पर)} = 5 : 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{लड़कों की संख्या और कुल विद्यार्थियों की संख्या} \\ \text{का अनुपात।} \end{array} \right\} = 25 : 45$$

$$\text{(5 से भाग करने पर)} = 5 : 9$$

### अभ्यास 2.2

I. निम्नलिखित अनुपातों को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।

1) 6 : 8                      2) 21 : 24                      3) 33 : 77                      4) 25 : 125

5)  $\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$                       6)  $\frac{4}{5} : \frac{3}{8}$                       7)  $1\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2}$                       8)  $\frac{1}{3} : 2$

**II.** निम्नों को अनुपात (सरलतम रूप) में व्यक्त कीजिए।

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| 1) 100 ग्र और 500 ग्र. | 2) 3 घंटे और 6 घंटे   |
| 3) 500 ग्राम और 1 केजी | 4) 30 मिनट और 2 घंटे  |
| 5) 25 cm और 2 m        | 6) 200 मिली और 1 लीटर |

**III.** निम्नलिखित अनुपातों को विलोम (**Inverse**) रूप में लिखिए।

- 1) 5 : 8                      2) 21 : 23                      3) 30 : 77                      4) 25 : 12

**IV.** निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए और उत्तर को सरलतम रूप में लिखिए।

- 1) बंडीपुर ग्राम की कुल जन संख्या 5,400 है। इसमें 900 अशिक्षित हैं।
- i) कुल जन संख्या और अशिक्षित संख्या का अनुपात।
- ii) शिक्षितों संख्या अशिक्षितों संख्या का अनुपात।
- 2) एक खेल के मैदान की लंबाई और चौड़ाई 50 मीटर और 90 मीटर है। लंबाई और चौड़ाई का अनुपात ज्ञात कीजिए।
- 3) एक परिवार की मासिक आय ₹ 9,000 और मासिक खर्चा ₹ 7,000 मासिक आय और मासिक खर्चा का अनुपात लिखिए।

समानुपातीय विभाजन

उदाहरण 1 : विनय और विक्टर दोनों ₹ 750 कमाते हैं। विनय 3 घंटे काम करता है और विक्टर 2 दो घंटे काम करता है। विनय और विक्टर कितना कमाते हैं ?

इस सवाल का हल करना हैं।

विनय और विक्टर मिलकर काम करके ₹ 750 कमाते हैं, परंतु धनराशी दोनों समान भाग नहीं कर सकते क्योंकि कार्य करने के घंटों की संख्या अलग हैं। इसलिए धनराशि को कार्य करने के अवधि के अनुसार वितरित करना होगा।

∴ ₹ 750 को विनय और विक्टर को 3 : 2 में वितरित किये है।

विनय, धनराशी का  $\frac{3}{5}$  भाग प्राप्त करता है।

विक्टर धनराशी का  $\frac{2}{5}$  भाग प्राप्त करता है।

$$\begin{aligned}\text{विनय का भाग} &= 750 \text{ का } \frac{3}{5} \\ &= 750 \times \frac{3}{5} = 450\end{aligned}$$

विनय का भाग = ₹ 450

$$\begin{aligned}\text{विक्टर का भाग} &= 750 \text{ का } \frac{2}{5} \\ &= 750 \times \frac{2}{5} = 300\end{aligned}$$

∴ विक्टर का भाग = ₹ 300

दो से अधिक व्यक्तियों से प्राप्त लाभ को भी अनुपात की परिकल्पना से वितरित कर सकते हैं।

### अभ्यास 2.3

I. निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए।

- 1) डामु राजू के खेत में काम करता है। उनके आय की भागेदारी 4 : 3 में किया जाता है। यदि वार्षिक आय ₹ 21,00 है प्रत्येक की आय क्या है?
- 2) पादनूर गाँव की जनसंख्या 5880. है। महिलाओं की संख्या और पुरुषों की संख्या का अनुपात 10 : 11. है। महिलाओं की संख्या और पुरुषों की संख्या ज्ञात कीजिए।

- 3) रोशन और हामिद क्रमशः ₹ 30,000 और ₹ 40,000 व्यापार शुरू करते हैं। एक महिने बाद वे लाभ ₹ 2,800 कमाते हैं। प्रत्येक लाभ का हिस्सा क्या है? अनुपात के अनुरूप बाँटिये।
- 4) एक मिश्रधातु में तांबा और जस्ता का अनुपात भार 5 : 3 में है। 240 ग्राम मिश्रधातु में तांबा और जस्ता का भार क्या है?
- 5) जोकी और जानी बांस के टोकरियाँ बनाते हैं। एक दिन में जोकी और जानी क्रमशः 5 और 4 टोकरी बनाते हैं। उसे ₹ 540 में बेचते हैं। लाभ का भाग ज्ञात कीजिए। प्रत्येक के लाभ का हिस्सा क्या है?
- 6) ₹ 642 को A, B और C के बीच 1 : 2 : 3 में बाँटिए।

#### समानुपात

उदाहरण 1 : यदि एक पेन का दाम ₹ 5 है। 2 पेन का दाम क्या है? दो पेनों का दाम अधिक है क्यों कि पेनों की संख्या बढ़ने पर कुल दाम भी बढ़ता है। दैनिक जीवन में अनेक संदर्भ आते हैं जहाँ मात्राएँ परस्पर अतार्वलंबित होती हैं।

जैसे पेनों की संख्या 1 से 2 बढ़ती है तो उनका दाम भी ₹ 5 से ₹ 10 में बढ़ता है।

$$\text{पेनों की संख्या का अनुपात} = 1 : 2$$

$$\text{दामों का अनुपात} = 5 : 10$$

$$= 1 : 2 \text{ (सरलतम रूप से)}$$

$$\text{पेनों की संख्या का अनुपात} = \text{दामों का अनुपात}$$

$$\therefore 1 : 2 = 5 : 10$$

∴ समानुपात समीकरण है जिसमें दो अनुपात परस्पर समान होते हैं।

a, b, c, और d समानुपात में हो तो संबंध को सांकेतिक रूप में  $a : b = c : d$  लिखते सकते हैं।

a और d को बाह्यपद और, b और c को मध्यपद कहते हैं।

$a : b = c : d$  को भी लिखते हैं।  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  (भिन्न में)।

$a : b = c : d$  अनुपात b समानुपात c : d पढ़ते हैं।

कार्यकलाप : कार्डों पर कुछ अनुपात लिखे गए हैं। दो कार्डों का चुनिए जिनपर के अनुपात समान है। कार्ड पर अनुपात लिखे उसे चुनिए।

2 : 3

2 : 8

5 : 3

6 : 3

12 : 6

4 : 6

4 : 16

10 : 6

चुने हुए अनुपात, समानुपात के रूप लिखिए। बाह्यपदों का गुणनफल, और मध्य पदों का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

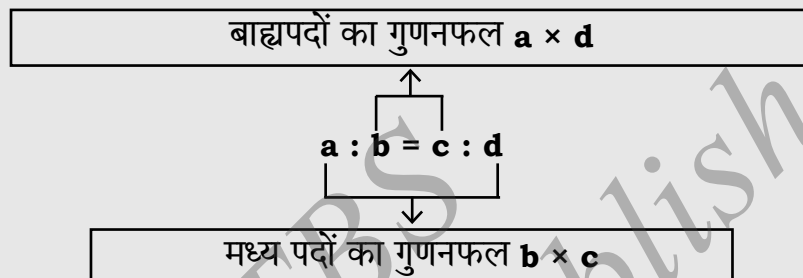
क्या बाह्यपदों के गुणनफल और मध्यपदों के गुणनफल के बीच कोई सम्बन्ध है? तालिका पूर्ण करते हुए, निरिक्षण कीजिए।

उदा	समानुपात $a : b = c : d$	बाह्य पदों का गुणन फल $a \times d$	मध्य पदों का गुणन फल $b \times c$
1	$2 : 3 = 4 : 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 4 = 12$
2			
3			
4			

निरीक्षण : उपरोक्त सारणी में चार जोड़ी समान हैं बाह्यपदों का गुणनफल मध्य पदों का गुणनफल समान है ।

### समानुपातीय नियम

कोई समानुपात में बाह्यपद का गुणनफल के समान मध्य पदों का गुणनफल



यदि  $a : b = c : d$  हो तो  $a \times d = b \times c$

$a : b = c : d$  हो तो  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ,

यदि  $a, b, c$  और  $d$  समानुपात में है।

उदाहरण यदि  $2 : 3 = 4 : 6$  हो तो  $2, 3, 4, 6$  समानुपात में हैं।

हल किये हुए उदाहरण -

1) क्या  $3, 4, 6$  और  $8$  समानुपात में है?

$3, 4, 6, 8$  में

$$\text{बाह्यपद का गुणनफल} = 3 \times 8 = 24$$

$$\text{मध्यपद का गुणनफल} = 4 \times 6 = 24$$

$$\text{बाह्यपद का गुणनफल} = \text{मध्यपद का गुणनफल}$$

$\therefore$  दिये हुए संख्या समानुपात में है।

2)  $5 : 2 = 10 : x$  हो तो  $x$  का मूल्य ज्ञात कीजिए।

$$5 \times x = 2 \times 10$$

$$\therefore x = \frac{2 \times 10}{5} = 4$$

$x$  का मूल्य  $4$  है।



3) 10 kg चावल का दाम ₹ 470 है। 8 kg चावल का दाम ज्ञात कीजिए।

$$10 \text{ kg चावल का दाम} = ₹ 470$$

मान लीजिए 8 kg चावल का दाम = ₹  $x$  हो तो

$$\text{चावल के भार का अनुपात} = 10 : 8$$

$$\text{दाम का अनुपात} = 470 : x$$

दोनों अनुपात समान है।

$$10 : 8 = 470 : x$$

$$10 \times x = 8 \times 470$$

$$x = \frac{8 \times 470}{10} = 376$$

$$\therefore 8 \text{ kg चावल का दाम (x)} = ₹ 376$$

### अभ्यास 2.4

I. निम्नलिखित संख्याएँ समानुपात में है या नहीं सत्यापन कीजिए।

1) 5, 6, 10, 12

2) 8, 15, 3, 6

3) 7, 42, 13, 78

4) 1.5, 4.5, 2, 6

II. खाली स्थान भरिए।

1)  $6 : 8 = \square : 16$

2)  $21 : 24 = 7 : \square$

3)  $\square : 7 = 4 : 2$

4)  $\frac{2}{3} = \frac{\square}{9}$

5)  $\frac{4}{5} = \frac{8}{\square}$

6)  $25 : \square = 5 : 4$

III. 5 kg गेहूँ का दाम ₹ 127.50.

1) 8 kg गेहूँ का दाम ज्ञात कीजिए।

2) ₹ 765 में कितने गेहूँ ले सकते हैं?

IV. मोटर साइकिल 5 की पेट्रोल में 325 km दूरी तय करती है। 130 km दूरी तय करने के लिए कितने लीटर पेट्रोल चाहिए?

V. एक लीटर तेल का दाम ₹ 75 है। ₹ 300 में कितने लीटर तेल खरीद कर सकते हैं?

समानुपात के प्रकार :

- 1) घर में लोगों की संख्या बढ़ने से घर का खर्चा बढ़ता है, व्यक्तियों के ज्यादा रहने से प्रत्येक को कम हिस्सा प्राप्त होता है।
- 2) सम्बंधित दो मात्रा ऐसे हो कि जब एक बढ़ता है तो दूसरा बढ़ता है एक घटता है तो इसरा घटता है।

समानुपात के दो प्रकार हैं।

अनुलोम अनुपात (direct proportion) विलोम अनुपात (inverse proportion)

अनुलोम अनुपात (**direct proportion**)



एक दुकान में 4 चाकलेट ₹2 के लिए प्राप्त होता है।

6 चाकलेट ₹ 3 के लिए प्राप्त होता है।

8 चाकलेट ₹ 4 के लिए प्राप्त होता है।

ध्यान दीजिए : कुल चाकलेटों की संख्या और उनपर खर्च पैसों बढ़ते हैं।

अधिक पैसा अधिक चाकलेट, कम पैसा कम चाकलेट।

यदि दो मात्रा एँ एक दूसरे से ऐसे सम्बंधित है कि मात्रा में एक बढ़ने या कम होने से परिमाण दूसरे की मात्रा बडती अथवा घटती है।

दोना राशियाँ अनुलोम अनुपात में है मानते हैं।

पैसों का अनुपात और चाकलेट की संख्या का अनुपात दोनों समान है।

4 चाकलेट ₹ 2 और 8 चाकलेट ₹ 4 में है।

धनराशि का अनुपात 2 : 4, चाकलेट की संख्या का अनुपात 4 : 8

$$2 : 4 = 4 : 8$$

### अनुलोम अनुपात पर प्रश्न

उदाहरण 1 :

2 m कपडे का दाम ₹ 80 है तो 5 मीटर कपडे का दाम ज्ञात कीजिए।

2 m कपडे का दाम ₹ 80

5 m कपडे का दाम = ₹  $x$

कपडे का अनुपात = 2 : 5

कपडे के दाम का अनुपात = 80 :  $x$

अनुलोम अनुपात का उदाहरण है।

$$2:5 = 80:x$$

$$2 \times x = 5 \times 80$$

[बाह्यपद का गुणनफल के माध्य पदों का गुणनफल]

$$x = \frac{5 \times 80}{2} = 200$$

∴ 5 m कपडे का दाम = ₹ 200

### अभ्यास 2.5

I. सीधा समानुपात निम्नलिखित सवालों को हल करना है।

1) 3 kg शक्कर का दाम ₹ 84 है तो 5 kg शक्कर का दाम क्या है?

2) 2 मीटर लंबे लोहे के दण्ड का वज़न 6 kg है। 15 kg वज़न का कितने मीटर लंबा दण्ड होता है?

3) 5 m कपडे का दाम ₹ 150 है, ₹ 450 को कितने मीटर कपडे प्राप्त होता है?

4) 8 लोगों के लिए 1 केजी चावल चाहिए तो 200 लोगों के लिए कितने केजी चावल चाहिए?

### विलोम अनुपात



बस की चाल (speed) बढ़ने से निश्चित दूरी तय करने का समय कम होता है।

चाल और तय की गई दूरी (speed) दोनों संबंधित अंश है।

दो राशियाँ इस तरह संबंधित है ताकि एक बढ़ने दूसरा घटता है तो हम कहते है वे विलोम अनुपात है ।

सूचना : जब दो अनुपात विलोम समानुपात में हो तो समानुपात के रूप में, या प्रथम अनुपात या दूसरा अनुपात यह विलोम समानुपात में है।

यदि  $a : b$  और  $c : d$  अनुलोम अनुपात,  $a : b = d : c$

$c : d$  का विलोम  $d : c$

### विलोम समानुपात पर प्रश्न

बस जिसकी औसत चाल 45 km घंटा (speed) है तो वह 8 घंटे में मैंगलूर से बैंगलूर जाती है। यदि 60 km प्रति घंटा हो तो लगनोवाला समय ज्ञात कीजिए।

बस से लिया गया समय यदि चाल (speed) 45 km प्रति घंटा = 8 घंटे

बस से लिया गया समय यदि चाल (speed) 60 km प्रति घंटा =  $x$  घंटे

चाल का अनुपात = 45 : 60

समय का अनुपात = 8 :  $x$

चाल (speed) बढ़ने से समय कम होता है।

$\therefore 45 : 60 = x : 8$  (8 : x का विलोम  $x : 8$ )

$$45 : 60 = x : 8$$

$$60 \times x = 45 \times 8$$

$$x = \frac{45 \times 8}{60}$$

$$= 6$$

थदि बस की चाल 60 km प्रति घंटा (speed) है, तो मेंगलूर से मैसूर पहुचने का समय (x) = 6 घंटे

### अभ्यास 2.6

I. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लिखिए।

- 1) एक कार 50 km घंटे (speed) रफतार से बैंगलूर को हुबली से 9 घंटे मे पहुँचती है। यदि कार की रफतार 60 km घंटे (speed) हो तो समय ज्ञात किजिए।
- 2) 20 व्यक्तियों के लिए 15 दिन का खाना है। 30 व्यक्तियों के लिए कितना खाना चाहिए ?
- 3) एक खेत में 12 गाय 10 दस दिन चरते हैं। उसी खेत में 20 गाय कितने दिन में चरते हैं ?
- 4) 30 व्यक्ति 12 दिन मे कार्य पूर्ण करते हैं। उसी कार्य को 20 व्यक्ति कितने दिन में करते हैं ?



## घटक - 3

## प्रतिशत

इस घटक अध्ययन करने के बाद:

- प्रतिशत का अर्थ सीखेंगे,
- प्रतिशत को भिन्न में परिवर्तन करना सीखेंगे,
- भिन्न को प्रतिशत में परिवर्तन करेंगे,
- दशमलव को प्रतिशत में परिवर्तन करेंगे,
- प्रतिशत पर प्रश्न हल करेंगे,
- क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य (लाभ का प्रतिशत) प्रतिशत लाभ या हानि का अर्थ समझेंगे,
- अर्थिक व्यवहार में प्रतिशत लाभ अथवा प्रतिशत हानि ज्ञात करेंगे।
- सरल ब्याज ज्ञात करेंगे।

दीपावली त्योहार पर 25 प्रतिशत छूट	एस एस एल सी परीक्षा में 85 प्रति शत
उत्तर प्रदेश में 75 प्रतिशत मतदान	ग्रामीण बैंक 11 प्रतिशत ब्याज की दर (जमा पर)

एसे विज्ञापन आपने समाचार पत्रों के विज्ञापनों अपना सड़क के किनारे देखा होगा।

25%, 85%, 75%, 11% का अर्थ क्या है ?

प्रतिशत का अर्थ है प्रत्येक **100** के लिए है। इसे % को प्रतिशत पढ़ते हैं।

इस घटक में प्रतिशत के बारे में सीखेंगे।

पेन किनको प्राप्त होगा ?

रमेश और शान्ता के दो बच्चे दिव्या और काव्या हैं । रमेश एक मीटिंग गये थे।आते समय एक पेन खरिदते हैं। दिव्या और काव्या पेन पर विवाद होता है।शान्ता कहती है कि जिसके परीक्षा में ज्यादा अंक होते हैं उनको पेन प्राप्त होता है।

दूसरे दिन काव्या को 20 अंक में से 16 अंक प्राप्त होते हैं और दिव्या को 25 अंक में से 19 अंक प्राप्त होते हैं। रमेश बैंक आकर दिव्या से लेकर पेन काव्या को देता जो 20 में 16 अंक प्राप्त करते हैं।

बैंक से धर लौटने पर रमेश, दिव्या से पेन लेकर काव्या को देते हैं जो 25 में से अंक प्राप्त करती है। दिव्या कहती हैं पेन उसे ही मिलना चाहिए क्योंकि उसने अधिक अंक प्राप्त किये हैं। और बाद में निर्णय लेने कहते हैं। दोनों मान जाते हैं।

दिव्या के अंक	काव्या के अंक
25 में से 19	20 में से 16
50 में से 38	40 में से 32
100 में से 76	60 में से 48
	80 में से 64
	100 में से 80

दिव्या को 100 में से 76 प्राप्त होते हैं। इसका अर्थ 76% काव्या को 100 में से 80 प्राप्त होते हैं। इसका अर्थ 80%

जब पिता ने प्रतिशत में उनके अंक घोषित किये तो दोनों खुश होते हैं। प्रतिशत भिन्न का रूप है। इसे संकेत % से सूचित करते हैं।

जब भिन्न का हर 100 हो तो अंश प्रतिशत को निर्दिष्ट करता है।

ऊपर के प्रश्न में “किसको पेन प्राप्त होगा ?” दिव्या और काव्या के प्राप्तांक भिन्न में थे। जब इन भिन्नो को प्रतिशत में बदलते हैं. तुलना करना सरल हुआ।

प्रतिशत, मात्राओं को तुलना करने सरल विधान ।

भिन्न को प्रतिशत में परिवर्तन करना

उदाहरण 1 :  $\frac{16}{50}$  को प्रतिशत में परिवर्तन कीजिए।

$\frac{16}{50}$  का अर्थ 50 में से 16

50 से 16 होतो 100 में कितना ?

$$\frac{16}{50} \times 100 = 32 = 32\%$$

भिन्न को 100 से गुणा करने से प्रतिशत में परिवर्तन होता है।

प्रतिशत को भिन्न में परिवर्तन करना :

उदाहरण 1 : 30% को प्रतिशत में परिवर्तन कीजिए

30% का अर्थ 100 में से 30

लिखने के लिए 30% को  $\frac{30}{100}$

$\frac{30}{100}$  को सरल करने से  $\frac{3}{10}$  होता है।

$$\therefore 30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

उदाहरण 2 : 62.5% को भिन्न में परिवर्तन कीजिए।

$$62.5\% = \frac{62.5}{100} = \frac{62.5 \times 10}{100 \times 10} = \frac{625}{1000} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$



उदाहरण 3 : गाँव की जनसंख्या 7500 है। 10% अशिक्षित है। अशिक्षित लोगों की संख्या ज्ञात कीजिए।

गाँव की जन संख्या	= 7,500
अशिक्षित प्रतिशत	= 10%
अशिक्षित संख्या	= 7,500 × 10%
	= 7,500 × $\frac{10}{100}$
	= 750

### अभ्यास 3.1

I. निम्नलिखित प्रतिशत को भिन्न में परिवर्तन कीजिए :

- |        |          |          |          |
|--------|----------|----------|----------|
| a) 50% | b) 25%   | c) 20%   | d) 10%   |
| e) 75% | f) 12.5% | g) 87.5% | h) 37.5% |

II. भिन्न से प्रतिशत में परिवर्तन कीजिए:

- |                  |                  |                   |                   |
|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| a) $\frac{1}{2}$ | b) $\frac{1}{4}$ | c) $\frac{3}{4}$  | d) $\frac{1}{8}$  |
| e) $\frac{2}{5}$ | f) $\frac{3}{8}$ | g) $\frac{8}{25}$ | h) $\frac{7}{20}$ |

III.

- 1) कविता परीक्षा में 25 में 15 अंक प्राप्त करती है। अंक को प्रतिशत में व्यक्त कीजिए।
- 2) नवोदय स्कूल में एस. एस. एल. सी. परीक्षा के लिए 50 विद्यार्थी हैं। 45 विद्यार्थी उत्तीर्ण हैं। उत्तीर्ण विद्यार्थियों का प्रतिशत क्या है?
- 3) एक स्कूल में 560 विद्यार्थी हैं। उनमें 320 लड़के हैं, लड़कियों की संख्या का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

## लाभ और हानि

व्यापारी दूकानदार लेन देन में लाभ और हानि ज्ञात करते हैं। व्यापार की तुलना करते हैं जिसमें लाभ प्राप्त होता है। लाभ या हानि व्यापार योग्यता को सूचित नहीं करते हैं। लाभ या हानि को स्तानक धनराशी 100 पर ज्ञात करते हैं।

सामान्यतः व्यापारी वस्तु को निश्चित दाम (क्रय मूल्य) में खरिदता है और दूसरे दाम (विक्रय मूल्य) विक्रय मूल्य क्रय मूल्य से ज्यादा हो लाभ होता है। यदि विक्रय मूल्य क्रय मूल्य से कम होने से वह हानि है।

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

$$\text{हानि} = \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}$$

व्यापारी का कार्य या हानि क्रय मूल्य पर निर्भर करता है।

क्रय मूल्य ₹ 100 लाभ या हानि क्रय मूल्य को ज्ञाह किया जाता है ती उसको लाभ या दानी की प्रतिशत कहते हैं।

उदाहरण 1 : एक दूकानदार नारियल ₹ 5 में खरिदता और ₹ 15 पर बेचता है। प्रतिशत काभ ज्ञात कीजिए। दूकानदार ₹ 10 लगाकर लाभ ₹ 5 कमाता है। प्रतिशत लाभ ज्ञात क्या है?

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{5}{10} \times 100$$

लाभ प्रतिशत इस रुप में लिखा जाता है।

$$\text{लाभ प्रतिशत} = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$$

या

$$\frac{\text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}}{\text{क्रय मूल्य}} = \times 100$$

$$\text{हानि प्रतिशत} = \frac{\text{हानि}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$$

या

$$= \frac{\text{क्रयमूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$$

उदाहरण 2 : एक दूकानदार निम्नलिखित व्यापार करता है।

व्यापार 1 : बिसकुट पैकिट ₹ 10 में खरीदना और ₹ 15 में बेचना।

व्यापार 2 : मिठाई का डिब्बा ₹ 50 पर खरीदता है और ₹ 60 पर बेचता है।

उपरोक्त कौनसा व्यापार में लाभदायक है?

व्यापार 1 : दूकानदार को लाभ (बिसकुट पैकिट व्यवहार में)

$$= 15 - 10 = 5 \quad \text{लाभ} - ₹ 5$$

व्यापार 2 : दूकानदार को लाभ (मिठाई के डिब्बे में)

$$= 60 - 50 \quad \text{लाभ} = ₹ 10$$

जब दोनों व्यापार में लाभ ज्ञात करने से व्यापार 2 लाभदायक है।

दोनों व्यापार में लाभ को प्रतिशत में ज्ञात कीजिए।

व्यापार 1 में ₹ 10 के व्यापार में ₹ 5 कमाते हैं।

$$\therefore \text{व्यापार 1 में प्रतिशत लाभ} = \frac{5}{10} \times 100 = 50\%$$

व्यापार 2 में ₹ 50 के लाभ 10

$$\therefore \text{व्यापार 2 में प्रतिशत लाभ} = \frac{10}{50} \times 100 = 20\%$$

दोनों व्यापार में ₹ 100 लगाते हैं।

व्यापार 1 में ₹ 50 लाभ हैं, व्यापार 2 में ₹ 20 लाभ हैं।

व्यापार 1 में लाभ ₹ 50 हैं, व्यापार 2 में लाभ ₹ 20 हैं।

$$\therefore \text{दूकानदार को लाभ का प्रतिशत (100) जानना मुख्य है।}$$

उदाहरण 1 : एक दूकानदार पुरानी मोटर साइकिल ₹ 20,000 खरिदता है और ₹ 22,000 में बेचता है। प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए।

$$\text{मोटर साइकिल का क्रय मूल्य} = ₹ 20,000$$

$$\text{मोटर साइकिल का विक्रय मूल्य} = ₹ 22,000$$

$$\begin{aligned} \text{लाभ} &= \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} \\ &= 22,000 - 20,000 = ₹ 2,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{लाभ का प्रतिशत} &= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 \\ &= \frac{2000}{20000} \times 100 \\ &= 10\% \end{aligned}$$

उदाहरण 2 : एक सब्जी दूकानदार टोमेटो ₹ 200 में 20 kg लेता है। 5 kg टोमेटो खराब हो गये हैं। शेष को ₹ 12 पर बेचते हैं। लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।

$$20 \text{ kg टोमेटो का क्रय मूल्य} = ₹ 200$$

$$\text{खराब होनेवाले टोमेटो} = 5 \text{ kg}$$

$$\text{शेष} = 20 - 5$$

$$= 15 \text{ kg}$$

$$15 \text{ kg बेचने से} = 15 \times 12 = ₹ 180$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{हानि} &= \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य} \\ &= 200 - 180 = ₹ 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{हानि की प्रतिशतता} &= \frac{\text{हानि}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 \\ &= \frac{20}{200} \times 100 \\ &= 10\% \end{aligned}$$

### अभ्यास 3.2

I. निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए:-

- 1) राहुल् मोबाइल ₹ 500 में खरीदता है और ₹ 625 में बेचता है। प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए।
- 2) मैरी स्कूटर को ₹ 18,000 में खरीदती है और ₹ 21,000 में बेचती है। व्यापार में प्रतिशत हानि ज्ञात कीजिए।
- 3) एक दूकानदार 1000 नारियल ₹ 8,500 में खरीदता है। इसमें 50 नारियल खराब हो जाते हैं। शेष को ₹12 प्रत्येक नारियल से बेचता है। लाभ ज्ञात कीजिए और प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए।
- 4) कम्प्यूटर दूकानदार ₹ 12,000 कम्प्यूटर खरीदता है और ₹ 15,000 पर बेचता है। प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए।

सरल ब्याज

सोमना 4 एकर जमीन पर चावल उगाते हैं। बोरवेल का पम्प कार्य नहीं करता है। पुराने पम्प को नहीं बदला तो हानि होती है। पम्प खरीदने के लिए पैसे नहीं हैं। इस प्रश्न को कैसे हल करें?

गाँव के एक सहकारी बैंक से पम्प खरीदने के लिए पैसे उधार लेता है। अब वह खेत में पानी की आपूर्ति कर सकता है। ऋतु के अंत में उसे अच्छी फसल मिलती है और उसे लाभ भी होता है। उसने बैंक का ऋण चुकाया।



ब्याज का इतिहास: लगभग पाँच हज़ार साल पहले लोग खेती करना शुरू किया। वे बीज उधार में लेते थे। एक बीज को बोकर अधिक दाने प्राप्त करते थे। उधार वापस करते समय ज्यादा पैसे देना पड़ता था।

उपरोक्त उदाहरण जैसे अनेक कार्य जैसे घर निर्माण, व्यापार के लिए धनराशी, जमीन खरीदना, शिक्षा प्राप्त करने के लिए, शादियों के लिए आदि पैसे की आवश्यकता होती है। वह अपने मित्रों, बैंक अथवा वित्तीय संस्था से कुछ अवधि के लिए पैसे उधार लेता है। इसको लोन (loan) कहते हैं निश्चित समय के बाद धनराशि से अधिक धनराशि देनी पड़ती है। धनराशि के उपयोग करने के लिए अधिक धनराशि देनी पड़ती है।

- जमा किये गए अथवा उधार लिये गए धन को मूलधन कहते हैं। इसे P से सूचित करते हैं।
- समय के अवधि के बाद मूलधन पर अधिक दिये गये धन को ब्याज कहते हैं। इसे I अक्षर से सूचित करते हैं।
- कुल धनराशि को मिश्रधन कहते हैं। इस तरह, मिश्रधन = मूलधन + ब्याज
- एक वर्ष के लिए ₹ 100 पर लिया हुआ ब्याज को व्याज की दर अथवा वार्षिक दर कहते हैं। इसे R% से सूचित करते हैं। इसे % से सूचित करते हैं।
- कर्ज की अवधि में मूलधन पर समरूप से ज्ञात ब्याज को सरल याज कहते हैं। दूसरे शब्दों में, यह मूलधन पर दिया ब्याज है।
- T = बैंक में रखे धन की अवधि या समय है। T को हमेशा वर्षों में व्यक्त करते हैं।

व्यक्तियों के पास पैसे होते हैं। वह ज्यादा खर्च नहीं करते हैं। वे भविष्य के लिए बचाकर रखते हैं। बच्चों की पढ़ाई, घर निर्माण के लिए, या बच्चों की शादी के लिए बचाकर रखते हैं। सवाल पैसे को रखना है। चोरों के डर से घर में नहीं रखते हैं। इसका हल क्या है?

मान लीजिए वे धन को बैंक में रखते हैं ?

हाँ, पैसे बैंक में सुरक्षित होते हैं। जब चाहे पैसे को निकाल सकते और बैंक में पैसे जमा करने पर ब्याज मिलता है। बैंक का कार्य इस पैसे उपयोग अवश्यक लोगों को ब्याज पर देते हैं। इस तरह हम राष्ट्रीय निर्माण का कार्य करते हैं।

- बैंक में जमा किये धनराशि को नियोप या डिपाज़िट (Deposit) कहते हैं।
- निक्षेप की ब्याज कर्ज ब्याज दिये जैसे देते हैं।
- निक्षेप की ब्याज की दर लोन की ब्याज की दर से कम है।

कार्यकलाप : बैंक की अधिक जानकारी पास के बैंक से प्राप्त कीजिए।

लोन, डिपाज़िट, ब्याज जैसे पद हम जान चुके हैं। कोई भी बैंक में पैसे जमा कर करने या लोन लेने की आवश्यकता हो सकता है। इसलिए निक्षेप और कर्ज पर ब्याज ज्ञात करने की परिकल्पना के बारे में जान लेने चाहिए।

सरल ब्याज ज्ञात करना।

रहीम ने बैंक से ₹ 2000 का धन 2 वर्ष तक उधार लिया। (ब्याज का दर 12% है) 2 वर्ष के बाद कितनी अधिक धनराशि भरना है ?

$$\text{ब्याज की दर (R)} = 12\%$$

$$\text{ब्याज की दर 12\% का अर्थ ₹100 उधार 1 वर्ष के लिए} = ₹12$$

$$2 \text{ वर्षों का 20 सौ का ब्याज} = ₹ \frac{2000}{100} \times 12 \times 1$$

$$20 \text{ सौ को एक साल के लिए ब्याज} = ₹ \frac{2000}{100} \times 12 \times 2$$

$$20 \text{ सौ के उधार का दो साल का ब्याज} = ₹ 480$$

$$\therefore \text{सरल ब्याज} = \frac{\text{मूलधन}}{100} \times \text{दर} \times \text{समय}$$

$$I = \frac{P}{100} \times R \times T$$

सरल ब्याज ज्ञात करने के लिए सूत्र सरल है।

उदाहरण : निम्न प्रश्नों को हल कीजिए।

सुजित ₹ 5,000 को 2 वर्ष के लिए बैंक में रखा है। ब्याज की दर 8% हैं। सरल ब्याज ज्ञात कीजिए और 2 वर्ष के बाद मिश्रधन ज्ञात कीजिए।

सुजीत से जमा की गई धनराशी (P) = ₹ 5,000

ब्याज की दर (R) = 8%

समय (T) = 2 साल

$$\begin{aligned} \therefore \text{सरल ब्याज } I &= \frac{P}{100} \times R \times T \\ &= \frac{5000}{100} \times 8 \times 2 \\ &= ₹ 800 \end{aligned}$$

2 साल के बाद धनराशि = मूलधन + ब्याज

$$= 5,000 + 800$$

$$= ₹ 5,800$$

$I = \frac{PTR}{100}$  के अयेमकर को भी I,P,R,T में से किसीका भी मूल्य ज्ञात कर सकते है।

### अभ्यास 3.3

I. निम्नलिखित प्रश्न का उत्तर लिखिए.

- 1) ₹ 3000 के लिए ब्याज की दर 12% है। 3 वर्षों का सरल ब्याज ज्ञात कीजिए।
- 2) ₹ 4500 के लिए ब्याज का दर 11% पर 2 वर्ष के लिए सरल ब्याज ज्ञात कीजिए।



3) खाली स्थान भरिये।

क्र	मूलधन	ब्याज का दर	समय	सरल ब्याज	मिश्रधन
1	₹ 2,500	12%	2	₹	₹
2	₹ 8,450	10%	3	₹	₹
3	₹ 7,500	15%	4	₹	₹
4	₹ 12,500	8%	2	₹	₹
5	₹ 2,400	9%	3	₹	₹

- 4) रेखा बैंक से ₹ 3,000 उधार लिया है। ब्याज की दर 7% हैं। 2 साल के लिए सरल ब्याज ज्ञात कीजिए और बैंक को 2 साल के बाद कितना मिश्रधन भरना है?
- 5) वसन्त दूध डैरी शुरू करने के लिए बैंक से ₹ 25000 उधार लेता है। ब्याज की दर 15% । 4 साल के बाद कितना मिश्रधन चुकाता हैं?



## घटक - 4

## सरल रैखिक समीकरण

इस घटक के अध्ययन करने के बाद :

- समान दो गणितीय कथनों को समझेंमें,
- समीकरण और सरल रैखिक समीकरण का अर्थ समझेंगे
- रैखिक समीकरण एक स्थिरांक का अर्थ जानिए।
- मौखिक कथन सि समीकरण में परिवर्तन करेंगे,
- सरल रैखिक समीकरण हल करेंगे।

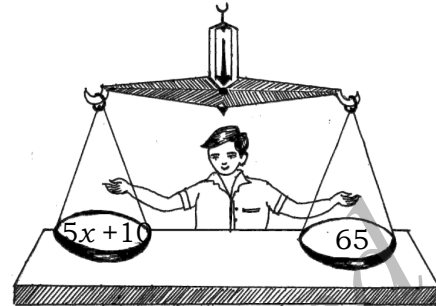
एक दिन मेघा गणित कक्षा में शिक्षक को कहा कि उसने बीजीय व्यंजक जिसे प्रथम सेमीस्टर में सीखा था उसके आधार एक खेल सीखा है।

शिक्षक ने उसकी प्रशंसा की और खेल को प्रस्तुत करने के लिए बुलाया। मेघा शुरु किया, मीरा को एक संख्या को सोचने को कहा और 5 से गुणा करके 10 को जोड़ है। मीरा से परिणाम पूछा, उसने कहा 65। मेघा ने कहा संख्या 11 है। मीरा ने हाँ कहा, पूरी कक्षा हैरान थी।

सब खेल जानना चाहते थे। यह कैसे कार्य करता है?

मेघा समझाती है। मानिए अज्ञात संख्या 'x' है मीरा संख्या को 5 से गुना करने से  $5x$ , गुणनफल 10 जोड़िए  $(5x+10)$ ।  $(5x+10)$  का मूल्य 'x' पर निर्भर करता है। यदि,  $x = 1$ ,  $5x+10 = 5 \times 1 + 10 = 15$ । इसका अर्थ मीरा के मन में परिणाम 15 होता है। यदि 5 को सोच के परिणाम 35 होता है। इसी प्रकार  $x = 11$  हो 65 तो प्राप्त करते हैं। आईए, मीरा से चुनी संख्या ज्ञात करें:

मानिये कोई संख्या  $x$  हो तो  
 $x$  को 5 गुणा करने से  $5x$  प्राप्त होते है।  
 गुणनफल को 10 जोड़ने से  $5x + 10$   
 परिणाम  $5x + 10 = 65$



यहाँ  $5x + 10$  बीजीय व्यंजक के समान 65 है।  
 $5x + 10 = 65$  समीकरण है।

समीकरण क्या है ?

निम्नलिखित कथन और इनके प्रवर्तनों को गणितीय कथन का अध्ययन कीजिए।

उदाहरण 1 :

यदि संख्या को 6 जोड़ते है तो उनका योग 20 होता है। गणितीय कथन में परिवर्तन कीजिए।

मानिये अज्ञात संख्या ' $x$ ' है।

$x$  को 6 से जोड़ना है ,  $x + 6$  प्राप्त होता है।

उनका योग होगा 20

$x + 6 = 20$  ..... यह गणितीय समीकरण।

उदाहरण 2 :

एक संख्या के दूगने में से 10 घटाने पर अंतर 15 प्राप्त होता है। इसे कथन को गणितीय कथन में कैसे परिवर्तन करेंगे ?

माना अज्ञात संख्या ' $y$ ' है।

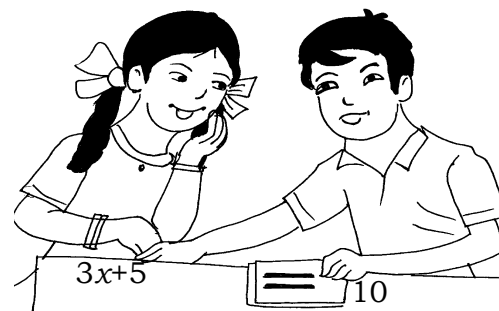
संख्या का दो गुना ' $2y$ '

' $2y$ ' में 10 निकालने से  $2y - 10$

उनका अंतर 15 है।

$2y - 10 = 15$

गणितीय समीकरण है।



गणितीय कथन के दोनों तरफ समान है।

निम्न गणितीय कथन ध्यान से देखिए

i)  $5x + 10 = 65$

ii)  $x + 6 = 20$

iii)  $2y - 10 = 15$

1557 में राबर्ट रेकार्डे समानता का संकेत को  
बीजगणित पुस्तक में उपयोग किया है।

एक समीकरण में दो व्यंजक या संख्या के बीच = चिन्ह होगा है।

$3x+5$	=	$5x-1$
व्यंजक को बाया पक्षा (L.H.S.)	चिन्ह समानता	व्यंजक के दाया पक्षा (R.H.S.)

समीकरण : समानता चिन्ह से जुड़े दो बीजीय व्यंजकों का समीकरण कहते हैं।

असमीकरण :

दो व्यंजकों के बीच समानता के चिन्ह के बदले में  $<$  (कम है),  $>$  (ज्यादा है) और  $\neq$  (असमान) उपयोग करें तो उसे असमीकरण कहते हैं।

$4x + 5 > 65$  समीकरण नहीं परन्तु असमीकरण है ।

$4x + 5$  ,  $65$  से ज्यादा है।

उदाहरण : 1)  $3x-7 = 10$  समीकरण

2)  $4x+5 > 10$  असमीकरण

3)  $7x-8 < 12$  असमीकरण

4)  $-5x+2 \neq 15$  असमीकरण

जानिए : समीकरण समान रहते हैं। जब बायें तरफ और दायें तरफ परस्पर बदलते हैं।

बायें पक्ष और दायें पक्ष बदलने पर समीकरण समान । रहते हैं।

मौखिक कथन को समीकरण में परिवर्तन बदलना

उदाहरण 1 : एक संख्या 10 को जोड़ने से 25 प्राप्त होता है।

समाधान : मानिए कोई संख्या 'x' हो तो।

10 जोड़ने 'x' से  $x + 10$

इसलिए  $x + 10 = 25$  एक समीकरण है।

समीकरण  $x + 10 = 25$

उदाहरण 2 : संख्या का दो गुना 40 हैं।

समाधान : मानिए कोई संख्या 'y' है।

दो गुना y को '2y' हैं।

2y के समान 40 है

∴ समीकरण  $2y = 40$

उदाहरण 3 : एक संख्या में से 5 घटाने पर 30 प्राप्त है।

समाधान : मानिए कोई संख्या 'z' है। 5 घटाने से (z-5) प्राप्त.

∴ समीकरण  $z - 5 = 30$

### अभ्यास 4.1

I निम्नलिखित मौखिक कथन को समीकरण में परिवर्तन करके सारणी पूर्ण कीजिए

	कथन	समीकरण
1)	एक संख्या को 6 जोड़ने से 18 प्राप्त होता है।	
2)	एक संख्या के दो गुना को 5 से गुणा करने से 40 प्राप्त होता है।	
3)	एक संख्या के 6 तीन गुणा को जोड़ने से 30 प्राप्त होता है।	
4)	एक संख्या को 10 से भाग करने पर भागफल 4 होता है। शेष नहीं है।	

रैखिक समीकरण :

चरांक : अक्षरीय संख्या को चरांक कहते हैं इन्हें अंग्रेजी के छोटे अक्षरों सूचित है जैसे इन्हें  $x, y, z, u, v, w$  संकेत में लिखते है।

घातांक : समीकरण के चरांक का अधिकतक घातांक को समीकरण का घातांक 'घातांक' कहते है।

उदाहरण :

समीकरण	चरांक का अधिक घातांक	डिग्री
$3x + 4 = 12$	एक	प्रथम डिग्री समीकरण
$2y^2 + 6 = 8$	दो	द्वितीय डिग्री समीकरण
$m^3 - 1 = 0$	तीन	तृतीय डिग्री समीकरण

यदि समीकरण के पदों के चरांक प्रथम घात हो तो ऐसे समीकरण को सरल समीकरण कहते है।

उदाहरण :  $5x - 4 = 0, 3y + 6 = 12, m + 2 = 0,$   
 $x + y = 15,$   
 $3m + 5n = 50$

अधिकतम एक घात के चरांक से युक्त समीकरण को सरल समीकरण कहते हैं।

इन उदाहरण में  $x + y = 15, 3m + 5n = 50$  सरल रेखिक समीकरण नहीं है।

सरल रैखिक समीकरण हल करना.

समीकरण के अज्ञात चरांक का मूल्य ज्ञात करनेवाले को समीकरण हल करना कहते हैं और ज्ञात मूल्य करने को समाधान ।

निरीक्षण विधान : इस विधान में चरांक को विभिन्न मूल्य देकर हल करते है। इसे प्रयत्न और चूक विधान भी कहते हैं।

उदाहरण 1 : निरीक्षण विधान से समीकरण  $x + 3 = 6$  हल कीजिए  
समीकरण  $x + 3 = 6$   $x$  के विभिन्न मूल्यों को समीकरण के दायें और बायें तरफ लिखिए।  
 $x$  के निश्चित मूल्यों के लिए L.H.S के बराबर R.H.S 'के बराबर है'

$x$ का मूल्य	LHS ( $x + 3$ )	RHS 6	क्या LHS = RHS है ?
0	3	6	नहीं
1	4	6	नहीं
2	5	6	नहीं
3	6	6	हाँ
4	7	6	नहीं

$x = 3$  में LHS = RHS

समीकरण का आवश्यक  $x = 3$  है।

उदाहरण 2 : समीकरण का हल कीजिए  $2y - 3 = 5$  और सारणी में लिखिए।  
 $y$  को विभिन्न मूल्य देकर तालिका तैयार कीजिए।

$y$ का मूल्य	LHS	RHS	क्या LHS = RHS है ?
1	-1	5	नहीं
2	1	5	नहीं
3	3	5	नहीं
4	5	5	हाँ
5	8	5	नहीं

$y = 4$  हो तो LHS = RHS

$2y - 3 = 5$  समीकरण का हल  $y = 4$ .

उदाहरण 3 :  $\frac{x}{3} + 8 = 11$  तालिका उपयोग कर समीकरण को प्रयत्न और चूक विधान से हल कीजिए।

$x$ का मूल्य	LHS	RHS	क्या LHS = RHS
1	$\frac{1}{3} + 8$	11	नहीं
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

#### अभ्यास 4.2

I. सही उत्तर को चुनिए।

1) समीकरण  $2z + 6 = 18$  में चरांक है

- 1) 2                      2)  $z$                       3) 6                      4) 18

2) निम्नों में समीकरण है? समीकरण कौन सा है?

- 1)  $2x+3=8$                       2)  $2x+3<8$   
3)  $2x+3>8$                       4)  $2x+3\neq 8$

3) समीकरण जिसका समाधान  $y=4$  है ?

- 1)  $2y+3=0$                       2)  $y-7=2$                       3)  $y+3=7$                       4)  $y+4=0$



**II.** निम्नलिखितों की जोड़ी बनाईए।

समीकरण	समाधान
1) $2t = 16$	i) $t = 2$
2) $4 = t+2$	ii) $t = 10$
3) $t - 5 = 5$	iii) $t = 8$
4) $2 - t = 3$	iv) $t = 0$
	v) $t = -1$

**III** निम्नलिखित समीकरण के LHS और RHS लिखिए।

1)  $x-5=8$                       2)  $3y+6=-9$                       3)  $14-k=2k+4$

**IV.** समीकरण को हल कीजिए। (निरीक्षण विधान से)

1)  $x-4=9$                       2)  $\frac{x}{8}=6$                       3)  $5y-3=12$

4)  $\frac{p}{2}+6=9$                       5)  $6m-1=29$

**V.** निम्नलिखित कथनों को समीकरण के रूप में व्यक्त करके हल कीजिए।

- 1)  $x$  और 9 योग के समान 15 है।
- 2) एक संख्या का दुगुना 8 कम करने से 18 के समान है।
- 3) मेघा की उम्र 15 जोड़ने से 35 होता है।

## समीकरण हल करने का विलोप विधान

समीकरण के दोनों तरफ अधिक पद होने से हल करने के लिए समय लेते हैं। विलोप विधान से कम समय में हल करते हैं। निम्न उदाहरण पर विचार कीजिए

$$x+10=15 \text{ हल कीजिए को}$$

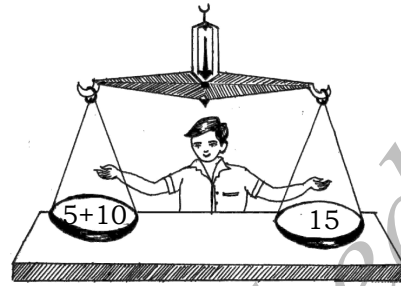
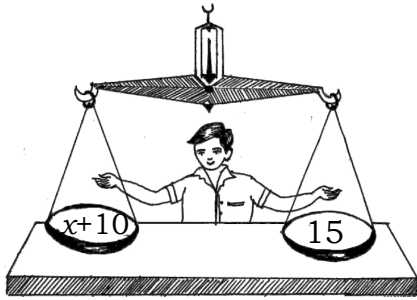
10 को कौनसी संख्या जोड़ने से 15 प्राप्त होता है ?

5 जोड़ने से दोनों पक्ष समान होते हैं

अतः  $x=5$  यह एक ही चरांक का मूल्य है जो समीकरण  $x+10=15$  को सत्यापित कर सकता है।  $5+10=15$ ,  $\therefore x=5$ .

समीकरण का समाधान 5 है।

एक समीकरण की तुलना तराजू से लिया जाता है। तराजू के दोनों पलड़े समान होते हैं।

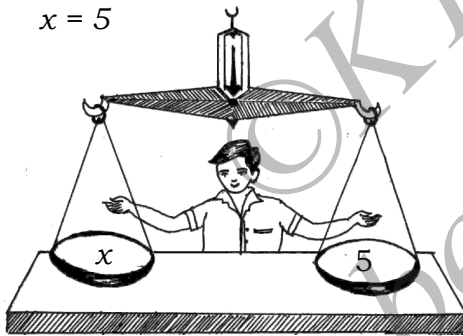


विलोप विधान का नियम

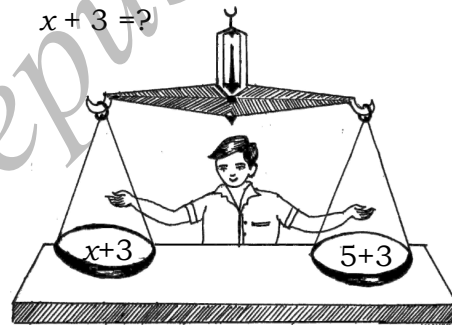
नियम-1 :

यदि समान को समान से जोड़ते हैं तो उनका योगफल समान होता है।

$$x = 5$$



$$x + 3 = ?$$



उदाहरण :  $x - 5 = 15$  हल कीजिए।

समाधान :  $x - 5 = 15$

दोनों तरफ से 5 जोड़ने से

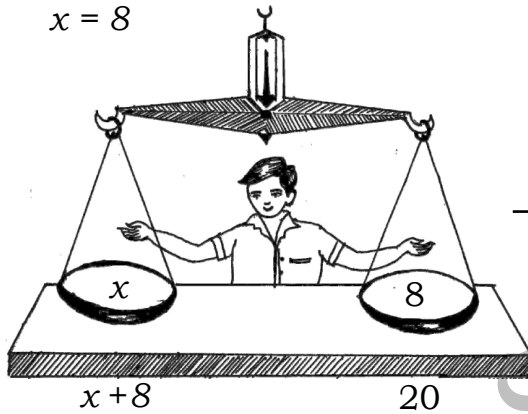
$$x - 5 + 5 = 15 + 5$$

$$x + 0 = 20$$

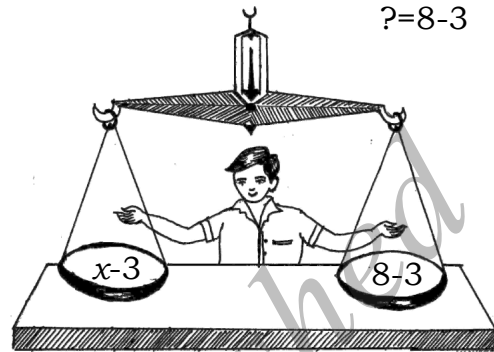
$$x = 20$$

नियम-2 : समान को समन में से घटाने पर परिणाम समान होता है।

$$x = 8$$



$$? = 8 - 3$$



उदाहरण : हल कीजिए।  $x + 8 = 20$

समाधान :  $x + 8 = 20$

दोनों तरफ 8 घटाने से,

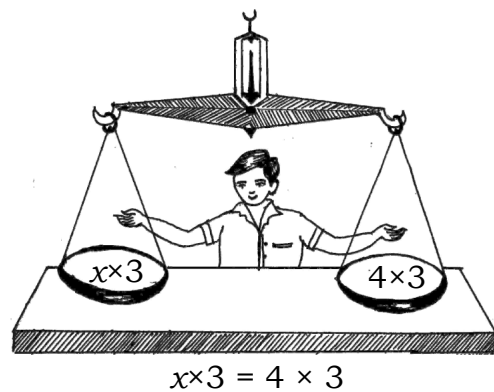
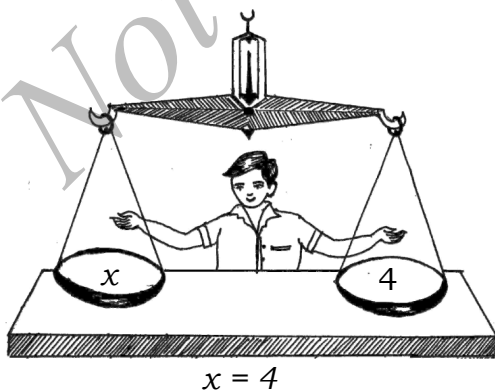
$$x + 8 - 8 = 20 - 8$$

$$x + 0 = 12$$

$$\therefore x = 12$$

सूचना : समीकरण के एक तरफ निकालनेवाले संख्या दूसरे तरफ विरुद्ध चिन्ह में होती है।

नियम-3 : समान राशियों को समान से गुणा करने पर गुणनफल समान होता है।



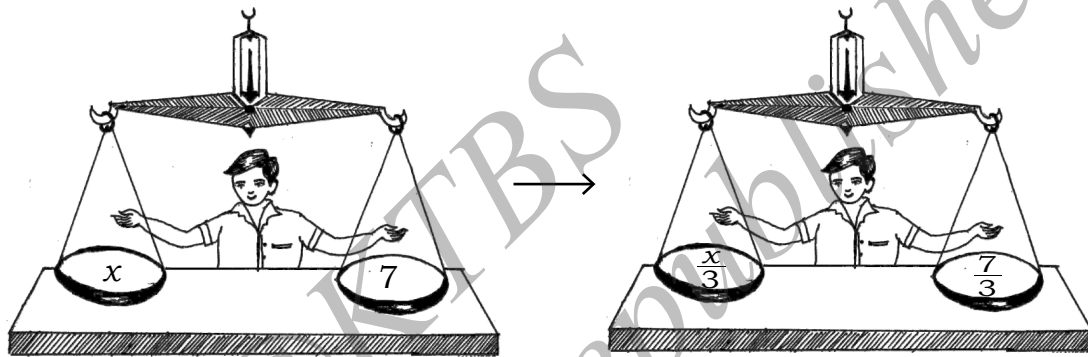
उदाहरण :  $\frac{x}{4} = 12$  हल कीजिए।

$\frac{x}{4} = 12$  दोनों तरफ 4 से गुणा कीजिए।

$$\frac{x}{4} \times 4 = 12 \times 4$$

$$\therefore x = 48$$

नियम-4 : तुलायंत्रों को देखकर एक नियम बनाईए



उदाहरण :  $7x = 35$  हल कीजिए।

समाधान :  $7x = 35$

$7x = 35$  ,7 से भाग करने से,

$$\frac{7x}{7} = \frac{35}{7}$$

$$x = 5$$

नियम 4 : यदि समानों को समान से भाग लगाते हैं तो भागफल भी समान होते हैं याद

रखिए : समीकरण का मूल्य बदलता संदि

- समीकरण के दोनों तरफ समान संख्या जोड़ने से।
- समीकरण के दोनों तरफ समान संख्या घटाने से।
- समीकरण के दोनों तरफ समान संख्या गुणा करने से।
- समीकरण के दोनों तरफ समान संख्या से भाग लगाने से।

## अभ्यास 4.3

I. निम्नलिखित समीकरणों को “विलोम विधान” से हल कीजिए:

a)  $x+8=15$

b)  $x-12=9$

c)  $15+y=18$

d)  $2k+6=0$

e)  $\frac{m}{5} = 3$

f)  $2p=p+12$

g)  $k - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

h)  $\frac{7}{2}x = \frac{105}{2}$

i)  $6x-3=15$

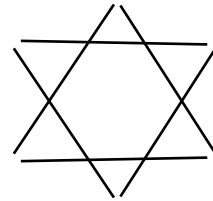
j)  $10-4x=26$

k)  $3(x-7)=24$

l)  $16-5x=6$

II. गणितीय पहेली:

- 1) प्रतिच्छेदन बिन्दुओं के 4 गुना मुझे जोड़ने से 46 प्राप्त होता है, मेरा मूल्य क्या है?



- 2) मैं दो अंको की संख्या हूँ। 11 का गुणनखण्ड हूँ। 7 से भाग करने पर कोई शेष नहीं है। भागफल में 4 जोड़ने से 15 प्राप्त होता है। मेरा मूल्य क्या है?
- 3) मैं एक संख्या हूँ। दुगुना करने से सौ के लिये दस कम है। तीन भागों में करने पर एक दस और चाहिए सिलवर जुबली के लिए। मेरा मूल्य क्या है?
- 4) बताईए मैं कौन हूँ? मुझ में से 8 घटाईए अब 12 से भाग देने पर एक क्रिकेट टीम बनती है।



## घटक - 5

## सर्वांगसमता

इस घटक को अध्ययन करने के बाद :

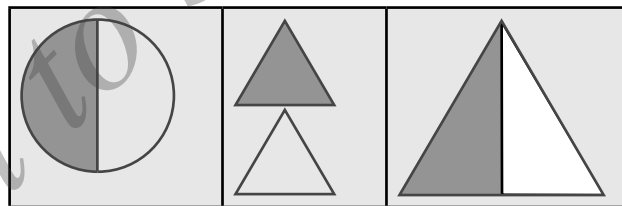
- द्वारा एक आकृति की सर्वांगसमता पहचानें,
- सर्वांगसम आकृति विशेष स्थान से पहचानें,
- सर्वांगसम आकृति पहचानें,
- सर्वांगसम आकृति के अनुरूप भागों को पहचानें।
- सर्वांगसमता की परिभाषा दें।

आईए, एक रुपये के दो समरूपी सिक्के लीजिए। उन्हें एक दूसरे पर रखिए। क्या दोनों एक दूसरे पर बराबर से समा जाते हैं?

इसीतरह; एक 50 पैसे का सिक्के को रुपये के सिक्के पर रखिए। ध्यान दीजिए क्या दोनों सिक्के एक दूसरे पर बराबर से समा जाते हैं?

आप देखेंगे, एक दूसरे पर समा जाना असंभव है? सर्वांगसमा ज्यामिति की एक परिकल्पना है जिसके उपयोग से आकृतियों को उनके आकार पर तुलना करते हैं।

निम्नलिखित आकृतियों का अध्ययन कीजिए:



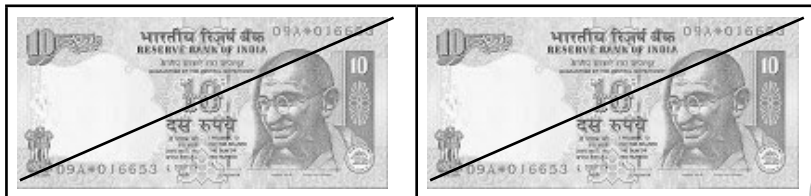
इस चित्र को शीट पेपर पर नकल कीजिए। छायाकृत भागों को काटिए। और अछायाकृत भाग को भी। एक के ऊपर एक रखिए।

दो रेखागणितीय आकृतियाँ सर्वांगसम होते हैं यदि दोनों के आकार और माप में समान तो हो हैं।

जानिए :- सर्वांगसमता का संकेत  $\cong$  हैं।

असर्वांगसमता का संकेत  $\not\cong$  हैं।

कार्यकलाप 1 :- दो 10 रुपये के नोट लीजिए। एक के ऊपर एक रखिए। आप क्या निरीक्षण करते हैं ?



एक नोट दूसरे नोट को पूर्णतः ढक जाता है।

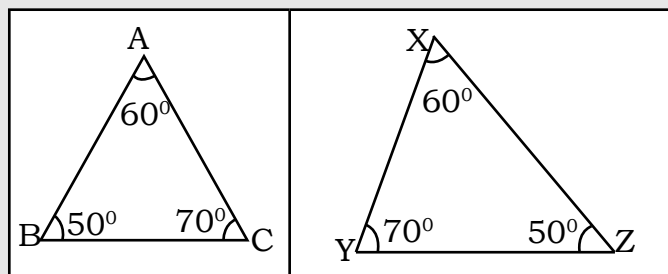
उपरोक्त कार्यकलाप में यदि दो रेखागणितीय आकृतियों से ज्ञात होता है कि धन की मुद्रा का आकार और माप में समान हो तो सर्वांगसम कहते हैं।

निम्नों मे आकृतियाँ सर्वांगसम हैं या नहीं जाँचिए ।

- पोस्टल स्टाम्प समान पैसे के
- एक ही पैकेट के बिस्कुट
- एक ही माप के फोटो

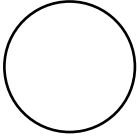
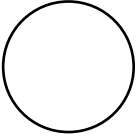
कार्यकलाप 2

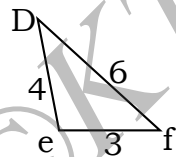
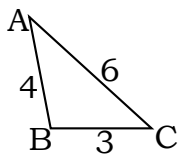
निम्न त्रिभुज सर्वांगसम है या नहीं जाँच कीजिए।



**कार्यकलाप 3 :**

एक चूड़ी अथवा समतल वृत्तीय वस्तु से दो वृत्त एक पारदर्शक कागज पर बनाईए ।  
वृत्तीय पथ पर उन्हें काटकर एक दूसरे पर रखिए । आपका निरीक्षण लिखकर रखिए ।

		क्या दोनों वृत्त सर्वांगसम हैं? बताइए ।
---	---	--

**सर्वांगसम त्रिभुज**

निरीक्षण कीजिए  $\triangle ABC$  और  $\triangle DEF$  सर्वांगसम है। क्या वे सर्वांगसम है? एक त्रिभुज के ऊपर एक रखने से दोनों त्रिभुज मिलते हैं।

शीर्ष  $A$ , शीर्ष  $D$  से, शीर्ष  $B$ , शीर्ष  $E$  से शीर्ष  $C$ , शीर्ष  $F$  से सम्मिलित होते हैं।

इसी प्रकार: भुजा  $AB$  भुजा  $DE$  से, भुजा  $BC$ , भुजा  $EF$  से भुजा  $AC$ , भुजा  $DF$  से मिलते हैं। इन दो त्रिभुज 6 अनुरूप अवयव हैं।  
3 कोण और 3 भुजा हैं।

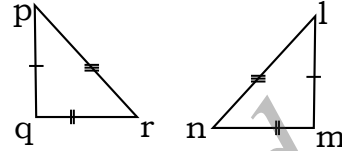
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

जानिए :  
मिलनेवाले भागों को अनुरूप भाग कहते हैं।



(त्रिभुज ABC सर्वांगसम त्रिभुज DEF )

जब दो सर्वांगसम त्रिभुजों को नाम इसतरह देते हैं ताकि अनुरूप अवयव एक क्रम में आते हैं।



पार्श्व त्रिभुज सर्वांगसम हो तो

$$\angle P = \angle L$$

$$\angle Q = \angle M$$

$$\angle R = \angle N$$

$$\overline{PQ} = \overline{LM}$$

$$\overline{QR} = \overline{NM}$$

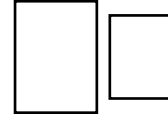
$$\overline{PR} = \overline{LN} \quad \therefore \Delta PQR \cong \Delta LMN$$

सर्वांगसम आकृति और सहश आकृतियाँ सर्वांगसम आकृति समान आकार और माप के हैं।

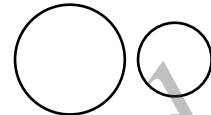
		<p>ये दोनों वर्ग सर्वांगसम है। यदि उसके समान माप और आकार के हैं।</p>
		<p>ये दोनों वृत्त सर्वांगसम है। उनके आकार और माप समान हैं।</p>
		<p>ये दोनों त्रिभुज सर्वांगसम है। उनके आकार और माप समान हैं।</p>

आकृति जो समान माप और आकार के हैं तो उन्हें सर्वांगसम आकृतियाँ कहते हैं।

निम्न आयतों को ध्यान से देखिए। क्या उनमें कोई अंतर है। हाँ, आकार समान है परंतु गात्र भिन्न है।



ये दो वृत्त को ध्यान से देखिए. आपका निर्णय क्या है? उनके आकार समान है परन्तु गात्र समान नहीं हैं।



ये दो त्रिभुज सदृश है। उनके आकार समान हैं, परन्तु गात्र अलग अलग हैं।



सदृश आकृतियों का आकार समान होता है परंतु गात्र समान नहीं होता है।

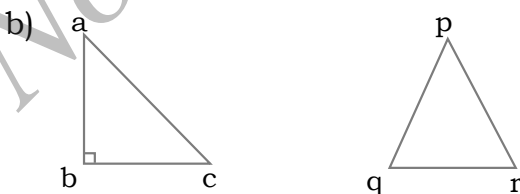
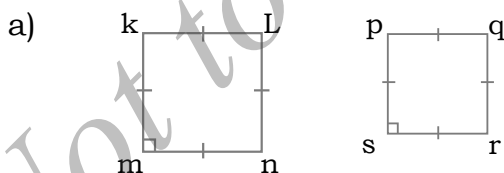
याद रखिए

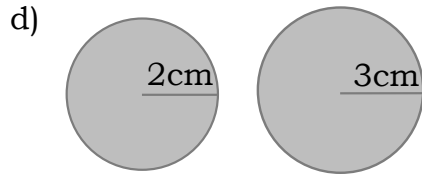
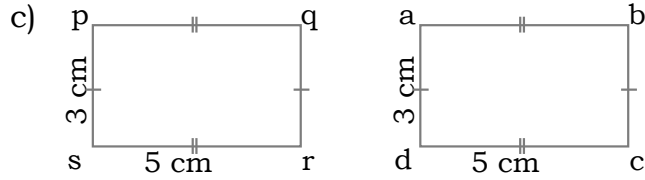
- (1) समान आकार और समान गात्र की आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं।
- (2) सदृश आकृतियाँ एक ही की होती हैं, परंतु उनका गात्र भिन्न होता है।
- (3) सर्वांगसम आकृतियाँ सदृश होती हैं, परंतु इसका विपरीत सत्य नहीं है।

### अभ्यास - 5.1

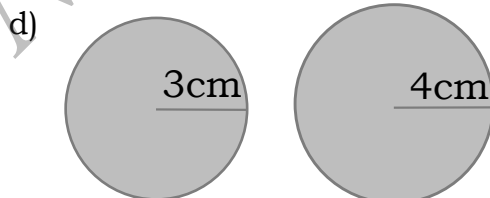
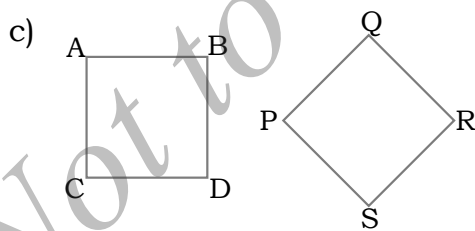
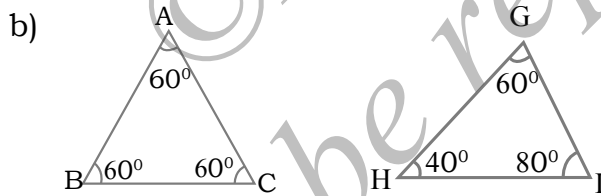
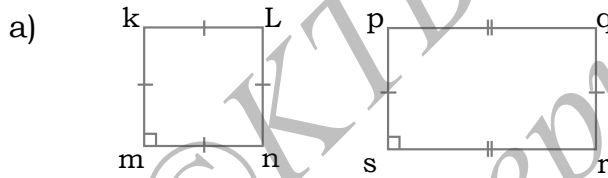
I. सही उत्तर चुन कर लिखिए :-

1) क्या निम्न आकृतियाँ सर्वांगसम है ?





2. निम्नो में कौनसी आकृतियाँ सर्वांगसम हैं?



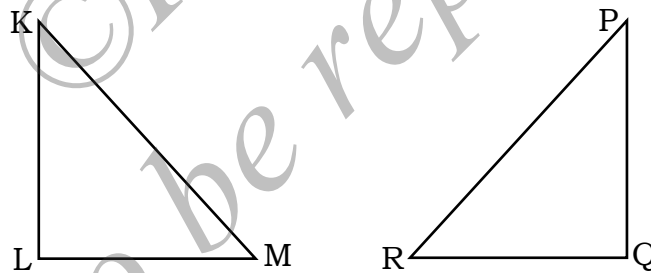
**3.** यदि  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$  है। AC का अनुरूप तत्व है

- a) DE                      b) DF  
c)  $\angle B$                       d)  $\angle F$

**II.** सही शब्दों से रिक्त स्थान भरिए।

- 1) आकृतियाँ जिनके आकार और गात्र समान है वे \_\_\_\_\_ कहलाते हैं।
- 2) सर्वांगसमत को \_\_\_\_\_ संकेत से सूचित करते हैं।
- 3) सभी सर्वांगसम आकृतियाँ हमेशी \_\_\_\_\_ होती है।
- 4) आकृतियाँ जिनके आकार समान है परंतु उनके गात्र भिन्न है वे \_\_\_\_\_ कहलाते हैं।

**III.**



दत्तांश के आधार पर त्रिभुजों की रचना कीजिए। सत्यापन कीजिए क्या वे सर्वांगसम हैं या नहीं और उनके अनुरूप शीर्ष और भुजाएँ लिखिए।

**IV.** कार्यकलाप : समूह में बैठकर परिसर में रहनेवाले सर्वांगसम और सदृश आकृतियों पर चर्चा कीजिए

**VII.**  $120^\circ$  का एक कोण बनाईए। इसे सर्वांगसम दूसरा कोण बनाईए।



## घटक - 6

## रेखागणितीय रचनाएँ

इस घटक अध्ययन करने के बाद :

- दत्त रेखा का लम्ब द्विभाजक की रचना करेंगे,
- दत्त कोण का कोण द्विभाजक की करेंगे,
- $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$  और  $150^\circ$  कोणों की रचना करेंगे,
- प्रकार और स्केल के उपयोग करके दत्त कोण के समान एक कोण की रचना करेंगे,
- दत्त सरल रेखा को एक रेखा के बिन्दु द्वारा लंब खींचना,
- दत्त सरल रेखा को एक रेखा के बाह्य बिन्दु से लंब खींचना ।

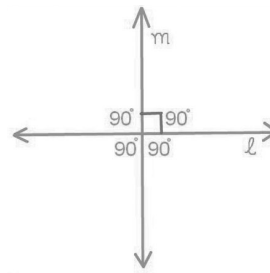
## लम्ब द्विभाजक रेखाएँ (Perpendicular lines)

हम जानते हैं कि दो रेखाएँ या किरण या रेखाखण्ड एक दूसरे परस्पर लम्ब होते हैं यदि प्रतिच्छेदन पर लंब कोण बनते हैं।

दैनिक जीवन में लंब रेखाएँ कहाँ बनती हैं?

निम्नों का निरीक्षण कीजिए।

दीवार और ज़मीन के बीच कोण, तरव्ते और टेबल के पैर के बीच कोण, स्याम पट के संलग्न किनारों के बीच बना कोण, दरवाज़े कया के संलग्न किनारों के बीच बना कोण। इन उदाहरणों में लम्ब कोण देख सकते हैं।

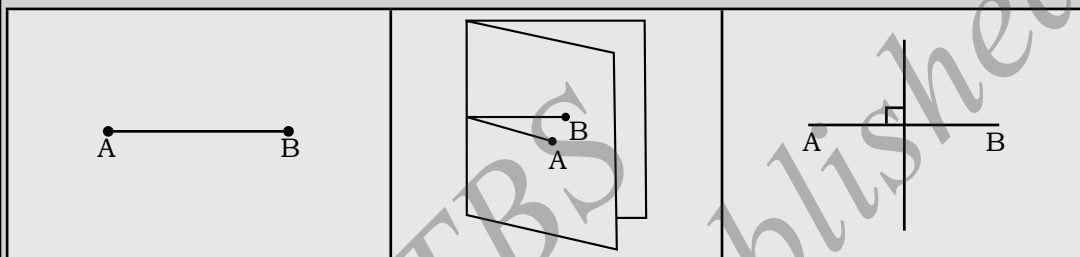


एक लंब कोण  $90^\circ$

लंबाद्विभाजक :

कार्य कलाप :

अर्ध पारदर्शक पेपर लीजिए। उस पर रेखा **AB** की रचना कीजिए। पेपर को ऐसा मोड़िए जिसमे **B** बिन्दु पर **A** मिलें है।



मोडे रेखा के संग दबाईए। अब मोड को खोलिए। अब दबी रेखा को देखिए।

1. रेखा जो दत्त रेखाखण्ड को लंब है और उसे दो समान भागों को विभाजित करती है उसे लंब द्विभाजक करती हैं। रेखा  $\overline{AB}$  का लम्ब द्विभाजक है और रेखाखण्ड को दो भाग में विभाजित करते है।

रेखाखण्ड के लम्बद्विभाजक की रचना करना

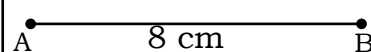
उदाहरण : रेखाखण्ड  $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$  का लम्बद्विभाजक की रचना कीजिए।

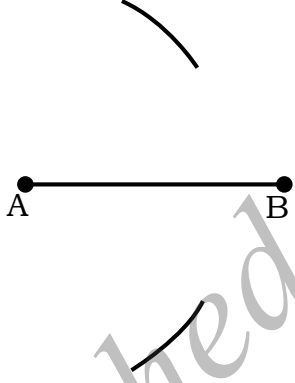
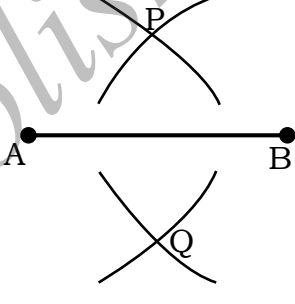
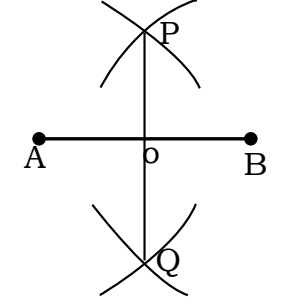
दत्त:  $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ .

$\overline{AB}$  लम्ब द्विभाजक रचना करना

रचनाक्रम:

1) मापनी के उपयोग से रेखाखण्ड  $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$  की रचना कीजिए।



<p>2) <math>\overline{AB}</math> के आधे या आधे से ज्यादा माप लेकर A को और B पर चाप ननाइए</p>	
<p>3) समान त्रिज्या से केन्द्र B को मानकर दो चाप काटिये। दोनों चाप परस्पर मिलते हैं। प्रतिच्छेदन बिन्दुओं को P और Q अंकित कीजिए।</p>	
<p>4) PQ जीडिए</p>	

$\overline{PQ}$  यह  $\overline{AB}$  का लम्ब द्विभाजक है।

सत्यापन :  $\angle POB$  को मापिए।  $\overline{AO}$  और  $\overline{OB}$  को मापिये। क्या वे समान हैं? क्या  $\angle POB = 90^\circ$  है।

$\angle POB = 90^\circ$  लम्ब कोण और  $\overline{AO} = \overline{OB}$  इसलिए  $\overline{PQ}$  का लम्ब द्विभाजक है।

सोचिए!

चरण 2 और चरण 3 में क्या होता है जब त्रिज्या  $\overline{AB}$  के आधे से कम है?

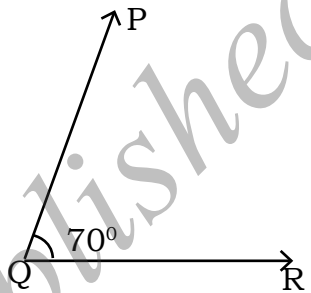
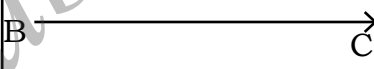
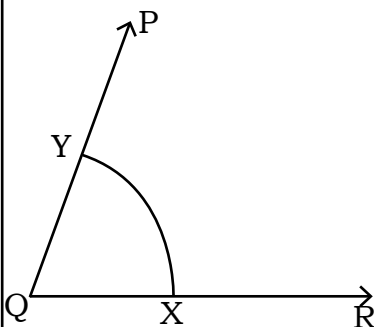
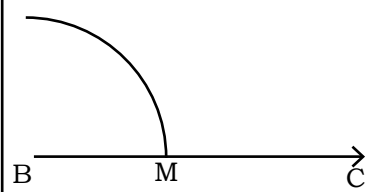
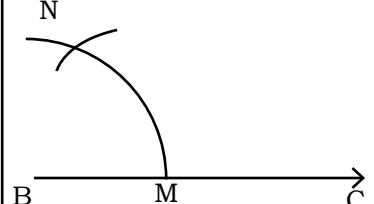
2. कोणमापक के बिना दत्त कोण के समान दूसरे कोण की रचना करना

उदा :  $\angle PQR$  के समान  $\angle ABC$  की रचना कीजिए ।

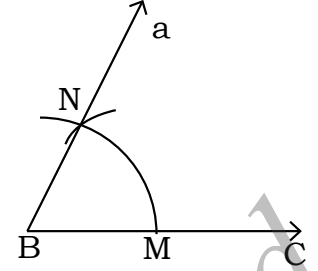
दत्त:  $\angle PQR = 70^\circ$

रचना:  $\angle ABC = \angle PQR$

रचना के चरण:

1) पेनसिल, मापनी की उपयोग से किसी भी माप के कोण की रचना कीजिए	
2) किरण BC की रचना कीजिए।	
3) प्रकाश के उपयोग से 'Q' को केन्द्र मानकर चाप खींचिए ताकि भुजा QR और QP पर प्रतिच्छेदन करें। चाप के प्रतिच्छेदन X और Y है।	
4) (चरण 3) के समान त्रिज्या से 'B' के केन्द्र से चाप बनाइए। प्रतिच्छेदन बिन्दु BC को बिन्दु M अंकित कीजिए।	
5) M को केन्द्र मानकर और XY त्रिज्या से एक चाप खींचिए ताकि वह चरण 4 में खींचे चाप को प्रतिच्छेदित करें प्रतिच्छेदन बिन्दु को N मान लीजिए।	



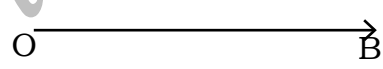
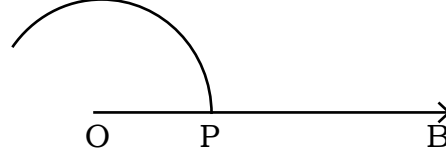
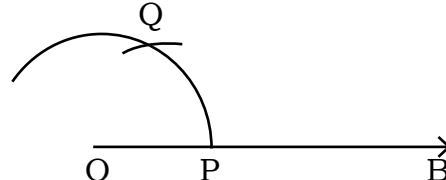
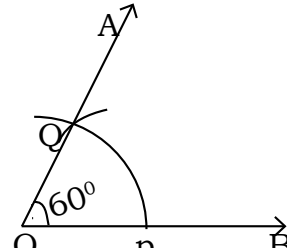
<p>6) मापनी और पेनसिल के उपयोग से <math>\overline{BN}</math> जोड़िए। इसे बढ़ाइए <math>\overline{BA}</math> प्राप्त होता है।</p>	
---	---

सूचना : यहाँ XY त्रिज्या का अर्थ XY चाप की लंबाई नहीं है परन्तु वह X और Y के बीच की दूरी है।

<p>सत्यापन : प्रकार के उपयोग से <math>\angle ABC</math> मापिये। क्या <math>\angle ABC</math> और <math>\angle PQR</math> का माप समान है?</p>
---

**3.** प्रकार और मापनी के उपयोग से  $60^\circ$  कोण की रचना कैसे करना है?

रचनाओं के चरण:

<p>1) मापनी और पेनसिल के उपयोग से किरण <math>\overline{OB}</math> की रचना कीजिए।</p>	
<p>2) O केन्द्र से, प्रकार की कोई त्रिज्या से चाप काटिए। <math>\overline{OB}</math> प्रतिच्छेदन बिन्दु P है।</p>	
<p>3) चरण 2 में समान त्रिज्या P केन्द्र चाप बनाइए। प्रतिच्छेदन बिन्दु Q है।</p>	
<p>4) मापनी और पेनसिल के उपयोग से किरण <math>\overline{OQ}</math> जोड़िये और <math>\overline{OA}</math> बढ़ाइए।</p>	

प्रकार के उपयोग से  $\angle AOB$  मापिए  $\angle AOB$  का मापन  $60^\circ$  है।

कार्यकलाप : एक निश्चिन्त्र त्रिज्या का एक वृत्त खीजिए। वृत्त पर कोई बिन्दु 'A' अंकित कीजिए। 'A' को केन्द्र मानकर एक चाप खीजिए ताकि वह वृत्त पर मिले। पुनः 'B' को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या से और एक चाप खीजिए। ऐसे कितने चाप खींच सकते हैं?  $\angle AOB$  का माप क्या है? क्या सभी कोण समान हैं?

क्या आप जानते हैं?

उपरोक्त आकृति में  $\angle AOB$  का माप  $60^\circ$  क्यों है? क्योंकि

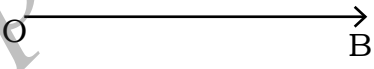
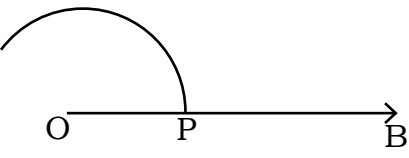
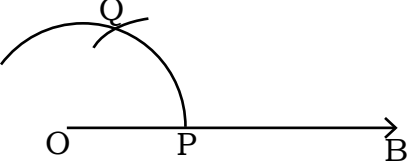
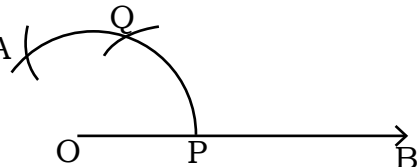
$\overline{OP}, \overline{OQ}$  और  $\triangle POQ$  की भुजाएँ  $PQ$  हैं समान हैं।  $\therefore \triangle POQ$  समभुज त्रिभुज

4. मापनी और परकार के उपयोग से दो  $60^\circ$  के कोण की रचना कीजिए?

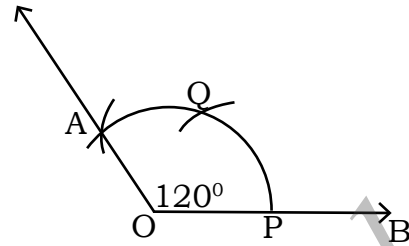
$120^\circ$  कोण में कितने  $60^\circ$  के होते हैं?

दो  $60^\circ$  कोण से  $120^\circ$  कोण बनता है।

रचना के चरण:

1) $\overline{OB}$ किरण खींचिए।	
2) 'O' से त्रिज्या लेकर चाप $\overline{OB}$ बनाइए। प्रतिच्छेदन बिन्दु P है।	
3) P केन्द्र से चरण 2 का त्रिज्या लेकर चाप बनाइए। प्रतिच्छेदन बिन्दु Q है।	
4) Q केन्द्र चरण 3 के समान त्रिज्या चाप बनाइए। प्रतिच्छेदन बिन्दु R है।	

- 5) मापनी और पेनसिल से बिन्दु O और A जोड़िए।  $\overline{OA}$  किरण बढ़ाइए।

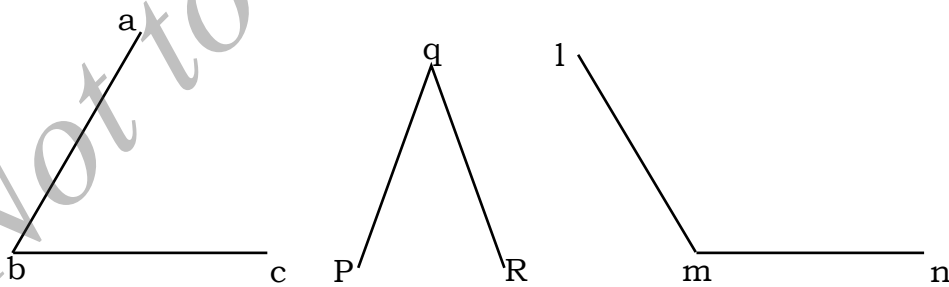


$\angle AOB$  का माप  $120^\circ$  है।

सत्यापन : परकार के उपयोग से  $\angle AOB$  मापिये।

### अभ्यास 6.1

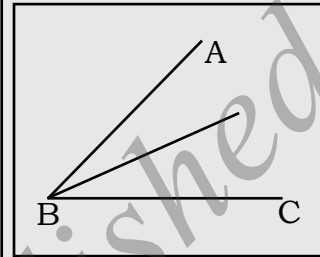
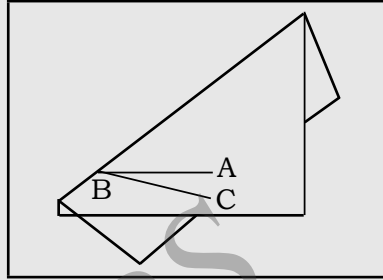
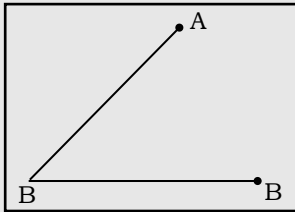
- रेखाखण्डों की लंबाई दी गई है उनके लम्बद्विभाजक मापनी और प्रकार के उपयोग से रचना कीजिए।
  - 6 cm
  - 8 cm
  - 7.4 cm
  - 66 mm
- रेखाखण्ड  $\overline{PQ} = 10 \text{ cm}$  की रचना कीजिए। मापनी और प्रकार से चार समभागों में रेखाखण्ड को विभाजित कीजिए। प्रत्येक भाग की लंबाई ज्ञात कीजिए।
- निम्नलिखित कोणों के माप ज्ञात कीजिए और इन कोणों की रचना परकार के बिना कीजिए।



- मापनी और परकार के उपयोग से निम्नलिखित कोणों की रचना कीजिए।
  - $\angle XYZ = 60^\circ$
  - $\angle DEF = 120^\circ$

### कोण का द्विभाजक (**Bisector of an angle**)

कार्य कलाप : अर्ध पारदर्शक पेपर लीजिए। कोण  $\angle ABC$  की रचना कीजिए। पेपर को ऐसे मोड़िए जिससे AB रेखा BC रेखा पर मिले। मोड़े कागज के संग दबाईए। पेपर को खोलिये।



रेखा जो मोड़ने से प्राप्त है वह कोण  $\angle ABC$  का द्विभाजक है।

कोण द्विभाजक किरण या रेखा जो कोण को समान भागों में विभाजित करती हैं।

5. दत्त कोण का द्विभाजक की रचना करना।

उदाहरण 1 :

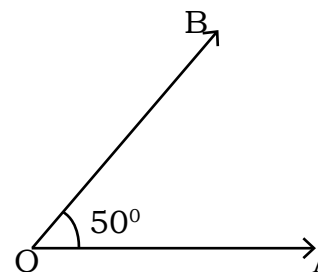
दत्त  $\angle AOB = 50^\circ$  के कोण का द्विभाजक की रचना कीजिए।

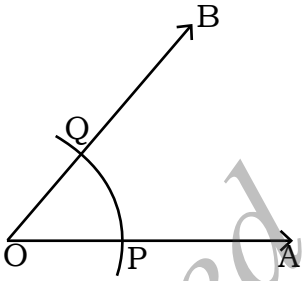
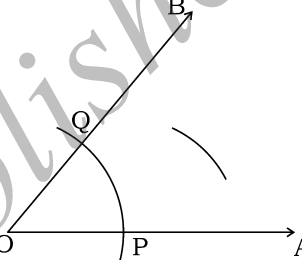
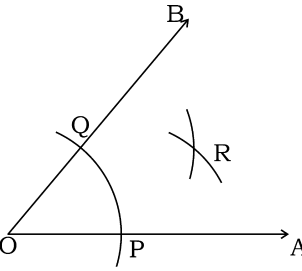
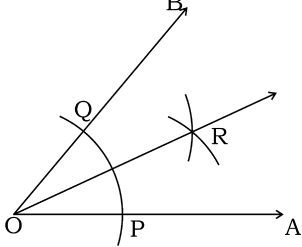
दत्त :  $\angle AOB = 50^\circ$

रचना :  $\angle AOB$  का द्विभाजक

रचनो के चरण:

1) मापनी, पेनसिल और प्रकार से  $\angle AOB = 50^\circ$  रचना कीजिए।



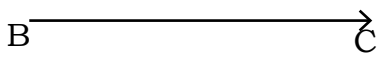
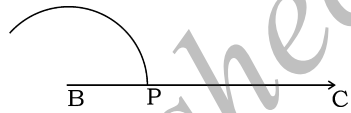
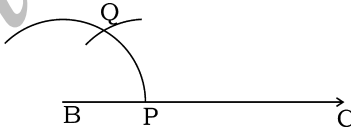
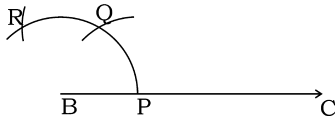
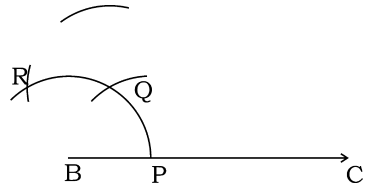
<p>2) 'O' को केन्द्र मानकर समुचित त्रिज्या लेकर चाप बनाइए जिससे भुजा <math>\overline{OA}</math> और <math>\overline{OB}</math> के प्रतिच्छेदन करें। भुजा <math>\overline{OA}</math> और <math>\overline{OB}</math> के प्रतिच्छेदन बिन्दु P और Q अंकित कीजिए।</p>	
<p>3) P केन्द्र से <math>\overline{PQ}</math> के आधे से ज्यादा त्रिज्या से, AOB के अन्तस्थ एक चाप खींचिए। APQB</p>	
<p>4) Q को केन्द्र मानकर चरण 3 के समान त्रिज्या से चाप बनाईए जिससे पहले चाप को काटते है। प्रतिच्छेदन बिन्दु R है।</p>	
<p>5) मापनी और पेनसिल से O और R जोड़िए और किरण <math>\overline{OR}</math> बढ़ाइए।</p>	

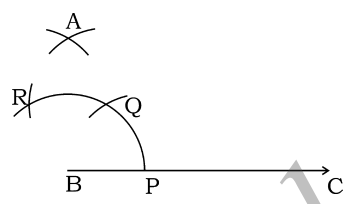
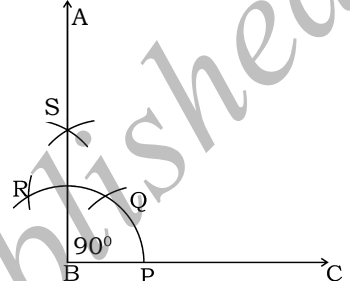
$\overline{OR}$  यह  $\angle AOB$  का द्विभाजक  $\overline{OR}$  है।

सत्यापन :  $\angle AOR$  और  $\angle ROB$  मापिये। आप क्या निरीक्षण करते हैं ?

6. मापनी और प्रकार के उपयोग से कोण  $90^\circ$  की रचना कैसे करना ?

रचना का स्तर :

1) किरण $\overrightarrow{BC}$ की रचना कीजिए।	
2) 'B' केन्द्र से समुचित त्रिज्या से चाप बनाइए और $\overrightarrow{BC}$ काटते हैं। P बिन्दु प्रतिच्छेदन है।	
3) P को केन्द्र मानकर, चरण 2 की त्रिज्या से चाप खींचिए जो पहले चाप को प्रतिच्छेदन करें। प्राप्त बिन्दु Q अंकित कीजिए।	
4) Q को केन्द्र मानकर चरण 3 की त्रिज्या से चाप बनाइए। प्रतिच्छेदन बिन्दु R अंकित कीजिए।	
5) Q को केन्द्र मानकर $\overline{QR}$ के आधे से ज्यादा त्रिज्या से $\angle QBR$ के चाप का अंतः भाग में चाप खींचिए।	

<p>6) R को केन्द्र मानकर चरण 5 की त्रिज्या से, पूर्व के चाप प्रतिच्छेदित करें ऐसे, एक चाप खींचिए प्राप्त बिन्दु को A अंकित कीजिए।</p>	
<p>7) मापनी और पेनसिल से। B और A बिन्दु जोड़िए किरण <math>\overrightarrow{BA}</math> को बढ़ाइए।</p>	

$\angle ABC$  कोण का माप  $90^\circ$

सत्यापन : परकार के उपयोग से  $\angle ABC$  मापिये

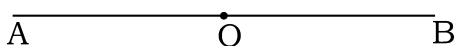
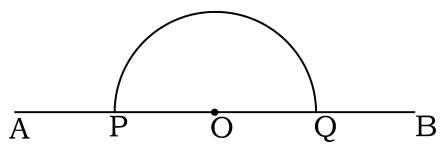
सोचिये!

इस विधान में कोण  $90^\circ$  प्राप्त होता है। क्यों ?

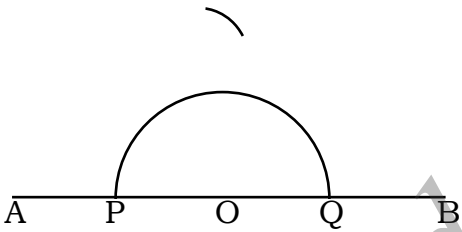
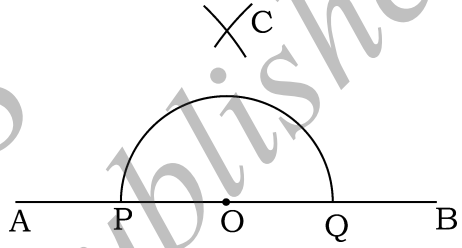
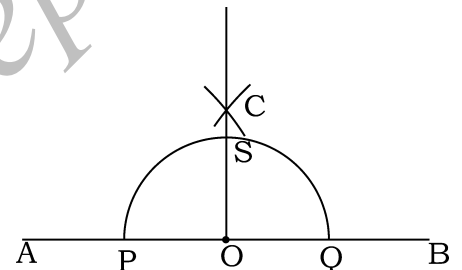
क्या  $90^\circ$  का बनाने का दूसरा विधान है ?

**$90^\circ$**  के कोण की रचना करने का पर्याय विधान:

रचना स्तर:

<p>1) रेखाखण्ड <math>\overline{AOB}</math> की रचना कीजिए।</p>	
<p>2) O केन्द्र से अर्ध वृत्त बनाइए जो रेखाखण्ड <math>\overline{AB}</math> बिन्दु P और Q में प्रतिच्छेदित करता है।</p>	



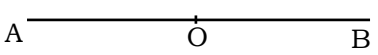
<p>3) आकृति में दिखायें जैसे <math>\overline{PQ}</math> के आधे से ज्यादा <math>\overline{AOB}</math> पर चाप बनाइए।</p>	
<p>4) <math>O</math> केन्द्र मानकर चरण 3 के समान त्रिज्या लेकर दूसरा चाप बनाइए। यह चाप पहले चाप को काटता है। प्रतिच्छेदन बिन्दु <math>C</math> है।</p>	
<p>5) मापनी और प्रकार से <math>O</math> और <math>C</math> जोड़िए और किरण <math>\overline{OC}</math> बढ़ाइए।</p>	

$\angle COB$  बना हुआ कोण  $90^\circ$   $\angle COA$  का माप क्या है?

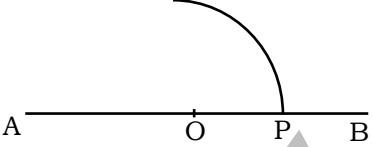
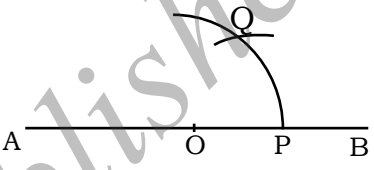
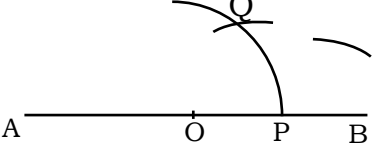
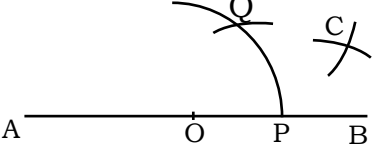
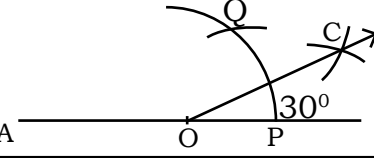
सोचिये!:  $90^\circ$  की रचना और लम्बद्विभाजक की रचना से तुलना कीजिए। आपका क्या निरीक्षण है?

7. मापनी और प्रकार के उपयोग से  $30^\circ$  के कोण की रचना करना:  
कोण  $60^\circ$  का द्विभजन करने से कोण  $30^\circ$  प्राप्त होता है।

रचना के चरण:

<p>1) रेखाखण्ड <math>\overline{AOB}</math> की रचना कीजिए. <math>AB</math> पर <math>O</math> को अंकित कीजिए</p>	
--	--



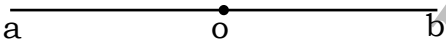
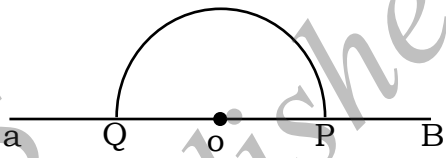
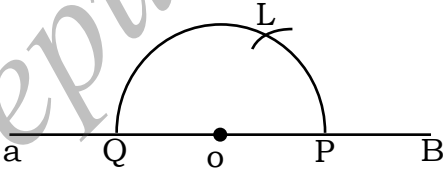
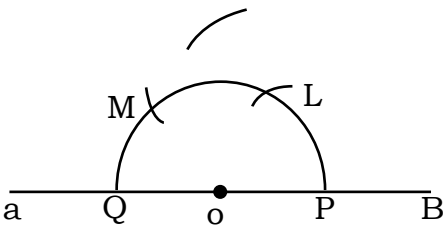
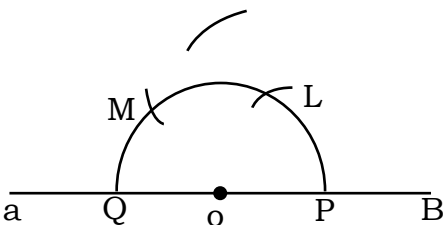
<p>2) O केन्द्र से त्रिज्या लेकर चाप बनाइए जो <math>\overline{OB}</math> पर काटता है। प्रतिच्छेदन बिन्दु P अंकित कीजिए।</p>	
<p>3) P केन्द्र मानकर समान त्रिज्या से चाप बनाइए। यहाँ चाप पहलेवाला चाप को काटता है। पर Q प्रतिच्छेदन बिन्दु है।</p>	
<p>प्रकार और मापनी के उपयोग से <math>\angle QOP</math> बनाईये।</p>	
<p>4) P को केन्द्र मानकर, <math>PQ</math> की आधे से ज्यादा त्रिज्या लेकर <math>\angle QOP</math> का अंतः चाप बनाइये।</p>	
<p>5) चरण 4 के त्रिज्या लेकर दूसरा चाप बनाइए जो पहला चाप को काटता है।</p>	
<p>6) मापनी और परकार से O और C जोड़िए।</p>	

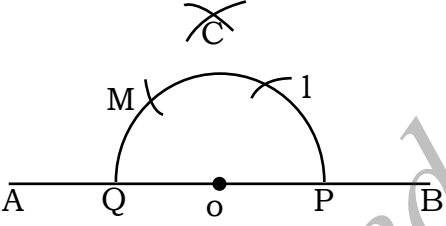
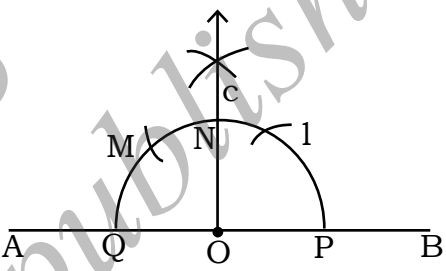
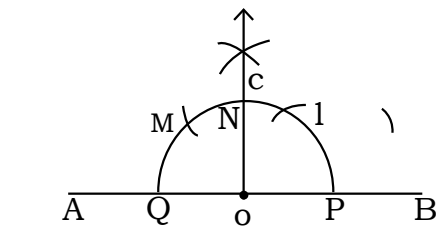
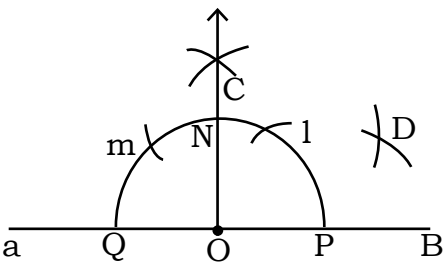
$\angle COB$  का माप  $30^\circ$

सोचिये!!:  $\angle COA$  का माप क्या है? यह  $150^\circ$  है क्यों?

8. मापनी और प्रकार के उपयोग से  $45^\circ$  के कोण की रचना करना:  
कोण  $90^\circ$  का द्विभाजन करने से कोण  $45^\circ$  बनता है।

रचनाओं के स्तर:

1) रेखाखण्ड $\overline{AOB}$ की रचना कीजिए।	
2) योग्य त्रिज्या से $O$ केन्द्र मानकर $\overline{AB}$ अर्धवृत्त बनाइए। $Q$ और $P$ प्रतिच्छेदन बिन्दु हैं।	
3) चरण 2 के समान त्रिज्या $P$ केन्द्र में चाप को बनाइए जो पहले चाप को काटता है। प्रतिच्छेदन को $L$ कहते हैं।	
4) चरण 3 के समान त्रिज्या से $L$ केन्द्र मानकर अर्धवृत्त बनाइए। $M$ प्रतिच्छेदन बिन्दु है।	
5) $L$ को केन्द्र मानकर $\overline{ML}$ का चाप बनाइए यहाँ $\widehat{ML}$ के ऊपर है।	

<p>6) M केन्द्र के बाद चरण 5 के समान त्रिज्या और एक चाप बनाइए जो पहले के चाप काटता है। C प्रतिच्छेदन बिन्दु कहते हैं।</p>	
<p>7) मापनी और पेनसिल के उपयोग से O और C जोड़िए अधवृत्त से किरण N बिन्दु प्रतच्छेदन है।</p>	
<p><math>\angle COB</math> का माप <math>90^\circ</math> <math>\angle COB</math> को मापनी और परकार से द्विभाजन कीजिए।</p>	
<p>8) <math>\overline{PN}</math> का आधा या आधा ज्यादा त्रिज्या से Q केंद्र मानकर चाप बनाइए <math>\angle COB</math> का अंतः भाग है। चित्र में।</p>	
<p>9) N केन्द्र से समान त्रिज्या से चाप बनाइए जो पहले चाप को काटता है। D प्रतिच्छेदन बिन्दु है।</p>	

<p>10) मापनी और पेनसिल से O और D जोड़िए।  <math>\overline{OD}</math> तक बढ़ाइए। <math>\angle BOD</math></p>	
---	--

$\angle DOB$  का माप  $45^\circ$

सोचिये!  $\angle DOA$  का माप क्या है? यह  $135^\circ$  है। क्यों?

9. मापनी और परकार के उपयोग से  $150^\circ$  कोण की रचना कैसे करना है?  
 रचना के स्तर:

<p>1) रेखाखण्ड <math>\overline{AB}</math> की रचना कीजिए। O को आकेत कीजिए</p>	
<p>2) योग्य त्रिज्या से केन्द्र O मानकर अर्धवृत्त बनाइए जो <math>\overline{AB}</math> बिन्दु S और P पर काटता है।</p>	
<p>3) स्तर दो के समान त्रिज्य से P केन्द्र मानकर दूसरा चाप बनाइए जो पहले चाप को काटता है। Q प्रतिच्छेदन बिन्दु है।</p>	

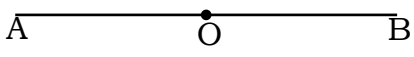
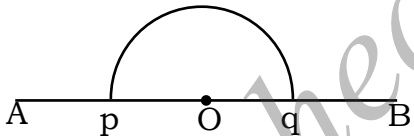
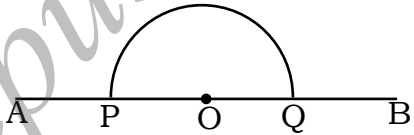
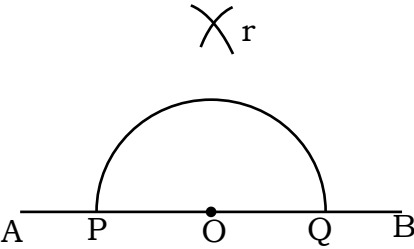
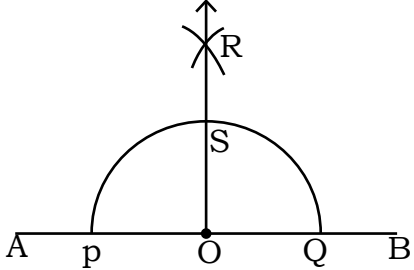
<p>4) चरण दो के समान त्रिज्या से <math>O</math> केन्द्र मानकर दूसरा चाप बनाइए जो अर्धवृत्त <math>R</math> प्रतिच्छेदन बिन्दु है।</p>	
<p>5) त्रिज्या आधा या आधे से ज्यादा, <math>R</math> केन्द्र मानकर <math>\angle RSA</math> का अंतः चाप बनाइए।</p>	
<p>6) चरण 5 के समान त्रिज्या <math>S</math> केन्द्र मानकर दूसरा चाप की रचना कीजिए। यहाँ पहले चाप को काटते है। <math>C</math> प्रतिच्छेदन बिन्दु अंकित कीजिए।</p>	
<p>7) मापानी और पेनसिल के उपयोग से <math>O</math> और <math>C</math> को जोड़िए और <math>OC</math> तक बढ़ाइए। <math>\angle BOC</math></p>	

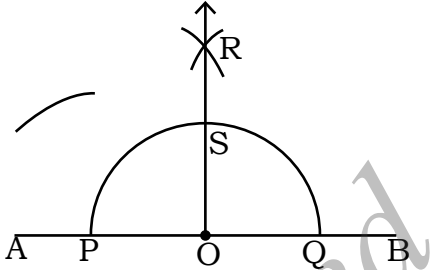
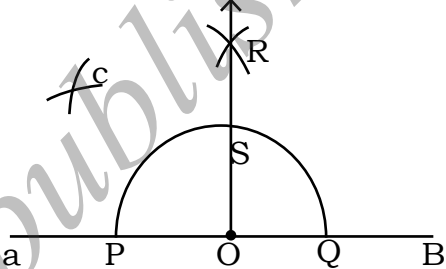
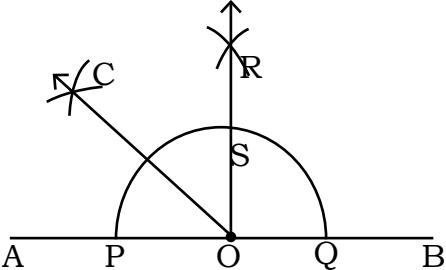
$\angle COB$  का माप  $150^\circ$

सोचिये !  
कोण  $150^\circ$  की भी रचना कोण  $30^\circ$  बनाने से होता है।

**10.** मापनी और परकार के उपयोग के कोण  $135^\circ$  की रचना कैसे करना है ?

रचना के चरण :

1) रेखाखण्ड $AOB$ की रचना कीजिए।	
2) योग्य त्रिज्या से O केन्द्र मानकर अर्धवृत्त की रचना कीजिए। रेखाखण्ड $AOB$ को P और Q काटते हैं।	
3) $PQ$ के आधे से त्रिज्या P केन्द्र $\angle AOB$ का अंत चाप बनाइए।	
4) चरण 3 के समान त्रिज्या से Q केन्द्र मानकर दूसरा चाप बनाइए जो पहला चाप को काटते प्रतिच्छेदन बिन्दु R अंकित कीजिए।	
5) मापनी और पेनसिल से O और R जोड़िए। अर्धवृत्त को S पर काटते हैं।	
$\angle AOR$ का माप $90^\circ$ है $\angle AOR$ का द्विभाजन मापनी और प्रकार से कीजिए।	

<p>6) <math>\overline{PS}</math> के आधा त्रिज्या लेकर , P केन्द्र मानकर PS के आधे से अधिक त्रिज्या से चाप खींचिए। चाप का अंतः भाग है।</p>	
<p>7) चरण 6 के समान त्रिज्या से S केन्द्र मानकर दूसरा चाप बनाइए जो पहले चाप को काटते है। प्रतिच्छेदन बिन्दु APSR है।</p>	
<p>8) मापनी और पेनसिल से O और C को जोड़िए और पेनसिल बढ़ा कर <math>\overline{OC}</math> प्राप्त करें।</p>	

$\angle BOC$  का चाप  $135^\circ$

मापनी और प्रकार के उपयोग से  $22.5^\circ$  कैसे रचना करते हैं?

मापनी और प्रकार से  $45^\circ$  का द्विभाजन कीजिए।  $22.5^\circ$  प्राप्त होता है। मापनी और प्रकार के उपयोग से  $15^\circ$ ,  $67.5^\circ$  और  $75^\circ$  की रचना कैसे करते हैं सोचिए।

## अभ्यास 6.2

1) परकार के उपयोग से निम्नलिखित प्रत्येक कोण की रचना कीजिए और मापनी और प्रकार कोण द्विभाजक की रचना कीजिए।

- a)  $80^\circ$                       b)  $110^\circ$                       c)  $36^\circ$                       d)  $132^\circ$

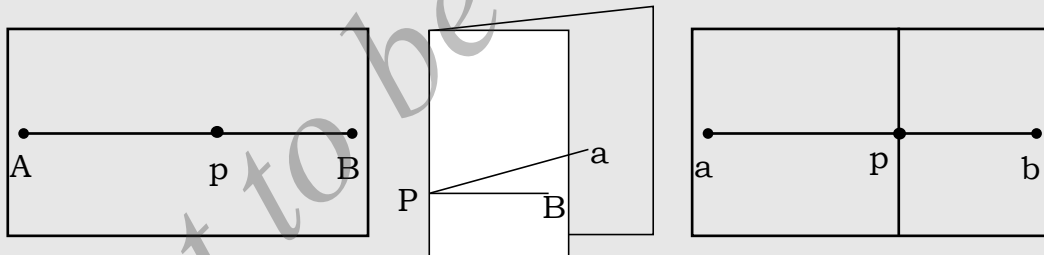
2) मापनी और प्रकार के उपयोग से निम्नलिखित कोणों की रचना कीजिए।

- a)  $90^\circ$                       b)  $30^\circ$                       c)  $45^\circ$                       d)  $150^\circ$                       e)  $135^\circ$

11. दत्त बिन्दु पर लम्ब की रचना कैसे करते हैं ?

कार्य कलाप :

अर्ध पारदर्शक पेपर लीजिए। रेखा  $\overline{AB}$  की रचना कीजिए। रेखा  $\overline{AB}$  पर बिन्दु बनाइए। पेपर को मोड़िए P बिन्दु पर  $\overline{AB}$  रेखा बराबर।



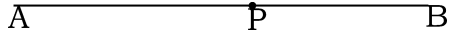

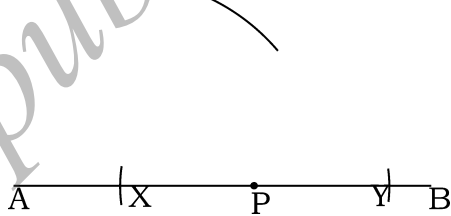
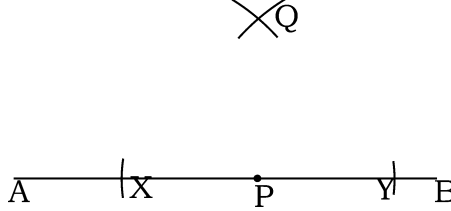
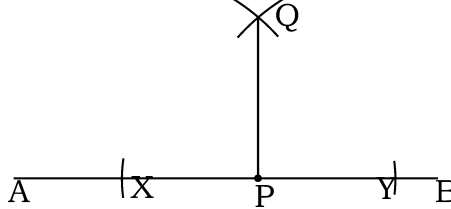
पेपर को खोलेये और देखिए। जो रेखा  $\overline{AB}$  के P बिन्दु पर लम्ब है।

दत्त : रेखा  $\overline{AB}$  पर कोई बिन्दु P है।

रचना : P द्वारा एक रेखा जो  $\overline{AB}$  के लिए लम्ब है।



रचना क्रम:

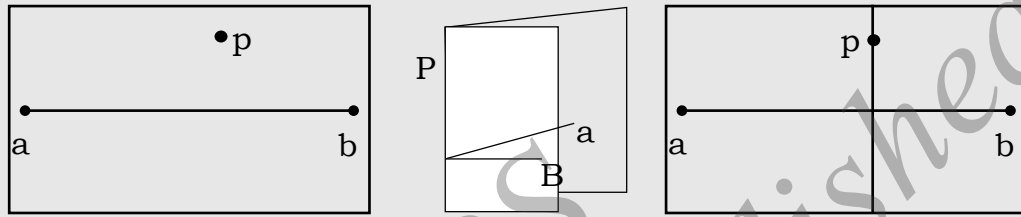
1) $\overline{AB}$ सरल रेखा की रचना कीजिए। और कोई बिन्दु P अंकित कीजिए।	
2) केन्द्र 'P' को मानकर योग्य त्रिज्या से दो चाप काटिए जो $\overline{AB}$ को X और Y को काटते हैं। ताकि X और Y के बीच P है।	
3) X को केन्द्र मानकर और $\overline{XY}$ से आधे से अधिक त्रिज्या से AB के ऊपर एक चाप खींचिए।	
4) चरण 3 की त्रिज्या लेकर Y को केन्द्र मानकर एक और चाप बनाइये जो पहले के चाप को प्रतिच्छेदन करें प्राप्त बिन्दु को Q अंकित कीजिए।	
5) पेनसिल और मापनी के प्रयोग से जोड़िए। PQ, AB के लिए लंब है।	

सत्यापन :  $\angle QPB$  मापिए।  $\angle BPQ$

## 12. एक रेखा को उसके बाह्य बिन्दु से लंब कैसे खींचना

कार्यकलाप :

अर्ध पारदर्शक पेपर लीजिए। उसपर  $\overline{AB}$  रेखा बनाइए। पेपर पर P बिन्दु अंकित कीजिए। पेपर को P पर  $\overline{AB}$  रेखा संग मोड़िए।



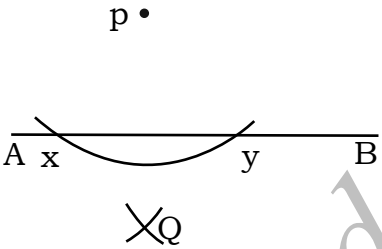
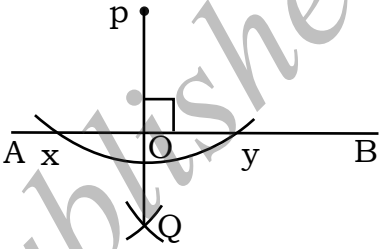
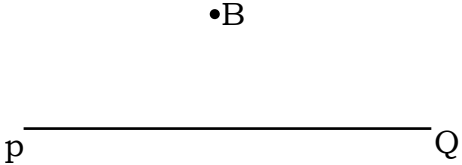
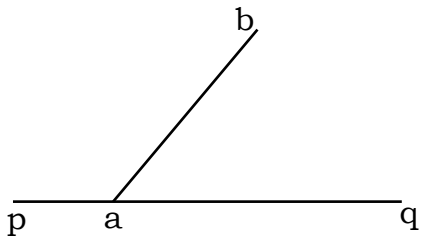
अब पेपर को दबाईए और कागज खोलिए। अब दबी रेखा,  $\overline{AB}$  को P से लंब होगी।

दत्त : एक रेखा  $\overline{AB}$  और उसके बाहर बाह्य P बिन्दु है।

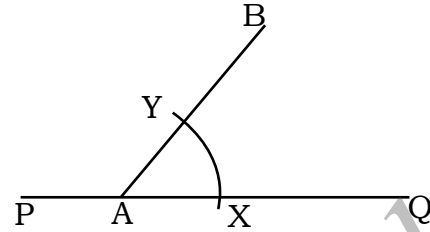
रचना कीजिए : P द्वारा एक रेखा जो  $\overline{AB}$  का लंब है।

रचना स्तर :

1) सरल रेखा $\overline{AB}$ की रचना कीजिए और $\overline{AB}$ के बाह्य बिन्दु P अंकित कीजिए।	<p style="text-align: center;">p •</p>
2) योग्य त्रिज्या से 'P' केन्द्र से चाप बनाइए ताकि $\overline{AB}$ को X और Y पर काटें।	<p style="text-align: center;">p •</p>
3) केन्द्र X पर और आधा से ज्यादा $\overline{XY}$ का त्रिज्या लेकर $\overline{AB}$ के नीचे चाप बनाइये।	

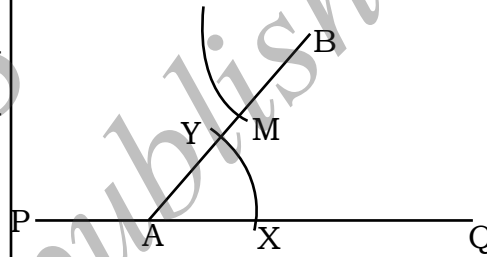
<p>4) केन्द्र Y पर दूसरा चाप चरण 3 के त्रिज्या से बनाइये जो पहले चाप को काटता है। Q प्रतिच्छेदन बिन्दु है।</p>	
<p>5) मापनी के उपयोग से <math>\overline{PQ}</math> को जोड़िये। PQ और AB का प्रतिच्छेदन बिन्दु O है। PQ यह AB को लंब है।</p>	
<p>सत्यापन : <math>\angle BOP</math> को मापिये।</p>	
<p><b>13.</b> दत्त रेखा के बाह्य बिन्दु से उसे समांतर रेखा कैसे रचना करना है ?</p> <p>दत्त <math>\overline{PQ}</math> : रेखा और बिन्दु B जो उसपर नहीं हैं।</p> <p>रचना: B से <math>\overline{PQ}</math> के लिए एक समांतर रेखा खींचना</p> <p>रचना के चरण :</p>	
<p>1) <math>\overline{PQ}</math> सरल रेखा की रचना कीजिए और <math>\overline{PQ}</math> के बाह्य बिन्दु B अंकित कीजिए।</p>	
<p>2) <math>\overline{PQ}</math> पर कोई बिन्दु A अंकित कीजिए और AB को जोड़िए।</p>	

3) योग्य त्रिज्या लेकर A से चाप की रचना कीजिए। यह चाप  $\overline{AB}$  काटता है। PQ को X पर काटता है। और AB, को Y पर प्रतिच्छेदित करें।



चाप  $\overline{PQ}$  को X पर काटते और  $\overline{AB}$  को Y पर काटते है।

4) चरण 3 के समान त्रिज्या से B केन्द्र मानकर और एक चाप बनाइए। जो  $\overline{AB}$  को काटता है।

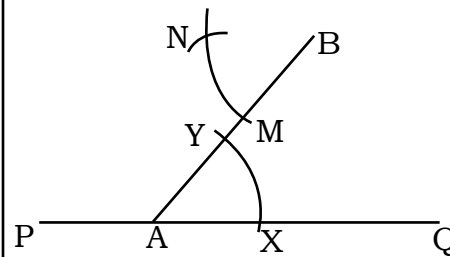


चाप  $\overline{AB}$  का प्रतिच्छेदन बिन्दु M है।

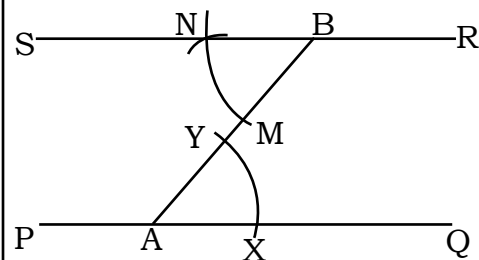
5) X पर त्रिज्या से बिन्दु रखिए और परकार से  $\overline{XY}$  त्रिज्या लिजिए।

6) चरण 4 के जैसे M को केन्द्र मानकर चाप  $\overline{XY}$  की त्रिज्या से चाप खींचिए।

ताकि दोनों चाप N पर मिलें।



7)  $\overline{BN}$  जोड़िए और R और S के दोनों तरफ बाढ़ाइए।



अब  $\overline{RS}$ , AB के लिए अपेक्षित समांतर रेखा है और दत्त बिन्दु B से गुजरती है।

सोचिए! उपरोक्त रचना में,  $\angle BAQ$  और  $\angle ABS$  की रचना कीजिए। दो कोण समान है।  $AB$  अनुपस्थ रेखा के दोनों तरफ है। यदि  $PQ \parallel RS$   $\angle BAQ$  और  $\angle ABR$  समान है तो तिर्यक के एक ही पक्ष में होगी। उत्तर को जाँचिए।

### अभ्यास 6.3

I. निम्नलिखित की रचना कीजिए :-

- 1) रेखाखण्ड  $AB$  की रचना कीजिए जिसकी लंबाई  $10\text{ cm}$ । रेखा  $AB$  के बाह्य बिन्दु  $P$  को अंकित कीजिए। बिन्दु  $P$  को लंब रेखा की रचना कीजिए।
- 2)  $PQ = 8$  सें मी की रचना कीजिए।  $PQ$  पर बिन्दु  $A$  अंकित कीजिए।  $A$  के द्वारा एक। लम्ब रेखा की रचना कीजिए।
- 3)  $\angle PQR = 60^\circ$  की रचना कीजिए। रेखाखण्ड  $PQ$  पर कोई बिन्दु  $A$  अंकित कीजिए और उस बिन्दु द्वारा  $QR$  समांतर रेखा कीजिए।
- 4)  $XY$  रेखा की रचना कीजिए,  $XY$  से समांतर रेखा की रचना कीजिए जो  $4\text{ cm}$  दूरी पर है।
- 5)  $A, B$  और  $C$  तीन असमरेखीय बिन्दुओं अंकित कीजिए जिनके एक त्रिभुज बनता है।  $A$  द्वारा  $PQ$  खींचिए जो  $BC$  के लिए समांतर हो।



## घटक - 7

### माप गणित

इस घटक को अध्ययन करने के बाद आप :

- बन्द आकृति जैसे वर्ग, आयत, त्रिभुज और समांतर चतुर्भुज के परिमाण, ज्ञात करेंगे,
- वर्ग, आयत, त्रिभुज और समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे,
- वृत्त की परिधि और वृत्त का क्षेत्रफल की परिकल्पना का वर्णन करेंगे,
- वृत्त की परिधि और वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे,
- परिमाण और परिधि से संबंधित गणित हल करेंगे,
- दैनिक जीवन से जुड़ी क्षेत्रफल संबंधित गणित हल करेंगे।

#### प्रस्तावना

स्कूल भ्रमण के यादांश में संगीता और सन्देश मैसूर और जोग फाल के चित्र खरीदते हैं। संगीता फोटो को परत (Laminate) लगाना चाहती है और संदेश फ्रेम लगाना चाहता है। मैसूर महल का चित्र  $30 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ , जोग फाल का चित्र  $40 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ । परत करने ₹ 300 प्रति वर्ग मी है। परत का मूल्य ज्ञात कीजिए। फ्रेम करने के लिए ₹ 200 प्रति मीटर किसको धनराशी ज्यादा देने पडती है ?

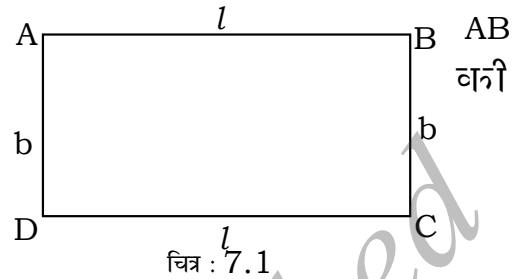
परिमाण, आयत का क्षेत्रफल और वर्ग को पुनः याद करेंगे।

#### परिमाण

समतल के बन्द अकृति लंबाई सीमा के साथ मापी लंबाई को परिमाण कहते हैं। बन्द आकृति की परिमाण को  $P$  से सूचित करते हैं।

### आयत का परिमाण

आकृति 7.1 में आयत, ABCD की लंबाई AB और CD है। मान लीजिए आयत ABCD लंबाई  $l$  इकाई है। जब  $AB = CD = l$  इकाई है। आयत ABCD की चौड़ाई BC और DA है। मानिए आयत ABCD की चौड़ाई  $b$  इकाई है।



$$BC = AD = b \text{ इकाई}$$

$$\begin{aligned} \text{आयत का परिमाण} = P &= AB + BC + CD + AD \\ &= l + b + l + b \\ &= 2 \times l + 2 \times b \\ &= 2(l+b) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{आयत का परिमाण} = (P) = 2(l + b)$$

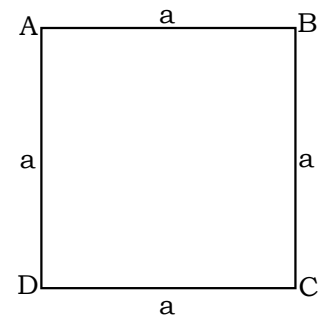
### वर्ग का परिमाण

आकृति 7.2 में, वर्ग ABCD के भुजा के भुजा AB, BC, CD और AD है। वर्ग ABCD के भुजा की लंबाई 'a' इकाई है।

$$AB = BC = CD = AD = a \text{ इकाई।}$$

$$\begin{aligned} \text{वर्ग का परिमाण} = P &= 4 \times \text{भुजा की लंबाई} \\ &= 4a \text{ भुजा} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{वर्ग का परिमाण} P = 4a \text{ इकाई}$$

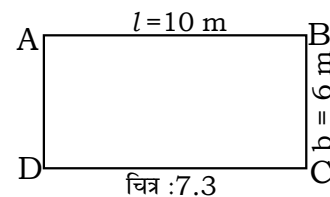


स्वयं कीजिए : एक शीट पेपर लीजिए। विभिन्न आकार के आयत, वर्ग शीट में से काट लीजिए। वर्ग और आयत का परिमाण ज्ञात कीजिए।

उदाहरण 1 : आयताकार खेत की लंबाई 10 m और चौड़ाई 6 m है। परिमाण ज्ञात कीजिए।

दत्त : आयताकार खेत की लंबाई =  $l = 10 \text{ m}$

चौड़ाई =  $b = 6 \text{ m}$



आयत का परिमाण

$$\begin{aligned} \text{आयत का परिमाण} = P &= 2 \text{ लंबाई} + \text{चौड़ाई} \\ &= 2 [10 + 6] \text{ मीटर} \\ &= 2 \times 16 \text{ मीटर} = 32 \text{ m} \end{aligned}$$

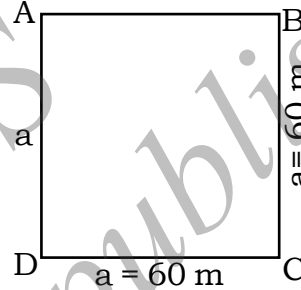
$$\therefore \text{आयत का परिमाण} = P = 32 \text{ m}$$

उदाहरण 2 : वर्ग का परिमाण ज्ञात कीजिए। वर्गाधार खेत की लंबाई 60 m है।

दत्त : वर्गाधार भुजा का माप =  $a = 60 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{वर्ग का परिमाण} = P &= 4a \\ &= 4 \times 60 \\ &= 240 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{वर्ग का परिमाण} = P = 240 \text{ m}$$



उदाहरण 3 : वर्गाधार भगीचे को चार बार तार लपेटने का दाम ज्ञात कीजिए। भुजा 80 m है। यदि तार की लंबाई का दाम ₹ 10 प्रति मीटर है?

दत्त: भगीचे की वर्गाधार भुजा =  $a = 80 \text{ m}$

तार के लिए = ₹ 10

वर्ग का परिमाण =  $4 \times a$

$$= 4 \times 80$$

$$= 320 \text{ m}$$

$\therefore$  एक बार लपेटने के लिए = 320 m

भगीचे के चार बार लपेटने के लिए =  $4 \times 320$

$$= 1,280 \text{ m}$$

= तार की लंबाई  $\times$  प्रति मीटर दाम

$$= 1,280 \times 10 = ₹ 12,800$$

$$= ₹ 12,800$$

फूल भगीचे के चारों ओर घेरा लगाने का खर्चा = ₹ 12,800



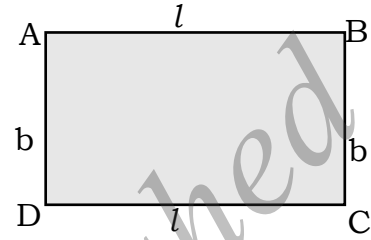
### क्षेत्रफल

समतल की बन्द आकृति की सतह को क्षेत्रफल कहते हैं। क्षेत्रफल का संकेत "A" है।

#### आयत का क्षेत्रफल

आकृति 7.5 में, ABCD की लंबाई AB और CD है।

आयत ABCD जिसकी लंबाई 'l' इकाई है।  $AB = CD = l$  इकाई। आयत की चौड़ाई BC और DA है।



चित्र : 7.5

$BC = AD = b$  इकाई

आयत का क्षेत्रफल = A = लंबाई  $\times$  चौड़ाई

आयत का क्षेत्रफल = A =  $l \times b$

=  $l b$  वर्ग इकाई

$\therefore$  आयत का क्षेत्रफल = A =  $l b$  वर्ग इकाई

#### वर्ग का क्षेत्रफल

आकृति 7.6 में, ABCD वर्ग भुजा की लंबाई AB, BC, CD

और AD वर्ग भुजा ABCD की भुजा 'a' इकाई।

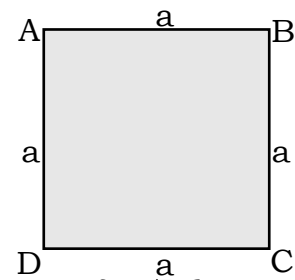
$AB = BC = CD = AD = a$  इकाई।

वर्ग का क्षेत्रफल = A = भुजा  $\times$  भुजा

वर्ग का क्षेत्रफल = A =  $a \times a$

=  $a^2$  वर्ग इकाई

$\therefore$  वर्ग इकाई = A =  $a^2$



चित्र : 7.6

### कोशिश कीजिए

कक्षा के दरवाज़े, खिड़की, ब्लाक बोर्ड और टेबल के सतह का क्षेत्रफल और परिमाप ज्ञात कीजिए।

क्षेत्रफल को मापने की इकाई **(Units used to measure area)**.

कुछ भी को मापने के लिए आवश्यक मापने की इकाई चाहिए। लंबाई को मापनेवाली मूल इकाई मीटर है। दुकानदार कपड़ा मापनेवाली मापनी को निरीक्षण कीजिए। यह मीटर मापनी जो मीटर है में मापते हैं।

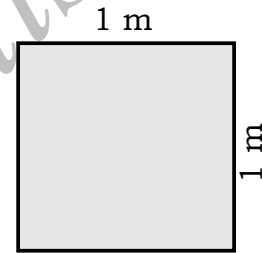
लंबाई मापने की मूल इकाई मीटर है।

बन्द क्षेत्र का क्षेत्रफल मापने की इकाई क्या है।

दायें तरफ की आकृति का निरीक्षण कीजिए यह वर्ग जिसके भुजा की लंबाई

1 मीटर लंबाई की भुजा के वर्ग के क्षेत्र का माप को वर्ग मीटर कहते हैं।

वर्ग मीटर को 1 वर्ग मीटर या  $1\text{m}^2$  से सूचित करते हैं।



एक वर्ग जिसकी भुजा की लंबाई **1 cm** है, उस वर्ग के क्षेत्र को क्या कहते हैं?

एक वर्ग जिसके प्रत्येक भुजा की लंबाई 1 cm उस वर्ग के क्षेत्रफल का माप 1 वर्ग cm कहते हैं। उसे 1 वर्ग cm. अथवा  $1\text{cm}^2$  से सूचित करते हैं।

1 वर्ग मीटर और 1 वर्ग सेमी के बीच सम्बन्ध क्या है ?

मानिए वर्ग जिसकी प्रत्येक भुजा का माप एक मीटर। क्षैतिज रेखा में 100 समान भाग और ऊर्ध्वाधार रेखा में 100 समान भाग होते हैं।

सभी क्षैतिज और ऊर्ध्वाधार रेखाएँ खींचने के बाद 100 छोटे वर्ग स्तम्भ में और 100 छोटे वर्ग में पंक्ति होते हैं। छोटे वर्ग की लंबाई 1 cm। छोटे वर्गों की कुल संख्या =

$$100 \times 100 = 10,000 \text{ होगी}$$

$$\therefore 1 \text{ m}^2 = 10,000 \text{ cm}^2$$

वर्ग इकाई की भुजा की लंबाई के आधार पर इकाई विभिन्न होते हैं। प्रत्येक भुजा के वर्ग की भुजा की लंबाई 1 देसीमीटर या 1 मिली मीटर है तो। क्षेत्रफल का माप 1 वर्ग देसीमीटर, 1 वर्ग मिलीमीटर है।

क्रमशः (1dm<sup>2</sup>) और (1mm<sup>2</sup>) होगा।

मैट्रिक इकाईयों की बीच का सम्बन्ध निम्न हैं।

- **1 m<sup>2</sup> = 100 dm<sup>2</sup>**
- **1 m<sup>2</sup> = 10,000 cm<sup>2</sup>**
- **1 m<sup>2</sup> = 10,00,000 mm<sup>2</sup>**

इस इकाई का उपयोग जिसका क्षेत्रफल वर्ग मीटर से कम हैं।

1 2 ..... 99 100

1					
2					
⋮					
99					
100					

इन इकाइयों को छोटे बंद आकृतियों के क्षेत्रफल व्यक्त करने के लिए उपयोग करते हैं।

प्रत्येक भुजा की लंबाई की इकाई 1 डेक्का मीटर या 1 हैक्तामीटर 1 वर्गमीटर मापने की इकाई और 1 वर्ग 1 हैक्का मीटर  $1 \text{ dm}^2$  अथवा  $1 (\text{hm}^2)$  है।

मैट्रिक इकाई का सम्बन्ध नीचे दिये हैं।

- $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ m}^2$
- $1 \text{ hm}^2 = 10,000 \text{ m}^2$
- $1 \text{ km}^2 = 10,00,000 \text{ m}^2$

इस इकाई का उपयोग जिसका क्षेत्रफल वर्ग मीटर से ज्यादा है।

बड़े बंद आकृतियों के क्षेत्रफल मापने के लिए इन इकाइयों का उपयोग करते हैं।

#### उदाहरण 1

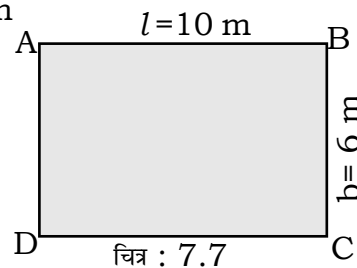
आयतकार खेत की लंबाई 10 m और चौड़ाई 6 m है। क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

दत्त : आयतकार खेत की लंबाई =  $l = 10 \text{ m}$

आयतकार खेत की लंबाई =  $b = 6 \text{ m}$

हम जानते हैं कि -

आयत का क्षेत्रफल =  $A = l \times b$



$$= 10 \text{ m} \times 6 \text{ m}$$

$$= 60 \text{ m}^2$$

$$\therefore \text{आयत का क्षेत्रफल} = A = 60 \text{ m}^2$$

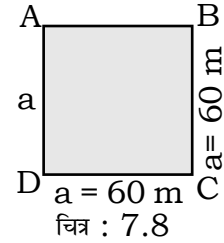
उदाहरण 2 वर्गाधार खेत की लंबाई 60 m । क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

दत्त :

वर्गाधार खेत की भुजा =  $a = 60$  m

$$\begin{aligned} \text{वर्ग का क्षेत्रफल} &= A = a^2 \\ &= 60^2 \\ &= 60 \text{ m} \times 60 \text{ m} \\ &= 3,600 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्रफल} = A = 3,600 \text{ sq.m}$$



उदाहरण 3

आयतकार बगीचा का क्षेत्रफल  $9,000 \text{ m}^2$  और भुजा 150 m लंबा है। बगीचे की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

$$\text{दत्त: आयतकार बगीचा की लंबाई} = l = 150 \text{ m}$$

$$\text{आयत का क्षेत्रफल} = A = 9,000 \text{ sq. m}$$

$$\text{बगीचा की चौड़ाई} = b = ?$$

$$\text{आयत का क्षेत्रफल} = A = l \times b$$

$$9000 = 150 b$$

$$150 b = 9000$$

b को हल करने से

$$\text{आयत का क्षेत्रफल} = b$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{9000}{150} \\ &= 60 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{बगीचे की चौड़ाई} = b = 60 \text{ m}$$

सोचिए!

एक मी. रिबन का क्षेत्रफल एक मी टवल के क्षेत्रफल के समान नहीं है। क्यों ?

उदाहरण 4 एक दरवाज़ा जिसकी लंबाई 2 m और चौड़ाई 1m है उसे 4 m लंबाई के वर्ग दीवार में निश्चित किया गया है। पेंट करने ₹ 25 प्रति वर्ग मीटर और दरवाज़े को पेंट करने ₹ 50 प्रति वर्ग मीटर है, तो पेंट करने का खर्चा ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{दत्त :} & \quad \text{दरवाज़ा की लंबाई} & = l = 2 \text{ m} \\ & \quad \text{दरवाज़ा की चौड़ाई} & = b = 1 \text{ m} \\ \text{वर्ग दीवार की लंबाई} & & = l = 4 \text{ m} \\ \text{दीवार को पेंट करने का दाम} & & = ₹ 25 \text{ प्रति } \text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दरवाज़ा का क्षेत्रफल} & = l \times b \\ & = 2 \times 1 \\ & = 2 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{वर्ग दीवार करने का क्षेत्रफल} & = a^2 \\ & = 4 \times 4 \\ & = 16 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पेंट दीवार करने का क्षेत्रफल} & = \text{दीवार का क्षेत्रफल} - \text{दरवाज़ा का क्षेत्रफल} \\ & = 16 - 2 \\ & = 14 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दीवार को पेंट करने का दाम} & = \text{क्षेत्रफल} \times \text{दाम} \\ & = 14 \times 25 \\ & = ₹ 350 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{दीवार का क्षेत्रफल} & = ₹ 350 \\ \text{दरवाज़ा पेंट करने का दाम} & = \text{क्षेत्रफल} \times \text{दाम} \\ & = 2 \times 50 \\ & = ₹ 100 \end{aligned}$$

$$\text{कुल पेंट का दाम} = ₹ 350 + ₹ 100$$

$$\therefore \text{कुल पेंटिंग का खर्च} = ₹ 450$$

उदाहरण 5 :

रूपा शीट पेपर में से वर्ग और आयत का आकार बनाती है जिससे वर्ग और आयत का क्षेत्रफल समान होता है। वर्ग शीट की लंबाई 30 cm है। आयतकार शीट की चौड़ाई 20 cm। आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए। आयतकार शीट का परिमाण ज्ञात कीजिए।

दत्त : वर्ग शीट की भुजा =  $a = 30$  cm

आयत शीट की चौड़ाई =  $b = 20$  cm

$$\begin{aligned} \text{वर्ग शीट का क्षेत्रफल} &= a^2 \\ &= 30^2 \\ &= 30 \times 30 \\ &= 900 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

दिया है कि

आयत का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल =  $900 \text{ cm}^2$

आयत का क्षेत्रफल =  $900 \text{ cm}^2$

$$l \times b = 900 \text{ cm}^2$$

$$l \times 20 = 900 \text{ cm}^2$$

$$l = \frac{900}{20} = 45 \text{ cm}$$

$$l = 45 \text{ cm}$$

आयत शीट की लंबाई =  $l = 45$  cm

आयत शीट का परिमाण =  $P = 2 [l + b]$

$$= 2 [45 + 20]$$

$$= 2 \times 65$$

$$= 130 \text{ cm}$$

∴ आयतकार शीट का परिमाण =  $P = 130$  cm

उदाहरण 6 : अनिल के पास के वर्ग आकार का चेस बोर्ड का क्षेत्रफल  $144 \text{ cm}^2$  है। चेस बोर्ड की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = a^2 = 144 \text{ cm}^2.$$

$$a^2 = 144$$

$$a \times a = 12 \times 12$$

$$a^2 = 12^2$$

$$a = 12$$

$$\therefore \text{चेस बोर्ड की लंबाई} = a = 12 \text{ cm}$$

उदाहरण 7 :

वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल 64 हैक्टर है। खेत का परिमाण ज्ञात कीजिए।

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = a^2 = 64 \text{ हैक्टर}$$

$$a \times a = 64 \times 10,000$$

$$= 6,40,000 (\because 1 \text{ हैक्टर} = 10,000 \text{ m}^2)$$

$$a^2 = 800^2$$

$$a = 800$$

$$\therefore \text{वर्गाकार खेत की लंबाई} = a = 800 \text{ m}$$

$$\text{वर्गाकार खेत का परिमाण} = 4a$$

$$= 4 \times 800$$

$$= 3,200 \text{ m}$$

$$\therefore \text{वर्गाकार खेत का परिमाण} = 3,200 \text{ m}$$



**अभ्यास 7.1**

**I.** आयत के निम्नलिखित मापों से परिमाण ज्ञात कीजिए:

- 1) लंबाई = 8 cm, चौड़ाई = 6 cm
- 2) लंबाई = 3 m, चौड़ाई = 2 m
- 3) चौड़ाई = 4.5 m, लंबाई = 9.5 m

**II.** निम्नलिखित मापों में आयत का क्षेत्रफल

- 1) लंबाई = 6 cm, चौड़ाई = 4 cm
- 2) लंबाई = 12.5 m, चौड़ाई = 7 m
- 3) लंबाई = 3.5 m, चौड़ाई = 6.5 m

**III.** निम्नलिखित मापों से आयत का परिमाण ज्ञात कीजिए:

- 1) भुजा = 6 cm
- 2) भुजा = 15 m
- 3) भुजा = 5.6 cm

**IV.** निम्नलिखित वर्गों के मापों से क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

- 1) भुजा = 6 m
- 2) भुजा = 12 cm
- 3) भुजा = 9.8 cm

**V.** निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए।

- 1) आयत का प्लांक का परिमाण 120 cm है। उसकी लंबाई 40 cm है तो चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
- 2) तिममा राजू के पास एक ज़मीन है। लंबाई 12 m और चौड़ाई 10 m है जिससे तार को चार बार लपेटना है। तार को लपेटना ₹ 30 प्रति मीटर है तो तार लपेटने का दाम ज्ञात कीजिए।

- 3) एक तार को मोड़कर आयताकार बनाया है। उसकी लंबाई 36 cm है और चौड़ाई 25 cm है। यदि इसी तार को वर्ग के आकार में मोड़े तो प्रत्येक भुजा का माप क्या ? कौनसे आकार में क्षेत्रफल ज्यादा है?
- 4) एक तार की लंबाई 100 cm को मोड़कर वर्ग बनाते हैं। इसका क्षेत्रफल ?
- 5) वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल 16 हेक्टर है। खेत का परिमाण ज्ञात कीजिए।  
(1 हेक्टर = 10,000 m<sup>2</sup>)
- 6) एक किसान के पास आयताकार का खेत है। खेत की लंबाई 150 m और चौड़ाई 100 m है। खेती का दाम ₹ 0.2 प्रति m<sup>2</sup> हो तो खेत जोतने का दाम ज्ञात कीजिए।
- 7) दरवाजा की लंबाई 2 m और चौड़ाई 1 m दीवार 6 m × 4 m है तो। दीवार को पेंट करने की दर ज्ञात कीजिए यदि पेंट करने ₹ 35 प्रति m<sup>2</sup>
- 8) वर्ग का क्षेत्रफल क्या होता है जब
  - a) लंबाई दुगुनी और चौड़ाई समान है।
  - b) लंबाई दुगुनी और चौड़ाई आधी है।
  - c) यदि लंबाई और चौड़ाई दुगुनी है।
- 9) वर्ग का क्षेत्रफल क्या होता है जब ?
  - a) उसकी भुजा दुगुनी है।
  - b) उसकी भुजा आधी है।

त्रिभुज का परिमाण

मैं कौन हूँ?

खोज 1 : मैं न्यूनतम भुजाओं से बन्द रेखागणितीय आकृति हूँ।

खोज 2 : मेरे तीन कोण हैं।

खोज 3 : मेरे तीन भुजा हैं।

उत्तर : यह त्रिभुज है।

त्रिभुज क्या है?

त्रिभुज तीन भुजाओं से बनि बन्द आकृति है।

चित्र 7.9 ABC आकृति का निरिक्षण कीजिए। मानिए भुजा BC, AC और AB की लंबाई a, b और c है।

रेखागणितीय आकृति का परिमाण आकृति के भुजाओं का योगफल है। इसका संकेत P है।

$$\begin{aligned}\text{त्रिभुज का परिमाण} &= P = BC + AC + AB \\ &= a + b + c\end{aligned}$$

$$\therefore \text{त्रिभुज का परिमाण} = (P) = a + b + c$$

त्रिभुज में सभी भुजा समान हो तो समबाहु त्रिभुज कहते हैं।  
समबाहु त्रिभुज का परिमाण क्या है?

आकृति 7.10  $\triangle ABC$  समबाहु त्रिभुज है।

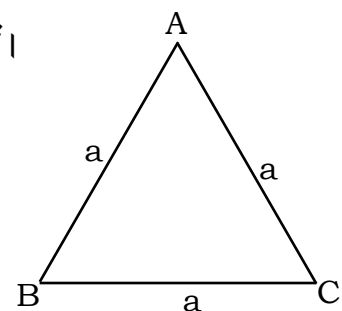
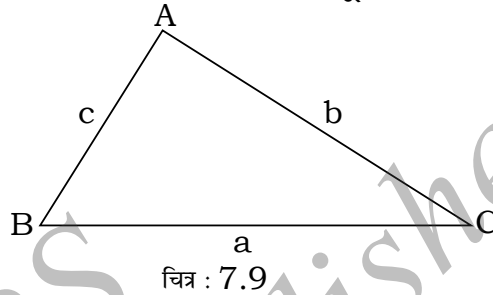
$$AB = BC = AC = a \text{ इकाई।}$$

समबाहु त्रिभुज का परिमाण  $P = AB + BC + CA$

$$= a + a + a$$

$$= 3a \text{ इकाई}$$

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुज का परिमाण} = P = 3a$$



उदाहरण 1 :

त्रिभुज जिसकी भुजा 10 cm, 7 cm, और 5 cm। त्रिभुज का परिमाण ज्ञात कीजिए।

दत्त : त्रिभुज भुजा की लंबाई  $a = 10$  cm,  $b = 7$  cm, और  $c = 5$  cm.

$$\begin{aligned}\text{त्रिभुज का परिमाण} &= a + b + c \\ &= 10 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 5 \text{ cm} \\ &= 22 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{त्रिभुज का परिमाण} = 22 \text{ cm}$$

उदाहरण 2 :

समबाहु त्रिभुज की भुजा 15 cm। परिमाण ज्ञात कीजिए।

दत्त : समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा  $= a = 15$  cm

$$\begin{aligned}\text{समबाहु त्रिभुज का परिमाण} &= 3a \\ &= 3 \times 15 \text{ cm} \\ &= 45 \text{ cm}.\end{aligned}$$

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुज का परिमाण} = 45 \text{ cm}$$

उदाहरण 3 :

समबाहु त्रिभुजधार कार्ड बोर्ड का परिमाण 201 सें.मी है। कार्ड बोर्ड की लंबाई ज्ञात कीजिए।

दत्त : समबाहु त्रिभुजधार कार्ड बोर्ड का परिमाण  $= 3a = 201$  m

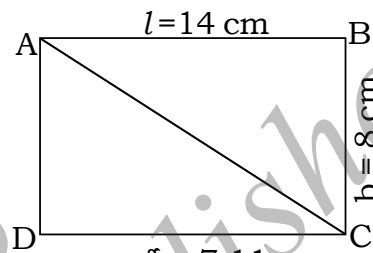
$$\begin{aligned}\text{समबाहु त्रिभुजधार कार्ड बोर्ड भुजा की लंबाई} &= a = \frac{201}{3} \\ &= 67 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुजधार कार्ड बोर्ड की लंबाई} = 67 \text{ m}$$

### त्रिभुज का क्षेत्रफल

रीना आयतकार शीट लेती है। ABCD शीट की लंबाई AB = 14 cm और BC = 8cm। आयतकार शीट ABCD को विकर्ण AC के संग काटती है। पेपर के कितने टुकड़े रीना को मिलते ?

उसके पास पेपर के दो टुकड़े हैं ?



प्रत्येक पेपर का आकार क्या है ?

हाँ, यह त्रिभुज का आकार है।

दो त्रिभुज एक के ऊपर एक रखिए ताकि शीर्ष B शीर्ष D से मिले और शीर्ष A, C से मिले।

क्या दो त्रिभुज आकार, माप और क्षेत्रफल में समान हैं ? क्या सर्वांगसम त्रिभुज है ?

आयत के विकर्ण आयत को दो समान त्रिभुजों में विभाजित करता है।

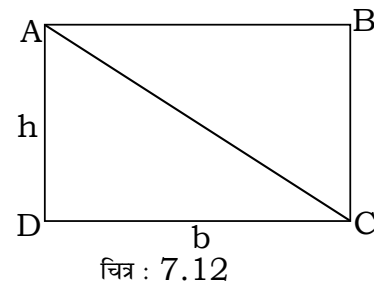
∴ आयत ABCD की लंबाई त्रिभुज ADC का आधार और चौड़ाई आयत ABC त्रिभुज ADC की ऊँचाई ADC आधार को 'b' इकाई ADC ऊँचाई को 'h' इकाई।

आयत ABCD का क्षेत्रफल = 2 × त्रिभुज ADC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} (\text{आयत ABCD का क्षेत्रफल})$$

$$= \frac{1}{2} (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई})$$

$$= \frac{1}{2} bh$$

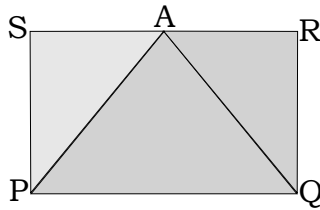


$$\therefore \text{त्रिभुज } \mathbf{ADC} \text{ का क्षेत्रफल} = \mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{b h}$$

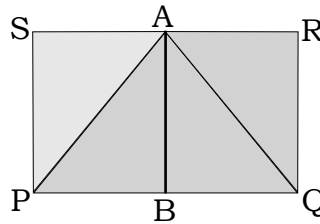
$\Delta$  त्रिभुज का संकेत है ।

त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करना ।

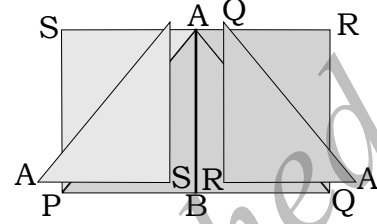
अरुण आयत PQRS में  $\Delta PQA$  की रचना अकृति 7.13 जैसे किया है।  $\Delta PQA$  का क्षेत्रफल ज्ञात करना चाहता है।  $\Delta PQA$  का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात करना है ?



चित्र : 7.13



चित्र : 7.14



चित्र: 7.15

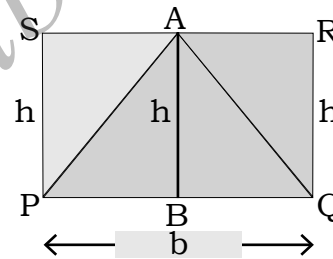
आयतकार पेपर का PQRS टुकड़े लीजिए। SR पर कोई बिन्दु A को अंकित कीजिए। PA और QA जोड़िये। PQRS आयत में  $\Delta PQA$  आवर्त है।

AB लंब PQ से खींचिए। इससे

$$PS = AB = QR.$$

$$PS = AB = QR = h \text{ इकाई और}$$

$$PQ = b \text{ इकाई}$$



चित्र 7.16

PA और QA रेखाओं के संग काटिए।

आकृति 7.15 दिखाएँ जैसे,  $\Delta PAS$  को  $\Delta QAR$  पर रखिए तथा  $\Delta PAB$ ,  $\Delta ABQ$  पर क्रमशः एक के ऊपर रखिए ।

$$\begin{aligned} \Delta PAQ \text{ का क्षेत्रफल} &= \Delta PAB \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta ABQ \text{ का क्षेत्रफल} \\ &= \Delta PAS \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta QAR \text{ का क्षेत्रफल} \dots (1) \end{aligned}$$

आयत PQRS का क्षेत्रफल

$$= \Delta PAQ \text{ का क्षेत्रफल} + (\Delta PAS \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta QAR \text{ का क्षेत्रफल})$$

$$= \Delta PAQ \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta PAQ \text{ का क्षेत्रफल} \because (1) \text{ के उपयोग से}$$

$$= 2 \times \Delta PAQ \text{ का क्षेत्रफल}$$

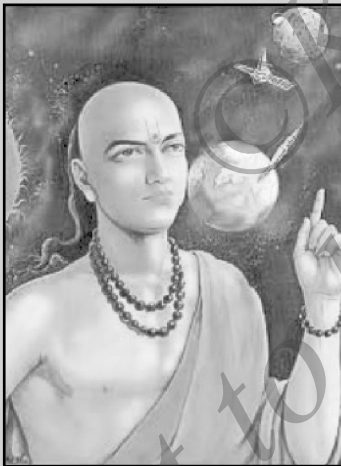
$2 \times \Delta PAQ$  का क्षेत्रफल = आयत PQRS का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}\Delta PAQ \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times (\text{आयत PQRS का क्षेत्रफल}) \\ &= \frac{1}{2} \times (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई}) \\ &= \frac{1}{2} bh\end{aligned}$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $A = \frac{1}{2} bh$  वर्ग इकाई

जहाँ b आधार और h त्रिभुज की ऊँचाई

आर्यभट्ट - I



आर्यभट्ट- I भारतीय गणितज्ञ और ज्योतिषी थे। इनका जन्म नर्मदा और गोदावरी नदियों के बीच मध्य भारत या दक्षिण भारत में हुआ माना जाता है। उच्च शिक्षा पाने के लिए वे कुसुमपुर (आज का पटना) (पाटलीपुत्र) गये। नलंदा विधविद्यालय पाटलीपुत्र में था। महाँ खगोलशास्त्र अध्ययन के लिए निरीक्षण कक्षा था। कहा जाता है कि आर्यभट्ट नलंदा विश्वविध्यालय के मुख्यस्थ थे। बिहार के तारेगाना का प्रसिध्द सूर्य मंदिर में निरीक्षण कक्ष स्थापित करने का श्रेय आर्यभट्ट -1 को मिल है। जब 23 साला के थे तब आर्यभटीय (उनकी कृति) में बनाया है कि कलियुग 3,630 वर्ष तक रहेगा। उन्होंने त्रिभुज का क्षेत्रफल के लिए सूत्र ज्ञात किया।

त्रिभुजस्य फल शरीरम समदल कोटि भुजार्धसम्बर्गः।

इसका अर्थ यह है कि त्रिभुज का क्षेत्रफल आधार और ऊँचाई का आधे का गुणनफल है।

उदाहरण 1 :

त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका आधार 10 cm और ऊँचाई 6 cm है।

दत्त :

त्रिभुज की लंबाई =  $b = 10 \text{ cm}$ .

त्रिभुज की ऊँचाई =  $h = 6 \text{ cm}$ .

$$\begin{aligned} \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2}bh \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \\ &= 30 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = 30 \text{ cm}^2$$

उदाहरण 2 :

त्रिभुजाधार खेत की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल  $400 \text{ m}^2$  और आधार 50 m है।

समाधान :

त्रिभुजाधार खेत का क्षेत्रफल =  $A = 400 \text{ m}^2$ .

त्रिभुजाधार खेत का आधार =  $b = 50 \text{ m}$ .

त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $A = \frac{1}{2}bh$

$$\frac{1}{2}bh = A$$

$$\frac{1}{2} \times 50 \times h = 400$$

$$25 \times h = 400$$

h को हल करने से

$$h = \frac{1}{25} \times 400$$

$$= 16 \text{ m}$$

$$\therefore \text{त्रिभुजाधार खेत की ऊँचाई} = h = 16 \text{ m}$$



त्रिभुज के आधार और ऊँचाई का अनुपात 2 : 3 यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 1200 m<sup>2</sup> हो तो आधार और ऊँचाई का माप ज्ञात कीजिए।

दत्त :

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = A = 1200 \text{ m}^2$$

$$\text{आधार और ऊँचाई का अनुपात} = 2 : 3.$$

$$\text{आधार और ऊँचाई की लंबाई} = 2x : 3x$$

हम जानते हैं

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$\frac{1}{2} \times 2x \times 3x = 1200$$

$$3x^2 = 1200$$

$$x^2 = \frac{1200}{3} = 400$$

$$x^2 = 20^2 \therefore x = 20$$

$$\therefore \text{आधार की लंबाई} = 2x$$

$$= 2 \times 20$$

$$= 40 \text{ m}$$

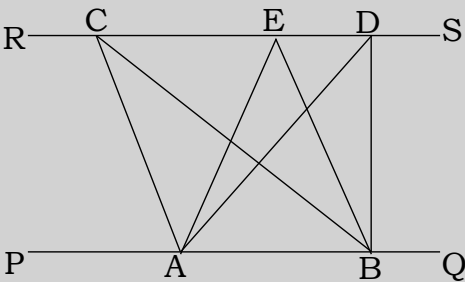
$$\text{त्रिभुज की ऊँचाई} = 3x$$

$$= 3 \times 20$$

$$= 60 \text{ m}$$

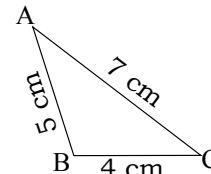
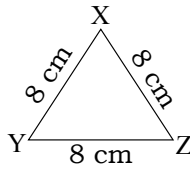
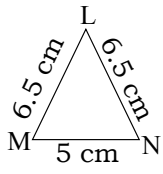
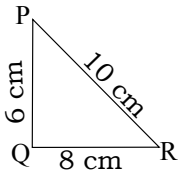
कोशिश कीजिए :

पार्श्व आकृति में PQ || RS और  $\triangle ABD$ ,  $\angle B$  पर लंबाई AB = 10 cm और BD = 8 cm. हो तो  $\triangle ABC$ ,  $\triangle ABD$  और  $\triangle ABE$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। क्या उनका क्षेत्रफल समान है ? यदि हाँ। नहीं क्यों ? कारण दीजिए।

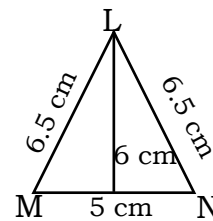
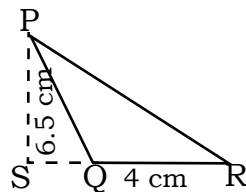
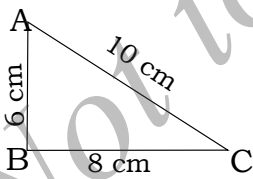


## अभ्यास 7.2

- 1) निम्नलिखित त्रिभुजों के परिमाण ज्ञात कीजिए।



- 2) त्रिभुज का परिमाण ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा 6 cm, 8 cm और 6 cm
- 3) समबाहु त्रिभुज का परिमाण ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा है।  
a) 8 cm                      b) 13 cm                      c) 11 cm
- 4) त्रिभुज में परिमाण 60 cm और त्रिभुज के दो भुजा की लंबाई 13 cm और 20 cm है। तीसरी भुजा की लंबाई क्या है?
- 5) समबाहु त्रिभुज का परिमाण 45 cm है। प्रत्येक भुजा की लंबाई क्या है?
- 6) बगीचा समबाहु त्रिभुजाधार है। समबाहु त्रिभुज की एक भुजा 75 m हो तो ₹ 12 प्रति मी दर से घेरा बनाने का खर्चा क्या है?
- 7)  $\triangle ABC$ ,  $\triangle PQR$  और  $\triangle LMN$  निम्नलिखित त्रिभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



- 8) त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका आधार 14 cm और उँचाई 7 cm ।
- 9) बगीचा त्रिभुजाधार आकार का है। उसका आधार 22 m और चौड़ाई 18 m है। बगीचे को समतलीय करने का खर्चा ज्ञात कीजिए यदि दर ₹ 5 प्रति  $m^2$  है।

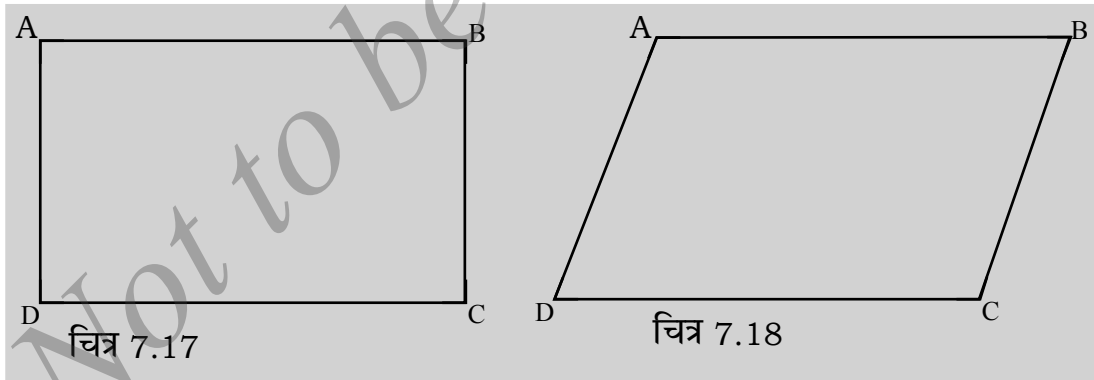
10) त्रिभुज के आधार और ऊँचाई का अनुपात 4 : 3 है। त्रिभुज का क्षेत्रफल  $216 \text{ m}^2$  है। लंबाई और ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

11) त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होता जब?

- आधार दुगुना, ऊँचाई समान होती है।
- आधार दुगुना, ऊँचाई आधी होती है।
- आधार और ऊँचाई दुगुनी है।

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल (**Area of parallelogram**)

पल्लवी चार झाडु की और साईकिल वाल दूयब लेकर आयत बनाती है। झाडु को समान लंबाई और चौड़ाई से आयत काटती। झाडू की काड़ी को साईकिल वाल दूयब में डालकर आयत बनाती। मीना को दिखाती है। मीना को प्रोत्साहित करके ABCD A और B तक ढकेलती है। 7.18 में दिखाये जैसे आकृति प्राप्त होती है।

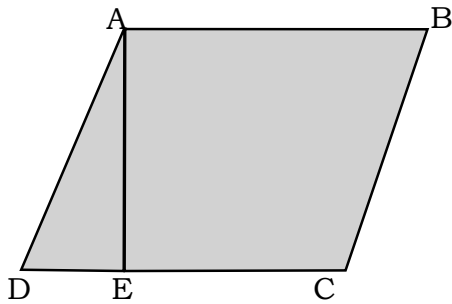


आकृति 7.18 मे कितने समांतर रेखाओं की जोडी है ?

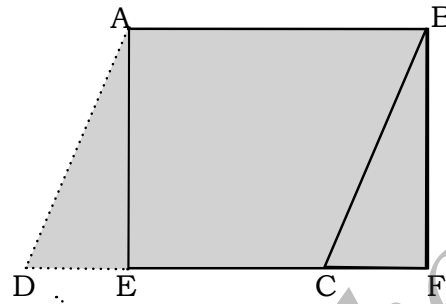
इसमें दो समांतर रेखाओं की जोडी है। हाँ, यह समांतर चतुर्भुज है।

दो समांतर रेखाओं के जोडी से बनी बन्द समतल आकृति को समांतर चतुर्भुज कहते हैं।

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात करते हैं ?



आकृति 7.19



आकृति 7.20

आकृति 7.19 में दिखाया जैसे समांतर चतुर्भुज पेपर शीट में रचना कीजिए। आधार CD को शीर्ष A से लंब खींचिए। आधार CD को E पर मिलाते हैं। त्रिभुज  $\Delta AED$  को काटिये और जोड़िए जिससे  $BC, AD$  से मिले।

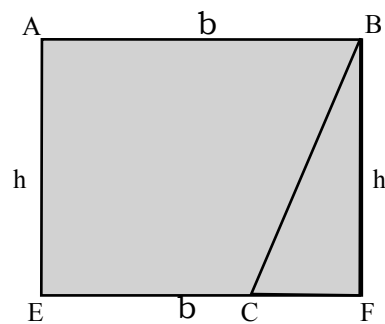
प्राप्त रेखागणितीय आकृति का आकार क्या है ?

यह आयत है।

क्या समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल से समान है।

हाँ, समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = बने आयत का क्षेत्रफल है।

आकृति 7.21 में हम निरिक्षण करते हैं कि आयत की लंबाई के समान समांतर चतुर्भुज का आधार है और आयत का चौड़ाई के समान समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई।  
समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = बने आयत का क्षेत्रफल

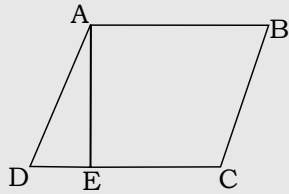


आकृति 7.21

$$\begin{aligned} A &= (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई}) \text{ वर्ग इकाई} \\ &= (\text{आधार} \times \text{ऊँचाई}) \text{ वर्ग इकाई} \\ &= bh \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{समांतर चतुर्भुज का क्षेत्र} = A = bh$$

समांतर चतुर्भुज की किसी भुजा को भी समांतर चतुर्भुज का आधार माना जाता है। उस भुजा पर विरुद्ध शीर्ष से लंब को ऊँचाई कहते हैं।



समांतर चतुर्भुज ABCD, में AE लम्ब द्विभाजक CD है। यहाँ CD आधार और समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई AE है।

समांतर चतुर्भुज ABCD, में CF यह AD के विरुद्ध भुजा के लंब है। यहाँ AD आधार और CF ऊँचाई है।

कोशिश कीजिए!

समांतर चतुर्भुज के अभिमुख भुजाएँ समान होती हैं इस गुणधर्म उपयोगकर के समांतर चतुर्भुज का परिमाण ज्ञात कीजिए

उदाहरण 1 :

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि आधार 8 cm और ऊँचाई 5 cm है।

दत्त :

$$\text{समांतर चतुर्भुज का आधार} = b = 8 \text{ cm}$$

$$\text{समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई} = h = 5 \text{ cm}$$

$$\text{समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल} = bh$$

$$= 8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$$

$$= 40 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल} = 40 \text{ cm}^2$$

उदाहरण 2 : समांतर चतुर्भुज खेत की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल  $108 \text{ m}^2$ . और आधार  $12 \text{ m}$  है ।

दत्त :

समांतर चतुर्भुज खेत का क्षेत्रफल =  $A = 108 \text{ m}^2$

समांतर चतुर्भुज खेत का आधार =  $b = 12 \text{ m}$

समांतर चतुर्भुज खेत का क्षेत्रफल =  $A = bh$

$$108 = 12 \times h$$

$$h \text{ को हल करने से, } h = \frac{108}{12}$$

$$h = 9 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ समांतर चतुर्भुज की चौड़ाई} = h = 9 \text{ m}$$

उदाहरण 3 : समांतर चतुर्भुज आधार और ऊँचाई  $4 : 3$  है। समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल  $48 \text{ m}^2$  है। लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

दत्त : समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल =  $A = 48 \text{ m}^2$

समांतर चतुर्भुज का आधार और ऊँचाई का अनुपात =  $4 : 3$

आधार की लंबाई और ऊँचाई =  $4x : 3x$

हम जानते हैं कि  $bh = A$

$$4x \times 3x = 48$$

$$12x^2 = 48$$

$$x^2 = \frac{48}{12}$$

$$x^2 = 4$$

$$x^2 = 2^2$$

घातांक समान है। घातांक के आधार भी समान होते हैं  $\therefore x = 2$

समांतर चतुर्भुज आधार की लंबाई =  $4x$

$$= 4 \times 2$$

$$= 8 \text{ m}$$

समांतर चतुर्भुज ऊँचाई की लंबाई =  $3x$

$$= 3 \times 2$$

$$= 6 \text{ m}$$

## अभ्यास 7.3

- 1) समांतर चतुर्भुज के आधार पर निम्नलिखित सारणी पूर्ण कीजिए।

क्रम संख्या	आधार	ऊँचाई	क्षेत्रफल
01	8 cm	6 cm	
02	15 m	11 m	
03		14 m	280 m <sup>2</sup>
04	24 cm		1200 cm <sup>2</sup>

- 2) समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लंबाई का आधार 9 cm है और ऊँचाई 7 cm है।
- 3) समांतर चतुर्भुज खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी आधार की लंबाई 21 m और चौड़ाई 15 m है।
- 4) समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 108 m<sup>2</sup> वर्ग मी आधार 12 m है तो ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
- 5) समांतर चतुर्भुज की चौड़ाई 1.3 m और क्षेत्रफल 104 sqm आधार ज्ञात कीजिए।
- 6) ABCD एक आयत जिसकी लंबाई AB = 13 cm और चौड़ाई BC = 7 cm बिन्दु D को C की ओर इसी तरह ढकेलेते है ताकि समांतर चतुर्भुज बनें। समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- 7) ABCD समांतर चतुर्भुज जिसमें AB = 15 cm और BC = 18 cm समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई शीर्ष A से BC 9 cm समांतर चतुर्भुज C से AB की ऊँचाई क्या है?
- 8) समांतर चतुर्भुज की आधार और ऊँचाई का अनुपात 3 : 2 है। समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 150 m<sup>2</sup> है। आधार और ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
- 9) समांतर चतुर्भुज का आधार और ऊँचाई का अनुपात 5 : 2 है। समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 1000 m<sup>2</sup> है। आधार और ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

### वृत्त

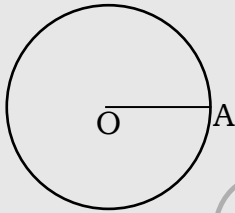
दैनिक जीवन में कई वस्तुएँ जैसे चक्र, चूड़ी, सिक्के, रिंग, जेंयट चक्र (Gaint Wheel), पापड, डिस्क आदि।

इन वस्तुओं का आकार क्या है?

“गोल”

हाँ, यहाँ गोल। इस आकार को गणित में वृत्त अथवा वृत्तीय आकार वस्तुएँ कहते हैं।?

कार्य कलाप : कार्डबोर्ड लीजिए। बोर्ड के केन्द्र 'O' अंकित कीजिए।



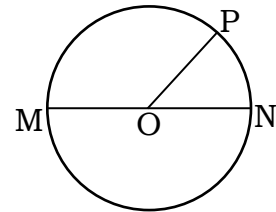
'O' पर कील लगाइये। धागे के योग्य लंबाई लीजिए जो बोर्ड की चौड़ाई से कम होता है। धाग की एक छोर को कील को और दूसरे छोर को पेंसिल से बांधिए। धागे 'A' की ओर खींचिए और पेंसिल को घुमाते जाईए ताकि आप वापिस 'A' पर आये। पेंसिल बने पथ को देखिए।

पेंसिल पथ का आकार क्या है? यह वृत्त है।

“वृत्त”

हाँ, वृत्त एक बिन्दु का पथ जो एक निश्चित बिन्दु से समान दूरी पर चलता है।

आकृति में 'O' बिन्दु का निरीक्षण कीजिए। वृत्त केन्द्र से समान दूरी पर है। इसलिए वह वृत्त का केन्द्र है। केन्द्र और वृत्त की कोई बिन्दु के बीच की दूरी समान (स्थिर) रहती है। इस स्थिर दूरी को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं।



OP, OM और ON वृत्त की त्रिज्याएँ हैं।

क्या MN केन्द्र 'O' के द्वारा गुजरता है?

हाँ, MN केन्द्र 'O' के द्वारा गुजरता है।



कोई रेखाखण्ड जिसकी अंतिम बिन्दुएँ वृत्त पर हैं और वह केन्द्र द्वारा गुजरता है। उसे वृत्त का व्यास कहते हैं (MN).

व्यास त्रिज्य से दुगुना है। दूसरे शब्दों में त्रिज्या, व्यास की आधी है।

यदि 'd' व्यास की लंबाई और 'r' वृत्त की त्रिज्या है। इस कथन को लिखने के लिए  $d = 2r$  या  $r = \frac{d}{2}$

क्या आप जानते हैं !

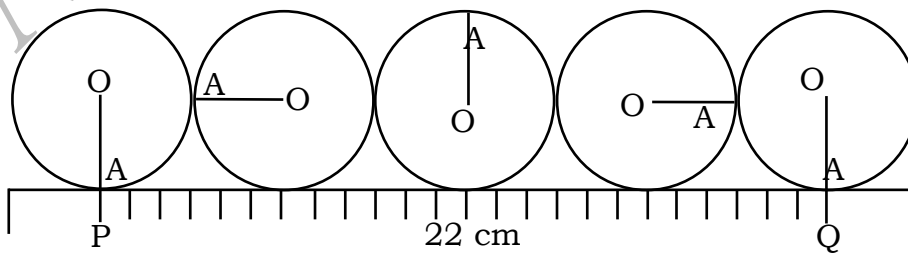
- वृत्त में कितने व्यास होते हैं ?
- एक वृत्त में कितने त्रिज्या बना सकते हैं ?

वृत्त की परिधि क्या वृत्त का परिमाण होता है ?

हाँ, वृत्त में परिमाण को परिधि कहते हैं। परिधि वृत्त की सीमा है। मापनी से वृत्त की परिधि माप नहीं कर सकते हैं। वृत्त को एक रेखा पर गोल घुमाने से प्राप्त होता है।

वृत्त के परिधि पर, एक धागे को बाँधिए। धागे के दोनों छोर मिलने के बिन्दु अंकित कीजिए। अब धागे को हटाईए और मापना से धागे की लंबाई ज्ञात कीजिए। यह वृत्त की परिधि है।

वृत्त की त्रिज्या 3.5 cm चूड़ी या कार्डबोर्ड लीजिए। वृत्त पर बिन्दु को अंकित कीजिए। नोट बुक के पन्ने में रेखा बनाइए और मूल बिन्दु P अंकित कीजिए। बिन्दु A से बिंदु P को मिलाईए। वृत्त को घुमाइए ताकि बिन्दु A घुमकर वापिस रेखा को स्पर्श करे। इस बिन्दु Q से अंकित कीजिए।



PQ मापिए। यह वृत्त की परिधि है। वृत्त की परिधि 22 cm है।

वृत्त की परिधि और व्यास के बीच का संबंध

पतला कार्डबोर्ड पर विभिन्न त्रिज्याओं से वृत्त को काटिए। मापनी के उपयोग से व्यास और त्रिज्या मापिये। दत्तांश को सारणी में नीचे लिखिए। वृत्त के गोल धागा को घुमाकर परिधि ज्ञात कीजिए। इस निरीक्षण को सारणी में लिखिए। प्रत्येक वृत्त में यह चरण कीजिए। वृत्त की परिधि और व्यास का अनुपात ज्ञात कीजिए। इससे आप क्या निरीक्षण करते हैं।

वृत्त व्यास और वृत्त की परिधि का अनुपात ज्ञात कीजिए। आपका निर्णय क्या है?

क्रम संख्या	व्यास (d)	त्रिज्या (r)	परिधि (c)	$\frac{\text{परिधि (c)}}{\text{व्यास (d)}}$
1				
2				
3				
4				
5				

परिधि और व्यास का अनुपात ३ से ज्यादा है। लगभग मूल्य ३.१४ इसे ग्रीक अक्षर 'π' से सूचित करते हैं और पै पढ़ते हैं।

$$\frac{\text{परिधि (c)}}{\text{व्यास (d)}} = \pi$$

कोशिश कीजिये :

विभिन्न त्रिज्या के एक, दो, पाँच और दस रुपये के सिक्के इकट्टा कीजिए। प्रत्येक सिक्के की परिधि और व्यास मापिये। परिधि और व्यास का अनुपात ज्ञात कीजिए।

$$\text{परिधि (c)} = \pi \times \text{व्यास (d)}$$

$$= \pi \times 2r$$

$$= 2\pi r$$

$$\therefore \text{वृत्त की परिधि} = c = 2\pi r$$

सोचियो!

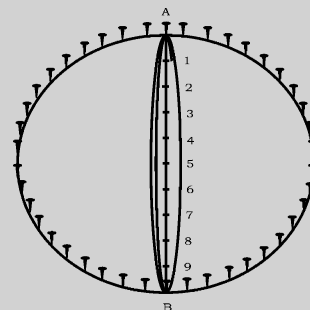
$r$  cm त्रिज्या के वृत्त के दो समान अर्धवृत्त बनाये गए हैं। अर्धवृत्त का परिधि क्या है ?

स्वयं कीजिए !

5 cm त्रिज्या के वृत्त की रचना कीजिए। उसका व्यास बनाइए। और A और B अंकित कीजिए। AB व्यास को दस भागों से विभाजित कीजिए। A और B पर दो कील लगाइए। A पर धागे से बांधिए। परिधि पर कील लगाइए। परिधि की ओर धागे को घुमाइए A बिन्दु पर मिले। धागे को काटिये, AB पर धागे को काटकर तीन बार घुमाते हैं। तीन संपूर्ण धागे घुमाने के बाद कितना धागा बचता है ?

एक भाग से अधिक यह  $\pi$  का मूल्य देता है।

$\pi$  का मूल्य  $\approx 3.1$  है। (चिन्ह  $\approx$  लगभग का अर्थ)।



उदाहरण 1 :

वृत्त की त्रिज्या 14 cm है तो परिधि ज्ञात कीजिए।

$$\text{वृत्त की त्रिज्या} = r = 14 \text{ cm}$$

$$\text{वृत्त की परिधि} = C = 2 \pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$$

$$= 88 \text{ cm}$$

सूचना :

परिकलन करने के लिए  $\pi$  को  $\frac{22}{7}$   
या 3.14 मानते हैं

उदाहरण 2 : वृत्त की व्यास ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 21.98 m, ( $\pi \approx 3.14$ )

$$\text{वृत्त की परिधि} = C = 21.98 \text{ m}$$

$$2\pi r = 21.98$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्त की त्रिज्या} = r &= \frac{21.98}{2\pi} \\ &= \frac{21.98}{2 \times 3.14} \\ &= \frac{21.98}{6.28} \\ &= 3.5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{वृत्त का व्यास} = d = 2r$$

$$= 2 \times 3.5$$

$$= 7 \text{ m}$$

$$\therefore \text{वृत्त का व्यास} = 7 \text{ m.}$$

उदाहरण 3 : वृत्तीय बगीचा का व्यास 70 m । ₹ 15 प्रति मी. से घेरा डालने का क्या खर्चा होगा ?

$$\text{घेरा डालने की दर} = ₹ 15$$

$$\text{वृत्त का व्यास} = d = 70 \text{ m}$$

$$\text{वृत्त की परिधि} = \pi d$$

$$= \frac{22}{7} \times 70$$

$$= 220 \text{ m}$$

$$\text{घेरा लगाने का खर्चा} = \text{परिधि} \times \text{इकाई दाम}$$

$$= 220 \times 15$$

$$= ₹ 3300$$

$$\therefore \text{वृत्तीय बगीचा को घेरा डालने का खर्चा} = ₹ 3300$$

उदाहरण 4 : आयताकार तार की लंबाई 16 cm और 6 cm चौड़ाई से वृत्त को बनाते हैं। वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए।

$$\text{तार की लंबाई} = \text{आयत का परिमाण}$$

$$= 2(l + b)$$

$$= 2(16 + 6)$$

$$= 2 \times 22$$

$$= 44 \text{ cm}$$

$$\text{आयत की लंबाई} = l = 16 \text{ cm}$$

$$\text{आयत की चौड़ाई} = b = 6 \text{ cm}$$

समान तार से वृत्त बनते हैं। वृत्त की त्रिज्या  $r$  हो तो

$$\text{वृत्त की परिधि} = \text{तार की लंबाई}$$

$$= C = \pi d = 44 \text{ cm}$$

$$\text{वृत्त का व्यास} = d = \frac{44}{\pi}$$

$$d = \frac{44 \times 7}{22}$$

$$d = 14 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{वृत्त का व्यास} = d = 14 \text{ cm}$$

उदाहरण 5 : महात्मा गाँधी के स्मारक को घेरा करने के लिए ₹ 50 प्रति मी के हिसाब ₹ 1,100 हुआ। महात्मा गाँधी स्मारक वृत्त की त्रिज्या क्या है ?

महात्मा गाँधी वृत्त को घेरा लगाने का खर्चा = ₹ 1,100

घेरा लगाने की दर = ₹ 50

$$\begin{aligned} \text{महात्मा गाँधी वृत्त की परिधि} &= \frac{\text{घेरे का खर्चा}}{\text{इकाई का दर}} \\ &= \frac{1100}{50} \\ &= 22 \text{ m} \end{aligned}$$

∴ महात्मा गाँधी वृत्त की परिधि = 22 m

$$c = 2\pi r = 22$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{22}{2\pi} \\ &= \frac{22 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{2} \\ &= 3.5 \text{ m} \end{aligned}$$

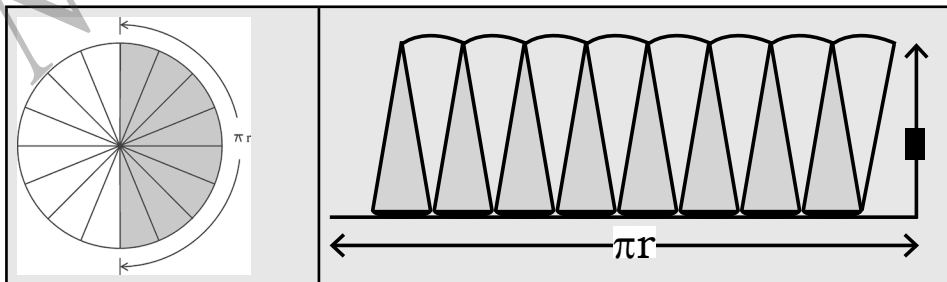
∴ वृत्त की त्रिज्या = 3.5 m

वृत्त का क्षेत्रफल

रेहाना के पास 'वृत्तीय डिस्क' (Compact Disc - CD) है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करना है। वह कैसे ज्ञात कर सकती है ?

कार्ड बोर्ड लीजिए। योग्य त्रिज्या से वृत्त की रचना कीजिए। कैंची से वृत्त काटिए। सोलह कृतखंडों भाग से विभाजित कीजिए। भागों को समांतर चतुर्भुज जैसे कीजिए। आयत के आकार में काटिए।  $r$

जैसे भागों की संख्या बढ़ती है आकृति का आकार आयत होता है।



समांतर चतुर्भुज का आधार आधा वृत्त के परिधि है।

i.e. समांतर चतुर्भुज का आधार  $\frac{1}{2} \times 2 \pi r = \pi r$

समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई = समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल (लगभग)

= 'r' से.मी

वृत्त का क्षेत्रफल = समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

= आधार  $\times$  ऊँचाई

=  $\pi r \times r$

=  $\pi r^2$  वर्ग इकाई

$\therefore$  वृत्त का क्षेत्रफल =  $\pi r^2$

जाजिए :

आर्यभट्ट ने वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करने वाला सूत्र दिया है।

समपरिणाहस्यार्धं विष्कंभार्धहतमेव वृत्त फलम् ।

इसका अर्थ है, “वृत्त का क्षेत्रफल परिधि का आधे और व्यास के आधे का गुणफल” के समान है।

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \times 2 \pi r \times \frac{1}{2} \times d \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \pi r \times \frac{1}{2} \times 2r \\ &= \pi r \times r \\ &= \pi r^2 \end{aligned}$$

उदाहरण 1 : वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 4.9 cm है।

$$\text{वृत्त की त्रिज्या} = r = 4.9 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्त का क्षेत्रफल} &= \frac{\pi r^2}{7} \times 4.9^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 4.9 \times 4.9 \\ &= 75.46 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = 75.46 \text{ cm}^2$$

उदाहरण 2 : एक गाय के सामने घास का मैदान है। उसे खूंटे से बांधा है। रस्सी की लंबाई 5 m। गाय को चराने का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ( $\pi \approx 3.14$ )

$$\text{रस्सी की लंबाई} = \text{वृत्त का क्षेत्रफल } r = 5 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= 3.14 \times 5^2 \\ &= 3.14 \times 5 \times 5 \\ &= 78.5 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{खेत का क्षेत्रफल} = 78.5 \text{ m}^2$$

उदाहरण 3 : वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल 616। ( $\pi \approx \frac{22}{7}$ )

$$\begin{aligned} \text{वृत्तीय क्षेत्र का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 = 616 \text{ m}^2 \\ \frac{22}{7} r^2 &= 616 \\ r^2 &= 616 \times \frac{7}{22} \\ r^2 &= 28 \times 7 \\ r^2 &= 196 \\ r &= 14^2 \end{aligned}$$

घातांक समाधान ;  $\therefore$  घातांक के आधार भी समान है।  $r = 14 \text{ m}$

$$\therefore \text{वृत्तीय क्षेत्र की परिधि} = r = 14 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्तीय क्षेत्र की परिधि} &= 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \end{aligned}$$





$$= 2 \times 22 \times 2$$

$$\text{वृत्तीय क्षेत्र की परिधि} = 88\text{m}$$

उदाहरण 4 : वृत्तीय आकार आधार की परिधि 132 m है। आधार का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।  
 $\left[ \pi = \frac{22}{7} \right]$

$$\text{वृत्त की परिधि} = 132 \text{ m}$$

$$2\pi r = 132 \text{ m}$$

$$\text{टंकी का त्रिज्या} = r = \frac{132}{2\pi}$$

$$r = \frac{132 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r = 21\text{m}$$

$$\therefore \text{टंकी का त्रिज्या} = r = 21 \text{ m}$$

$$\text{टंकी का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 21^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

$$= 22 \times 3 \times 21$$

$$\therefore \text{टंकी का क्षेत्रफल} = 1,386 \text{ m}^2$$

उदाहरण 5 : एक तार जिसकी लंबाई 88 cm है। मोड़कर वृत्त बनाते हैं। वृत्त का क्षेत्र और वर्ग का क्षेत्र का अंतर क्या है? ( $r \approx \frac{22}{7}$ )

$$\text{वर्ग का परिमाण} = \text{तार की लंबाई}$$

$$\text{वर्ग का परिमाण} = 88\text{cm}$$

$$4a = 88$$

$$a = \frac{88}{4}$$

$$a = 22 \text{ cm}$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = a^2 = 22^2$$

$$= 484 \text{ sq.cm}$$

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्रफल} = 484 \text{ sq.cm}$$

$$\text{वृत्त की परिधि} = \text{तार की लंबाई}$$

$$2\pi r = 88 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्त की त्रिज्या } r &= \frac{88}{2\pi} \\ &= \frac{88 \times 7}{2 \times 22} \end{aligned}$$

$$r = 21 \text{ m}$$

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या} = r = 14 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\ &= 22 \times 2 \times 14 \end{aligned}$$

$$= 616 \text{ m}^2 \therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = 616 \text{ sq. cm.}$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल और वर्ग का क्षेत्रफल का अंतर} = 616 - 484$$

$$= 132 \text{ sq.cm.}$$

उदाहरण 6 : वृत्तीय टेबल का व्यास 1.8 m । पालिश करने का दर ₹ 20 प्रति मी<sup>2</sup> । पालिश करने का दाम ज्ञात कीजिए। ( $\pi = 3.14$ ).

$$\text{टेबल का व्यास} = d = 1.8 \text{ m}$$

$$\text{त्रिज्या} = r = \frac{1.8}{2} \text{ m}$$

$$r = 0.9 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{टेबल के सतह का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= 3.14 \times 0.9^2 \\ &= 3.14 \times 0.9 \times 0.9 \\ &= 2.5434 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\text{टेबल को पालिश करने का दाम} = \text{क्षेत्रफल} \times \text{इकाई दाम}$$

$$= 2.5434 \times 20$$

$$= 50.868$$

$$= ₹ 51$$

∴ टेबल को पालीश करने का दाम = ₹ 51.

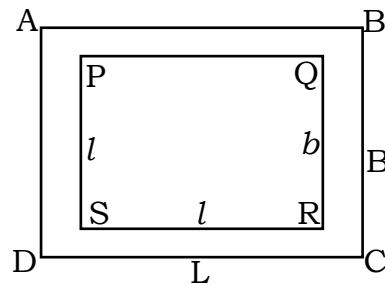
#### अभ्यास 7.4

- 1) निम्नलिखित त्रिज्या से वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए।  
a) 7 cm                      b) 10.5 cm                      c) 21 m
- 2) निम्नलिखित व्यास से वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए।  
a) 70 cm                      b) 56 m                      c) 49 cm
- 3) वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए त्रिज्या 6.3 है तो।
- 4) वृत्त की परिधि 35.2 हो तो व्यास ज्ञात कीजिए।
- 5) वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए जिसकी परिधी 1256 सेमी। ( $\pi = 3.14$ )
- 6) वृत्तीय बागीचा का व्यास 42 मी । . 25 प्रति मीटर घेरे का दाम क्या है ?
- 7) वृत्तीय बागीचा का व्यास 49 मी। दौड़नेवाला 2 बार घूमता है तो दूरी ज्ञात कीजिए।
- 8) वर्गाधार तार 44 सेमी लंबाई का से मोडकर वृत्त बनता है। वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए।
- 9) निम्नलिखित त्रिज्या से वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।  
a) 7 cm                      b) 10.5 cm                      c) 21 m

- 10) निम्नलिखित व्यास से वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- a) 70 cm                      b) 56 m                      c) 49 cm
- 11) वृत्त की परिधि 396 m है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- 12) वृत्तीय क्षेत्रफल 5544 वर्ग मीटर हो तो परिधि ज्ञात कीजिए।
- 13) एक तार 1.76 m लंबाई से वर्ग बनाते हैं और तार से वृत्त बनाते हैं। वृत्त का क्षेत्रफल वर्ग के क्षेत्रफल में अंतर क्या है?
- 14) डकोलियम वृत्त टेबल की त्रिज्या 1.4 m है। डकोलियम ₹ 50 प्रति  $m^2$  की पर से लेमीनेशन का खर्चा ज्ञात कीजिए।
- 15) तार से वर्ग बना है जिसका क्षेत्रफल  $196 m^2$ । उसी तार से वृत्त बनाते हैं तो क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

आयत या आयतीय पथ के बीच क्षेत्रफल

आकृति में छोटा आयत से घेरा हुआ आयतीय पथ है। आकृति में, दो आयत हैं। छोटा आयत PQRS जिसकी लंबाई  $l$  इकाई और चौड़ाई  $b$  इकाई और बड़ा आयत ABCD लंबाई  $L$  इकाई और चौड़ाई  $B$  दो आयतों के बीच क्षेत्र को आयतीय पथ कहते हैं।



बड़े आयत का क्षेत्रफल और छोटा आयत के क्षेत्रफल में अंतर आयताकार पथ के क्षेत्र के समान है।

आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = ABCD आयत का क्षेत्रफल - PQRS आयत का क्षेत्रफल  
=  $LB - lb$

$$\therefore \text{आयताकार पथ का क्षेत्रफल} = LB - lb$$

रश्मी के पास आयत की लंबाई 20 cm और चौड़ाई 12 cm है। यहाँ गुलाबी पथ दिखाई देते हैं। रिमता नीला कार्ड बोर्ड जिसकी लंबाई 15 cm और चौड़ाई 7 cm। एक नीला कार्ड बोर्ड को गुलाबी कार्ड बोर्ड के केंद्र पर है जिससे गुलाबी पथ दिखाई देता है नीला कार्ड बोर्ड के पास है। नीले कार्डबोर्ड के चारों ओर के गुलाबी पथ का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात करते हैं ?

$$\begin{aligned} \text{गुलाबी कार्ड बोर्ड का क्षेत्रफल} &= A_1 = lb \\ &= 20 \times 15 \\ &= 300 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

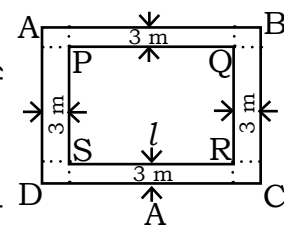
$$\begin{aligned} \text{दूसरा नीला कार्ड बोर्ड का क्षेत्रफल} \\ \text{नीला कार्ड बोर्ड की लंबाई} &= l = 12 \text{ cm} \\ \text{नीला कार्ड बोर्ड की चौड़ाई} &= b = 7 \text{ cm} \\ \text{नीला कार्ड बोर्ड का क्षेत्रफल} &= A_2 = lb \\ &= 12 \times 7 \\ &= 84 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

दोनों आयतों के क्षेत्रफल में अंतर

$$\begin{aligned} \text{नीले कार्डबोर्ड के चारों ओर के गुलाबी का क्षेत्रफल} &= A_1 - A_2 \\ &= 300 - 84 \\ &= 216 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

उदाहरण 1 : आयतीय पार्क का माप 19 m से 14 m है जो 3 m से घेरा हुआ है। पत्थर डालने का दर ज्ञात कीजिए ₹ 30 प्रति वर्ग मीटर।

PQRS आयतीय पार्क है। यदि ABCD की बाह्य सीमा भी आयतकार आकार है।



$$\begin{aligned} \text{पथ की चौड़ाई} &= 3 \text{ m} \\ \text{बगीचा की लंबाई} &= PQ = 19 \text{ m} \\ \text{बगीचा की चौड़ाई} &= QR = 14 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PQRS बगीचा का क्षेत्रफल} &= A_1 = 19 \times 14 \\ &= 266 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{बाह्य सीमा पथ की लंबाई} = AB &= 19 \text{ m} + 3\text{m} + 3\text{m} \\ &= 25 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{बाह्य सीमा पथ की चौड़ाई} = BC &= 14 \text{ m} + 3\text{m} + 3\text{m} \\ &= 20 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ABCD बाह्य पथ का क्षेत्रफल} &= A_2 = 25 \times 20 \\ &= 500 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पथ का क्षेत्रफल} &= A_2 - A_1 \\ &= 500 - 266 \\ &= 234 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पथ पर पत्थर डालने का दाम} &= 234 \times 30 \\ &= ₹ 7020 \end{aligned}$$

उदाहरण 2 : पेंटिंग कार्ड बोर्ड  $10 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$  माप का अंतर  $1 \text{ cm}$  प्रत्येक भुजा है।  
कार्ड बोर्ड का क्षेत्रफल

मानिये PQRS और ABCD पेंटिंग किनारा की चौड़ाई

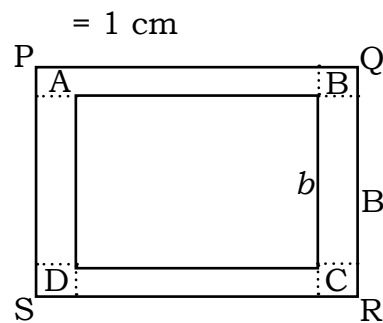
$$\text{कार्ड बोर्ड की लंबाई} = PQ = 10 \text{ cm}$$

$$\text{कार्ड बोर्ड की चौड़ाई} = QR = 7 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{PQRS का क्षेत्रफल} = A_1 &= 10 \times 7 \\ &= 70 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पेंटिंग की लंबाई} = AB &= 10 \text{ cm} - 1 \text{ cm} - 1 \text{ cm} \\ &= 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पेंटिंग की चौड़ाई} = BC &= 7 \text{ cm} - 1 \text{ cm} - 1 \text{ cm} \\ &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

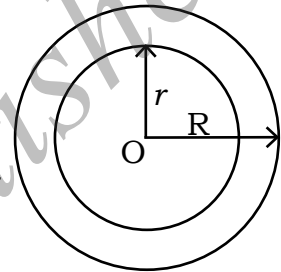


$$\begin{aligned} \text{पेंटिंग ABCD का क्षेत्रफल} &= A_2 = 8 \times 5 \\ &= 40 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{किनारा का क्षेत्रफल} &= A_1 - A_2 \\ &= 70 - 40 \\ &= 30 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

दो सकेन्द्रीय वृत्त के बीच क्षेत्रफल या वृत्तीय पथ

आकृति में, छोटा वृत्त त्रिज्या वृत्तीय पथ से धेरा हुआ है। आकृति में दो सकेन्द्रीय वृत्त हैं। छोटे वृत्त की त्रिज्या 'r' इकाई बड़े वृत्त की त्रिज्या 'R' इकाई। दो वृत्त के बीच का क्षेत्र को वृत्तीय पथ कहते हैं।



बड़े वृत्त और छोटे वृत्त के क्षेत्रफलों के बीच का अंतर वृत्तीय पथ के क्षेत्रफल के समान है।

$$\begin{aligned} \text{वृत्तीय पथ} &= \text{बड़े वृत्त का क्षेत्रफल} - \text{छोटे वृत्त का क्षेत्रफल} \\ &= \pi R^2 - \pi r^2 \\ &= \pi (R^2 - r^2) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{वृत्तीय पथ} = \pi (R^2 - r^2)$$

**उदाहरण 1 :** यदि दो सकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्या 10 cm और 6 cm त्रिज्या से वृत्तीय पथ। वृत्तीय पथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ( $\pi = 3.14$ )

$$\text{बड़ा वृत्त की त्रिज्या} = R = 10 \text{ cm}$$

$$\text{छोटे की त्रिज्या} = r = 6 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्तीय पथ रास्ता का क्षेत्रफल} &= \pi (R^2 - r^2) \\ &= 3.14 (10^2 - 6^2) \\ &= 3.14 (100 - 36) \end{aligned}$$

$$= 3.14 \times 64$$

$$= 200.96 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = 200.96 \text{ cm}^2$$

उदाहरण 2 : वृत्तीय आकार के तालाब की त्रिज्या 7 m है। 3.5 चौड़ा मार्ग बनाने का खर्चा क्या होगा यदि प्रति  $\text{m}^2$  की दर ₹ 25 ज्ञात कीजिए।

तालाब की सिमेंट करने का दर = ₹ 25

$$\text{तालाब की त्रिज्या} = r = 7 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{बाह्य वृत्त की त्रिज्या} &= R = 7 + 3.5 \\ &= 10.5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्तीय प्लेटफार्म का क्षेत्रफल} &= \pi (R^2 - r^2) \\ &= \frac{22}{7} (10.5^2 - 7^2) \\ &= \frac{22}{7} (110.25 - 49) \\ &= \frac{22}{7} \times 61.25 \\ &= 22 \times 8.75 \\ &= 192.5 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$\therefore$  वृत्तीय प्लेटफार्म का क्षेत्रफल =  $192.5 \text{ m}^2$  वृत्तीय प्लेटफार्म को सिमेंट लगाने का खर्चा = क्षेत्रफल रास्तेका  $\times$  इकाई दाम

$$= 192.5 \times 25$$

$$= 192.5 \times 25$$

$$= ₹ 4,812.5$$

$\therefore$  वृत्तीय प्लेटफार्म को सिमेंट लगाने का खर्च = ₹ 4,812.5



## अभ्यास 7.5

I. इन प्रश्नों का उत्तर लिखिए।

- 1) एक स्लेट 30 सेमी लंबा और 25 सेमी चौड़ाई का है। लकड़ी का फ्रेम चौड़ाई 2.5 सेमी से धेरा है। जान फ्रेम को रंगीन किया। फ्रेम की चौड़ाई को छोड़कर रंगीन फ्रेम का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- 2) 80 मी लंबाई और 60 मी चौड़ाई के आयताकार प्लाट के अंदर 1.5 मी चौड़ा पथ बना है। प्लाट के चारों बने पथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- 3) आयताकार बागीचा 55 मी लंबा और 30 मी चौड़ाई के चारों ओर  $1\frac{1}{2}$  m का बार्डर है। पत्थर रखने का दाम ज्ञात कीजिये जब दर ₹ 30 प्रति  $m^2$  है।
- 4) वृत्तिय पथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। जो निम्नलिखित त्रिज्या के सकेन्द्रीय वृत्तो से बने हैं।
 

a) $R = 20$ सेमी $r = 6$ सेमी	b) $R = 15.5$ मी $r = 5.5$ मी
c) $R = 42$ मी $r = 10.5$ मी	d) $R = 18.5$ मी $r = 3.5$ मी
- 5) दो समकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 42 मी और 49 के बीच दौड़ने का मार्ग है। मार्ग को सिमेंट लगाने की दर ₹ 25 प्रति  $m^2$  हो तो खर्चा ज्ञात कीजिए।
  - परिमाण : बन्द आकृति के सीमा द्वारा तय की गई दूरी को परिमाण कहते हैं। इसको P से सूचित करते है।
  - आयत का परिमाण =  $P = 2(l + b)$  इकाई जहाँ l आयत की चौड़ाई।
  - वर्ग का परिमाण =  $4a$  इकाई जहाँ "a" वर्ग की भुजा है।
  - क्षेत्रफल : बन्द आकृति का सतह को कहते हैं। बन्द क्षेत्रफल की आकृति को सूचित "A" करता है।
  - आयत का क्षेत्रफल =  $A = lb$  वर्ग इकाई
  - वर्ग का क्षेत्रफल =  $A = a^2$  वर्ग इकाई

- विषम बाहु त्रिभुज का परिमाण =  $P = a + b + c$ , जहाँ 'a', 'b', और 'c' विषम बाहु त्रिभुज के भुजा।
- समबाहु त्रिभुज का परिमाण =  $P = 3a$ , जहाँ 'a' समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा।
- त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}bh$ , जहाँ 'b' आधार और 'h' ऊँचाई। त्रिभुज की ऊँचाई है।
- वृत्त की परिधि =  $2\pi r$
- वृत्त का क्षेत्रफल =  $\pi r^2$ .
- वृत्तीय पथ का क्षेत्रफल =  $\pi (R^2 - r^2)$
- $\pi$  का लगभग मूल्य =  $\frac{22}{7} \approx 3.14$
- क्षेत्रफल मापनेवाली इकाई
  - $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$
  - $1 \text{ m}^2 = 10,000 \text{ cm}^2$
  - $1 \text{ m}^2 = 10,00,000 \text{ mm}^2$
  - $1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$
  - $1 \text{ hm}^2 = 10,000 \text{ m}^2$
  - $1 \text{ km}^2 = 10,00,000 \text{ m}^2$



## घटक - 8

## दत्तांश का निर्वहन

इस घटक अध्ययन के बाद आप :

- दत्तांश संग्रह करना और दत्तांश को नियमित रूप से आयोजन करने का विवरण देंगे,
- केन्द्रीय प्रवृत्ति का अर्थ और महत्व समझेंगे,
- दत्त दत्तांश का माध्य, माध्यिका और बहुलक ज्ञात करेंगे।
- दत्तांश निरूपित करने एक स्तंभालेख की रचना करेंगे।

आप विभिन्न दत्तांश, दत्तांश का संग्रहण, स्तम्भ ग्राफ और चिथ चित्रलेख में दत्तांश निरूपित करना जानते हैं।

दत्तांश के संग्रहण, तालिका में निरूपण, और नियमित रूप से आयोजित करने से हमें दत्तांश के बारे में निर्णय लेने में मिलती है।

**कार्य कलाप 1:** निम्नलिखित कार्य कलाप में भाग लेने वाले विद्यार्थी के बारे में जानकारी संग्रह कर तालिका पूर्ण कीजिए।

कार्य कलाप का नाम	विद्यार्थी का क्रमांक	विद्यार्थियों की संख्या
1) गाना		
2) नृत्य		
3) कैरम बोर्ड		
4) शतरंज		
5) खो - खो		
6) निबन्ध लिखने		
7) क्रिकेट		
8) फुटबाल		

- 1) कितने विध्यार्थि गाने में भाग लेना चाहते है ?
- 2) कौनसे कार्य कलाप में अधिक विद्यार्थियों की संख्या है ?
- 3) कौनसे कार्यकलाप में न्यूनतम विध्यार्थियो की संख्या है ?
- 4) कितने विद्यार्थियों एक से अधिक कार्यकलाप में रुचि रखते है ?

कार्य कलाप 2 : निम्न सरणी का निरीक्षण कीजिए और प्रश्नो के उत्तर लिखिए

25-1-12 का तापमान विभिन्न जिला केन्द्रों में इसतरह रहा :-

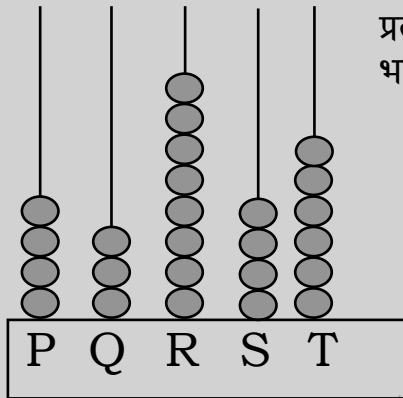
जिले का नाम	अधिकतम तापमान	न्यूनतम तापमान
बैंगलूर	36° C	25° C
तुमकूर	32° C	24° C
शीमोगा	28° C	21° C
मडीकेरा	26° C	20° C
चिक्क मंगलूर	28° C	22° C
कोलार	29° C	26° C
मैसूर	30° C	27° C

- 1) अधिकतम तापमान कौन से जिला में है ?
- 2) न्यूनतम तापमान कौन से जिला में है ?
- 3) जिला का नाम लिखिए जिसमें समान तापमान रहा ?
- 4) प्रत्येक जिले के अधिकतम और न्यूनतम तापमान में अंतर लिखिए ।

यह कीजिए :

कार्यकलाप १ : अपने शिक्षक या बडों की सहायता से उपरोक्त दत्तांश पर निष्कर्ष लीजिए । वर्ष के किसी एक महिने के आप के गाँव के तापमान के संग्रह कीजिए ।  
कार्यकलाप २ : खेल के बारे में प्रत्रि काओं में आए दत्तांश को इकट्ठा कीजिए और उसका वर्णन कीजिए ।

कार्य कलाप 3 : एक डिब्बे में 25 मणि है। पाँच बच्चों को शिक्षक स्टैंड 5 में डालने देते हैं P, Q, R, S और T को अंकित कीजिए। आकृति जैसे बच्चे मणि को डालते हैं।



प्रत्येक छड में मणि की गिनती कीजिए और खाली जगह भरिए।

राड, P में	4	मणि है।
Q में	___	मणि है।
R में	___	मणि है।
S में	___	मणि है।
T में	___	मणि है।

कितने छडों में मणियों की संख्या समान है।

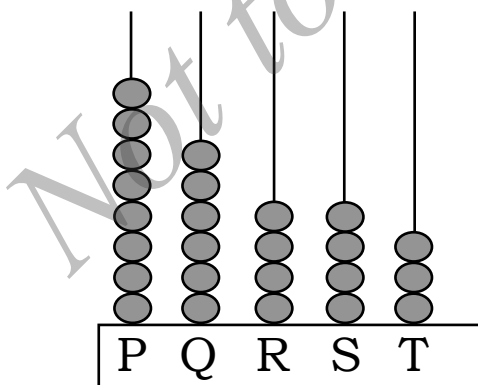
छड का नाम बताईए जिसमें मणि अत्यधिक है ?

कौनसे छड में मणि की न्यूनतम संख्या है ?

निरीक्षण कीजिए P और S में मणि समान है ?

कार्य कलाप 4 : मणियों को अवरोहण क्रम में जोड़िए। प्रत्येक छड के मणि की गिनती कीजिए।

आकृति में अवरोहण क्रम में मणि को जोड़े गए हैं।



छड P में 8 मणि है।

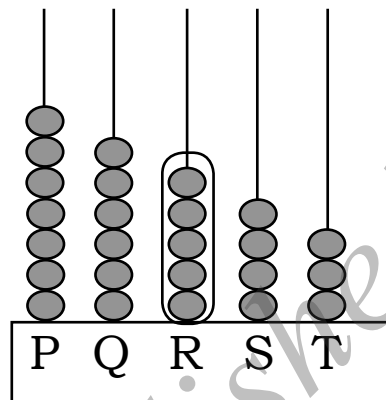
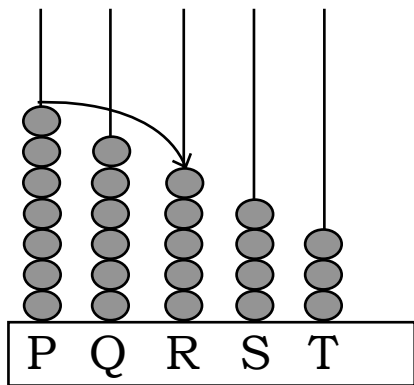
छड Q में 6 मणि है।

छड R में 4 मणि है।

छड S में 4 मणि है।

छड T में 3 मणि है।

एक मणि P से R में स्थानांतरित कीजिए और प्रत्येक छड में कितने मणि है ज्ञात कीजिए। मणियों का स्थानांतरण दर्शाती हुई आकृति :



हम देख सकते हैं कि मणि अवरोहण क्रम 7, 6, 5, 4, 3 में हैं।

छड R में कितने मणि है ?

छड R में 5 मणि है।

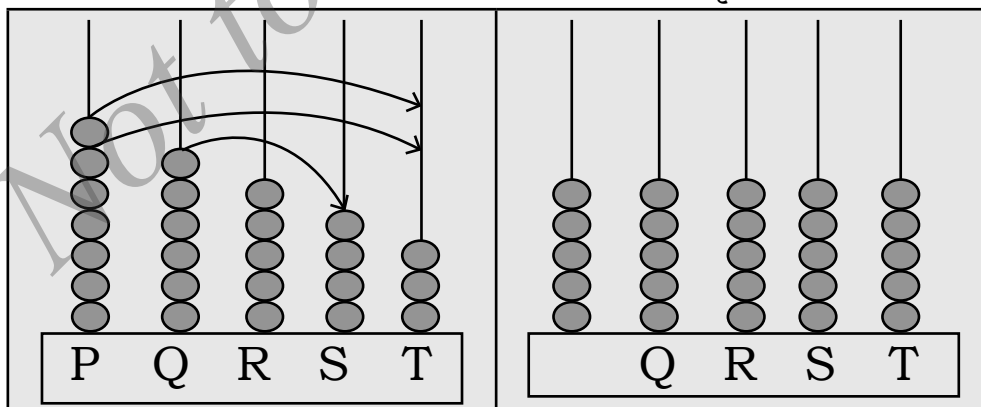
7, 6, 5, 4, 3 के मध्य संख्या को अंकित कीजिए।

7, 6, 5, 4, 3 (मध्य संख्या को अंकित कीजिए)

ऊपर की सूची में 5 मध्य की संख्या है।

कार्य कलाप 5 : मणियों को ऐसा जोड सकते हैं कि छड में समान मणि है।

मणि का स्थानांतरण के बाद की आकृती।



उपरोक्त कार्यकलाप के निरीक्षण सारणी में लिखिए

कार्यकलाप	छडों में मणि की संख्या				
	छड P	छड Q	छड R	छड S	छड T
4	8	6	4	4	3
4 परिवर्तन के बदमे	7	6	5	4	3
5	5	5	5	5	5

सारणी का निरीक्षण करके निम्नलिखित निष्कर्ष पर पहुँचते हैं।

मणियों को 8, 6, 4, 4, 3 में व्यवस्थित हैं। संख्याओं को दत्तांश कहते हैं।

इस दत्तांश में 4 अधिक बार दोहराया गया है। यह दत्तांश का प्रतिनिधिक मोल्य है। इसे बहुलक कहते हैं। इस दत्तांश को बहुलक 4 हैं।

कार्यकलाप 4 : मणियों को 7, 6, 5, 4, 3 में व्यवस्थित हैं। मध्य संख्या 5 है। उपरोक्त दत्तांश का सूचित करने वाले मूल्य को माध्यिका कहते हैं।

कार्यकलाप 5 : मणियों को 5, 5, 5, 5, 5 में व्यवस्थित हैं। इस संदर्भ में केन्द्रीय प्रवृत्ति 5 है जिससे माध्य या समांतर माध्य कहते हैं।

माध्य को संख्याओं का औसत भी करते हैं।

इसे दर्शाने के लिए तीनों कार्यकलापों का औसत लेंगे।

कार्यकलाप 4 में मणि 8, 6, 4, 4, 3 के रूप में है।

$$\begin{aligned} \text{औसत} &= \frac{\text{मणियों का योग}}{\text{मणियों की संख्या}} \\ &= \frac{8 + 6 + 4 + 4 + 3}{5} = \frac{25}{5} = 5 \end{aligned}$$

मणियों का औसत = 5 है ।

कार्य कलाप 4 : औसत =  $\frac{\text{मणियों का योग}}{\text{मणियों की संख्या}}$   
 $= \frac{7+6+5+4+3}{5} = \frac{25}{5} = 5$

मणियों का औसत = 5 है ----- (2)

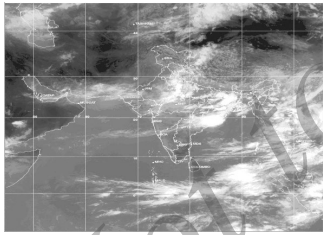
कार्यकलाप 5 : सभी छडों में मणियों की संख्या समान होती है।

औसत =  $\frac{5+5+5+5+5}{5} = \frac{25}{5} = 5$

औसत = 5 है ----- (3)

कार्यकलाप 4 में माध्यिका 5, है। कार्यकलाप 4 और 5 में माध्य और माध्यिका समान है, वह 5 है। सभी संदर्भों में समान नहीं होता है। दत्तांश के विभिन्न प्रकार के लिए विभिन्न है। दत्तांश के प्रतिनिधि त्व करनेवाले माध्य माध्यिका और बहुलक को के न्हीय प्रवृत्ति मूल्य कहते है। इसको जाँचने के लिए मौसम जानकारी की सारणी 07-08-2013 के समाचार पत्र के दत्तांश लेंगे।

तापमान सारणी



स्टेशन के नाम	अधिकतम तापमान °C	न्यूनतम तापमान °C
नई देहली	34	26
कोलकत्ता	33	26
मुम्बई	31	26
चैन्नई	33	24
पूना	28	21
हैदराबाद	25	21
त्रिवेंद्रम	27	22



उपरोक्त दत्तांश से औसत तापमान क्या है ?

उपरोक्त दत्तांश को अरोहण क्रम में लिखिए ।

स्टेशन के नाम	अधिकतम तापमान $^{\circ}\text{C}^1$	स्टेशन के नाम	न्यूनतम तापमान $^{\circ}\text{C}^1$
हैदराबाद	25	हैदराबाद 1	21
त्रिवेन्द्रम	27	पूना 2	21
पूना	28	त्रिवेन्द्रम 3	22
मुम्बई	31	चैन्नाई 4	24
कोलकत्ता	33	मुम्बई 5	26
चैन्नाई	33	न्यू देहली 6	26
न्यू देहली	34	कोलकत्ता 7	26

उपरोक्त उदाहरणों में न्यूनतम और अधिकतम तापमान का माध्य ज्ञात करेंगे :-

$$\begin{aligned} \text{औसत(माध्य)} &= \frac{\text{अधिकतम तापमान का योग}}{\text{दिये हुए अधिकतम तापमान की संख्या}} \\ &= \frac{25+27+28+31+33+33+34}{7} \end{aligned}$$

$$\frac{211}{7} = 30.14^{\circ}\text{C}$$

7 स्टेशन का अधिकतम तापमान का माध्य =  $30.14^{\circ}\text{C}$

$$\begin{aligned} \text{न्यूनतम तापमान का औसत} &= \frac{\text{न्यूनतम तापमान का योग}}{\text{दिये हुए न्यूनतम तापमान की संख्या}} \\ &= \frac{21+21+22+24+26+26+26}{7} \\ &= \frac{166}{7} = 23.71^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

दत्त तापमान की माध्यिका ज्ञात करने उन्हें आरोहण क्रम में लिखिए

25, 27, 28, 31, 33, 33, 34

21, 21, 22, 24, 26, 26, 26

7 संख्याओं की व्यवस्था करना। बीच संख्या को अंकित कीजिए। यह विषम संख्या है। बीच संख्या माध्यिका है। नया उसे अंकित करना आसान है।

अधिकतर तापमान की माध्यिका =  $31^{\circ}\text{C}$

न्यूनतम तापमान माध्यिका =  $24^{\circ}\text{C}$  है

अधिकतम और न्यूनतम तापमान में अधिक बार दोहराई संख्या बहुलक है।

25, 27, 28, 31, 33, 33, 34

21, 21, 22, 24, 26, 26, 26

अधिकतम तापमान का बहुलक =  $33^{\circ}\text{C}$  (2 बार दुहराते) है।

न्यूनतम तापमान का बहुलक =  $26^{\circ}\text{C}$  (3 बार दुहराते) है।

केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापन

एक दत्तांश में माध्य, माध्यिका और बहुलक में अंतर हमने जानलिया है। ये तीनों भी एक दत्तांश का प्रतिनिधित्व करते हैं। और केन्द्रीय प्रवृत्ति रखते हैं।

औसत अधिकतम और न्यूनतम के बीच का मूल्य है और समूह का केन्द्रीय प्रवृत्ति मापन है।

विभिन्न प्रकार के दत्तांशों के लिए विभिन्न दत्तांश प्रतिनिधि अथवा केन्द्रीय प्रवृत्ति की आवश्यकता होती है।

दत्तांश का विभिन्न रूप की आवश्यकता के विभिन्न निर्दिष्ट केन्द्रीय मूल्य है। मूल्य ये

केन्द्रीय प्रवृत्ति समझने के लिए।

केन्द्रीय प्रवृत्ति के सामान्य मापन है:

- I. समांतर माध्य      II. माधिका      III. बहुलंक

माध्य:

जब दो मानस्वी और हरीश को गणित परीक्षा कापियाँ मिली हैं।

लधु परीक्षा में 5 विषय है प्रत्येक के 10 अंक है और उनके अंक तालिका में दिए गए है।

प्रश्न संख्या	1	2	3	4	5
मानस्वी	9	10	8	6	9
हरीश	6	5	10	10	10

हरीश का कहना है कि उसने बेहतर किया है क्योंकि उसने मनस्वी से 10 अंक अधिक प्राप्त किया है।

परन्तु मनस्वी इससे सहमत नहीं थी। इसलिए शिक्षक के पास जाते हैं। उनके शिक्षक ने अंको का औसत ज्ञात करने कहा। दोनों में इसप्रकार किया है।

$$\text{मानस्वी के औसत अंक} = 9 + 10 + 8 + 6 + 9 = \frac{42}{5} = 8.4$$

$$\text{हरीश के औसत अंक} = 6 + 5 + 10 + 10 + 10 = \frac{41}{5} = 8.2$$

मनस्वी के औसत हरीश से ज्यादा है। इसलिए शिक्षक हरीश को कहते हैं कि मानस्वी के अंक ज्यादा है।

औसत या समांतर माध्य सभी मात्रों को जोड़कर मात्रों की संख्या से विभाजित करते हैं।

$$\text{समांतर माध्य} = \frac{\text{दत्त मात्राओं के योग}}{\text{मात्राओं की संख्या}}$$

माध्य और औसत केन्द्रीय प्रवृत्ति मूल्य है जिसे सभी मात्राओं का योग और मात्राओं की संख्या से विभाजित करते हैं।

$$\text{समांतर माध्य} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \text{ या}$$

$$\text{समांतर माध्य} = \frac{\sum x_n}{n}$$

$\sum$  का अर्थ संख्या को जोड़ना और पढ़ने के लिए 'सीगमा' है।

उदाहरण 1 : एक गाँव के दूध डैरी में इकट्ठा किये गया दूध दिया है। एक महीने संग्रहित दूध के मात्रा का औसत क्या है।

महीना	एप्रैल	मई	जून	जुलाई	अगस्त	सितम्बर
दूध की आपूर्ति लीटर में	215	218	314	340	420	410

कुल 6 महीनों में दिया गया दुध

$$= 215 + 218 + 314 + 340 + 420 + 410$$

$$= 1917$$

$$\text{आपूर्ति किये गए दूध का माध्य} = \frac{\text{कुल दिये दूध}}{\text{महीनों की संख्या}}$$

$$= \frac{1917}{6}$$

$$= 319.5 \text{ लीटर}$$

उदाहरण 2 : 8 विभिन्न परिवारों का जल उपयोग नीचे दिया है। उपयोग किया हुआ जल का माध्य ज्ञात कीजिए।

परिवारों	1	2	3	4	5	6	7	8
उपयोग किये हुआ जल (किलो लीटर)	7.5	8.20	7.5	20.00	9.10	4.55	6.62	8.24

परिवारों की कुल संख्या = 8

कुल उपयोग किये हुए जल

$$= 7.5 + 8.2 + 7.5 + 20.00 + 9.10 + 4.55 + 6.62 + 8.24 = 71.71$$

$$\begin{aligned} \text{समांतर माध्य} &= \frac{\text{उपयोग किये हुए जल की मात्रा}}{\text{परिवारों की संख्या}} \\ &= \frac{7.5+8.2+7.5+20.00+9.10+4.55+6.62+8.24}{8} \\ &= \frac{71.71}{8} = 8.96 \end{aligned}$$

परिवारों की संख्या उपयोग किया हुआ जल

$$= 8.96 \text{ किलो लीटर} = 8960 \text{ 1Kl} = 1000\text{L}$$

कोशिश कीजिए: पूरे सप्ताह के अध्ययन करने के अवधि का औसत ज्ञात कीजिए।

### अभ्यास 8.1

**I** एक दिवसीय क्रिकेट मैच में मोहन से लगाये गए रन निम्न है

15, 17, 23, 108, 35, 8, 38, 30

मोहन से लगाये गए रनों का औसत ज्ञात कीजिए।

**II.** माध्य ज्ञात कीजिए।

1) प्रथम 9 अभाज्य संख्याओं का।

2) प्रथम 8 स्वभाविक संख्याओं का।

**III.** 10 नवजात शिशु के वजन निम्नलिखित है।

3.4, 3.5, 4.5, 3.9, 4.2, 3.8, 4.4, 4.5, 3.6, और 4.1 औसत वजन ज्ञात कीजिए।

**IV.** एक संभठन ने कार्ययोजनाओं का मूल्यांकन किया और निम्न अंक दिया।

12, 11, 15, 16, 10, 14, 9, 13, 8, 17

बाद में तीन अंक प्रत्येक कार्ययोजना के लिए जोड़ दिये गए।

1) 3 अंक जोड़ने से क्या औसत बदलता है ?

2) दोनों संदर्भा में माध्य ज्ञात कीजिए।

v. दो बल्लेबाज 6 मैच से लगाये लगे रनों की संख्या दी गई है। कौन अच्छा खेलता है ?

गेंदबाज 1	60	65	100	45	50	70
गेदबाज 2	30	100	94	60	50	40

vi. निम्नलिखित दत्तांश से अज्ञात पद ज्ञात कीजिए।

a) 21,25,29, \_\_\_\_\_, 31,33, और माध्य 28 है।

b) 41,43, \_\_\_\_\_ 47,49,51 और माध्य 46 है।

माध्यिका

इस उदाहरण पर विचार कीजिए। फैक्टरी के 10 कर्मचारी का वेतन निम्न है।

कर्मचारी	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	शुद्ध
कर्मचारियों का वेतन	₹9000	₹5000	₹7000	₹8000	₹7500	₹6000	₹18000	₹15000	₹12000	₹45000	₹132500

10 व्यक्ति का औसत वेतन ₹ 13250/- है।

यहाँ अधिकतर कर्मचारियों का वेतन 5000 और 15000 के बीच हैं।

अर्थात् औसत वेतन उच्च वेतन के करीब है।

यह समांतर माध्य सही केन्द्रीय प्रवृत्ति सूचित नहीं करता है।।

इसलिए उपरोक्त दत्तांश का केन्द्रीय प्रवृत्ति मूल्य जानने कोई बेहतर विधान की आवश्यकता है। ऐसे संदर्भ पर हम माध्यिका नामक माप विचार करते हैं।

10 कर्मचारियों के वेतन को आरोहण क्रम में लिखिए। तभी निम्न निरीक्षण पाये जायेंगे।

B	F	C	E	D	A	I	H	G	J
5000	6000	7000	7500	8000	9000	12000	15000	18000	45000

उपरोक्त उदाहरण में, बीच में स्थित संख्या को पहचानिए। 8000 ओर 9000 दो वेतन मूल्य बीच में उपस्थित है।

उपरोक्त उदाहरण उदाहरण में बीच की संख्या के लिए हम दोनो संख्याओंका औसत लेते है।

$$\text{इसतरह बीच का मूल्य} = \frac{8000 + 9000}{2} = \frac{17000}{2} = 8500$$

यहाँ, माध्य दत्तांश का समुचित केन्द्रीय प्रवृत्ति माप सिद्ध नहीं होता। क्योंकि वह उच्च मूल्यों करीब है।

फिर भी मध्य का मूल्य अपना स्थान प्राप्त करता है और दत्तांश को दो समान भागों विभाजित करता है।

अतः मापों के मध्य रहनेवाला मूल्य दत्तांश की माधिका सूचित करता है।

सूचना:

1) दत्तांश में सम पद हो तो, आरोहण अथवा अवरोहण क्रम में लिए दत्तांश की माधिका बीच की पदों की जोड़

$$= \frac{\quad}{2}$$

2)

$$= \frac{\frac{n}{2} \text{ पद} + (\frac{n+1}{2}) \text{ पद}}{2}$$

दत्त दत्तांश का माधिका बीच की संख्या है।

मध्यांक माधिका का मध्य अंक हैं। मध्यांक ज्ञात करन के लिए मूल्यों को आरोहण अथवा अवरोहण हण क्रम में लिखना चाहिए।

कार्य कलाप : लंबाई के अनुसार आपके कक्षा विद्यार्थियों को खडे होने दीजिए। इनमें बीच में खडे विध्वार्थी की उँचाई माधिका की परिकल्पना देता है।

उदाहरण 1 : 7 विद्यार्थी के गणित परिक्षा के अंक निम्न है।

24, 36, 46, 17, 18, 25, 35 तो माधिका ज्ञात कीजिए।

दत्तांश को आरोहण क्रम में जोड़ने से

17, 18, 24, 25 35, 36, 46

इस क्रम से बीच की संख्या = 25 है।

यहाँ चौथी संख्या माधिका है। = 25 है।

उदाहरण 2 : 15, 21, 22, 18, 20, 17, 12, 11, 10, 8, 7, 19 माधिका ज्ञात की जिए।

7, 8, 10, 11, 12, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22  
यहाँ  $n=12$ , सम संख्या है।

$$\begin{aligned} \therefore \text{माधिका} &= \frac{\frac{n}{2} \text{ पद} + (\frac{n+1}{2}) \text{ पद}}{2} \\ &= \frac{\frac{12}{2} \text{ पद} + (\frac{12}{2} + 1) \text{ पद}}{2} \\ &= \frac{6 \text{ पद} + 7 \text{ पद}}{2} \\ &= \frac{15 + 17}{2} = \frac{32}{2} = 16 \\ \text{माधिका} &= 16 \end{aligned}$$

उदाहरण 3 : 50, 42, 41, 35,  $2x+10$ ,  $2x-6$ , 12, 11, 8, 6 संख्याओं को अवरोहण क्रम में लिखने से माधिका 24 है।  $x$  ज्ञात कीजिए,  $2x+10$ ,  $2x-6$

यहाँ पदों की संख्या  $n=10$ , और माधिका

$$\begin{aligned} \therefore \text{माधिका} &= \frac{\frac{n}{2} \text{ पद} + (\frac{n+1}{2}) \text{ पद}}{2} \\ &= \frac{5 \text{ पाचवाँ पद} + 6 \text{ छठवा पद}}{2} \\ 24 &= \frac{2x + 10 + 2x - 6}{2} \\ 48 &= 4x + 4 \\ 4x &= 48 - 4 \\ 4x &= 44 \\ x &= \frac{44}{4} \\ \therefore x &= 11 \end{aligned}$$

i)  $2x + 10$   
 $= 2(11) + 10 = 32$

ii)  $2x - 6$   
 $= 2(11) - 6 = 16$



उदाहरण 4 : दत्त दत्तांश का माध्यिका 18 है इसमें एक पद नहीं है।

12, 10, 8, 15, - 20, 24, 29. तो लुप्त पद ज्ञात कीजिए।

दत्तांश को आरोहण क्रम के अनुसार लिखने से 8, 10, 12, 15,  $x$ , 20, 24, 29 होता है, 15 और  $x$  है बीच के पद हैं।

इसलिए

$$18 = \frac{15+x}{2}$$

$$18 \times 2 = 15 + x$$

$$36 = 15 + x$$

$$x = 36 - 15$$

$$x = 21$$

### अभ्यास 8.2

I. माध्यिका ज्ञात कीजिए।

1) 7, 4, 25, 1, 4, 0, 10, 3, 8, 5, 9, 2

2) 20, 13, 18, 25, 6, 15, 21, 9, 16, 8, 22

3) 15, 6, 16, 8, 22, 21, 9, 18, 25

4) 2, 10, 9, 9, 5, 2, 3, 7, 11

5) 36, 32, 28, 22, 26, 20, 18, 40.

II. 11 खिलाड़ियों के क्रिकेट मैच में प्राप्त रनों की संख्या इसप्रकार है तो माध्यिका ज्ञात कीजिए।

6, 15, 120, 50, 100, 80, 10, 15, 8, 10, 15

III. निम्न दत्तांश में माध्यिका ज्ञात कीजिए।

19, 25, 59, 48, 35, 31, 30, 32, 51

यदि 25 के बदले 52 लिखते हैं तो नया माध्यिका ज्ञात कीजिए।

IV. 10 निरीक्षणों को अवरोहण क्रम में 5 वा और 6 पद 13 क्रमश 11 है।

10 निरीक्षणों से माध्यिका का मूल्य क्या है?

## बहुलक

कार्य कलाप १ : 7 वी कक्षा के 10 विद्यार्थी के हाज़री निम्न है।

सारणी 1		सारणी 2	
नाम	हाज़रीयों की संख्या (30 दिनों की)	नाम	हाज़रीयों की संख्या (30 दिनों की)
सुहासिनी	25	रीमा	10
राजा	15	राजा	15
रोहित	30	संजना	17
गुलाबी	25	फ्राँसीस	18
हुसैन	28	संदीप	18
रीमा	10	सुहासिनी	25
संजना	17	गुलाबी	25
फ्राँसीस	18	कार्तिक	25
संदीप	18	हुसैन	28
कार्तिक	25	रोहित	30

तालिका 1 की हाज़री को आरोहण क्रम में तालिका -2 में लिखी गई है।

1) कौनसी संख्या दोहराई गई है?

25 अधिक बार दुहराया गया है।

निम्नलिखित उदाहरण को देखिए:

एक व्यक्ति जूतों का दूकान शुरू करता है। माँग की आवश्यकता के अनुसार पिछले साप्ताह विभिन्न मापों के अूते बेचे गये हैं।

माप	पिछले सप्ताह मे बेचे गये शूज़
5	10
6	25
7	36
8	22
9	9

उपरोक्त सारणी से आप क्या देखते हैं?

हम निरीक्षण करते हैं आप, 7 सबसे ज्यादा जूते बेचे हैं उपरोक्त उदाहरण में हम एक और दत्तांश को प्रतिलिखित करने वाला मूल्य अधिक बार दोहराया गया है। केंद्रीय प्रवृत्ति के इस मूल्य को दत्तांश का बहुलंक कहते हैं।

बहुलंक अधिक बार दोहराई गयी संख्या है।

उदाहरण 1 : विभिन्न कमीज की आवश्यकता जानने के लिए दूकानदार कमीजों का अंकित किया माप 36cm, 38cm, 39cm, 40cm, 42cm ।

माप	36cm	38cm	39cm	40cm	42cm
बेचे हुए कमीजों की संख्या	8	22	32	37	6

कमीजों दूकानदार माप 36cm और 42cm खरिदने में देर करते हैं। क्यों ?

क्यों कि उस माप का कमीज कम प्रमाण में बिके हैं।

कौनसे माप का कमीज अधिक बेचा जाता है ?

बहुलंक = 40 cm

बहुलंक = 40 cm

उदाहरण 2 : फुटबॉल खेल श्रेणी में प्राप्त अंको की सूची नीचे है। कौनसे अंक ज्यादा है ?

7, 13, 18, 24, 9, 3, 18

7, 13, 18, 24, 9, 3, 18

छोटी संख्या से बड़ी संख्या जोड़ने से

हम प्राप्त करते है :

3, 7, 9, 13, 18, 18, 24

अंक जो ज्यादा दोहराया गया है = 18

∴ बहुलंक = 18

उदाहरण 3 :  $x$  का क्या मूल्य निम्नलिखित दत्तांश 9 है।

17, 9, 12, 17, 18, 11, 15, 21, 9,  $x-4$ .

17 और 9 दो बार है। बहुलंक '9' जो 3 बार है।

$$\text{बहुलंक} = 9$$

$$x-4 = 9$$

$$x = 9 + 4$$

$$x = 13$$

### अभ्यास 8.3

I. बहुलंक ज्ञात कीजिए।

1) 2, 6, 5, 3, 0, 3, 4, 3, 3, 2, 4, 5, 2, 4

2) 2, 14, 16, 12, 14, 14, 14, 16, 14, 10, 14, 18, 14

3) 61, 65, 66, 66, 68, 69, 69, 50

II. 25 बच्चों की ऊँचाई (सेमी) नीचे दिये गये हैं -बहुलंक ज्ञात कीजिए।

168, 165, 163, 160, 163, 160, 161, 162, 164, 163

160, 163, 160, 165, 163, 162, 163, 164, 163, 160

156, 165, 162, 168, 168

III. निम्न दत्तांश का बहुलंक ज्ञात कीजिए-

2, 16, 14, 14, 13, 16, 19, 14, 12

IV.  $x$  के कौन से मूल्य के लिए निम्न दत्तांश का बहुलंक 18 है?

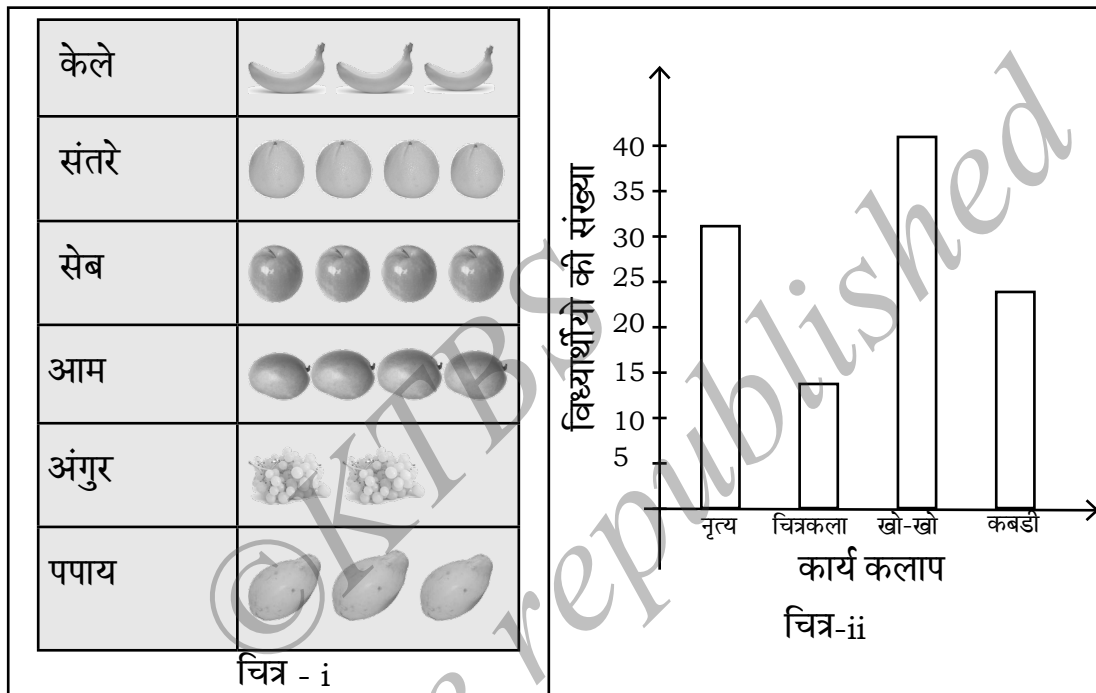
31, 35, 17, 18, 17, 18, 40,  $x+12$

V.  $x$  के कौन से मूल्य के लिए निम्न दत्तांश का बहुलंक 26 ?

26, 51, 24, 26, 24, 26, 35,  $x-1$

**दत्तांश का आलेख निरूपण**

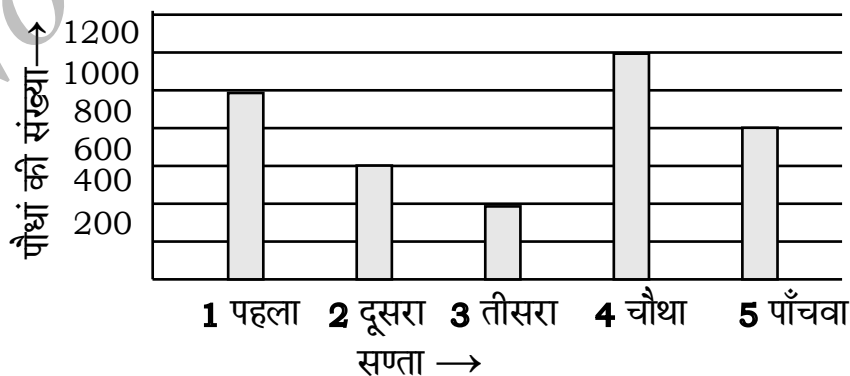
आपने दत्तांश को चित्रालेख और स्तंभालेख में निरूपित करना जानते हैं। निम्न आलेखों के नाम लिखिए



हाँ, आकृति i) चित्रालेख ii) स्तंभालेख

कार्य कलाप : समाचार पत्र और पत्रिका जिसमें विभिन्न दत्तांश सचित्र आलेख, और स्तम्भ आलेख के चित्र इकट्ठा कीजिए ।

दत्त आलेख को देखिए। सप्ताहों में बोये गये पौधों की संख्या दिखाई देते हैं।



आलेख का निरीक्षण कीजिए।

सप्ताह	पहला	दूसरा	तीसरा	चौथा	पाचवा
पौधां की संख्या	800				

कौनसे सप्ताह अधिकतम पौधे लगाये गये ?

कौनसे सप्ताह न्यूनतम पौधे लगाये गये ?

स्तंभालेख में, किसी एक अक्ष पर समान दूरी पर खींचे गए आयताकार के स्तंभ होते हैं।

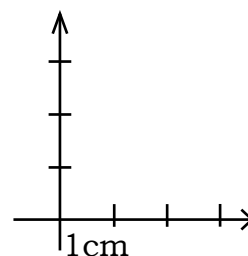
प्रत्येक स्तंभ की लंबाई निर्दिष्ट दत्तांश का परिमाण हैं।

स्तंभालेख को देखकर विरलेषण करके निर्णय लेते हैं।

उदाहरण 1 : महीने की परीक्षा में भावना से प्राप्त है अंक निम्न।

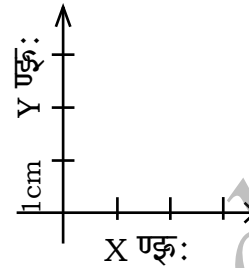
स्तर 1: आलेख शीट पर दो लम्ब रेखा की रचना कीजिए।

(क्षैत्रिज रेखा को X अक्ष और ऊर्ध्वाधर रेखा को Y अक्ष )



स्तर 2 : क्षेत्रिज रेखा से समान चौड़ाई के दण्ड को पसन्द कीजिए जिससे विषय ले सकता है।

(प्रत्येक विषय = 1cm)



स्तर 3 : Y-अक्ष पर विद्यार्थी की संख्या निरूपित करना है। 25 अंक के लिए पैमाना 1cm = 5 अंक

$$\therefore 1 \text{ अंक} = \frac{1}{5} \text{ cm}$$

स्तर 4 : विभिन्न दण्डों से ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (Y अथन  $\frac{1}{4}$ )

$$\text{कन्नड स्तंभ की ऊँचाई} = \frac{1}{5} \times 20 = 4 \text{ cm}$$

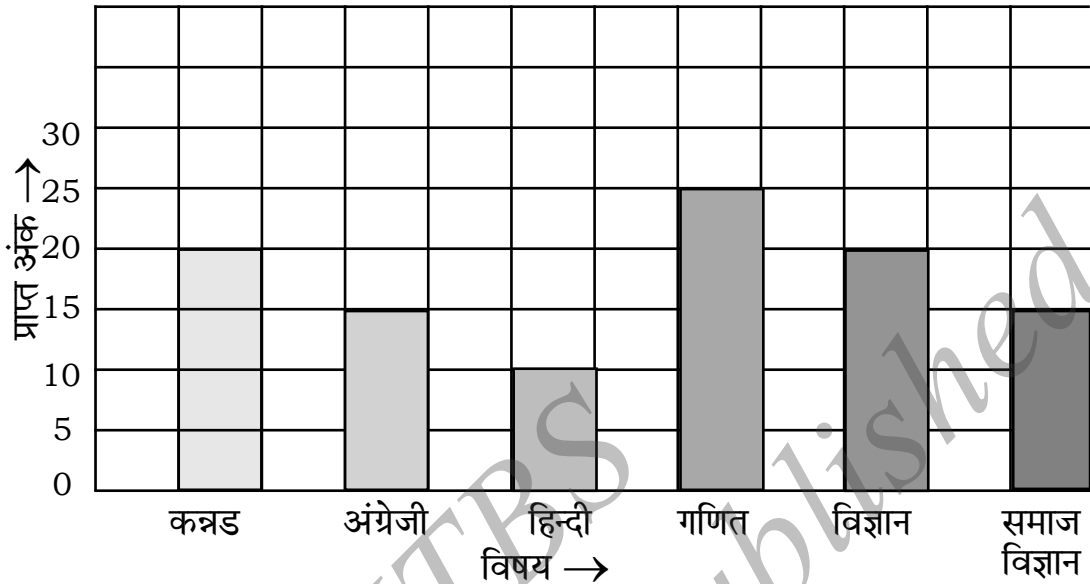
$$\text{अंग्रेजी स्तंभ की ऊँचाई} = \frac{1}{5} \times 15 = 3 \text{ cm}$$

$$\text{हिन्दी स्तंभ की ऊँचाई} = \frac{1}{5} \times 10 = 2 \text{ cm}$$

$$\text{गणित स्तंभ की ऊँचाई} = \frac{1}{5} \times 25 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{विज्ञान स्तंभ की ऊँचाई} = \frac{1}{5} \times 20 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{समाज स्तंभ की ऊँचाई} = \frac{1}{5} \times 15 = 3 \text{ cm}$$



भावना से प्राप्त अंक आलिख में निरीक्षण कीजिए।

निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखने की कोशिश कीजिए।

- कौनसे विषय में अधिकतम अंक प्राप्त की है ?
- कौनसे विषय में न्यूनतम अंक प्राप्त की है ?
- कौनसे विषय में अंक समान है ?

सूचना:

- प्रत्येक स्तम्भ आलेख क्या सूचित करना है स्पष्ट चाहिए।
- स्तम्भ साफ सतरे होता चाहिए और रंग करना या छाया कृत करना चाहिए।
- पैमाना को साफ निर्दिष्ट करना है और X अक्ष और Y अक्ष निर्दिष्ट करके अंकित करना चाहिए।



उदाहरण 2 : 5 राज्य से राष्ट्रीय प्रतियोगिता में भाग लेने खिलाड़ी आए हैं। सारणी से खिलाड़ी की संख्या को निर्दिष्ट करता है। स्तम्भ मान आकृति का चित्र बनाइए।

राज्य	गोवा	महाराष्ट्र	कर्नाटक	केरल	तमिलनाडु
खिलाड़ी की संख्या	45	65	40	75	30

समाधान: स्तम्भ आलेख निम्नलिखित खींचने के चरणों को अनुसरण करते हैं।

स्तर 1: आलेख में दो रेखाओं की रचना कीजिए जो लम्ब और X-अक्ष और Y अक्ष अंकित कीजिए।

स्तर 2 : X अक्ष पर राज्यों के नाम और , Y अक्ष खिलाड़ियों की संख्या है।

स्तर 3 : X अक्ष में राज्यों के समान चौड़ाई से समान अंतर रखिए।

स्तर 4 : Y अक्ष में उपयोगी पैमाना लीजिए।

$$\therefore 1 \text{ खिलाड़ी} = \frac{1}{10} \text{ cm}$$

$$\text{आन्ध्रप्रदेश के स्तम्भ} = \frac{1}{10} \times 45 = 4.5 \text{ cm}$$

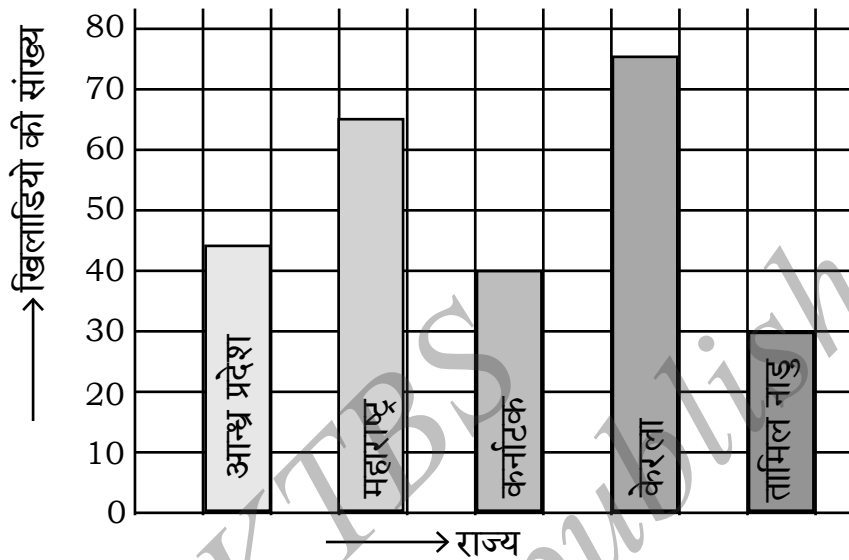
$$\text{महाराष्ट्र के स्तम्भ} = \frac{1}{10} \times 65 = 6.5 \text{ cm}$$

$$\text{कर्नाटक के स्तम्भ} = \frac{1}{10} \times 40 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{केरल के स्तम्भ} = \frac{1}{10} \times 75 = 7.5 \text{ cm}$$

$$\text{तमिल नाडु के स्तम्भ} = \frac{1}{10} \times 30 = 3 \text{ cm}$$

स्तर 5 : चरण 4 में परिकलन किये गए ऊँचाई के स्तंभ खींचिए समान चौड़ाई और ऊँचाई में ज्ञात किया हुआ रचना कीजिए।



#### अभ्यास 8.4

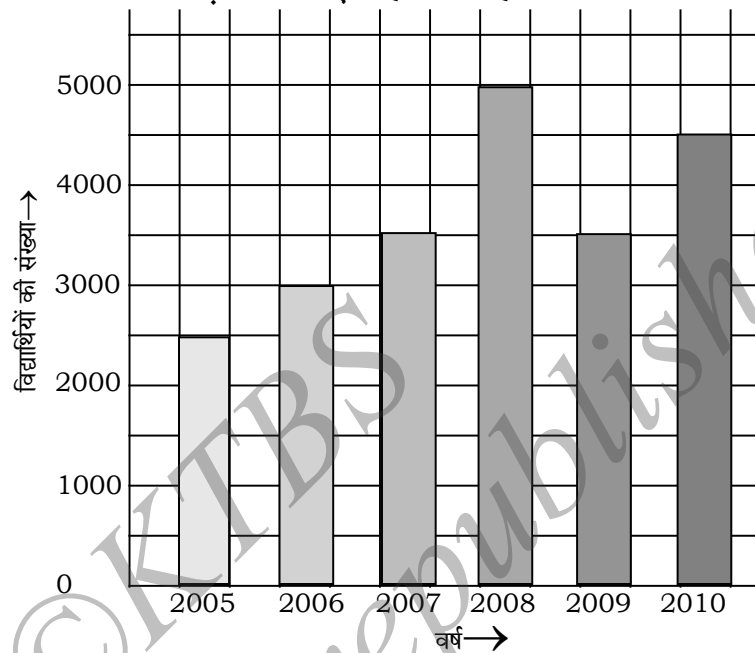
I. सरकार उच्च प्राथमिक स्कूल बेगूर के बिभिन्न कक्षा की गणना निम्न प्रकार है।

कक्षा	4	5	6	7	8
गणना	90	70	50	40	40

II. 100 स्कूल विद्यार्थि सर्वेक्षण कार्य कलाप करते हैं।

कार्य कलाप	विद्यार्थि की संख्या
खेलना	35
कहानी पुस्तक पढ़ना	10
टी.वी देखना	20
गाना - बजाना सुनना	5
रंग रोगन करना	30

**III.** निम्न स्तम्भ मानचित्र को पढ़िए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लिखिए।  
विद्यार्थियों की संख्या जो पढ़ने के लिए बाहर जाते हैं।



- 1) कौनसे वर्ष में अधिकतम विद्यार्थी बाहर जाते हैं?
  - 2) कौनसे वर्ष न्यूनतम विद्यार्थी जो बाहर जाते हैं?
- IV.** निम्न सारणी में परिवार का खर्चा बताया है। स्तंभालेख बनाईए

(प्रमाण : 1cm = ₹500 इकाई)

वस्तु	खर्चा (₹ में)
घर का किराया	3500
खाना	4000
शिक्षा	800
विद्युत	1200
यातायात	1000
अन्य	2000

### संयुक्त स्तंभ मान चित्र

स्तम्भ मान चित्र ऊर्ध्वाधार छड बनाते है या क्षैतिज रेखाओ से व्यक्त कर सकते है।

आलेख जिसमे ऊर्ध्वाधार छड हो तो ऊर्ध्वाधार स्तम्भ मान चित्र।

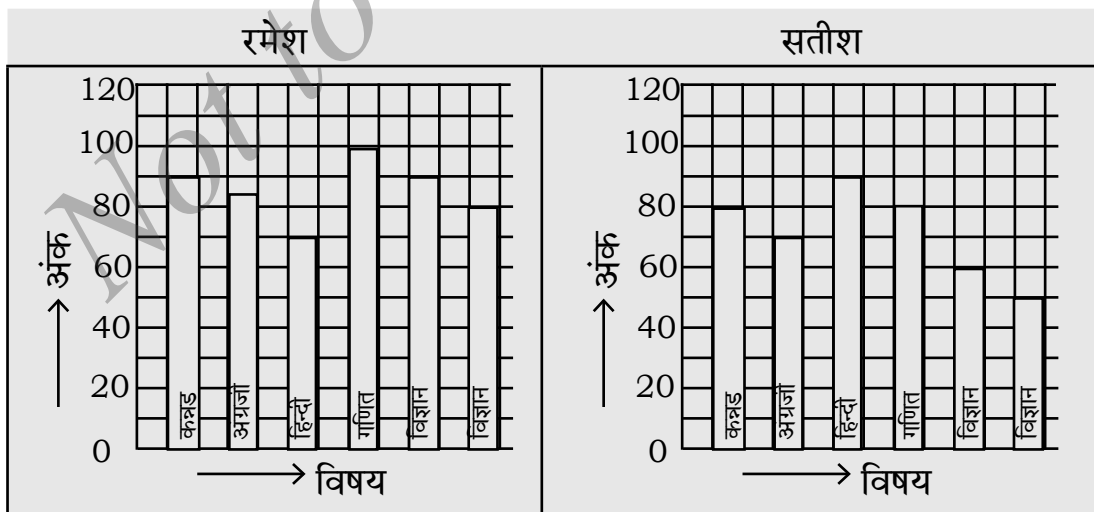
आलेख जिसमे क्षैतिज छड हो तो क्षैतिज स्तम्भ मान चित्र।

इसी प्रकार संयुक्त स्तम्भ मान चित्र क्षैतिज या ऊर्ध्वाधार बनाते हैं। क्षैतिज स्तम्भ चित्र का उदाहरण।

7वी कक्षा के रमेश और सतीश के अंक निम्न प्रकार है

विषय	रमेश के अंक	सतीश के अंक
कन्नडा	90	80
अंग्रेजी	85	70
हिन्दी	70	90
गणित	100	80
विज्ञान	90	60
समाज विज्ञान	80	55

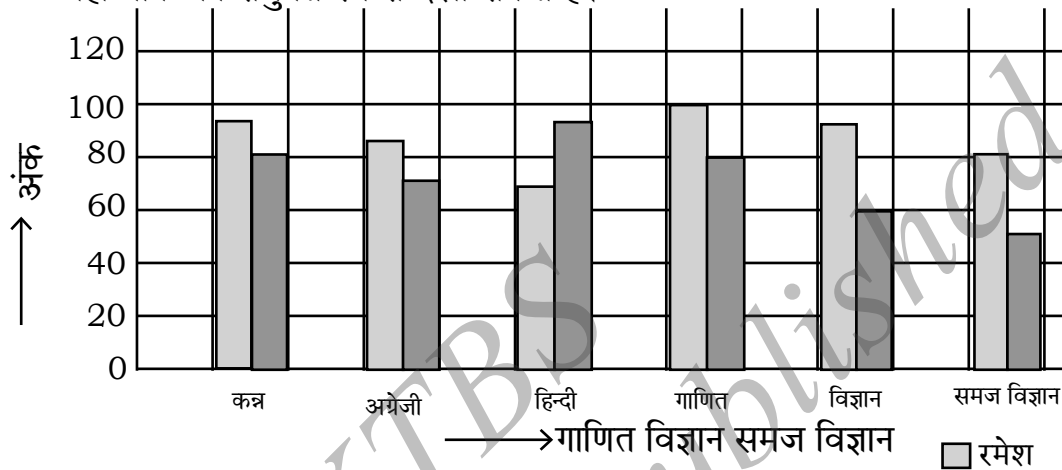
आलेख से रमेश और सतीश से प्राप्त अंक निम्न प्रकार से निर्दिष्ट करते हैं।



इस आलेख को एक साथ संयुक्त बना सकते हैं ?

हाँ, निम्नरूप से सूचित कर सकते हैं।

वही ग्राफ को संयुक्त रूप से दर्शा सकते हैं।



समान मात्राओं की तुलना करना हो तो दो विभिन्न दत्तांश संयुक्त स्तम्भ मान चित्र का उपयोग करते हैं।

### अभ्यास 8.5

I कर्नाटक महिलाओं के शिक्षित स्तर निम्न प्रकार है। संयुक्त आलेख चित्र बनाइए:

शिक्षित स्तर	पुरुषों की संख्या (हज़ार में)	महिलाओं की संख्या (दस हज़ार में)
माध्यमिक	95	92
सेकेण्डरी	20	10
उच्च सेकेण्डरी	45	30
स्नातक	30	25

**II** मैसूर महानगर पालिका दो वर्षों में विभिन्न खर्चा किया है। क्रमागत वर्ष 2010-11, 2011-12 इस दत्तांश को संयुक्त स्तंभालेख बनाइए।

विषय	2010-11 खर्चा(लाखों में)	2011-12 खर्चा (लाखों में)
शिक्षा	60	70
पानी	35	45
मेडीकल	25	30
यातायात	45	50
सफाई	15	22
रास्ता निर्माण	30	35

- 1) कौनसे विषय पर महानगर पालिका ने ज्यादा खर्च किया है ?
- 2) कौनसे विषय में समान खर्चा हुआ है ?
- 3) दोनों वर्षों में कुल कितना खर्चा हुआ ?
- 4) पालिका में 2011-12 में, पूर्व के वर्ष से सड़क निर्माण में कितना अधिक खर्चा किया ?

जानिए : समान्य उपयोग किया हुआ वस्तु की आवश्यकता जब रहता है तब बहुलक बहुत उपयोगी है।



## घटक - 9

### प्रायिकता

इस घटक को अध्ययन करने के बाद :

- प्रायिकता का अर्थ-विवरण देंगे,
- यादृच्छिक प्रयोग के अर्थ की परिभाषा देंगे,
- यादृच्छिक प्रयोग के परिणाम ज्ञात करेंगे,
- एक घटना व परिणामों को आलेख में निरूपित करेंगे।

#### प्रस्तावना

अपने दैनिक जीवन में हमने लोगों को आनेक ऐसे कथन देते हुए सुना है जिनका परिणाम अनिश्चित है। ऐसे कथन हैं आज बारिश हो सकती है। परीक्षा में प्रथम श्रेणी आयोगी। बारिश हो सकती है या नहीं होती। हमारे पहले के अनुभव से हम कहते हैं कि बारिश होगी है।

कुछ इसी तरह विद्यार्थी को प्रथम श्रेणी प्राप्त करने की बात भी अनिश्चितता सचित करती हैं। और उदाहरणों पर विचार करते हैं।

- प्रधानाध्यापक को शंका है कि कावेरी परीक्षा में उत्तीर्ण होगी।
- नृत्य शिक्षक का कहना है कि केवीन प्रतियोगिता में प्रथम आयेगा है।
- डीजल के दाम बढ़ने से सब्जी के दाम बढ़ने की समावन, हैं।
- स्कूल टीम ट्रॉफी जीतने के 50 - 50 संभावनाएँ हैं।

शब्द, प्रायिकता, शंका, संभावना सब शब्दों में अनिश्चितता है।

‘अनिश्चितता’ घटित होने से संबंधित है।

प्रायिकता।

शब्द प्रायिकता का अर्थ अनिश्चितता शब्द से सम्बन्धित है। प्रायिकता मौसम जानकारी, शेयर मार्केट वाणिज्य, वैद्यकीय, जैविक विज्ञान भौतिक विज्ञान आदि में उपयोग होता है।

यादृच्छिक प्रयोग :

क्रिकेट मैच के पहले दोनों टीम के कप्तानों से सिक्के को उछाला जाता है। जिससे निर्णय लेते हैं कि कौनसी टीम बल्लेबाजी करेगी? मैच के पहले पता चलता है कि पहले कौन करती हैं। सिक्का हेड या टेल प्राप्त होते हैं। हेड चुनने पर क्या आपको निश्चित है की हेड उपर आयेगा? यदि टेल चुनने है क्या टेक आयेगा ही? इसका अनुमान नहीं लगा सकते हैं। परिणाम नियंत्रित नहीं कर सकते हैं। 50 - 50.

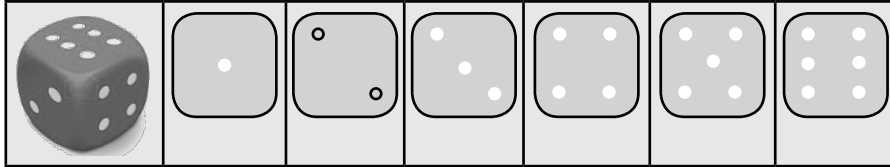
विभिन्न रंगों के गेंद से भरे डिब्बे में से, बिना गेंद के रंग को देखे, क्या चुने गेंद का रंग कहना संभव है? नहीं संभव नहीं।

इसीतरह, पासे के मुख पर आनेवाले बिंदियों की संख्या कहना संभव है? यह 1, 2, 3, 4, 5, 6 में एक हो सकता है। आपके अनुएन सही हो भी सकता या नहीं।

ऊपर के प्रयोग में कहना परिणाम का अनुमान असंभव है। एक से अधिक हो सकता है अलग होता है। ऐसे प्रयोग जिसका परिणाम अनियंत्रित अथवा अनुमान नहीं कर सकते उसे यादृच्छिक प्रयोग कहते हैं।



एक पासे के यादृच्छिक प्रयोग के संभवनीय परिणाम निम्न है :



एक प्रयोग को यादृच्छिक प्रयोग कहते हैं यदि निम्नलिखित शर्तों को संतुष्ट करते हैं।

- उसमें एक से ज्यादा संभावना होती है, और।
- परिणाम की घोषणा पहले करना संभव नहीं होता।

कुल परिणाम (**Sample Space**)

पासे के मुख पर यादृच्छिक रूप से घुमाइए।

1, 2, 3, 4, 5 अथवा 6 आ सकता है।

सभी संभव परिणाम या कुल परिणाम  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  लिखते हैं।

सिक्के के फेंकने यादृच्छिक प्रयोग के कुल परिणाम  $\{H, T\}$   
(H - Head; T - Tail)

यादृच्छिक प्रयोग से सभी संभव परिणाम के समुच्चय को पुष्प आवरण  $\{-\}$  में लिखते हैं। 'S' और से सूचित करते हैं।

पासा फेंकने के  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

सिक्का फेंकने का  $S = \{H, T\}$ ,

सिक्का फेंकने से इसे फलितांश प्रयोग कहते हैं (sample space)

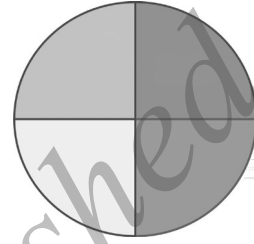
कार्यकलाप 1 :

छ: फलाश वाले कार्ड बनाइए। कार्ड पर में 3, 5, 7, 11, 13 और 17 स्केच पेन से लिखिए। कार्ड को मिलाइए। यादृच्छिक रूप से कार्ड को उठाइए जिसमें 3, 5, 7, 11, 13, 17 परिणाम का संभावना क्या है। लिखिए।

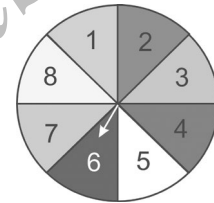
कार्य कलाप 2 : नीला, लाल, पीला और हरा गेंद को डिब्बे में रखिए। यादृच्छिक रूप से गेंद को निकालते हैं। संभव परिणाम क्या है? लिखिए।

### अभ्यास 9.1

- 1) पीला, नीला, लाल और हरा रंग के डिस्क को घुमाइए। कौनसा रंग निर्देशक कुल परिणाम बताइए जो रुकता है।



- 2) चक्र को घुमाइए उन संभव परिणाम की सूची बनाईए कौनसे रंग पर सूई (पॉइंटर) रुक सकती है?



- 3) सिक्के को दो बार उछालिए। प्रयोग के संभव परिणाम लिखिए।  $S = \{H_1, H_2, H_1, T_2, \_, \_ \}$
- 4) पाँच कार्ड जिसकी संख्या 11 से 5 है। कार्ड को मिलाया जाता है। कुल परिणाम क्या है लिखिए।

घटना :

यादृच्छिक प्रयोग लीजिए। पासा को एक बार फेंका। पासे के संभवनीय परिणाम  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  है।

मानिए प्रयोग का परिणाम सम संख्या बनना चाहते हैं।

इस का संतुष्ट परिणाम  $A = \{2, 4, 6\}$ । इस परिणाम घटना का उदाहरण है।

उसी प्रकार प्रयोग का परिणाम अभाज्य संख्या है। संभव परिणाम  $B = \{2, 3, 5\}$  यह शर्त को संतुष्ट करते हैं। इस परिणाम घटना का उदाहरण है।

जब एक सिक्के को फेंकने से हेड या टेल प्राप्त घटना का उदाहरण है।

एक याहच्छिक प्रयोग के कुल परिणाम में से एक निश्चिच परिणाम प्राप्त करना “घटना” कहलाता है। 1, 2, 3, 4, 5 और 6 ऊपर मूर्ख है। 30, 90, 100, 120.

संभावना अथवा प्रायिकता की कल्पना

संभावना का अर्थ समझने के लिए एक सिक्के को उच्छालने के प्रयोग पर विचार करते हैं। हम जानते है कि कुल परिणाम {H, T} है। सिक्के को 15 बार फेंक कर परिणाम को निम्न तालिका म लिखिए।

क्रम संख्या	सिक्के को फेंकने की कु.ल. संख्या $n(S)$	सिक्के पर हेड आनेवाली संख्या $n(H)$	सिक्के से टेल आनेवाली संख्या $n(T)$	$\frac{n(H)}{n(S)}$	$\frac{n(T)}{n(S)}$
1	15	10	5	$\frac{10}{15}$	$\frac{5}{15}$
2	30	18	12	$\frac{8}{30}$	$\frac{12}{30}$
3	50	35	15	$\frac{35}{50}$	$\frac{15}{50}$
4	70	40	30	$\frac{40}{70}$	$\frac{30}{70}$
5	80	45	35	$\frac{45}{80}$	$\frac{35}{80}$
6	90	47	43	$\frac{47}{90}$	$\frac{43}{90}$
7	100	52	48	$\frac{52}{100}$	$\frac{48}{100}$

पहले में हेड का अनुपात  $\frac{n(H)}{n(S)} = \frac{10}{15}$  दो मे  $\frac{n(H)}{n(S)} = \frac{18}{30}$  तीसरे में  $\frac{n(H)}{n(S)} = \frac{35}{50}$  तीन कार्य कलापों से क्या निरीक्षण है?

जैसे, फेंकने की संख्या बढ़ता है  $\frac{n(H)}{n(S)}$  अथवा  $\frac{n(T)}{n(S)}$  का मूल्य  $\frac{1}{2}$  अथवा 0.5 के करीब है।

उसका अर्थ है कि हेड या टेल की प्रायिकता 50 : 50 है। हेड प्राप्त करने की संभावना  $\frac{1}{2}$  या 0.5 ।

कार्यकलाप 4 : पासे को 15 बार फेंकने से देखिए कि 1, 2, 3, 4, 5 और 6 बिंदियाँ प्राप्त होने हैं। 30, 90, 100, 120.

#### सारणी

पासा को फेंकने की कुल संख्या	बिंदिया प्राप्त करने की संख्या					
	1	2	3	4	5	6
15						
30						
90						
100						
120						

उपरोक्त निरीक्षण को भिन्न में लिखिए।

$$\frac{\text{मुख के ऊपर आने की संख्या}}{\text{पासा फेंके ने की कुल संख्या}}$$

इसीतरन 2, 3, 4, 5, 6 बिंदियों के उपरोक्त भिन्न अनुपात ज्ञात कीजिए। प्रयोगों की संख्या बढ़ाने पर मुख पर कोई बिंदि की संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता  $\frac{1}{6}$  अथवा 0.167 है।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{एक घटना की संभावना}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}}$$

प्रायिकता की परिभाषा का अनुकूल परिणामों की संख्या से संभव परिणामों की संख्या का अनुपात है।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}}$$

उदाहरण 1 : साधारण पासा को घुमाते हैं। सम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है।

पासे में छः मुँह 1, 2, 3, 4, 5 और 6 हैं।

प्रयोग का परिणाम {1, 2, 3, 4, 5, 6}

संभव परिणामों की संख्या = 6...

पासे में तीन सम संख्या 2, 4 और 6 होते हैं।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या में = 3 ...

$$\begin{aligned} \text{सम संख्या में प्राप्त होने} \\ \text{की संभावना} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

उदाहरण 2 : एक थैली, दो के प्रत्येक नीला, लाल, हरा और पीला रंगीन गेंद को बदलना है। यादृच्छिक रूप गेंद को चुना गया है। नीला गेंद प्राप्त प्रायिकता क्या है ?

थैली में कुल गेंदों की संख्या = 8

नीला रंग गेंद की परिणाम = 2

$$\begin{aligned} \text{नीला रंग गेंद की प्रायिकता} &= \frac{\text{नीला गेंदों की संख्या थैली में}}{\text{थैली में कुल गेंदों की संख्या}} \\ &= \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

सोचिए!



जब पासे या सिक्के को फेंकने से ऊर्ध्वाधार खड़े हो तो। इस संदर्भ में प्रायिकता क्या हैं? ऐसे संदर्भों के बारे में प्रायिकता में विचार नहीं करते हैं।

### अभ्यास 9.2

- I.** जब पासे को फेंके जाते हैं। इनकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- 1) एक अभाज्य संख्या।
  - 2) एक सम संख्या।
  - 3) एक विषम संख्या।
  - 4) एक संख्या जो 5 से ज्यादा है।
  - 5) संख्या जो 5 से कम है।
- II.** अलग पट्टी संख्या 2 से 8 लिखे जाते हैं डिब्बे में रखकर मिलाया जाता है। एक पट्टी निकाली जाती है निम्नों को प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है?
- 1) संख्या 7.
  - 2) संख्या 7 से ज्यादा है।
  - 3) संख्या 7 से कम है।
- III.** 1 से 25 गेंद में लिखा जाता और डिब्बा में रखते हैं। यादृच्छिक रूप से एक गेंद उठाया जाता है तो प्रायिकता क्या है?
- 1) एक सम संख्या प्राप्त होना
  - 2) 5 के गुणन है प्राप्त होना
  - 3) 24 के गुणनखण्ड प्राप्त होना

एक याहछिक प्रयोग के परिणाम को आलेख पर निरुपित करना:

- रमा सिक्के को **20** बार उच्छालता है। प्रयोग के परिणाम की सूची नीचे है।  
जब एक सिक्के को ऊपर फेंके तो हेड या टेल संभव परिणाम।  
कुल परिणाम {H, T} [H = हेड, T = टेल]

क्रं.संख्या	परिणाम	क्रं.संख्या	परिणाम
1	H	11	H
2	H	12	T
3	T	13	H
4	H	14	H
5	T	15	H
6	H	16	T
7	H	17	H
8	H	18	T
9	T	19	T
10	T	20	H

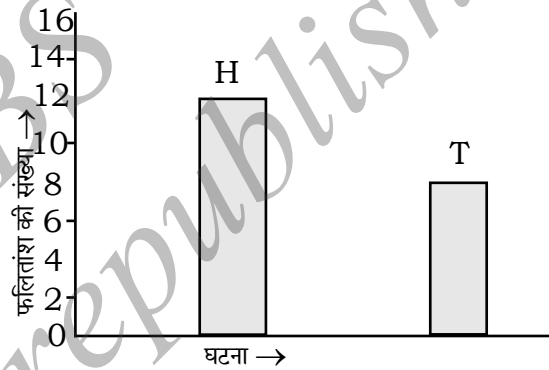
उपरोक्त दत्तांश से

प्रयोग का परिणाम	संख्या जितनी बार होती
H	12
T	8

इस दत्तांश को आलेख में निरूपित कीजिए। प्रयोग X- अक्ष में परिणामों की संख्या Y- अक्ष में परिणामों की संख्या

पैमाना : X- अक्ष : 1 cm = 1 इकाई Y- अक्ष: 1 cm = 2 इकाई

परिणाम	प्रत्येक स्तम्भ की लंबाई
H	6.0 cm
T	4.0 cm

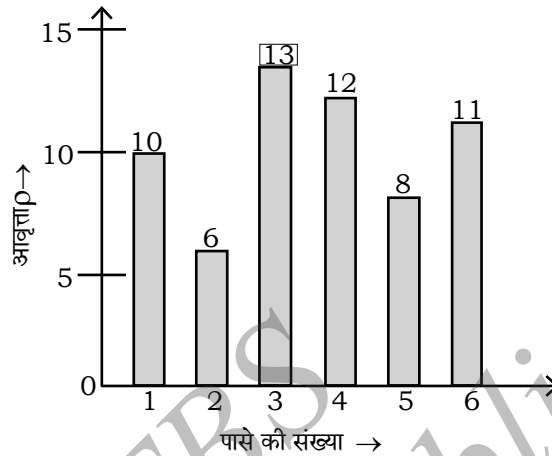


2. एक पासे को 60 बार घुमाते हैं। परिणाम सारणी में दिये गये हैं।

पासा का अंक	हिसाब	आवृत्ति
1		10
2		6
3		13
4		12
5		8
6		11
	कुल आवृत्ति	60



इन परिणामों का विवरण के लिए एक स्तंभ आलेख की रचना कीजिए:



Xअक्ष का पैमाना  
1सें.मी = 1इकाई  
Y अक्ष का पैमाना  
1सें.मी = 1इकाई

### अभ्यास 9.3

- 1) एक पासा पर A, B और C. मूर्ख और संख्या 1, 2 और 3 शेष 3मुखी पर। 100 बार घमाने से सारणी में लिखकर परिणाम ज्ञात कीजिए। स्तंभालेख द्वारा परिणाम को निरूपित कीजिए।

पासे को फेंकने की संख्या	मुख पर अंक प्राप्त करने की संख्या					
	1	2	3	A	B	C
100	26	10	14	20	12	18

- 2) एक डिस्क के 5 खंडों में विभाजित किया है। एक सूई उसके सामने रखी है। उसे 75 बार घुमाते हैं। निम्न तालिका सूई का स्थान दर्शाती है। इस परीणम को स्तंभालेख में निरूपित कीजिए।

घड़ी का मुहरा घुमाने की संख्या	निर्दिष्ट का स्थान संख्या के विरुद्ध				
	1	2	3	4	5
75	6	14	26	19	10

कार्य कलाप :

एक कांच का कटोरी लीजिए, 3 लाल, 5 नीले और 2रहरा गोलियाँ व्याद्धच्छिक रूप से गोली निकालिए। पाँच बार प्रयोग कीजिए। सतंभालेख बनाइये।

## अभ्यास - 10

### 3 आयामी वस्तुओं को 2 आयामी आकृतियों में निरूपण करना

इस घटक को पढ़ने के बाद:

- 2 आयाम और 3 विस्तार के अर्थ का विवरण, देंगे,
- धन, घनीय और चतुष्फलकों ठोस आकृतियों की रेखाकृति खींचेंगे,
- ठोस आकृतियाँ के दृश्यमान और अदृश्यमान फलकों को पहचानेंगे,
- घन और घनायत के आकृतियाँ खींचेंगे,
- घन की जालाकृति का विवरण देंगे तथा घन घनायत और चतुष्फलक के जालाकृति खींचने का विधान जानेंगे,
- ठोस आकृतियों के प्रतिबिंब मन में सोचेंगे और का फलक और शीर्षों की संख्या जानेंगे,
- बिन्दु का कोई आयाम नहीं होता परन्तु निश्चित स्थान होता है।

#### प्रस्तावना

बिन्दु रेखागणित में सबसे छोटी आकृति है। बिन्दु को पेनसिल की नोक से अंकित कर सकते हैं।

एक रेखा में असीमित बिन्दुएँ हैं। यदि बिन्दु समरेखीय हो तो उसे सरल रेखा कहते हैं। सरल रेखा के भाग को रेखाखण्ड कहते हैं।

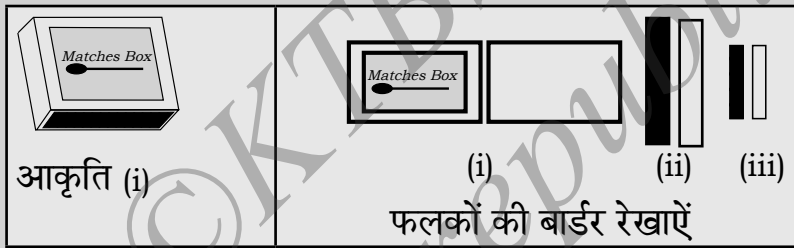
- रेखाखण्ड में एक विस्तार (केवल लंबाई) (आयाम) होता है।
- समतल चपटी सतह होती है।
- समतल के रेखाखण्ड जोड़ने से रेखागणितीय आकृतियाँ बनती है।
- रेखागणितीय आकृति के वर्ग और आयत समान समतल में रेखाखण्डों बनती हैं।
- आयत में दो विस्तार हैं। (लंबाई और चौड़ाई) आयत) होते हैं।

### 3 आयाम के आकृतियाँ को 2 आयामी आकृतियों में निरूपित करना

कार्य कलाप 1 :

दिया सलाई की खाली डिब्बी और फलकों संख्या की गिनती कीजिए। शीट पेपर पर रखकर रेखा अंकित कीजिए। दिया सलाई को निकालकर बार्डर रेखा का निरीक्षण कीजिए।

- क्या इसमें दो विस्तार हैं।
- दिया सलाई का दूसरा मुख शीट पेपर पर बार्डर रेखा बनाइये।



दिया सलाई डिब्बी में दो विस्तार है।

शीट पेपर पर बने आकृति की मोटाई नहीं होती है।

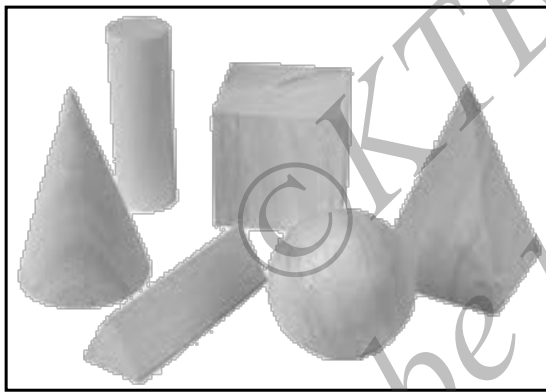
दिया सलाई डिब्बे में मोटाई है। इसलिए मोटाई में और एक विस्तार है। दिया सलाई डिब्बे में तीन विस्तार हैं लंबाई, चौड़ाई, ऊँचाई।

वस्तुएँ जिनमें तीन विस्तार होते हैं ठोस वस्तुएँ कहते हैं। ठोस वस्तुएँ अवकाश घेर लेती हैं।

वस्तुओं की छाया इन प्रकाश पडने से होती है। हिरण, कुत्ता घोड़े की छाया हम दीवार पर बना सकते हैं। ठोस आकृतियों का पारित करने से छाया बनती है। तीन विस्तार वाले वस्तुओं की छाया में दो विस्तार होते हैं। हमारे हाथ तीन विस्तार होते हैं छाया का दो विस्तार

है भिन्न आकृतियों की छाया ठोस आकृति से बनाना मनोरंजक है। यहाँ तीन आयामी वस्तुओं को दो आयामी के वस्तुओं में दर्शाया गया है।

इन छायाकृतियों को ध्यान से देखकर उन्हें अपने हाथों से बनाने का प्रयत्न कीजिए।



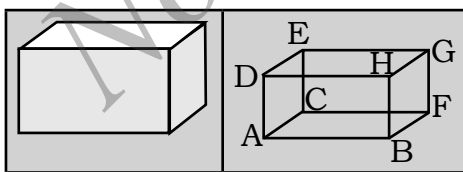
लकड़ी से बनी ठोस आकृतियों के नमूने हैं।

ये नमूने ठोस आकृतियाँ हैं।

आकार के आधार पर नाम दिये गये, ठोस आकृतियों में तीन विस्तार वाले वस्तुएँ हैं। ठोस आकृति के बाह्य भागों को देख सकते हैं और स्पर्श भी कर सकते हैं। इस बाह्य भाग को सतह कहते हैं। ठोस

आकृति के चपटे वक्र सतह भी होत हैं।

घनायत ठोस आकृति के फलक, कोर और शीर्ष

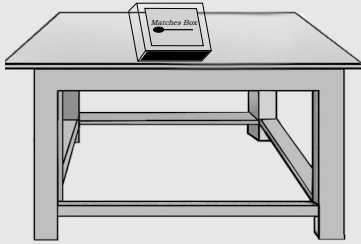


घनायत का उदाहरण ईंट है। एक ईंट में 6 समतल सतह है। समतल सतह को समतल फलक कहते हैं। इस प्रकार के ठोस आकृति को घनायत कहते

हैं। आकृति (4) देखिए। यह ड्रेंट है। ABHD, BFGH, DHGE में तीन फलक है। एक विस्तार ऊपर है और पार्श्व फलक में शेष दो,

नीचे एक फलक और दो छुपे हैं। रेखा आकृति में से अंकित कीजिए। वे हैं ABFC, CFGE और ACED। दृश्यमान फलक है।

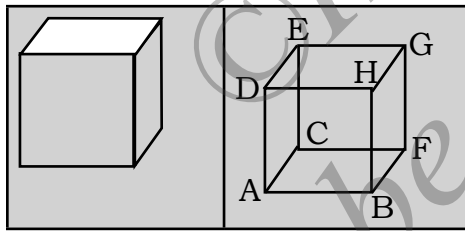
कार्य कलाप 1 : दिया सलाई डिब्बे। घनायत को टेबल पर रखिए।



कितने फलक दिखाई देते हैं? टेबल के सभी तरफ दिया सलाई डिब्बे को देखिये।

फलक दृश्यमान फलकों को देखिये। फलकों की संख्या तीन है। अन्य 3 फलक दृश्यमान नहीं है। ठोस आकृति में अदृश्यमान फलको छुपे हुए फलक कहते हैं।

### घन (Cube)



इस ठोस में फलकों की संख्या 6 है। फलक का आकार वर्ग है। ठोस आकृति में लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान है। इसको घन कहते हैं। एक फलक को अंकित ABHD कीजिए। घन का शेष फलक को अंकित कीजिए। पार्श्व फलकों को जोड़िये।

ठोस आकृति में प्रत्येक फलक के 4 पार्श्व फलक हैं।

ये फलक रेखाखण्डों से जुड़ी है। ABHD और BFGH रेखाखण्ड BH से जुड़ी हैं। इसी तरह BF रेखाखण्ड BFGH और AFBC में जुड़े हैं। पार्श्व फलकों को जोड़नेवाले रेखाखण्ड को कोर (edge) कहते हैं। घन में 12 ऐसे रेखाखण्ड अथवा कोर होते हैं।

यदि BH और BF दो कोर हो तो शेष कोर अंकित कीजिए। निरीक्षण कीजिए कि कोर परस्पर मिलते हैं। उदाहरण कोर HB और FB दोनों परस्पर B बिन्दु पर मिलते हैं। AB कोर बिन्दु B पर मिलते हैं।

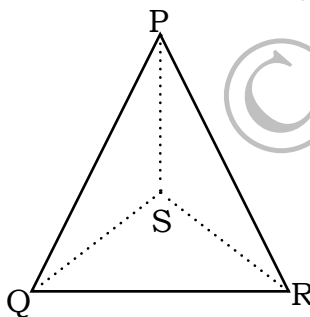
ठोस आकृति में जिस बिन्दु पर तीन या ज्यादा कोर मिलते हैं उसे शीर्ष (vertex) कहते हैं। कोर AC, EC, CF, C पर मिलते हैं। C बिन्दु शीर्ष है। B और C भी शीर्ष है। दूसरे शीर्ष को अंकित कीजिए। ठोस आकृति में 6 फलक, 12 कोर और 8 शीर्ष होते हैं।

कार्य कलाप :

घन और घनायत की आकृति बनाकर अंकित कीजिए। फलक, कोर और शीर्ष को अंकित कीजिए।

हश्यमान और छुपे हुए फलक को लिखिए।

त्रिभुजधार पिरामिड



पेपर पर समबाहु त्रिभुज बनाईए। यदि वह  $\Delta PQR$  है।  $\Delta PQR$  के अंदर S बिन्दु को अंकित कीजिए। PQ, QR और RS जोड़िए।

आकृति के जैसे चित्र प्राप्त होता है।

यह आकृति, ठोस वस्तु की 2D आकृति है जिसे

त्रिभुजधार पीरामिड कहते हैं।

जानिए:

एक ठोस आकृति में ज्यादा फलक जिससे बहुभुजाकृति (polyhedra) कहते हैं। पॉली का अर्थ ज्यादा और हेडरान का अर्थ फलक है।

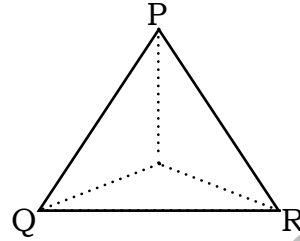
त्रिभुजाधार पिरामिड

आकृति को देखिये।

इसमें कितने फलक है ?

कितने फलक छुपी है ?

कोरो की संख्या और शीर्षों की संख्या गिनिए।



इस ठोस में 4 फलक है। QRS आधार है और दूसरे तीन फलक भुजा है (सलंगन फलक है)

एक त्रिभुजधार ठोस यदि सभी फलक समबाहु त्रिभुज हो तो उसे चतुषफलक कहते हैं।

एक त्रिभुजधार ठोस यदि सभी फलक समबाहु त्रिभुज हो तो उसे चतुषफलक कहते हैं।

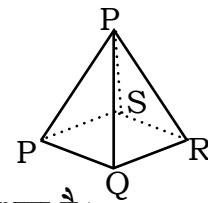
आकृति PQ, QR, RP, PS, QS और RS कोर है और P, Q, R और S शीर्ष है।

चतुषफलक में 6 कोर और 4 शीर्ष है।

वर्गाधार पिरामिड

इस आकृति को निरीक्षण कीजिए।

पिरामिड के आधार का आकार क्या है ?



पिरामिड का आधार वर्ग है और अन्य भुजाएं समद्विबाहु त्रिभुज है।

यदि पिरामिड का आधार वर्ग हो तो वर्गाधार पिरामिड कहते हैं।

उपरोक्त आकृति में वर्गाधार पिरामिड में 5 फलक 8 कोर और 5 शीर्ष हैं।

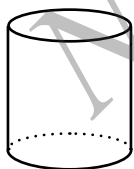
इसी प्रकार पिरामिड का आधार पंचमाभुजाकृति है तो पंचभुजाधार पिरामिड कहते हैं।

निम्न तालिका में फलक, शीर्षों की संख्या और ठोस के आधार में कोरों की संख्या लिखकर पूर्ण कीजिए।

ठोस का नाम	आधार में कोरों की संख्या	फलकों की संख्या	शीर्षों की संख्या	कोरों की कुल संख्या
चतुष्फलक				
वर्गोधार पिरामिड				
पंचमाधार पिरामिड				
षटाधार पिरामिड				

इसीतरह  $n$ - आधार पिरामिड का सामान्य रूप लिखिए।

बेलन



बेलन की आकृति निरीक्षण कीजिए।

इसमें 3 फलक, एक वक्र सतह और 2 वृत्तीय सतह हैं। वृत्तीय समतल में वक्र सतह, कोर सतह से जुड़े हैं। क्या यहाँ कोर मिलते हैं?

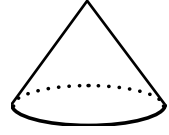
नहीं बेलन में शीर्ष नहीं है।

एक बेलन में एक वृत्तीय फलक और एक वक्र सतह का भाग दृश्यएन है।

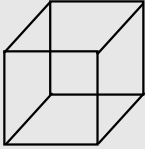
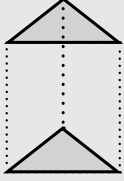

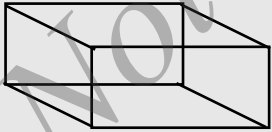
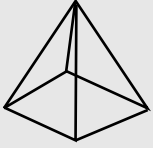


### शंकु

शंकु की आकृति का निरीक्षण कीजिए शंकु में दो सतहें होती हैं। यह बिन्दु पर अंत होता है। दूसरा समतल सतह। इसमें दो फलक होते हैं। आधार और एक वक्र सतह छुपे हैं।

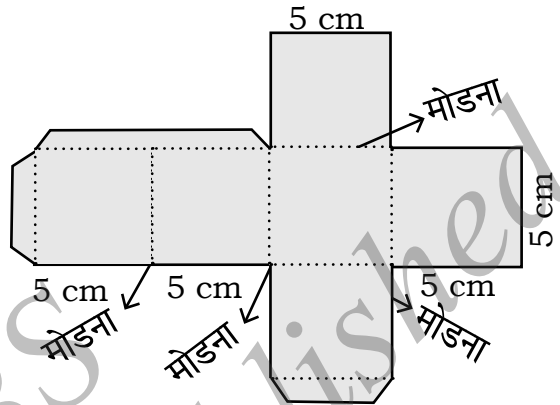


निम्नलिखित सारणी को पूर्ण कीजिए :

ठोस आकृति	फलकों की संख्या	शीर्षों की संख्या	कोरों की संख्या	छुपी हुई फलकों की संख्या
				
				
				
				
				

ढोसों के नडूने बनाने के लिए जालाकृतियों की रचना करना:

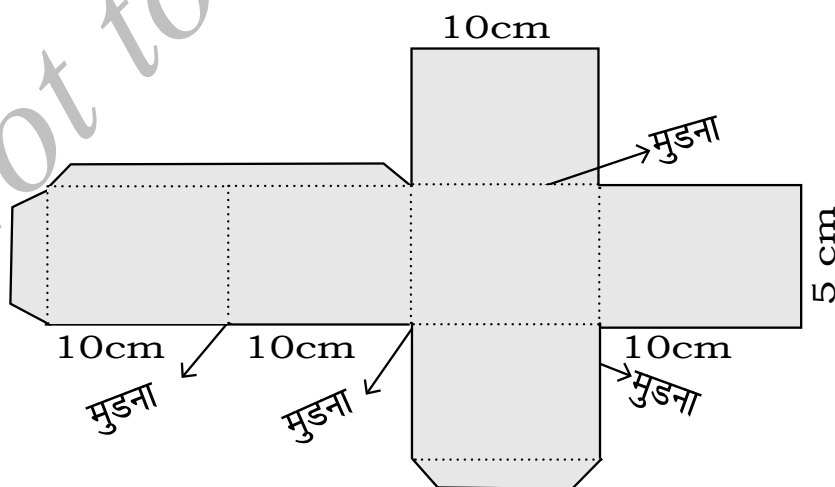
सुश्रुता को छोटा कार्ड बोर्ड का चाहिए डिब्बा जिसमें पेन, पेनसिल, रबर सुश्रुता रखना चाहती है। अपनो दादा का सहयोग लेती है। उनके दादाजी 30 × 25 विस्तार वाले कार्डबोर्ड पेन, पेंसिल, कैंची, और गोंद लेते हैं।



उसमें कच्ची आकृति बनाते हैं। डिब्बे की रचना करते जिसके कोर 5 सेमी लंबाई 3 सेमी है। वे निम्न प्रक्रम अनुसरण करते हैं।

चरण 1 : आयात का विस्तार (20×5) कार्ड बोर्ड कच्ची आकृति चित्र में दिखाये जैसे दादाजी पेस्ट को मोड कर जिसमें सम्पूर्ण रेखा और छायाकृत भाग को पेस्ट किया। डिब्बा तैयार हुआ है।

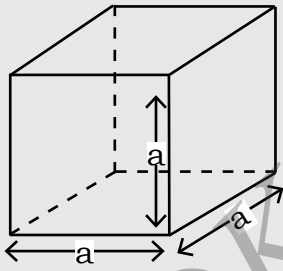
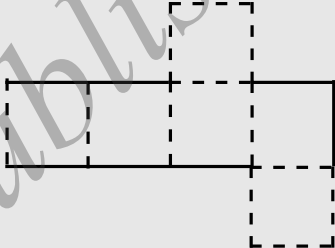
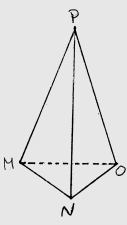
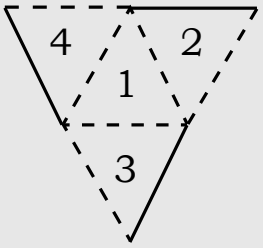
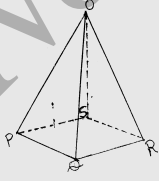
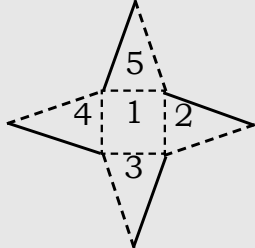
तेजस्वी ने कहा कि डिब्बे की लंबाई 10 से मी होना चाहिए दादाजी उसी तरह कच्ची आकृति बनाई है।

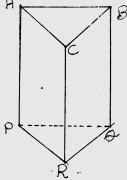
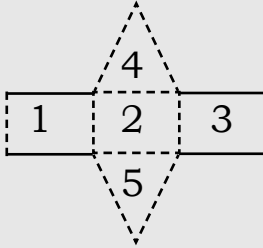

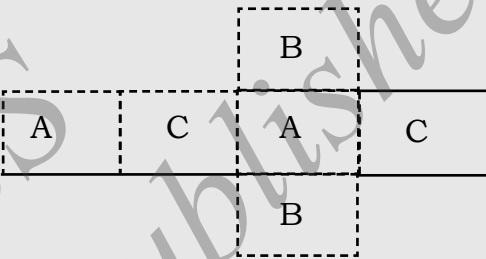


राज प्रकार तीन विस्तार (आयाम) के वस्तुओं को बनाने के लिए बहुभुजाकृति जाकाकृति निर्माण किए बाद में उन्होंने टूटी फूटी रेखा संग मोड डिष्ठा तैयार किया और छायांकित भाग को छिपकाया। दोनो सुश्रुता और तेजस्वी खुश हो गए।

जलाकृति दो विस्तार की आकृति होते है जिससे 3 आयाम के वस्तु बना सकते हैं। यहाँ प्रत्येक तीन आयामी आकृति को 2 आयामी आकृति से सूचित किया है।

कुछ ठोसों के जालाकृति नीचे दिये गये हैं।

ठोस का नाम / आकृति	जालाकृति
 <p>घन</p>	
 <p>त्रिभुजधार आधार पिरामिड</p>	
 <p>वर्गाकार पिरामिड</p>	

 <p>त्रिभुजाधार पिरामिड</p>	
 <p>घन</p>	

समतल सतह पर घनाकृति बनाने का आसान विधान :

सतह पर ठोस आकृतियों को बनाने का तरीका पहले के कार्य कलापों में दर्शाया गया है। में, वे 3 D आकृति दिखाई देती है।

ऐसी रचनाएँ तिरछी रचना कहलाती हैं। तिरछी रचनाओं का तैयार करने आसान विधान है।

1) रेखाओं के वर्गाकार कागज अथवा बिंदियों उपयोग करना।

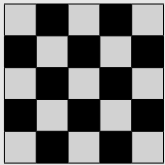
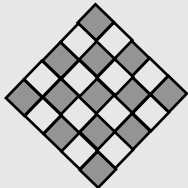
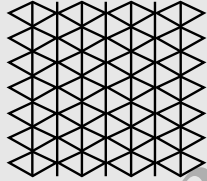
2) समान इकाई रेखाएँ अथवा बिंदियों का उपयोग करना।

पेपर पर बनाये गए ठोसों की फलकों में कुछ फलक समान आकार के होते हैं पुरन्त सभी फलकों के आकार समान नहीं है।

जब भी तीन दृश्यमान फलक समान नहीं है। ठोस को पहचाने से घनायत है।

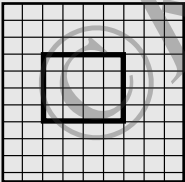
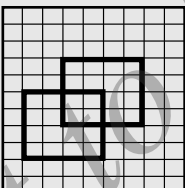
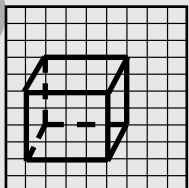
जानिये : वर्ग पेपर की रेखाओं में प्रत्येक छोटा वर्ग है। वर्ग पेपर डाट् को जोडने से प्राप्त होता है। ऐसोमेट्रीक शीट मे समबाहु त्रिभुज डाट् से प्राप्त होता है।

निम्नलिखित आकृतियों का निरीक्षण

वर्ग पेपर	ऐसोमोट्रिक पेपर	ऐसोमेट्रिक ग्राफ
		

सूचना : ऐसोमेट्रिक डॉट शीट रेखाकृतियों को खींचने उपयोगी है जिनमें माप ठोस से मिलते जुलते रहते हैं।

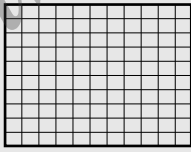
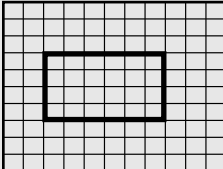
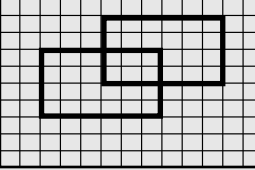
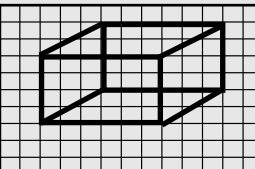
कार्य कलाप:  $4 \times 4 \times 4$  इकाई घन ठोस से वर्ग रेखा शीट में कैसे बनायोंगे है? वर्ग रेखा शीट लीजिए।

चरण 1:		पेनसिल से 4 इकाई वर्ग अंकित कीजिए।
चरण 2:		विरुद्ध फलक खींचिए जो 4 इकाई का वर्ग है। ऐसा करने, सामने के फलक की मध्यबिन्दु अंकित कीजिए, इसके दायी ओर 4 इकाई अंकित कीजिए। आकृति में दिखाये जैसे वर्ग पूर्ण कीजिए।
चरण 3:		अनुरूप कोणों को जोड़िए।
चरण 4:	पेन से रचना कीजिए।	

सूचने : छिपे हुए मौड़ों को टूटि फूटि रेखाओं से सूचित कीजिए। अभी कच्चि आकृति पूर्ण होगई। ऐसिमे टीक का अर्थ समान माप है। ऐसिमेट्रिक शीट मे सम बाहु त्रिभुज होते हैं। कागज की रेखाँ ३ दिशा मे होता है, और प्रत्येक आयाम को सूचित करती है। ऊपर और नीचे की रेखाँ ऊरद्वार आयाम को (ऊँचाई) सूचित करते है। अन्य दो आयाम थितिज आयाम को सूचित करती है। (लंबाई और चौडाई)

ठोस आकृति का स्केच बनने के लिए ऐसिमेट्रीक शीट का उपयोग करते हैं।

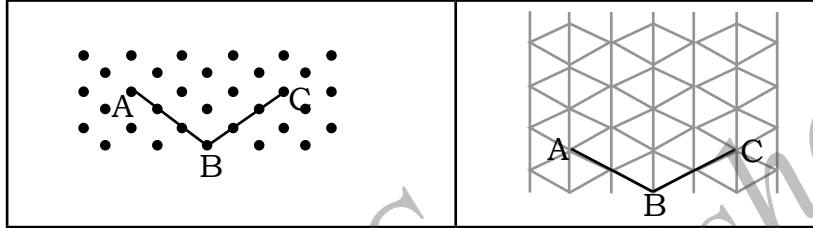
ठोस का मापन,  $6 \times 4 \times 4$  इकाई को लीजिए।

स्तर 1 :	ऐसिमेट्रीक ग्राफ और ऐसिमेट्रीक डाट शीट लीजिए।	
स्तर 2 :	$6 \times 4$ माप का आयत की रचना कीजिए।	
स्तर 3 :	$6 \times 4$ पूर्व के आयत के मध्य बिन्दुओं को कीजिए जोडकर और एक आयत बनाईए।	
स्तर 4 :	उन कोनों को जोडिये और आकृति पूर्ण लिखिए।	

कार्यकल्प : ठोस आकृति का चित्र ऐसिमेट्रीक आलेख और ऐसिमेट्रीक डाट  $2 \times 2 \times 4$  के ठोस पर विचार कीजिए।

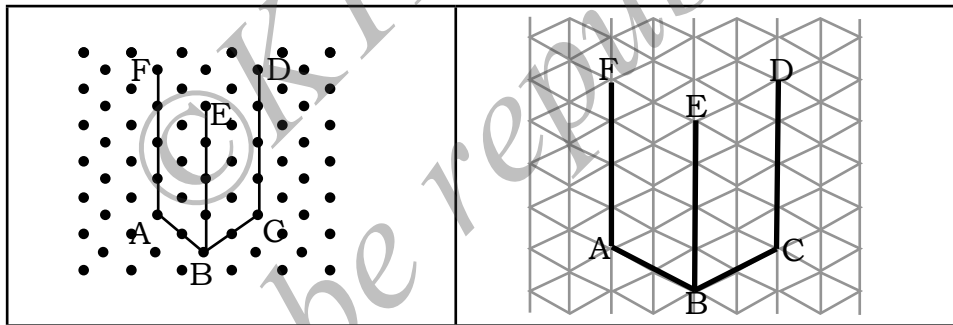
चरण 1:

ऐसोमिट्रिक ग्राफ और ऐसोमेट्रीक डाट्ट शीट लीजिए। ठोस के नीचे AB और BC कोर बनाइए ताकि  $AB = BC = 2$  इकाई.



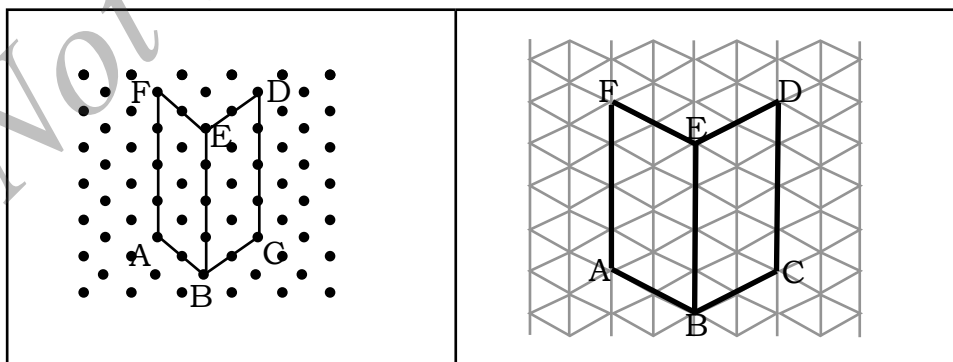
चरण 2:

आधार पर ऊर्ध्वाधर रेखा बनाइए ताकि  $AF = BE = CD = 4$  इकाई

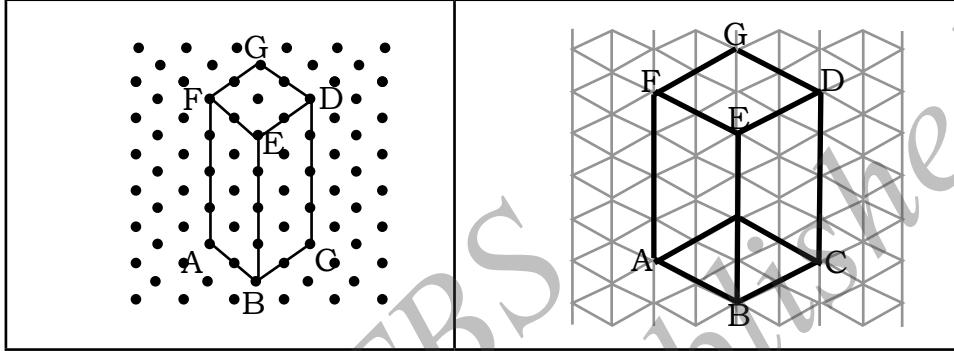


चरण 3:

EF और ED जोड़िए।



स्तर 4 : D, E, और F, से दो इकाई अंकित कीजिए G, बिन्दु पर FG और DG जोड़िए। दृश्यमान कोरों को काले रंग के रेखाओं से जोड़िए और टूटी फूटी रेखाओं से छिप कारों को जोड़िए।



### अभ्यास 10.1

I. खाली स्थान भरिए:

ठोस	फलक	कोर	शीर्ष	फलकों का आकार
a) घनायत	6	12	8	आयत
b) घन				
c) त्रिभुजाधार पिरामिड				
d) वर्गाधार पिरामिड				
e) प्रिज्म				



**II. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लिखिए।**

- 1) शंकु में वक्र सतहों की संख्या, वक्र कोर और शीर्षों की संख्या ज्ञात कीजिए।
- 2) बेलन में वक्र सतहों की संख्या, वक्र कोर और शीर्षों की संख्या बताइये।
- 3) गोले में वक्र सतहों की संख्या, वक्र कोर और शीर्षों की संख्या बताइये।

**III. निम्नलिखितों को जोड़िये।**

क्रमांक	ठोस का नाम		ठोसों का जालाकृति	उत्तर
1	घनायत	a)		
2	घन	b)		
3	वर्गोधार पिरामिड	c)		
4	शंकु	d)		

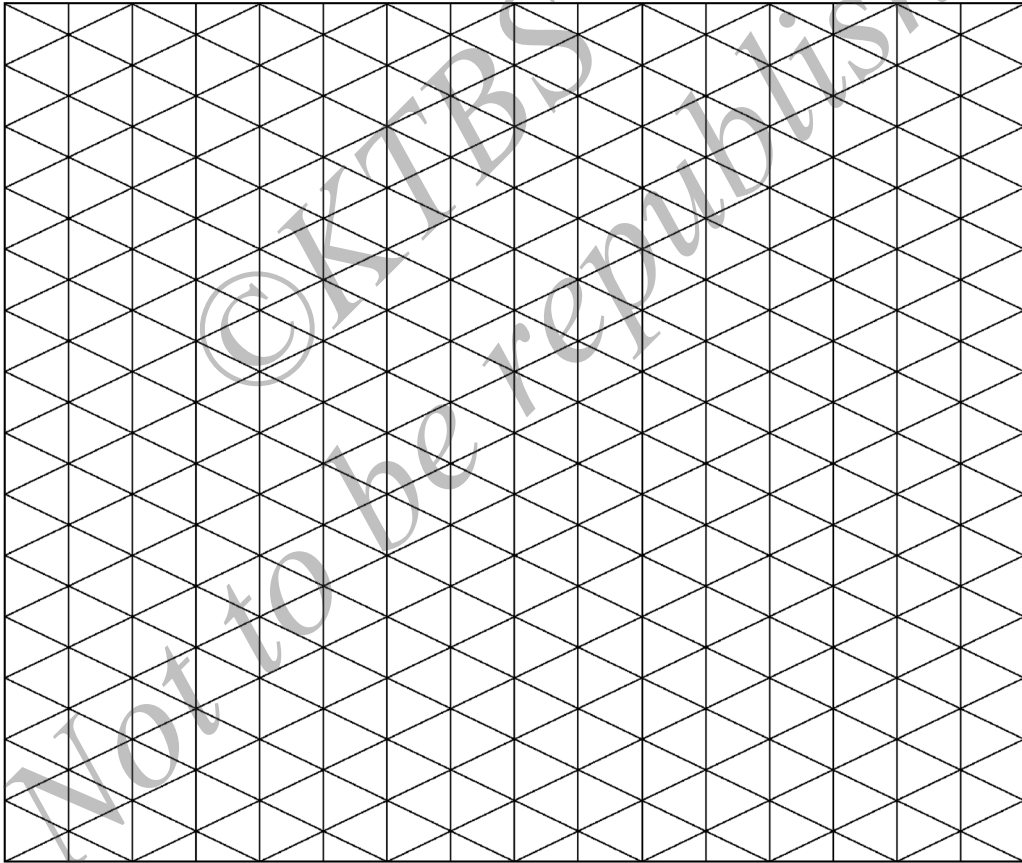
**IV.** वर्ग शीट में निम्नलिखित विस्तार की रचना कीजिए।

a) घनायत जिसमें  $3 \times 2 \times 2$  इकाई विस्तारवाले।

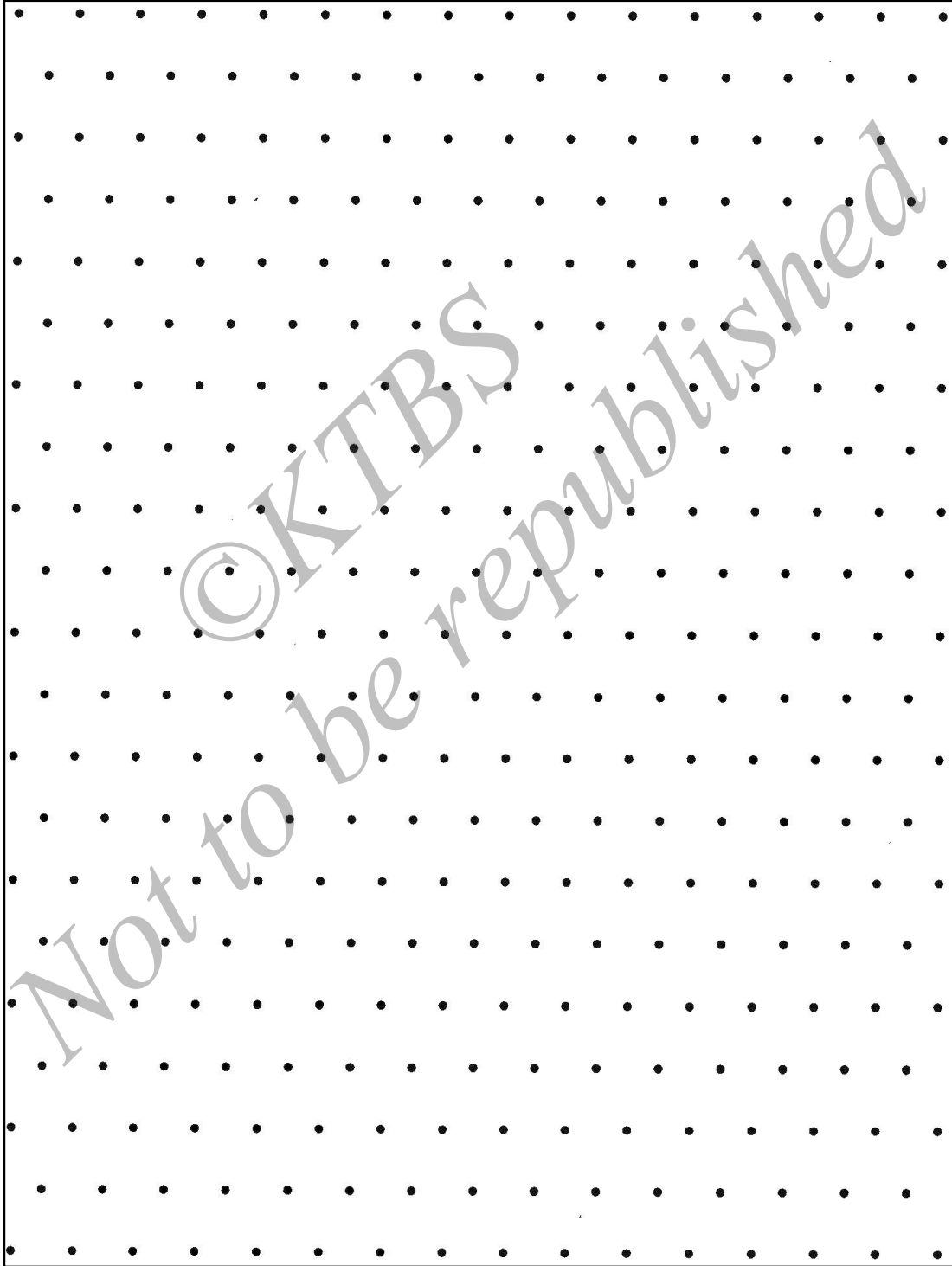
b) घन जिसमें  $4 \times 4 \times 4$  इकाई विस्तारवाले।

उदाहरण शीट

ऐसोमेट्रिक ग्रीड



सोमोट्रिक डाट् पेपर



## घटक - 1 घातांक

अभ्यास 1.1 : I 1) 8 की घात 3      2) 13 के घात 6      3)  $\frac{4}{7}$  की घात 10

4) 10 की घात 4      5) (-6) की घात 5

II a) 5 का आधार - 3 जो आधार संख्या      b) 8 आधार - 10 जो आधार संख्या  
c) 6 आधार -  $(\frac{-2}{3})$  आधार संख्या d) 20 आधार - 3 जो आधार संख्या

III a) 3      b) 4      c) 5,4      d)  $a^n$

IV a)  $3^8 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

b)  $11^3 = 11 \times 11 \times 11$

c)  $(\frac{5}{2})^6 = (\frac{5}{2}) \times (\frac{5}{2}) \times (\frac{5}{2}) \times (\frac{5}{2}) \times (\frac{5}{2}) \times (\frac{5}{2})$

d)  $(1.5)^6 = (1.5) \times (1.5) \times (1.5) \times (1.5) \times (1.5) \times (1.5)$

e)  $(\frac{p}{q})^4 = (\frac{p}{q}) \times (\frac{p}{q}) \times (\frac{p}{q}) \times (\frac{p}{q})$

V a) (i)  $9^2$       (ii)  $3^4$       b) (i)  $5^6$       (ii)  $25^4$       c)  $(-3)^5$

अभ्यास 1.2 : I 1)  $7^{2+5}$  2)  $-3^{5+3}$  3)  $(\frac{5}{2})^{3+6}$  4)  $10^{3+7+5}$  5)  $a^{6+4+10}$  6)  $2.5^{4+8}$

II 1)  $7^8$  2)  $3^7$  3)  $3^9$  4)  $2^{14}$  III 1) 11 2) 21 3) a 4) 1

अभ्यास 1.3 : I 1)  $7^3$  2)  $(-3)^4$  3)  $(\frac{5}{2})^5$  4)  $(8.5)$  5)  $x^8$  6) 1 7)  $\frac{1}{4^5} = 4^{-5}$

II 1) 5 2)  $3^2$  3)  $2^5$  III 1)  $\frac{1}{3^5}$  2)  $\frac{1}{10^7}$  3)  $\frac{1}{a^{10}}$  4)  $\frac{1}{x^{12}}$

IV a)  $\frac{1}{5^{-4}}$  b)  $3^{-4}$  c)  $\frac{1}{2^{-7}}$  d)  $x^{-5}$

अभ्यास 1.4 : II 1)  $3^{24}$  2)  $8^6$  3)  $11^{42}$  4)  $P^q$  5)  $2^{40}$  6)  $(\frac{2}{3})^{20}$

अभ्यास 1.5 : I 1)  $4^{25^2}$  2)  $8^6 6^6$  3)  $11^{11} 5^{11}$

II 1)  $(3 \times 2)^3$  2)  $(4 \times 5)^8$  3)  $(10 \times 2)^3$

अभ्यास 1.6 : I 1)  $\frac{12^6}{13^6}$  2)  $\frac{14^5}{5^5}$  3)  $\frac{8^7}{7^7}$  4)  $\frac{x^3}{z^3}$

अभ्यास 1.7 : I 1)  $(0.7)^5$  2)  $(10)^{12}$  3)  $3^5 2^5$  4)  $2^{12} 3^8$

II 1)  $2^3 3^4 5^2 11$  2)  $3^4 2^{-2}$  3)  $7^2 11^2$  4) 3 III 1) 1 2) 32 3) 80

अभ्यास 1.8 : 1) प्रकाश का वेग  $\approx 3 \times 10^8$  m/s 2) ध्वनि का वेग  $\approx 343.2$  m/s  
3) भूमि और सूर्य के बीच की दूरी  $\approx 149600000 = 1.496 \times 10^9$  m/s

### घटक 2 - अनुपात और समानुपात

अभ्यास 2.1 : I 1) ₹ 60 2) ₹ 72 3) ₹ 200 4) 300 कि.मी  
5) ₹ 360 6) 10 दिन 7) 3 दिन 8) 40 दिन

अभ्यास 2.2 : I. 1) 3 : 4 2) 7 : 8 3) 3 : 7 4) 1 : 5  
5) 10 : 9 6) 32 : 15 7) 1 : 3 8) 1 : 6 II. 1) 1 : 5 2) 1 : 2 3) 1 : 2  
4) 1 : 4 5) 1 : 8 6) 1 : 5 III. 1) 8 : 5 2) 23 : 21 3) 77 : 30 4)  
12 : 25 IV. a) 6 : 1 b) 5 : 1 2) 5 : 9 3) 9 : 2

अभ्यास 2.3 : 1 राजु - ₹ 12,000, दामु - ₹ 9,000

2. महिला - 2,800 पुरुष - 3080

3. रोशन - ₹ 1,200 हमीद - ₹ 1,600

4. ताम्बा - 150 ग्राजस्ता - 90 ग्राम. 5. ₹ 300; ₹ 240 6. 107 : 214 : 321

अभ्यास 2.4 : I 1) 12 2) 8 3) 14 4) 6 5) 10 6) 20

II 1) हाँ 2) नहीं 3) हाँ 4) नहीं

III 1) ₹ 204 2) 30 के.जी IV 2 लीटर V. 4 लीटर

अभ्यास 2.5 : I 1) ₹ 140 2) 5 m 3) 15 m 4) 25 kg

अभ्यास 2.6 : I 1)  $7\frac{1}{2}$  घटे 2) 10 दिन 3) 6 दिन 4) 18 दिन

### घटक 3 - प्रतिशत

अभ्यास 3.1 : II)  $\frac{1}{2}$  2)  $\frac{1}{4}$  3)  $\frac{1}{5}$  4)  $\frac{1}{10}$  5)  $\frac{3}{4}$  6)  $\frac{1}{8}$  7)  $\frac{7}{8}$  8)  $\frac{3}{8}$

II 1) 50% 2) 25% 3) 75% 4) 12.5% 5) 40% 6) 37.5%

7) 32% 8) 35% III 1) 60% 2) 90% 3) 42.85%

अभ्यास 3.2 : 1) 25% 2) 5% 3) ₹ 34.11% 4) 25%

अभ्यास 3.3 : 1) ₹ 108 2) ₹ 990 4) ₹ 420 5) ₹ 40,000

## घटक - 4 सरल रेखिक समीकरण

अभ्यास 4.1 : I 1) b) Z, 2) a)  $2x + 3 = 8$ , 3) c)  $y + 3 = 7$  II a) - (iii) b) - (i) c) - (ii)

III LHS

RHS

1) 1)  $x - 5$

8

2)  $3y + 6$

-9

3)  $14 - k$

$2k + 4$

IV 1)  $x = 13$

2)  $x = 48$

3)  $y = 35$

4)  $p = 6$

5)  $m = 5$

V 1)  $x + 9 = 15$  2)  $8x - 2x = 18 = 3x$  3)  $x + 15 = 35$   $x = 20$

अभ्यास 4.2 : I 1)  $x = 7$  2)  $x = 21$  3)  $y = +3$  4)  $k = -3$  5)  $m = 15$ 6)  $p = 12$  7)  $k = \frac{5}{4}$  8)  $x = \frac{105}{7}$  9)  $x = 3$  10)  $x = -4$  11)  $x = 15$ 12)  $x = 2$  II 1) समीकरण  $4 + 4 \times 6 = 46$  या  $x = 22$ 2) समीकरण  $\frac{x}{7} + 4 = 15$  या  $x = 77$  3)  $x = 45$  4) 140

## घटक - 5 सर्वांगसमता

अभ्यास 5.1 : I 1) a 2) c 3) d

II 1) सर्वांगसम आकृति 2)  $\approx$  3) सर्वांग सम 4) सर्वांग सम अकृतिIII DF :  $\overline{KL} \cong \overline{PQ}$ ,  $\overline{ML} \cong \overline{RQ}$ ,  $\overline{KM} \cong \overline{PR}$ 

## घटक - 7 माप गणित

अभ्यास 7.1 : I 1) 28 cm 2) 10 m 3) 28 m

II 1)  $24 \text{ m}^2$  2)  $87.5 \text{ m}$  3)  $22.75 \text{ m}^2$ 

III 1) 24 cm 2) 60 m 3) 22.4 cm

IV 1)  $30 \text{ m}^2$  2)  $144 \text{ cm}^2$  3)  $96.04 \text{ cm}^2$ 

V 1) 20 cm 2) 44, ₹ 5280 3) वर्ग की भुजा = 30.5 cm

4)  $625 \text{ cm}^2$  5) 1600 m 6)  $15000 \text{ sqm}^2$ , 3000 Rs 7) 4.20

8) a) क्षेत्रफल दुगुना b) समान c) 4 गुणा

9) a) क्षेत्रफल 2 गुणा कम होना है।

अभ्यास 7.2 : I 1) 24 cm, 18 cm, 16 cm 2) 20 cm

- 3) a) 24 cm      b) 39 cm      c) 35 cm      4) a) 27 cm  
 5) 15 cm      6) 225 m और ₹ 2600      7) 24 cm<sup>2</sup>, 13cm<sup>2</sup>, 15cm<sup>2</sup>  
 8) 49 cm<sup>2</sup>      9) 198 m और ₹ 1990      10) आधार = 24 ऊँचाई = 18 m  
 11) a) क्षेत्रफल दुगुना      b) समान  
 c) 4 गुना

अभ्यास 7.3:	1) क्रम संख्या	आधार	ऊँचाई	क्षेत्रफल
	1	8 cm	6 cm	48 cm <sup>2</sup>
	2	15 cm	11 m	165 m <sup>2</sup>
	3	20 cm	14 m	280 m <sup>2</sup>
	4	24 cm	50 m	1200 cm <sup>2</sup>

- 2) 63 cm<sup>2</sup>      3) 315 m<sup>2</sup>      4) 9 m      5) 80 m      6) 91 cm      7) 10.8 m  
 8) B = 10 m      l = 20 m      9) Base = 50 m      l = 20 m  
 अभ्यास 7.4 : 1) a) 44 m b) 66 cm c) 132 m 2) a) 220 cm b) 176 m c) 154m  
 3) 39.6 cm      4) 11.2 m 5) 400 cm, 6) ₹ 3300, 7) 308 cm      8) 14 cm  
 9) 154 cm<sup>2</sup>  
 b) 3146 cm<sup>2</sup> 10) a) 3850 cm<sup>2</sup> b) 2464 m<sup>2</sup> c) 1886 cm<sup>2</sup> 11) 12474 m<sup>2</sup>  
 12) 264 cm      13) 0.1936 m<sup>2</sup> 015 211 m<sup>2</sup> 0.04149      14) 77      15) 154 m<sup>2</sup>  
 अभ्यास 7.5: 1) 300 m<sup>2</sup>      b) 411 m<sup>2</sup>      c) 246 m<sup>2</sup> ₹7380      4) a) 1584 cm<sup>2</sup>  
 b) 660 m<sup>2</sup>      c) 5197.5 m<sup>2</sup> d) 1037.1428 cm<sup>2</sup> 5) 2002 m<sup>2</sup> 50050 ₹

### घटक - 8 दत्तांश का निर्वहण

- अभ्यास 8.1 : I 34.25      II 1) 11.00      2) 4.5      III 3.99 kg  
 IV 1) 12.5, 2) 15.5 V बल्लेबाज -1 65 रन बल्लेबाज -2 30 बल्लेबाज -1 गुड  
 VI a) 29      b) 45  
 अभ्यास 8.2 : I 1) 4.5      2) 16 3) 16      4) 7      II. 27      III 15 IV      24  
 V माधिका 32, नई माधिका 35      V      12  
 अभ्यास 8.3: I 1) 3 2) 14 3) 66 और 69      II 163      III 14 IV 6      V 27

## घटक - 9 प्रायिकता

अभ्यास 9.1: 1) S = {पीला, लाल और हरा} 2) S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

3) S = {हेड, टेल} 4) S = {} 5) S = {11, 12, 13, 14, 15}

अभ्यास 9.2I,  $\frac{1}{2}$  II a) {1, 3, 5, 7, 11, 13 ...} b) {2, 4, 6, 8, 10...} c)

{1, 3, 5, 7, 9, 11...} III a) 6 b) 1, 2, 3, 4

IV a)  $\frac{1}{7}$  b)  $\frac{5}{7}$  c)  $\frac{1}{7}$  V a)  $\frac{12}{25}$  b)  $\frac{5}{25}$  c)  $\frac{6}{25}$

अभ्यास 9.3I. a)  $\frac{1}{2}$  b)  $\frac{1}{2}$  c)  $\frac{1}{2}$  d)  $\frac{1}{6}$  e)  $\frac{2}{3}$

II. a)  $\frac{1}{7}$  b)  $\frac{5}{7}$  c)  $\frac{1}{7}$  III. a)  $\frac{12}{25}$  b)  $\frac{5}{25}$  c)  $\frac{6}{25}$

## 3 आयामी वस्तुओं को 2 आयामी आकृतियों में निरूपण करना

अभ्यास 10.1 I	ठोस	फलक	कोर	शीर्ष आकार
	a) 6	12	8	आयत
	b) 6	12	8	वर्ग
	c) 4	6	6	त्रिभुज
	d) 5	8	5	वर्ग
	e) 5	6	9	आयत और त्रिभुज

## II ठोस का नाम

	वक्र फलक	वक्र को कोर	शीर्ष
1)	1	1	1
2)	1	2	-
3)	1	-	-

III 1 → d, 2 → a, 3 → b, 4 → C