



कर्नाटक सरकार

गणित

MATHEMATICS
(Revised)

6

हिन्दी माध्यम

Hindi Medium

छठवीं कक्षा

Sixth Standard

भाग - 2

Part - II

KARNATAKA TEXT BOOK SOCIETY (R).,

100 Feet Ring Road, Banashankari 3rd Stage,
Bangalore - 560 085

भाग - 2

विषय सूची

अनुक्रमांक	घटक	पृष्ठ संख्या
1.	संख्याओं का जगत	1-32
2.	भिन्न	33-67
3.	दशमलव	68-94
4.	बीजगणित का परिचय	95-109
5.	अनुपात और समानुपात	110-129
6.	सममिति	130-142
7.	रचनाएँ	143-157
8.	माप गणित	158-178
	उत्तरमाला	179-184

अध्याय - 1

संख्याओं का जगत (Playing with Numbers)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप :

- एक संख्या को कौन-सी संख्याओं से भाग लगा सकते हैं ज्ञात कर सकेंगे।
- अभाज्य और संयुक्त संख्याओं को पहचान सकेंगे।
- संख्याओं को अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में लिख सकेंगे।
- गुणनखण्ड तथा गुणजों में अंतर कर सकेंगे।
- दत्त संख्याओं का म.सा.अ. और ल.सा.अ ज्ञात करना और उनका उपयोग कर गणित हल कर सकेंगे।

1.1 भाज्यता की परीक्षा (Rules of Divisibility)

एक संख्या 26 दी गई है, यह कौन - कौनसी संख्या से भाज्य है? क्या वह 2 से भाज्य है? क्या 3 से भाज्य है? क्या 4 से भाज्य है? क्या 5 से भाज्य है? और इत्यादि। भाग लगाने के बाद ही आपको ज्ञात होता है कि वह 2 से भाज्य है परन्तु 3, 4 और 5 से नहीं

बिना भाग लगाने क्या हम कोई नियम बना सकते हैं जिसके द्वारा दी हुई संख्या 2, 3, 4, 5, का परीक्षण कर सकें। आईए इसका सत्यापन करें।

2 की भाज्यता (Divisibility by 2) :

ग्रेसी ने 2 के गुणजों की सूची बनाई है।

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26.... इन गुणजों में, उसने सामान्य नियम पहचाना है। वह नियम क्या है? उसने ध्यान दिया कि...

2 के गुणजों में इकाई स्थान पर 0, 2, 4, 6 अथवा 8 रहता है।

उसने कुछ और सम संख्याओं को लिखा।

उदाहरण : 312, 624, 6118, 3090, 5556.. जब इन संख्याओं उसने 2 से भाग लगाया तो शेष '0' रहा। उसने 2 के भाज्यता का नियम को इस प्रकार परिभाषित किया :

2 की भाज्यता का परीक्षा : एक संख्या सम है तो वह 2 से भाज्य होती हैं ।

प्रयत्न कीजिए: यदि संख्या है तो वह '2' से भाज्य है ।

671, 586, 394, 5798, 7320, 4441:

3 की भाज्यता (Divisibility by 3) :

नवीन ने 3 के गुणज लिखें और एक सामान्य नियम ज्ञात करने का प्रयत्न किया । उसने

3 के गुणजों की सूची बनाई और ध्यान से देखा

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45,90, 93, 96,..... 102,126,.....144, अंकों के इकाई अथवा अन्य स्थानों आधार पर उसे कोई सामान्य परीक्षा ढूँढ नहीं पाया । बाद में उसने चुनी हुई संख्याओं के अंकों को जोड़ना शुरू किया

27	33	39	90	96	144
$2+7=9$	$3+3=6$	$3+9=12$	$9+0=9$	$9+6=15$	$1+4+4=9$	

इनमें, एक सामान्य नियम दिखाई दे रहा है । वह क्या है ?

3 की भाज्यता परीक्षा : यदि एक संख्या के अंकों का जोड़ 3 का गुणज है, तो वह संख्या पूर्ण रूप से 3 से भाज्य होती है ।

प्रयत्न कीजिए : इनमें से कौन-सी संख्याएँ 3 से भाज्य है?

(1) 382 (2) 692 (3) 1086 (4) 2367

6 की भाज्यता (Divisibility by 6) :

हम ने 2 और 3 की भाज्यता के परीक्षा जान लिया है। क्या आप ऐसी संख्या बता सकते हो जो 2 और 3 से भाज्य है?

आईए 6 के भाज्यता का नियम जान लें । आईए, 6 के कुछ गुणजों की सूची बना लें।

वे हैं : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72..... से सभी गुणज

2 और 3 से भाज्य है। इस लिए यदि किसी संख्या को 6 से भाज्य होना है उस 2 और 3 से भाज्य होना चाहिए।

58 यह 2 से पूर्ण रूप से भाज्य हैं और परन्तु 3 से नहीं। क्या वह 6 से भाज्य है? हमे ध्यान मे आता है कि 58 यह 6 से भाज्य नहीं है। इसतरह 27 यह 3 से भाज्य है परन्तु 2 से नहीं। तो 27 भी 6 से भाज्य नहीं है। अब 6 के भाज्यता का परीक्षा लिखिए।

6 की भाज्यता परीक्षण नियम :- 2 और 3 से भाज्य सभी संख्याएँ 6 से भाज्य होती है।

प्रयत्न कीजिए : 6 से पूर्ण भाज्य संख्याओं को पहजानिए।

(1) 84

(2) 95

(3) 378

(4) 6534

4 की भाज्यता (Divisibility by 4) :

निम्न संख्याओं को 4 से भाग लगाईए। क्या वे 4 से भाज्य है?

100, 200, 300,....., 900, 1000, 1100,....., 2500,....., 3800,.....

हाँ, इन संख्याओं को 4 से भाग लगा सकते हैं।

ये 100 के गुणज है और 4 से भाज्य है। ये 100 गुणज पूर्ण रूप 4 से भाज्य होते है।

क्या **1356** यह 4 से पूर्णतः भाज्य है?

जैसे हमें मालूम है 100 के गुणज 4 से भाज्य है। अब $1356 = 1300 + 56$ । यहाँ 1300 यह 4 से भाज्य है। तो हमें केवल 56 का परीक्षण करना होगा कि वह 4 से भाज्य है या नहीं। तो इकाई और दहाई के अंकों से बनी संख्या 56 है।

56 यह 4 से पूर्णतः भाज्य है।

इसलिए 1356 भी 4 से भाज्य है।

क्या **5734** यह पूर्णरूप से **4** से भाज्य हैं?

$5734 = 5700 + 34$. हम जानते हैं कि 5700, यह 4 से भाज्य है, इकाई और दहाई के अंकों से बनी संख्या 34 है तो क्या 34 पूर्णरूप से 4 से भाज्य हैं? नहीं।

∴ 5734 यह 4 से पूर्णरूप से भाज्य नहीं है। अब हम भाज्यता नियम की परिभाषा देते हैं :

4 की भाज्यता का परीक्षण परीक्षा: यदि संख्या में दो या अधिक अंक है तो, दहाई और इकाई स्थान के अंकों से बनी संख्या 4 से भाज्य हैं तो दी गई संख्या पूर्ण रूप से भाज्य होती है।

- प्रयत्न कीजिए : i) क्या 6921 यह 4 से पूर्ण रूप से भाज्य हैं?
ii) 6921 को कौनसी लघुतम संख्या जोड़ने से वह 4 से भाज्य होती है?

5 की भाज्यता (**Divisibility by 5**) :

दिव्या 5 के गुणजों की सूची बनाती है वे हैं

5, 10, 15, 20, 25,....., 50, 55, 60, 65,....., 105,....., 230,.....

उसे पता चलता है कि, 5 के गुणजों में इकाई स्थान पर था 0 होता नहीं तो 5। अब हम 5 का भाज्यता परीक्षण लिखते हैं।

5 के भाज्यता का परीक्षण नियम : यदि एक संख्या के इकाई स्थान पर 0 अचवा 5 उपस्थित हैं तो वह संख्या 5 से भाज्य होती है।

प्रयत्न कीजिए : एक चार अंकोंवाली संख्या लिखिए जो 5 से भाज्य होती है।

10 की भाज्यता (**Divisibility by 10**) :

श्रीलता 10 के गुणजों की संख्या लिखती है

10, 20, 30, 40, 50, 60,..... 100, 110, 120, 130,.....

इन संख्याओं को ध्यान से देखने पर उसे एक सामान्य नियम ज्ञात हुआ।

क्या उसे आप अनुमान लगा सकते हैं? 10 के सभी के गुणजों के इकाई स्थान पर '0' होता है।

तब वह 230, 470, 3020, 6890,..... को 10 से भाग लगाया और 10 का भाज्यता परीक्षण नियम लिखा.

10 की भाज्यता का परीक्षण नियम : जिन संख्याओं के इकाई स्थान पर '0' होता है वे सभी 10 से पूर्णतः भाज्य होती है।

प्रयत्न कीजिए: 1) 100 की भाज्यता परीक्षण नियम की परिभाषा लिखिए
2) 1000 की भाज्यता परीक्षण नियम की परिभाषा लिखिए

8 की भाज्यता (Divisibility by 8) :

अब ध्यान दीजिए 100 यह 8 से भाज्य नहीं है परन्तु 1000 के गुणज 8 से भाज्य है।
1000 के इन गुणजों पर ध्यान दीजिए.

1000, 2000, 3000, 4000,.....,25000,.....,

क्या ये पूर्णतः 8 से भाज्य हैं?

जी हाँ अर्थात् 1000 के सभी गुणज 8 से पूर्णतः भाज्य होते हैं।

क्या 2520, 3518 संख्याएँ 8 से पूर्णतः भाज्य हैं?

जैसे हम जानते हैं 1000 के गुणज 8 से भाज्य होते हैं तो भाज्यता का परीक्षण करने हमें इन उपरोक्त संख्याओं में हजार का स्थान छोड़कर शेष संख्या का परीक्षण करना होगा। अर्थात् हगें सैकड़ा, दहाई और इकाई के स्थान के अंकों से बनी संख्या का परीक्षण करना होगा।

अर्थात् हमें सैकड़ा, दहाई और इकाई के स्थान के अंकों से बनी संख्या का 8 की भाज्यता का परीक्षण करना होगा।

$$2520 = 2000 + 520$$

$$520 \div 8 = 65.$$

∴ 2520 यह 8 से पूर्णतः भाज्य है।

$$\therefore 3518 \text{ में, } 3518 = 3000 + 518$$

$$518 \div 8 = 64 + 6 \text{ शेष है।}$$

∴ 3518 में 518 यह 8 से भाज्य नहीं है।

∴ 3518 यह 8 से पूर्णतः भाज्य नहीं है।

अब, हम 8 के भाज्यता का परीक्षण नियम निम्न रूप से लिखते हैं।

$$\begin{array}{r} 65 \\ 8 \overline{)520} \\ \underline{48} \\ 040 \\ \underline{40} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 8 \overline{)518} \\ \underline{48} \\ 038 \\ \underline{32} \\ 06 \end{array}$$

8 की भाज्यता का परीक्षण नियम : 4 अंकोंवाली संख्या अथवा उसे भी अधिक अंकोंवाली संख्या में सैकड़ा, दहाई और इकाई स्थानों के अंको से बनी संख्या यदि 8 से पूर्णतः भाज्य हो तो, दी गई संख्या भी 8 से पूर्णतः भाज्य होती है।

4 से कम अंकोवाली संख्याओं का 8 के भाज्यता परीक्षण का सत्यापन सीधे संख्या को 8 से भाग लगाकर जान लेते हैं।

प्रयत्न कीजिए :

- 1) परीक्षण कीजिए क्या 38532 यह 8 से पूर्णतः भाज्य हैं?
- 2) 54074 को कौनसी लघुत्तम संख्या जोड़ने से वह 8 से भाज्य होती है।

9 की भाज्यता (Divisibility by 9) :

9 के गुणजों को ध्यान से देखिए.

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108,.....261

270, 351, 567, 3618, 5895, 9756,

इन गुणजों में एक सामान्य नियम है। वह क्या है ?

18 $1+8=9$	36 $3+6=9$	567 $5+6+7=18$	3618 $3+6+1+8=18$	5895 $5+8+9+5=27$
---------------	---------------	-------------------	----------------------	----------------------

9 के गुणजों के अंकों का जोड़ 9 से भाज्य है।

क्या 479 यह 9 से भाज्य है ?

यह पूर्ण रूप से भाज्य नहीं है। आईए इसका सत्यापन 479 के अंकों को जोड़ कर करते हैं यहाँ, अंकों का जोड़ 20 है जो 9 से भाज्य नहीं है।

479 $4+7+9=20$

और सीधे भाग लगाने पर भी हम देखते हैं कि 479 यह 9 से भाज्य नहीं है इन उदाहरणों की ध्यान से देखकर 9 की भाज्यता का परीक्षण नियम लिखिए.

9 की भाज्यता का परीक्षण नियम :

एक संख्या 9 से पूर्णतः भाज्य है यदि उसके अंकों का जोड़ 9 से पूर्णतः भाज्य है।

प्रयत्न कीजिए : निम्नों में एक संख्या 9 से पूर्णतः भाज्य नहीं है। उस संख्या को पता लगाईए. 2853, 6003, 8279, 5976.

11 की भाज्यता (Divisibility by 11) :

11 के कुछ गुणज है 517, 2959, 3883, और 40425 । इन संख्याओं में सामान्य नियम पर ध्यान दीजिए।

11 के गुणज	दाहिनी ओर से विषम स्थानों के अंको का जोड़	दाहिनी ओर से सम स्थानों के अंको का जोड़	योगफलों का अंतर
517	$7 + 5 = 12$	1	$12 - 1 = 11$
2,959	$9 + 9 = 18$	$5 + 2 = 7$	$18 - 7 = 11$
3,883	$3 + 8 = 11$	$8 + 3 = 11$	$11 - 11 = 0$
40,425	$5 + 4 + 4 = 13$	$2 + 0 = 2$	$13 - 2 = 11$

सूची को ध्यान से देखकर, 11 की भाज्यता का नियम लिखिए

11 की भाज्यता परीक्षण नियम : एक संख्या 11 से पूर्णतः भाज्य होती है यदि विषम स्थानों के अंकों का जोड़ (दाहिने से) और सम स्थानों के अंको का जोड़ (दाहिने से) का अंतर 11 अथवा 0 हो।

प्रयत्न कीजिए : निम्नों में कौन- कौन सी संख्या 11 से पूर्णतः भाज्य है.

1) 6,556 2) 1,237 3) 1,397 4) 1,748

अभ्यास 1.1

- I.** निम्नों में से कौनसी संख्याएँ
- A) 2 से भाज्य है? B) 3 से भाज्य है?
- a) 256 b) 394 c) 618 d) 708 e) 692
- f) 846 g) 3,955 h) 6,852 i) 3,051 j) 6,872
- II.** निम्नों में से कौनसी संख्या
- A) 4 भाज्य है। B) 8 भाज्य है।
- a) 692 b) 376 c) 5,872 d) 8,000 e) 12,579
- f) 36,420 g) 58,628 h) 7,741 i) 30,148 j) 20,928

III. भाज्यता के नियमों के आधार पर निम्नों में से कौनसी संख्याएँ 6 से भाज्य है पता लगाइए।

- a) 3,474 b) 6,234 c) 4,576 d) 3,870 e) 6,252
f) 12,741 g) 59,052 h) 82,766 i) 40,008 j) 51,206

IV. निम्न शिकत स्यानों में सबसे लधुत्तम संख्या भरिए ताकि वह 3 स भाज्य हो।

- a) __7,450 b) 34,__ 52 c) 56,4__3 d) 47,32 __

V. भाज्यता के परीक्षण नियम के आधार पर पता लगाइए कौनसी संख्याएँ 9 से भाज्य है।

- a) 5,876 b) 9,486 c) 5,670 d) 1,572 e) 4,653
f) 40,926 g) 42,531 h) 58,673 i) 47,320 j) 50,985

VI. भाज्यता के परीक्षण नियम के आधार पर पता लगाइए कौनसी संख्याएँ 11 स भाज्य है।

- a) 4,719 b) 8,228 c) 9,211 d) 2,926 e) 8,987
f) 38,798 g) 42,163 h) 80,564 i) 39,119 j) 68,035










VII. दिये गये नमूने के अनुसार निम्न तालिका पूर्ण कीजिए।

संख्याएँ	निम्नों से भाज्य है? अथवा नहीं?								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
356	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं
870									
945									
3,256									
30,438									
51,720									
609									
7,690									
91,548									

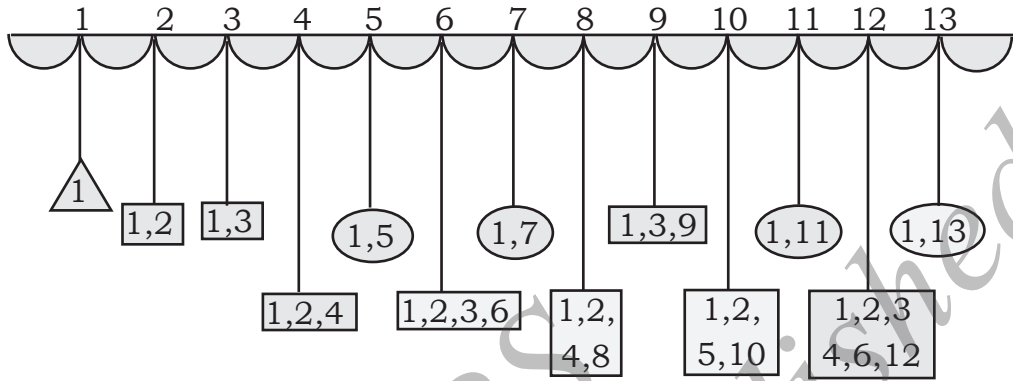
1.2(a) अभाज्य और संयुक्त संख्याएँ (Prime and composite numbers)

शिक्षक ने रजिया और गोपाल को क्रमश 7 और 8 धातु के प्लेट दिये और उन्हें भिन्न प्रकार से व्यवस्थित करने कहा।

नियम 1: पंक्ति और स्तंभों में प्लेटों संख्या व्यवस्थित समान होना चाहिए। नियम के अनुसार उन्होंने निम्न रूप से व्यवस्थित किया।

 <p>प्रत्येक पंक्ति में 7 प्लेट लेकर</p>  $7 \times 1 = 7$	 <p>प्रत्येक पंक्ति में 8 प्लेट लेकर</p>  $8 \times 1 = 8$
<p>प्रत्येक पंक्ति में 1 लेकर</p>  $1 \times 7 = 7$	<p>प्रत्येक पंक्ति में 4 प्लेट लेकर</p>  $4 \times 2 = 8$
 <p>केवल दो व्यवस्थाएँ संभव हैं</p> <p>7 के गुणनखण्ड 1 और 7 है</p>	<p>प्रत्येक पंक्ति में 1 प्लेट लेकर</p>  $1 \times 8 = 8$ <p>केवल 4 व्यवस्थाएँ संभव हैं।</p>  <p>8 के गुणन खण्ड = 1, 2, 4 और 8 है</p>

गुणनखण्डों के चार्ट को ध्यान से देखिए.



संख्याएँ जिनके केवल एक गुणनखण्ड है	संख्याएँ जिनके केवल दो गुणनखण्ड	संख्याएँ जिनके दो से अधिक गुणनखण्ड हैं।
1	2, 3, 5, 7, 11, 13	4, 6, 8, 9, 10, 12

संख्याओं के श्रेणी में अंकित संख्याओं को ध्यान से देखिए.

1, (2), (3), 4, (5), 6, (7), 8, 9, 10, (11), 12, (13),

इन संख्याओं के केवल दो गुणनखण्ड हैं। और इन्हें “अभाज्य संख्याएँ” कहते हैं।

अभाज्य संख्याएँ 1 और स्वयं से भाज्य है।

जिन संख्याओं के दो से अधिक गुणनखण्ड हैं संयुक्त संख्याएँ कहलाते हैं।

उदा : 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15,

इसे जान लीजिए:- ‘1’ का केवल एक ही गुणनखण्ड है इसलिए 1 ना अभाज्य संख्या है ना संयुक्त संख्या है।

ऊपर दिये गए गुणनखण्डों के चार्ट देखकर निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखिए :

- सबसे छोटी अभाज्य संख्या कौनसी है ?
- सबसे छोटी संयुक्त संख्या कौनसी है ?
- ‘1’ को ना अभाज्य कहते हैं ना संयुक्त संयुक्त संख्या कहते है। क्यों?

1 और 100 के बीच के अभाज्य संख्याओं को पहचाना:

3 रे शताब्दी में ग्रीक गणितज्ञ येराथोस्थेनस द्वारा बताये विधान का उपयोग कर हम अभाज्य संख्याओं को पहचान सकते हैं।

कार्यकलाप :- 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

अंत में सारणी में आंकित संख्या अभाज्य संख्याएँ हैं।

चरण :

- दिये अनुसार 1 से 100 तक संख्याओं की एक तालिका बनाईए.
- 1 को छांट दीजिए (क्यों ?)
- 2 का अंकित कीजिए और 2 के गुणजों को आंकित.
- 3 को अंकित कीजिए और 3 के गुणजों को छांट दीजिए.
- 5 और 7 को अंकित कीजिए और इसी तरह जारी रखिए.
- इस प्रक्रिया जारी रखिए ताकि सभी संख्यये या तो अंकित अथवा छांट दी जाती है।

येराथोस्थेनस तालिका ध्यान से देखकर उत्तर दीजिए.

- 1 और 20 के बीच के अभाज्य कौन कौन से है ?
- 21 और 50 के बीच कितने अभाज्य संख्याएँ हैं ?
- अभाज्य संख्याओं में कितने सम संख्याएँ है ? कौन - कौन से लिखिए ?

अभ्यास 1.2 (a)

I. सही उत्तर चुनकर पूर्ण किजिए :

1) सबसे छोटी अभाज्या संख्या है:

- a) 1 b) 2 c) 9 d) 0

2) 1 से 10 तक के बीच के अभाज्य संख्याओं की संख्या है:

- a) 4 b) 7 c) 2 d) 5

3) 21 और 30 के बीच के अभाज्य संख्याओं की संख्या है:

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

4) 91 और 100 तक के अभाज्य संख्याओं की संख्या है:

- a) 4 b) 3 c) 2 d) 1

II. 1) 20 से छोटी दो अभाज्य संख्याओं को पता लगाईए जिनका जोड़ से 5 से भाज्य है।

$$\text{उदा : } 2 + 3 = 5$$

2) 20 से छोटी दो अभाज्य संख्याओं को पता लगाईए जिनका जोड़ से 3 से भाज्य है.

$$\text{उदा : } 7 + 2 = 9$$

1.2(b) सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime numbers)

उदाहरण 1 : 10 और 7 को पूर्णतः भाग लगानेवाली संख्याएँ कौनसी हैं?

$$10 \text{ के गुणनखण्ड} = 1, 2, 5, 10.$$

$$7 \text{ के गुणनखण्ड} = 1, 7.$$

अर्थात् केवल 1 ऐसी संख्या है जो 10 और 7 को भाग लगा सकती है।

उदाहरण 2 : कौन - कौनसी संख्या 12 और 13 को भाग लगा सकती है?

$$12 \text{ के गुणनखण्ड} = 1, 2, 3, 4, 6 \text{ और } 12 \text{ है।}$$

$$13 \text{ के गुणनखण्ड} = 1 \text{ और } 13 \text{ है।}$$

अर्थात् 1 ऐसी संख्या है जो 12 और 13 को भाग लगा सकती है।

उपरोक्त उदाहरण में से 10 और 7, 12 और 13 संख्याओं के युग्म को केवल 1 मात्र ऐसी संख्या जो पूर्णतः भाग लगाती है। इसलिए ऐसी युग्मों को सह अभाज्य संख्याएँ कहते हैं।

∴ 10 और 7 - सह अभाज्य संख्याएँ

12 और 13 - सह अभाज्य संख्याएँ

इस उदाहरण को ध्यान से देखिए :

क्या 12 और 3 सह अभाज्य संख्याएँ हैं ?

$$12 \text{ के गुणनखण्ड} = 1, 2, 3, 4, 6 \text{ और } 12$$

$$3 \text{ के गुणनखण्ड} = 1 \text{ और } 3$$

12 और 3 को 3 से भाग लगा सकते हैं।

∴ 12 और 3 सह अभाज्य संख्या नहीं हैं।

सत्यापन कीजिए : निम्नों में से कौन से सह अभाज्य है 1) 7, 21 2) 9, 13

अभ्यास 1.3 (b)

I. निम्नों के में सह अभाज्य संख्याओं को पहचानिए।

- a) 4, 7 b) 12, 15 c) 15, 8 d) 21, 20
e) 12, 20 f) 2, 9 g) 14, 81 h) 14, 49

II. 1) एक गोशाला में 16 गाय और 12 बछड़े हैं। यदि उनको अलग किया जाए क्या उन्हें समान संख्या में समुह बना सकते हैं ?

- a) यदि सम्भव हैं, कितनी गाय / बछड़े प्रत्येक समुह में होंगे ?
b) यदि नहीं, कारण दीजिए।

2) छठी कक्षा में 16 लड़कें और 13 लड़कियाँ हैं। क्या उन्हें समतुल्य संख्या के समूह में अलग करना सम्भव है ?

- a) यदि सम्भव है, कितने बच्चे प्रत्येक समुह में होंगे ?
b) यदि नहीं, कारण दीजिए।

1.4 संख्याओं को अभाज्य संख्याओं के गुणलब्ध के रूप में व्यक्त करना

अबतक, आपने अभाज्य संख्याओं के बारे में सीखा है। निम्नों पर ध्यान दीजिए :
 $4 = 2 \times 2$, $6 = 3 \times 2$, $10 = 2 \times 5$, इत्यादि; वस्तव में, हम संख्याओं को अभाज्य संख्याओं के गुणलब्ध के रूप में व्यक्त कर सकते हैं।

आईए, उसे कैसे करना समझ लेते हैं :

विधान 1 : गुणनखण्डन विधान (Factorisation Method)

उदाहरण 1 : 18 को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल में रूप व्यक्त कीजिए.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

- दी गई संख्या को अभाज्य संख्या से भाग लगाते जाईए। और इस क्रिया अन्त में अभाज्य संख्या शेष रहने तक जारी रखी है।
- प्राप्त अभाज्य संख्याओं का गुणनफल
 $18 = 2 \times 3 \times 3$ है।

उदाहरण 2 : 96 को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 96 \\ \hline 2 & 48 \\ \hline 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

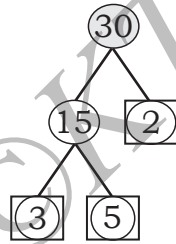
अर्थात्, $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

प्रयत्न कीजिए : निम्न संख्याओं अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए. 1) 75 2) 100

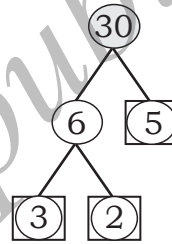
विधान 2 : गुणनखण्ड वृक्ष तैयार करने पर

उदाहरण 1 : 30 को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में लिखिए :

विधान 1:



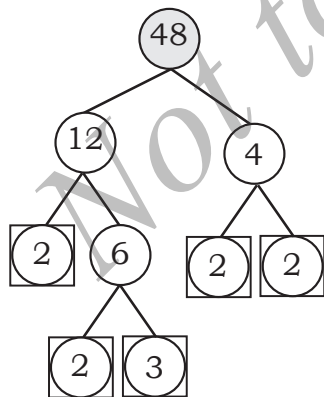
विधान 2:



जब गुणनखण्ड वृक्ष पूर्ण होता है, अभाज्य संख्याओं का पहचानकर वर्गाकार चिन्ह लगाईए इस उदाहरण में 2, 3 और 5 अभाज्य संख्या हैं ।

$\therefore 30 = 3 \times 5 \times 2$

उदाहरण 2 : 48 को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में लिखिए.



$48 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2$

इसे अलग - अलग रूप में हल कीजिए.

स्वयं प्रयत्न कीजिए: निम्नों के गुणनखण्ड वृक्ष तैयार कीजिए :
1) 80 2) 120

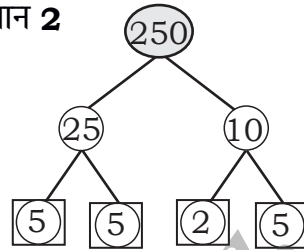
उदाहरण 3 : 250 के अभाज्य गुणखण्ड, गुणखण्डन और गुणखण्ड वृक्ष तैयार करने के विधान से ज्ञात कीजिए.

विधान 1

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 250} \\ 5 \overline{) 125} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$$\therefore 250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

विधान 2



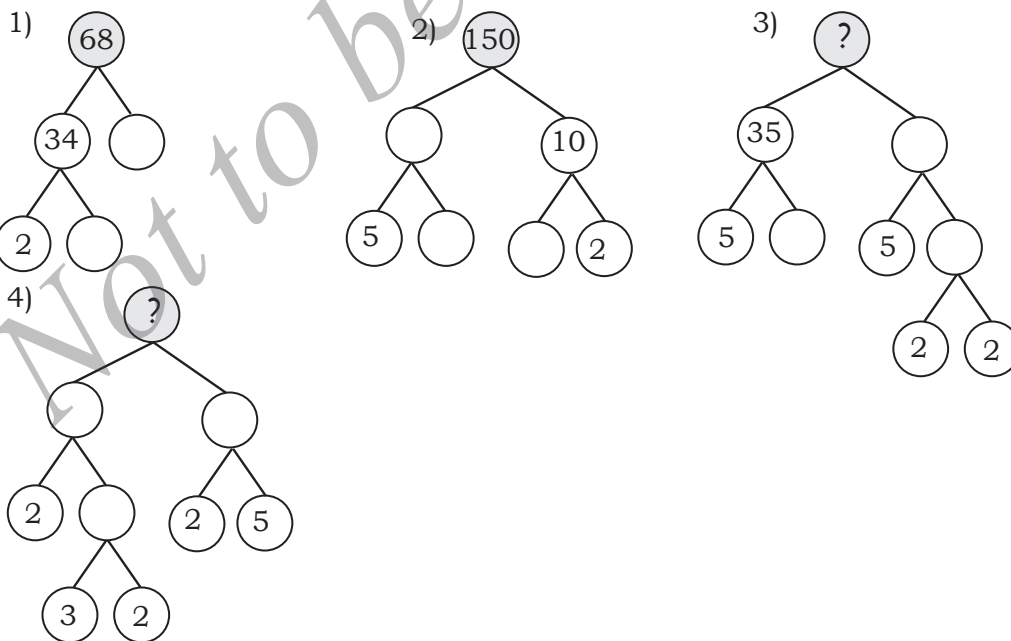
प्रयत्न कीजिए : निम्नों के गुणखण्ड वृक्ष तैयार करते हुए उन्हें अभाज्य गुणखण्डों के गुणनलब्ध के रूप में लिखिए. 1) 28 2) 75

अभ्यास 1.4

I. गुणखण्डन विधान से निम्नलिखित संख्याओं को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में लिखिए।

- a) 20 b) 26 c) 40 d) 80 e) 300
f) 570 g) 680 h) 144 i) 500 j) 1000

II. निम्न गुणखण्ड वृक्ष पूर्ण कीजिए।



III. निम्न संख्याओं के गुणनखण्ड वृक्ष तैयार कीजिए।

- 1) 70 2) 96 3) 160 4) 200

1.5 गुणनखण्ड और गुणज (Factors and Multiples)

आपके पिछली कक्षाओं में आपने गुणनखण्ड और गुणजों के बारे में सीखा है, उसे याद कीजिए.

गुणनखण्ड (Factors) :

रीटा 8 को निम्न रूप से कुछ संख्याओं के गुणनफल के रूप में लिखती है.

$$\begin{aligned} 8 &= 8 \times 1 \\ &= 4 \times 2 \\ &= 2 \times 4 \\ &= 1 \times 8 \end{aligned}$$

रीटा '8' को 1, 2, 4 और 8 से भाग लगाती है.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 1 \overline{) 8} \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{भागफल} = 8 \\ \text{शेष} = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \overline{) 8} \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{भागफल} = 4 \\ \text{शेष} = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \overline{) 8} \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{भागफल} = 2 \\ \text{शेष} = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 8 \overline{) 8} \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{भागफल} = 1 \\ \text{शेष} = 0 \end{array}$$

'8' यह 1, 2, 4 और 8 से पूर्णतः भाज्य है। इसलिए 1, 2, 4 और 8 के गुणनखण्ड है।

A) रवि 13 को दो संख्याओं के गुणनफल के रूप में लिखता है।

$$\begin{array}{l} 13 = 13 \times 1 \\ = 1 \times 13 \end{array} \text{ यह इन्हीं दो विधानों से संभव है।}$$

B) रवि 13 को 1 और 13 से भाग लगाता है।

$\begin{array}{r} 13 \\ 1\overline{)13} \\ \underline{1} \\ 03 \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 13\overline{)13} \\ \underline{13} \\ 0 \end{array}$
भागफल = 13	भागफल = 1
शेष = 0	शेष = 0

13 यह संख्या 1 और 13 से भाज्य है।

इसलिए, 1 और 13 को 13 के गुणनखण्ड कहते हैं।

संख्याएँ जो दी संख्या को पूर्णतः भाग लगाती हैं उन्हें गुणनखण्ड कहते हैं

8 के गुणनखण्ड ध्यान से देखिए.

8 के गुणनखण्ड 1, 2, 4 और 8.

1, 2 और 4 संख्याएँ छोटी हैं।

$$8 = 8$$

तथा, 13 के गुणनखण्ड ध्यान से देखिए

$$13 \text{ के गुणनखण्ड} = 1, 13$$

$$1 < 13$$

$$13 = 13$$

अर्थात् एक संख्या के गुणनखण्ड दी संख्या से छोटी हैं अथवा समान है।

प्रयत्न कीजिए : 12, 20, 30 के गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए और दत्त संख्या से तुलना कीजिए.

सामान्य गुणनखण्ड (**Common factors**)

उदाहरण 1 : 12 और 16 के सामान्य गुणनखण्ड क्या है?

$$12 \text{ के गुणनखण्ड} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$16 \text{ के गुणनखण्ड} = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

12 और 16 के सामान्य गुणनखण्ड $\{1, 2, 4\}$ हैं।

उदाहरण 2 : 56 और 42 के सामान्य गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए ?

$$56 \text{ के गुणनखण्ड} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28, 56\}$$

$$42 \text{ के गुणनखण्ड} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 42\}$$

$$\text{सामान्य गुणनखण्ड} = \{1, 2, 7, 14\}$$

प्रयत्न कीजिए: 1) 16, 20 2) 40, 50 के सामान्य गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए.

गुणज (Multiples)

उदाहरण: शैला को 4 से पूर्णतः भाग जातेवाली संख्याओं को ज्ञात करते कहा गया है। उसने उन संख्याओं को वर्ग बनाकर सूचित किया।

$4 \times 1 = 4$	$4 \times 6 = 24$	$4 \times 11 = 44$
$4 \times 2 = 8$	$4 \times 7 = 28$	$4 \times 12 = 48$
$4 \times 3 = 12$	$4 \times 8 = 32$
$4 \times 4 = 16$	$4 \times 9 = 36$
$4 \times 5 = 20$	$4 \times 10 = 40$

$\begin{array}{r} 1 \\ 4 \overline{)4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ 4 \overline{)28} \\ \underline{28} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ 4 \overline{)36} \\ \underline{36} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ 4 \overline{)48} \\ \underline{48} \\ 08 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$
शेष '0'	शेष '0'	शेष '0'	शेष '0'

4, 8, 12, 16 ----- इस अनुक्रम सभी संख्याएँ पूर्णतः '4' से भाज्य हैं।
इसलिए, 4, 8, 12, 16, 20 ----- इस अनुक्रम के संख्याएँ '4' के गुणज कहलाते हैं।

4 का उच्चतम गुणज कौनसा है ?

4 के किसी भी गुणज को 4 जोड़ने पर, दन्त 4 के गुणज से बड़ी संख्या प्राप्त होती है। इसलिए दत्त गुणज से भी बड़ी गुणज होता है। ध्यान दीजिए 4 के गुणजों को 4 के साथ किस तरह तुलना किये गये हैं।

उदाहरण 1 : '4' के गुणज हैं 4, 8, 12, 16, 20 -----

8, 12, 16, > 4

4 = 4

अर्थात 4 के गुणज या 4 से समान नहीं 4 से बड़े हैं।

उदाहरण 2 : 15 के गुणज हैं 15, 30, 45, 60, 75, -----

30, 45, 60, 75, > 15

15 = 15

अर्थात 15 के गुणज या 15 समान नहीं तो 15 उसे बड़े हैं।

याद रखिए :

- एक संख्या के गुणज असंख्य होते हैं।
- एक संख्या के गुणज उस संख्या के समान अथवा उस बड़े होते हैं।
- एक संख्या के गुणज, उस संख्या से भाज्य होते हैं।

सामान्य गुणज (**Common multiples**) :

1) 9 और 12 के सामान्य गुणज बताईए.

9 के गुणज हैं = {9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, ---}

12 के गुणज हैं = {12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, ---}

9 और 12 के सामान्य गुणज है : { 36, 72, ----- }

2) 5 और 10 के सामान्य गुणज लिखिए.

5 के गुणज = { 5, 10, 15, 20, 25, 30, ---- }

10 के गुणज = { 10, 20, 30, 40, 50, --- }

5 और 10 के सामान्य गुणज है = { 10, 20, 30, ----- }

प्रयत्न कीजिए : निम्नों के प्रथम तीन गुणज ज्ञात कीजिए.

1) 4, 6

2) 8, 10

गुणज लिखने का विधान :

1) '7' के प्रथम गुणज लिखिए.

$$7 \times 1 = 7 \quad 7 \times 2 = 14 \quad 7 \times 3 = 21 \quad 7 \times 4 = 28 \quad 7 \times 5 = 35$$

∴ 7 के प्रथम गुणज है: 7, 14, 21, 28, 35.

2) '25' के प्रथम 4 गुणज लिखिए.

$$25 \times 1 = 25 \quad 25 \times 2 = 50 \quad 25 \times 3 = 75 \quad 25 \times 4 = 100$$

25 के 4 गुणज है : 25, 50, 75, 100.

प्रयत्न कीजिए : निम्नों के अगले गुणज लिखिए:

9 के गुणज = 9, 18, 27, 36, 45, _____, _____, _____

14 के गुणज = 14, 28, 42, _____, _____, _____, _____

अभ्यास 1.5

I. निम्न संख्याओं के 4 गुणज लिखिए।

- | | | | | |
|-------|-------|--------|-------|-------|
| a) 14 | b) 25 | c) 21 | d) 31 | e) 42 |
| f) 60 | g) 67 | h) 100 | i) 96 | j) 75 |

II. निम्न संख्याओं के प्रथम 5 गुणज लिखिए।

- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| a) 6 | b) 11 | c) 15 | d) 24 | e) 30 |
|------|-------|-------|-------|-------|

III. जोड़कर लिखिए।

- | A | B |
|-------|-----------------------------|
| 1) 1 | a) 5 का गुणज |
| 2) 18 | b) सभी संख्याओं का गुणनखण्ड |
| 3) 20 | c) 7 का गुणज |
| 4) 49 | d) 6 का गुणज |

1.6 महत्तम सामान्य अपवर्तन (Highest Common Factor)

आपने संख्याओं के सामान्य गुणनखण्ड ज्ञात करना सीख लिया है। अब इन उदाहरणों को ध्यान से देखिए :

उदाहरण 1 : 8 और 12 के गुणनखण्ड क्या है?

$$8 \text{ के गुणनखण्ड हैं } = \{ 1, 2, 4, 8 \}$$

$$12 \text{ के गुणनखण्ड हैं } = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12, \}$$

$$8 \text{ और } 12 \text{ के सामान्य गुणनखण्ड } = \{1, 2, 4\}$$

इनमें सबसे महत्तम संख्या कौनसी है?

अर्थात् 4 यह 8 और 12 को भाग लगानेवाली महत्तम संख्या है।

∴ इसलिए '4' को 8 और 12 महत्तम सामान्य अपवर्तन (गुणनखण्ड) कहते हैं (संक्षिप्त में उसे म. सा. अ. लिखते हैं)

$$8 \text{ और } 12 \text{ का म. सा. अ. } = 4 \text{ है}$$

उदाहरण 2 : 24 और 36 का महत्तम सामान्य अपवर्तन मालूम कीजिए :

$$24 \text{ के (अपवर्तन) गुणनखण्ड हैं } = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 \}$$

$$36 \text{ के अपवर्तन हैं } = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 \}$$

$$24 \text{ और } 36 \text{ के सामान्य अपवर्तन हैं } = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

इन सामान्य अपवर्तनों में महत्तम संख्या कौन सी है ? 12

$$\therefore 24 \text{ और } 36 \text{ का म. सा. अ. } = 12$$

म. सा. अ. एक मात्र महत्तम संख्या है जो दिये गये संख्याओं को पूर्णतः :: भाग लगाती है।

गुणनखण्ड विधान से म. सा. अ. ज्ञात करना.

उदाहरण 1 : 8 और 20 का म. सा. अ. क्या है?

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8, 20 \\ \hline 2 & 4, 10 \\ & 2, 5 \end{array} \text{ चरण:}$$

• लघुत्तम सामान्य गुणनखण्ड के उपयोग से दत्त संख्या के गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए।

= 2×2 • सह अभाज्य संख्या प्राप्त होने तक प्रक्रिया जारी रखिए.

= 4 • सतंभ पर प्राप्त गुणनखण्डों का गुणनफल ही म. सा. अ. है।

$$\therefore 8 \text{ और } 20 \text{ का म. सा. अ. } = 4 \text{ है।}$$

उदाहरण 2 : 18 और 24 का म. सा. अ. क्या है ?

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18, 24 \\ 3 & 9, 12 \\ \hline & 3, 4 \end{array}$$

स्तंभ पर 2 और 3 संख्या उपलब्ध है.

$$\therefore 18 \text{ और } 24 \text{ का म. सा. अ.} = 2 \times 3 = 6.$$

उदाहरण 3 : 18, 72, और 54 का. म. सा. अ. ज्ञात कीजिए ?

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 3 \times 3 \\ 72 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ 54 &= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 18 &= \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \\ 72 &= \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \times 2 \times 2 \\ 54 &= \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \times 3 \end{aligned} \right\}$$

सामान्य गुणनखण्ड 2, 3 और 3 है। 2, 3 और 3 का गुणनफल दत्त संख्याओं का म. सा. अ. है।

$$\therefore 18, 72 \text{ और } 54 \text{ सामान्य गुणनखण्ड है म. सा. अ.} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के उपयोग से म. सा. अ. ज्ञात करना

उदाहरण 1 : 16 और 20 का म. सा. अ. क्या है ?

$$\begin{array}{r|l} 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ \hline & 2 \end{array}$$

$$16 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2$$

$$20 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ \hline & 5 \end{array}$$

चरण :

- अभाज्य संख्याओं के उपयोग करते हुए प्रत्येक संख्या के गुणनखण्डन ज्ञात कीजिए.
- प्रत्येक संख्या के अभाज्य गुणनखण्ड लिखिए.
- दोनों समूह सामान्य गुणनखण्ड पता लगाईए.
- इस उदाहरण में 2, दो बार दोहराया है
- म. सा. अ. $2 \times 2 = 4$

$$\therefore 16 \text{ और } 20 \text{ का म. सा. अ.} = 4$$

उदाहरण 2 : 24 और 60 का म. सा. अ. क्या है ?

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 60 \\ 2 & 30 \\ 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$24 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3}$$

$$60 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$$

24 और 60 के सामान्य गुणनखण्ड = 2, 2 और 3 है ।

$$\therefore 24 \text{ और } 60 \text{ का म. सा. अ.} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

उदाहरण 3 : 280 और 350 का म. सा. अ. क्या है ?

$$280 = \boxed{2} \times 2 \times 2 \times \boxed{5} \times \boxed{7}$$

$$350 = \boxed{2} \times 5 \times \boxed{5} \times \boxed{7}$$

280 और 350 के सामान्य गुणनखण्ड 2, 5 और 7 है ।

$$\therefore 280 \text{ और } 350 \text{ का म. सा. अ.} = 2 \times 5 \times 7 = 70$$

प्रयत्न कीजिए : निम्नों का म. सा. अ. ज्ञात कीजिए.

- 1) 10, 15 2) 40, 60 3) 32, 48 4) 250, 175

सह अभाज्य संख्याओं का म. सा. अ. :

उदाहरण 1 : 8 और 25 का म. सा. अ. क्या है ?

$$8 = 1 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$25 = 1 \times 5 \times 5$$

दत्त संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्डों की ओर ध्यान दीजिए। इन संख्याओं के सामान्य अभाज्य गुणनखण्ड कौन से ?

8 और 25 में सामान्य अभाज्य गुणनखण्ड नहीं है। तो 8 का 25 का म. सा. अ. क्या है ?

1 मात्र ऐसी संख्या है जो दोनों को संपूर्ण रूप भाग लगाती है।

$$\therefore 8 \text{ और } 25 \text{ का म. सा. अ.} = 1 \text{ है।}$$

उदाहरण 2 : 23 और 48 का म. सा. अ. क्या है ?

$$23 = 23$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

23 और 48 में सामान्य गुणनखण्ड नहीं है।

तो दोनों संख्याओं का भाग लगाने वाली एक मात्र संख्या कौनसी है ?

1 ही एक संख्या जो दोनों को भाग लगाती है

$$\therefore 23 \text{ और } 48 \text{ का म. सा. अ.} = 1 \text{ है।}$$

दो सह अभाज्य संख्याओं का म. सा. अ. 1 है।

म. सा. अ. ज्ञात करना जब एक संख्या दूसरे का गुणज हो

इन उदाहरणों को ध्यान से देखिए

उदाहरण 1 : 6 और 42 का म. सा. अ. ज्ञात कीजिए ?

$$6 = 2 \times 3$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$\text{म. सा. अ.} = 2 \times 3$$

$$= 6$$

उदाहरण 2 : 18 और 72 का म. सा. अ. क्या है ?

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{म. सा. अ.} = 2 \times 3 \times 3 = 18.$$

उपरोक्त उदाहरणों से ज्ञात होता है कि, यदि एक संख्या दूसरे की गुणज हो तो उन में से लघुत्तम संख्या को म.सा.अ. कहते हैं।

प्रयत्न कीजिए : सत्यापन करते हुए निम्नों के म. सा. अ. ज्ञात कीजिए.

1) 8, 32

2) 17, 35

3) 48, 16

4) 30, 90

5) 91, 97

6) 7, 49, 35

7) 14, 21, 23

म. सा. अ. से संबंधित गणित

1) बेलन आकार के पात्र में 60 लीटर दूध है दूसरे में 40 लीटर दूध है।

कौनसे गरिष्ठ आयतन के पात्र से दोनों पात्रों के दूध का मापन हो सकता है ?

$$60 \text{ के गुणनखण्ड} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

$$40 \text{ के गुणनखण्ड} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 40\}$$

$$\therefore \text{सामान्य गुणनखण्ड} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

$$\therefore 60 \text{ और } 40 \text{ का म. सा. अ.} = 20 \text{ है।}$$

अर्थात् 20 यह दोनों 40 और 60 को संपूर्ण रूप से भाग लगा सकता है।

$$\therefore \text{पात्र का अपेक्षित आयतन} = 20 \text{ लीटर.}$$

प्रयत्न कीजिए: इस उदाहरण को गुणनखण्डन विधान से हल कीजिए.

- 2) रंगैया के पास दो बकरियों के समूह है। पहले समूह में 16 बकरियाँ है और दूसरे में 28 बकरियाँ हैं। वह बकरियों के समान दो समूह बनाकर आश्रय गृह में रखना चाहता है। बताईए प्रत्येक आश्रय गृह में कितने बकरियाँ होती हैं।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)16} \\ 2 \overline{)8} \\ 2 \overline{)4} \\ \underline{\quad} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{)28} \\ 2 \overline{)14} \\ \underline{\quad} \\ 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} 16 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2 \\ 28 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 7 \end{array}$$

$$\text{सामान्य गुणनखण्ड} = 2 \times 2$$

$$\therefore \text{म. सा. अ.} = 4$$

अर्था प्रत्येक आश्रय गृह में 4 बकरियाँ होंगी।

$$\therefore \text{पहले समूह के लिए लगनेवाले आश्रय गृह} = 16 \div 4 = 4$$

$$\text{दूसरे समूह के लिए लगनेवाले आश्रय गृह} = 28 \div 4 = 7$$

प्रयत्न कीजिए: इस गणित को गुणनखण्ड लिखकर हल कीजिए.

सोचकर उत्तर दीजिए:

श्रीयास 9 और 16 का म. सा. अ. गुणनखण्डन विधान ज्ञात कर रहा है।

$9 = 3 \times 3, 16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$. यहाँ सामान्य गुणनखण्ड नहीं है, इसलिए उसने सोचा 9 और 16 का म. सा. अ. '0' है.

- 1) क्या यह सही उत्तर है ?
- 2) यदि नहीं, तो कारण दीजिए
- 3) 9 और 16 का म. सा. अ. क्या है ?

अभ्यास 1.6

I. निम्न संख्याओं के सामान्य गुणखण्ड लिखिए।

- a) 15, 18 b) 24, 36 c) 40, 60 d) 56, 25
e) 6, 8, 10 f) 12, 15, 24 g) 4, 16, 17 h) 50, 20, 70

II. गुणखण्डों की सूची बनाकर निम्नों के म. सा. अ. मालूम कीजिए।

- a) 6, 24 b) 18, 35 c) 48, 120 d) 96, 40
e) 10, 40, 16 f) 9, 36, 72 g) 24, 48, 60 h) 51, 34, 68

III. विभाजन विधान से म. सा. अ. ज्ञात कीजिए।

- a) 15, 20 b) 35, 28 c) 12, 21 d) 27, 63
e) 12, 8, 16 f) 18, 54, 81 g) 90, 30, 120 h) 35, 49, 112

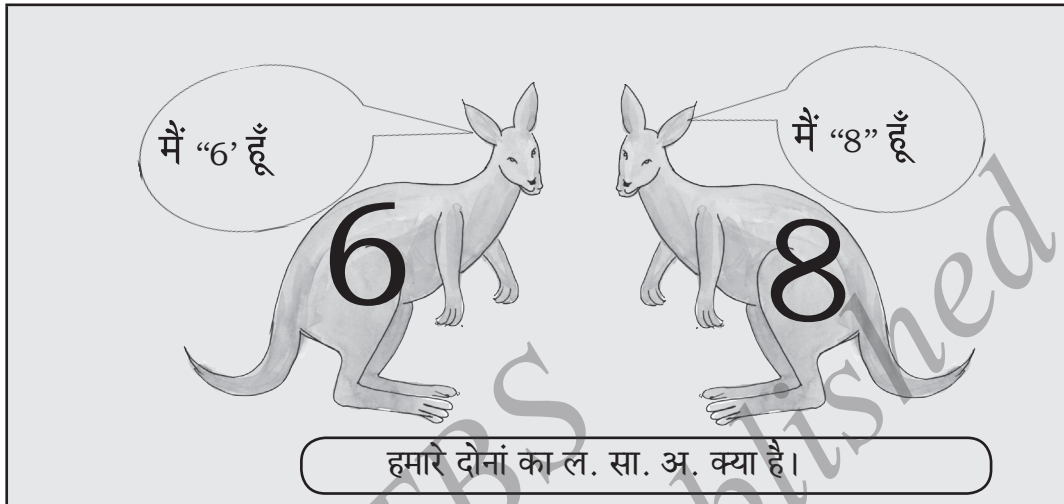
IV. सत्यापन द्वारा निम्नों के म. सा. अ. ज्ञात कीजिए

1. a) 15, 29 b) 7, 11 c) 31, 17 d) 51, 53
2. a) 5, 25 b) 14, 98 c) 96, 24 d) 18, 72

V. निम्नों को हल कीजिए :

- 1) एक पाठशाला के प्रेक्षागृह की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः : 20 मीटर और 80 मीटर है। एक ही मापन करने के टेप से दोनों लंबाई और चौड़ाई को मापना है, बताईए कितनी लंबी टेप से दोनों को एक साथ माप सकते है ?
- 2) एक थैले में 56 कि. ग्रां तूर की दाल है, दूसरे थैले में 96 कि. ग्रां चने की दाल है इनको समान रूप से न्यूनतम छोटे थैलों में भरना है तो।
 - a) प्रत्येक थैले में गरिष्ठतम कितनी दाल भर सकते है ?
 - b) अपेक्षित न्यूनतम थैलों की संख्या क्या होनी चाहिए ?
- 3) दो पात्र हैं। पहलेपात्र में 18 ली पानी है, दूसरे में 24 ली फल का रस है। यदि द्रवों अलग- अलग मापन करना है तो सबसे छोटे आयतन का माप लीटर में क्या होगा ऐसे सबसे बड़े माप का आयतन क्या होगा ?

1.6 लघुतम सामान्य अपवर्तन (ल. सा. अ.) (Least Common Multiple)



ध्यान दीजिए जोसफ और शिवराम ने कौन से विधान से उत्तर ज्ञात किया,

6 के गुणज { 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, ----- }

8 के गुणज { 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, ----- }

6 और 8 के सामान्य गुणज { 24, 48, ----- }

6 और 8 का लघुतम सामान्य अपवर्तन 24.

ध्यान दीजिए:

6 और 8 का लघुतम सामान्य अपवर्तन 24 है।

24 यह 6 लघुतम संख्या जिनसे दोनों से यह भाज्य है 2

इसलिए, 24 यह 6 और 8 का ल. सा. अ. है।

दिये संख्याओं का ल. सा. अ. उन संख्याओं से भाग लगनेवाली लघुतम सामान्य संख्या है।

अभाज्य गुणनखण्डन (**Prime factorisation**) से ल. सा. अ. ज्ञात करना.

उदाहरण 1 : 6 और 8 का ल. सा. अ. ज्ञात कीजिए

चरण 1 : 6 और 8 के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए.

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

- 2 और 3 दो संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड है।
- बार बार दोहरानेवाले गुणनखण्ड ज्ञात कर उसे गुणा कीजिए।
- यहाँ 2 यह 8 में तीन बार दोहराया है और 3 यह 6 में एक बार प्राप्त है इन चुनिए अर्थात्।
 $(2 \times 2 \times 2) \times 3$ और 3
- $(2 \times 2 \times 2) \times 3$ का गुणनफल ही 6 और 8 का ल. सा. अ. है।
 अर्थात् 6 और 8 का ल. सा. अ. = $(2 \times 2 \times 2) \times 3 = 24$

उदाहरण 2 : 24 और 60 का लं. सा. अ. ज्ञात कीजिए

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \quad \begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

- प्राप्त अभाज्य गुणनखण्ड है 2, 3 और 5.
- 24 में यह 3 बार दोहराया है उसका गुणनफल है $(2 \times 2 \times 2)$
- अभाज्य गुणनखण्ड 3 यह 24 और 60 में एक बार प्राप्त हुआ है (3)
- अभाज्य संख्या 5 यह अत्याधिक एक बार प्राप्त हुआ है।
- इन प्राप्त अभाज्य संख्याओं का गुणनफल को ज्ञात कीजिए.
- अर्थात् $(2 \times 2 \times 2) \times 3 \times 5 = 120$
 \therefore 24 और 60 का ल. सा. अ. = 120

उदाहरण 3 : एक संख्या 6, 10 और 18 से पूर्णत ?

भाज्य है वह लघुत्तम संख्या कौनसी है?

हल : दत्त संख्याओं से एक संख्या से भाज्य है का अर्थ है वह लघुत्तम सामान्य गुणज है

$$6 = 2 \times 3$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{ल. सा. अ.} = (2) \times (3 \times 3) \times (5)$$

$$= 90$$

\therefore 6, 10 और 18 से पूर्णत : भाग लगनेवाली संख्या = 90

उदाहरण 4: 32, 36 और 40 का ल. सा. अ. ज्ञात कीजिए.

● अभाज्य गुणनखण्डन निम्न विधान से किया जा सकता है:

2	32, 36, 40	← निम्न अभाज्य संख्या 2 से भाग लगाईए
2	16, 18, 20	← पुन 2 से भाग लगाईए
2	8, 9, 10	← पुन 2 से भाग लगाईए और 9 आगे ले जाईए
2	4, 9, 5	← पुन 2 से भाग लगाईए
2	2, 9, 5	← पुन 2 से भाग लगाईए
3	1, 9, 5	← 3 से भाग दीजिए
3	1, 3, 5	← 3 से भाग दीजिए
5	1, 1, 5	← 5 से भाग दीजिए
	1, 1, 1	

जो संख्या किससे भी भाग नहीं जाती.

$$\therefore \text{ल. सा. अ.} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 1440$$

इसे जान लीजिए:- दी गई संख्याओं का गुणनखण्डन परस्पर अभाज्य गुणनखण्ड प्राप्त हो और ल. सा. अ. ज्ञात कीजिए.

2	32, 36, 40	
2	16, 18, 20	
2	8, 9, 10	
	4, 9, 5	→ 4, 9, 5 सह अभाज्य संख्याएँ हैं।

$$\therefore \text{ल. सा. अ.} = 2 \times 2 \times 2 \times 4 \times 9 \times 5 = 1440$$

प्रयत्न कीजिए : निम्नों के ल. सा. अ. ज्ञात कीजिए

1) 14, 20

2) 16, 20

3) 18, 20, 24

4) 15, 20, 30, 35

सह अभाज्य संख्याओं से ल. सा. अ. ज्ञात करना :

उदाहरण :

1) 6 और 7

2	6, 7
3	3, 7
7	1, 7
	1, 1

$$\begin{aligned} \text{ल. सा. अ.} &= 2 \times 3 \times 7 \\ &= 42 \end{aligned}$$

2) 9 और 5

3	9, 5
3	3, 5
5	1, 5
	1, 1

$$\begin{aligned} \text{ल. सा. अ.} &= 3 \times 3 \times 5 \\ &= 45 \end{aligned}$$

3) 16 और 3

2	16, 3
2	8, 3
2	4, 3
	2, 3

$$\begin{aligned} \text{ल. सा. अ.} &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ &= 48 \end{aligned}$$

उपरोक्त उदाहरणों में दी गई संख्याओं का गुणनफल ज्ञात कीजिए और उन्हें उनके ल. सा. अ. के साथ तुलना कीजिए.

इस से आपको क्या पता चलता, वर्णन कीजिए.

सह अभाज्य संख्याओं का ल. सा. अ. उन संख्याओं का गुणनफल है।

तुरन्त उत्तर दीजिए : निम्नों का ल. सा. अ. क्या है?

1) 8, 7

2) 4, 11

3) 15, 4

4) 2, 3, 5

दी गई संख्याओं का ल. सा. अ., जिनमें एक संख्या दूसरे की गुणज है :

उदाहरण:

1) 4 और 8

2	4, 8
2	2, 4
	1, 2

$$\begin{aligned} \text{ल. सा. अ.} &= 2 \times 2 \times 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

2) 21 और 7

3	21, 7
7	7, 7
	1, 1

$$\begin{aligned} \text{ल. सा. अ.} &= 3 \times 7 \\ &= 21 \end{aligned}$$

3) 9 और 45

3	9, 45
3	3, 15
	1, 5

$$\begin{aligned} \text{ल. सा. अ.} &= 3 \times 3 \times 5 \\ &= 45 \end{aligned}$$

उपरोक्त उदाहरणों में, दी गई संख्याओं को उनके ल. सा. अ. से तुलना कीजिए?

दी गई संख्याओं में यदि एक संख्या दूसरे की गुणज है तो गुणज (बड़ी संख्या) उन की ल. सा. अ.

तुरन्त उत्तर दीजिए : इनका ल. सा. अ. क्या है? 1) 12, 4 2) 5, 20 3) 30, 90

ल. सा. अ. से संबंधित गणित :

उदाहरण 1 : कुछ विधार्थी व्यायाम के लिए तैयार है। उन्हें प्रत्येक प्रत्येक पंक्ति में 8 अथवा 16 अथवा 14 विधार्थियों में व्यवस्थित कर सकते है। लघुत्तम विधार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

गणित के अनुसार, व्यायाम के लिए उपस्थित विधार्थियों की संख्या 8, 16 और 14 से भाज्य है, अर्थात इन संख्याओं का ल. सा. अ. ज्ञात करना है।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8, 16, 14 \\ \hline 2 & 4, 8, 7 \\ \hline 2 & 2, 4, 7 \\ \hline & 1, 2, 7 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ल. सा. अ.} &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \\ &= 112 \end{aligned}$$

\therefore लघुत्तम विधार्थियों की संख्या = 112

उदाहरण 2 : एक किसान के पास थोड़ी मात्रा की तूरदाल है। वह प्रत्येक थैल में 4 अथवा 5 अथवा 9 अथवा 12 कि. ग्रां दाल भर सकता है फिर 3 कि. ग्रां रोष रहती है। बताईए कनिष्ठतन उसके पास कितनी दाल है।

गणित के अनुसार, किसान के पास की तूरदाल की मात्रा 4, 5, 9 और 12 के ल. सा. अ. से 3 कि. ग्रां अधिक है। इसलिए 4, 5, 9 और 12 का ल. सा. अ. ज्ञात कर उसे 3 जोड़िए।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 4, 5, 9, 12 \\ \hline 2 & 2, 5, 9, 6 \\ \hline 3 & 1, 5, 9, 3 \\ \hline & 1, 5, 3, 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ल. सा. अ.} &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \\ &= 180 \end{aligned}$$

\therefore किसान के पास की तूरदाल की मात्रा ल. सा. अ. 3 कि. ग्रां अधिक है। $= 180 + 3$

\therefore तूरदाल की मात्रा = 183 कि. ग्रां

क्या आप इस पहेली को सुलझा सकते हो? ग्रीष्म काल में, नीता अपने दादा के घर गई उनके पड़ोसी की एक डेरी थी। नीता ने पड़ोसी से पूछा उनके पास कितने गाय है? पड़ोसी ने पहेली के रूप में उत्तर दिया।

पड़ोसी : मेरे पास जितनी गाय है, वे इस प्रकार में है कि, उन्हें 10 खूंटियों को समान रूप में बाँट सकता हूँ, 5 पेड़ों के नीचे समान रूप से चरने छोड़ सकता हूँ और 4 टंकियों में समान रूप से पानी पीने छोड़ सकता हूँ। बताईए पड़ोसी के पास न्यूनतम कितनी गाय होंगे ?

अभ्यास 1.7

I. निम्नों के ल. सा. अ. ज्ञात कर उनमें दर्शाए गए सामान्य गुण पता लगाइए।

- 1) a) 7, 12 b) 15, 11 c) 5, 13 d) 2, 17
2) a) 6, 18 b) 20, 80 c) 40, 8 d) 60, 12

II. ल. सा. अ. ज्ञात कीजिए।

- 1) a) 8, 20 b) 12, 16 c) 24, 60 d) 35, 100
2) a) 6, 8, 20 b) 16, 24, 32 c) 36, 18, 45 d) 20, 30, 50

III. हल कीजिए।

- 1) 8, 6 की पूर्णतः भाग लगानेवाली लघुत्तम संख्या ज्ञात कीजिए ?
2) किसी पात्र में से 3 लीटर, अथवा 5 लीटर अथवा 6 लीटर माप के जार से दूध लेने प्रत्येक बार 2 लीटर शेष रहता है बताइए उस पात्र में कितना दूध है ?
3) तीन छात्र स्कूल के मैदान में एक साथ चलना प्रारंभ करते हैं। उनमें प्रत्येक ने क्रमशः 60 से. मी, 65 से. मी. और 70 से. मी. तय करते है। उन्होने लघुत्तम समतुल्य दूरी तय करने के बाद रुकने का विचार किया। बताईए यह लघुत्तम समतुल्य दूरि कितनी है ?
4) एक कमरे के दिवारों पर तीन घडियाँ हैं। तीनों घडियाँ में 6 बजे हैं। पहली बार एक साथ बजती है। उसके बाद पहली घडी प्रत्येक 20 मिनट में बजती है, दूसरी घडी प्रत्येक 30 मिनट में बजती है और तीसरी घडी प्रत्येक 40 मिनट में बजती है। बताईए, कौनसे समय पर तीनों घडियाँ एक साथ दूसरी बार बजती है ?



घटक - 2

भिन्न (Fractions)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप :

- भिन्न का अर्थ समझ सकेंगे ।
- भिन्नों को अलग-अलग प्रकारों में वर्गीकृत कर सकेंगे ।
- विभिन्न भिन्नों को चित्रों द्वारा तथा संख्या रेखा द्वारा व्यक्त कर सकेंगे ।
- समतुल्य भिन्न लिखकर उनकी तुलना कर सकेंगे ।
- भिन्नों को आरोहण क्रम तथा अवरोहण क्रम में लिख सकेंगे ।
- सामान्य और अलग-अलग हर के भिन्नों को जोड़ना और घटाना सीख सकेंगे ।

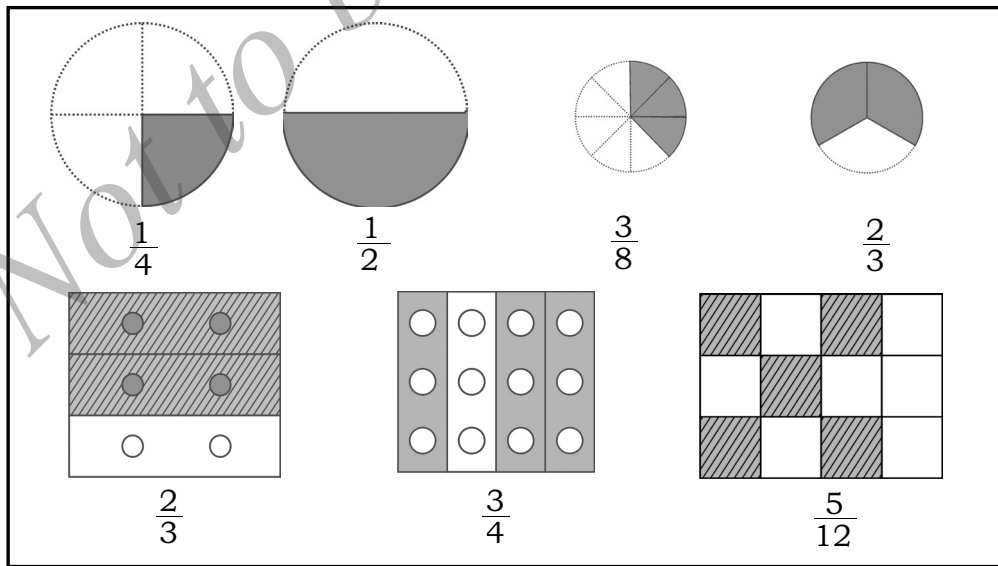
2.1 भिन्न

आप जानते हैं कि दैनिक जीवन में आधा, एक चौथाई अथवा तीन चौथाई जैसे अंशिक मात्राओं को उपयोग करते हैं।

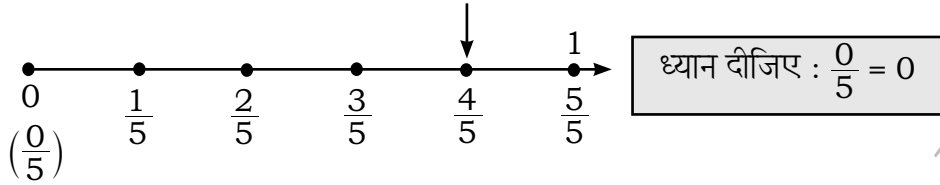
पिछली कक्षाओं में ऐसे अंशिक मात्राओं (भिन्न) को पढ़ना और लिखना सीखा है। उन्हें स्मरण करने का प्रयत्न कीजिए ।

इन आकृतियों द्वारा निरूपित भिन्नों को ध्यान से देखिए ।

छायांकित भाग भिन्नों में लिखा गया है ।



उदाहरण 3 : $\frac{0}{5}$ और $\frac{4}{5}$ को एक संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए ।

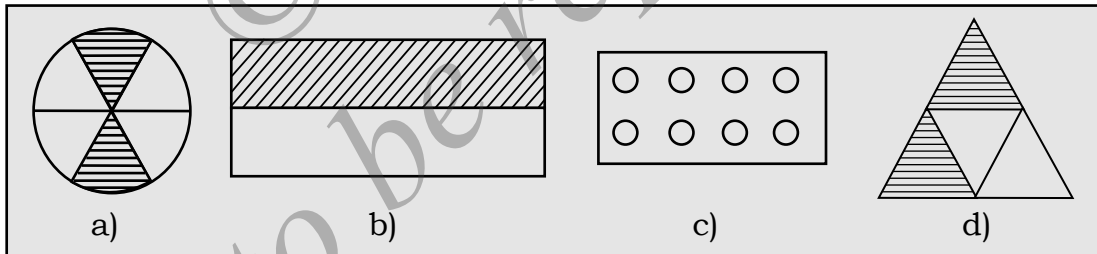


प्रयत्न कीजिए: 1. संख्या रेखा पर $\frac{5}{6}$ व्यक्त कीजिए ।

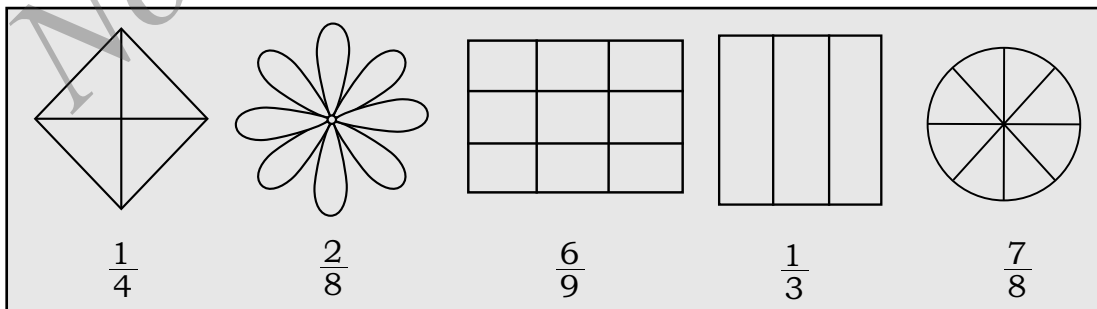
2. एक संख्या रेखा पर $\frac{5}{8}, \frac{0}{8}, \frac{2}{8}, \frac{7}{8}$ दर्शाईए.

अभ्यास 2.1

I. छायांकित भाग से को निरूपित भिन्न लिखिए ।



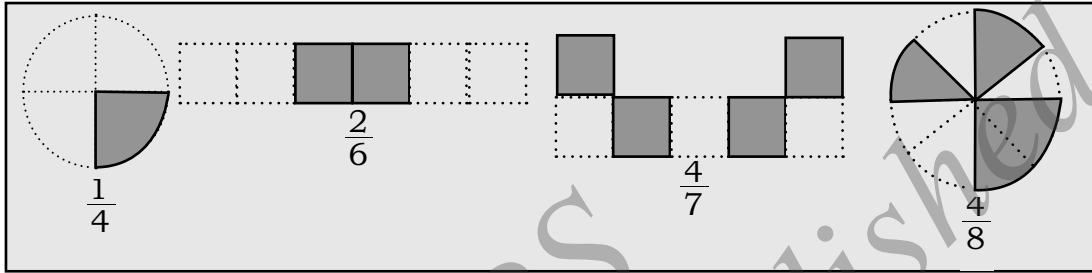
II. भिन्नो के संमान निम्न चित्रों के भागों को में छायांकित कीजिए ।



2.2 भिन्नों के प्रकार (Types of fractions)

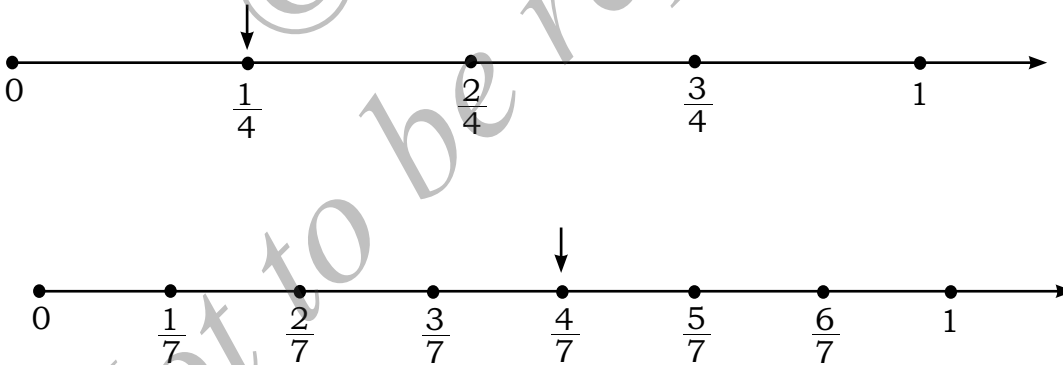
सम भिन्न (Proper fraction) :

निम्न चित्रों में क्या छायांकित, संपूर्ण भाग से बड़ा है ।



यहाँ प्रत्येक भिन्न का मूल्य 1 से छोटा है। $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{7}$ और $\frac{4}{8}$ भिन्नों के अंश और हर को ध्यान से देखिए। यहाँ अंश का मूल्य, हर से छोटा है।

संख्यारेखा पर दिखाये गए $\frac{1}{4}$ और $\frac{4}{7}$ के निरूपण को ध्यान से देखिए।



$\frac{1}{4}$ और $\frac{4}{7}$ का मूल्य 1 से कम है। ऐसे भिन्न सम भिन्न कहलाते हैं।

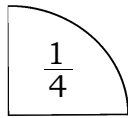
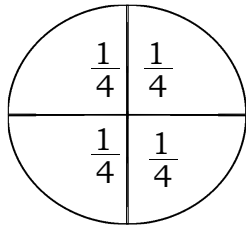
सम भिन्न : यदि किसी भिन्न का मूल्य 1 से कम है तो उसे सम भिन्न कहते हैं। सम भिन्नों अंश, हर से छोटा होता है।

उदाहरण : $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{9}$

- प्रयत्न कीजिए : 1) $\frac{2}{6}$ और $\frac{4}{8}$ को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए ।
 2) 4 सम भिन्न लिखिए जिनके हर में 8 है।
 3) 4 सम भिन्न लिखिए जिनके अंश में '7' है।

विषम भिन्न (Improper Fraction) :

उदाहरण 1 : निम्न आकृति में $\frac{1}{4}$ के कितने भाग हैं ?



यहाँ $\frac{1}{4}$ के 5 भाग हैं.

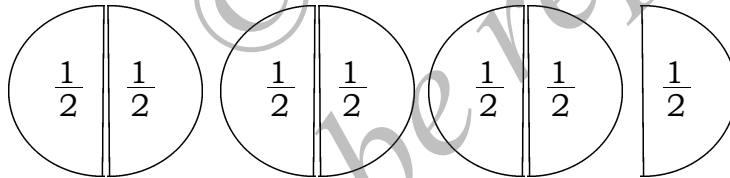
$$5 \times \frac{1}{4}$$

इसे हम $\frac{5}{4}$ लिखते हैं।

क्या $\frac{5}{4}$, 1 से बड़ा है या छोटा?

(यह 1 से बड़ा है।)

उदाहरण 2 : यहाँ, $\frac{1}{2}$ के कितने भाग हैं?



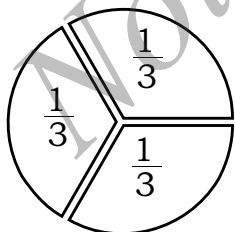
यहाँ $\frac{1}{2}$ के 7 भाग हैं?
इसे हम

$\frac{7}{2}$ लिख सकते हैं?

क्या $\frac{7}{2}$, 1 से बड़ा है? अथवा 1 से छोटा?

(यह 1 से बड़ा है।)

उदाहरण 3 : यहाँ, $\frac{1}{3}$ के कितने भाग हैं?



यहाँ $\frac{1}{3}$ के 3 भाग हैं। इसे $\frac{3}{3}$ में लिख सकते हैं। क्या $\frac{3}{3}$ यह 1, से बड़ा

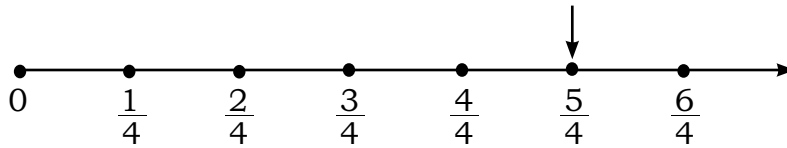
है? अथवा 1 से छोटा है?

(यह 1 से समान है।)

तो, $\frac{5}{4}, \frac{7}{2}, \frac{3}{3}$ के मूल्य -1 से अधिक है अथवा 1 से समान है।

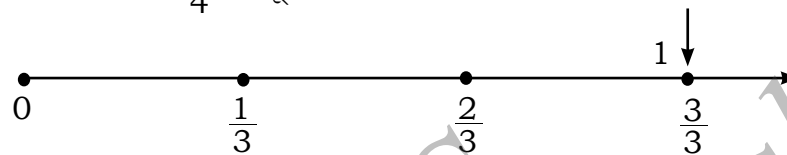
उपरोक्त मूल्यों को आईए हम संख्या रेखा पर निरूपित करते हैं।

$\frac{5}{4}$:



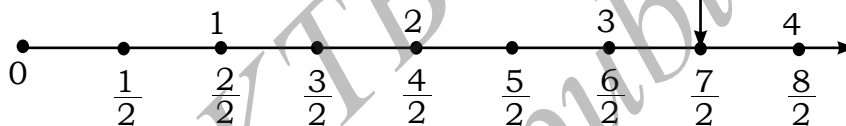
$\frac{5}{4}$ का मूल्य 1 से अधिक है.

$\frac{3}{3}$:



$\frac{3}{3}$ का मूल्य 1 है.

$\frac{7}{2}$:



$\frac{7}{2}$ का मूल्य 1 से अधिक है।

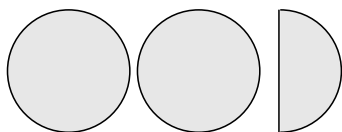
$\frac{5}{4}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{3}{3}$ के अंश और हर को ध्यान से देखिए। यहाँ अंश, हर से बड़ा है अथवा हर से समान है। ऐसे भिन्नों को विषम भिन्न कहते हैं।

प्रयत्न कीजिए : 1) 7 विषम भिन्न लिखिए जिनके हर 4 है ।

2) ऐसे कितने विषम भिन्न लिख सकते हैं जिनके हर 5 है। उन्हें लिखिए ।

मिश्र भिन्न (Mixed Fractions) :

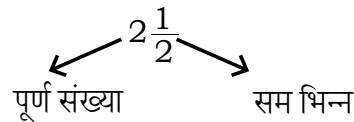
निम्न वृत्तों को भिन्न के रूप में लिखिए। .



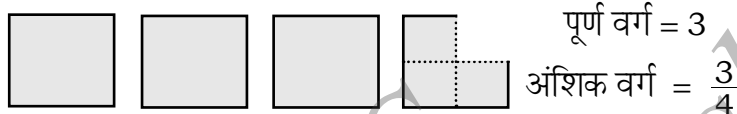
कितने पूर्ण वृत्त हैं? (2)

वृत्त के कितने आंशिक भाग है? ($\frac{1}{2}$)

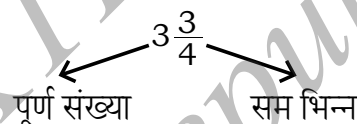
इसे $2\frac{1}{2}$ के रूप लिख सकते हैं। इसे दो सही एक बटा दो पढते हैं।



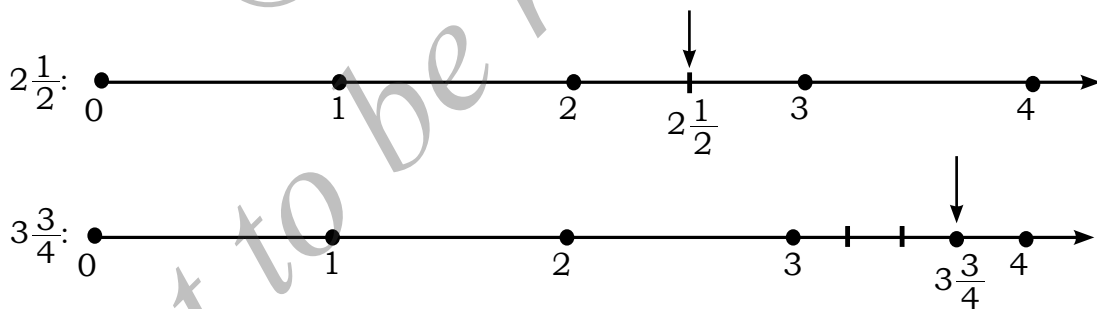
निम्न वर्गों को भिन्नो में व्यक्त कीजिए?



इसे $3\frac{3}{4}$ के रूप में लिखते हैं।
और इसे 'तीन सही तीन बटा चार' पढते हैं।



आईए संख्या रेखा पर $2\frac{1}{2}$ और $3\frac{3}{4}$ के स्थान निर्धारित करते हैं।



इस तरह के भिन्न जिसमें दोनों स्वभाविक संख्या और सम भिन्न होते हैं उसे मिश्र भिन्न कहते हैं।
मिश्र भिन्न का मूल्य हमेशा 1 से अधिक होता है।

- प्रयत्न कीजिए :
- 1) $8\frac{2}{5}$ में पूर्ण संख्या और सम भिन्न पहचानिए।
 - 2) कोई चार मिश्र भिन्न लिखिए।
 - 3) संख्या रेखा पर $1\frac{3}{4}$ का स्थान निर्धारित।

कार्यकलाप :- शिक्षक विभिन्न प्रकार के भिन्नो और पूर्ण संख्याओं के अलग अलग फ्लैश कार्ड तैयार करते हैं और निम्न कार्यकलाप नीचे दिये जैसे चलाते हैं ।

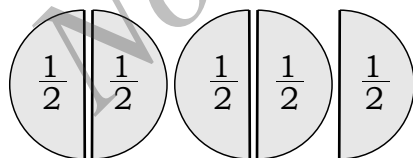
$\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{3}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{4}$	5	$\frac{5}{10}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{6}$	$2\frac{3}{4}$	$\frac{12}{9}$	$\frac{6}{8}$	3
---------------	----------------	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	---	----------------	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	---------------	---

- बच्चों को वृत्ताकार में खड़ा कीजिए ।
- सभी फ्लैश कार्ड केन्द्र पर रखिए और उन में से प्रत्येक को एक फ्लैश कार्ड चुनने कहिए ।
- जब शिक्षक विषम भिन्न कहेंगे, जिन बच्चों के विषम भिन्न के कार्ड वे सामने आकर खड़े हो जायेंगे ।
- शिक्षक जांचकर सही फ्लैश कार्डवालों 5 अंक देते हैं ।
- पुनः विद्यार्थी जाकर वृत्त में खड़े होते हैं ।
- शिक्षक यही विधान सम-भिन्न, मिश्र भिन्न पूर्ण संख्या के संदर्भ में अपनाते हैं ।
- खेल समाप्त होने से पुनः कार्ड केन्द्र पर रखते हैं और खेल जारी रखते हैं ।

विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में, तथा मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में परिवर्तन करना.

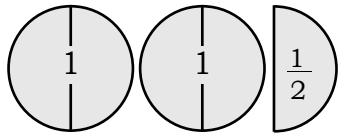
विषम भिन्न से मिश्र भिन्न में :

उदाहरण 1 : $\frac{5}{2}$ को मिश्र भिन्न परिवर्तन कीजिए ।



$\frac{5}{2}$ में $\frac{1}{2}$ के 5 भाग होते हैं।

उपरोक्त भिन्नो में से कितने संपूर्ण वस्तु बनते हैं? और कितना आंशिक भाग रह जाता है ?



$$\therefore \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

↓ ↓
विषम भिन्न मिश्र भिन्न

2 संपूर्ण वस्तु $\frac{1}{2} +$ भाग:

इसे इसतरह लिखते हैं $2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$

संक्षिप्त उसे ऐसे लिखते हैं

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} &= \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \\ &= 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} \end{aligned}$$

पर्याय विधान जान लीजिए:

$\frac{5}{2}$ को मिश्र भिन्न में लिखिए.

हर → $2 \overline{) 5}$ $\begin{array}{r} 2 \\ \underline{4} \\ 1 \end{array}$

$2 \rightarrow$ संपूर्ण संख्या
 $1 \rightarrow$ अंश

$$\therefore \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

उदाहरण 2 :

$\frac{14}{3}$ को मिश्र भिन्न में लिखिए

विधान - 1

$$\begin{aligned} \frac{14}{3} &= \frac{12}{3} + \frac{2}{3} \\ &= 4\frac{2}{3} \end{aligned}$$

विधान - 2

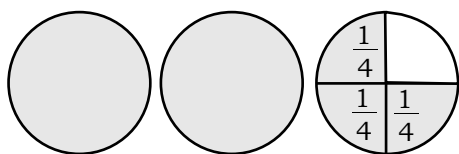
हर → $3 \overline{) 14}$ $\begin{array}{r} 4 \\ \underline{12} \\ 2 \end{array}$

$4 \rightarrow$ संपूर्ण संख्या
 $2 \rightarrow$ अंश

$$\therefore \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

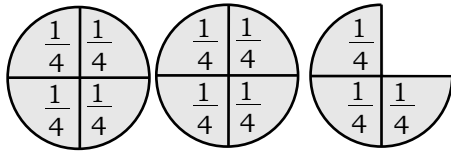
मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में परिवर्तन करना :

उदाहरण 1 : $2\frac{3}{4}$ को विषम में बदलिए.



यहाँ सब से छोटा आंशिक भाग कौन सा है? ($\frac{1}{4}$)

संपूर्ण वस्तु को उसी आंशिक भाग में लिखिए.



$\frac{1}{4}$ के अंशिक भाग के कुल कितने भाग होते हैं?

$\frac{1}{4}$ के 8 भाग के भाग + $\frac{1}{4}$ के 3 भाग

$$\therefore 2\frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$$

$$\therefore 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

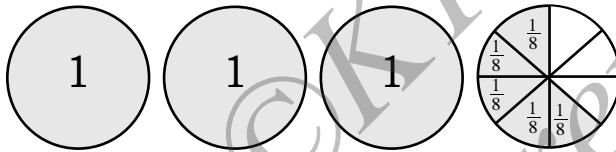
पर्याय विधान

(पूर्ण संख्या × हर) + अंश:

हर

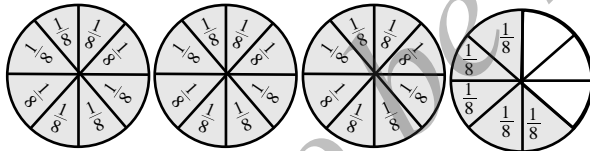
$$2\frac{3}{4} = \frac{(2 \times 4) + 3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$$

उदाहरण 2 : $3\frac{5}{8}$ को विषम भिन्न में परिवर्तन कीजिए।



यहाँ सबसे छोटा अंशिक भाग कौनसा

है? ($\frac{1}{8}$) संपूर्ण वस्तु को वही अंशिक भागों में विभाजित कीजिए। कुल ऐसे कितने अंशिक भाग बनते हैं?



$$\frac{24}{8} + \frac{5}{8} = \frac{24+5}{8} = \frac{29}{8}$$

$$\therefore 3\frac{5}{8} = \frac{29}{8}$$

पर्याय विधान

पूर्ण संख्या × हर + अंश

हर:

$$3\frac{5}{8} = \frac{(3 \times 8) + 5}{8} = \frac{24+5}{8}$$

$$\therefore 3\frac{5}{8} = \frac{29}{8}$$

उदाहरण 3 : $5\frac{4}{7}$ को विषम भिन्न में बदलिए (पर्याय विधान उपयोग कीजिए)

$$5\frac{4}{7} = \frac{(पूर्ण संख्या \times हर) + अंश}{हर}$$

$$5\frac{4}{7} = \frac{(5 \times 7) + 4}{7}$$

$$= \frac{35+4}{7} = \frac{39}{7} \therefore 5\frac{4}{7} = \frac{39}{7}$$

प्रयत्न कीजिए : a) $\frac{9}{4}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{22}{7}$ को मिश्र भिन्न में बदलिए।

b) निम्नों को विषम भिन्न में बदलिए: $3\frac{2}{5}$, $4\frac{5}{6}$

अभ्यास : 2.2

I. एक संख्या रेखा खींचकर निम्न भिन्नो को सूचित कीजिए।

a) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$

b) $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$

c) $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$

II. निम्नलिखित भेन्नो को सम, विषम और मिश्र भिन्न मे वर्गीकणा कीजिए :

$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{8}{3}$ $2\frac{1}{5}$ $4\frac{2}{3}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{7}{3}$ $5\frac{4}{5}$

III. निम्न संख्याओं को मिश्र भिन्नो में व्यक्त कीजिए।

a) $\frac{10}{3}$

b) $\frac{17}{4}$

c) $\frac{18}{5}$

d) $\frac{19}{2}$

e) $\frac{25}{9}$

f) $\frac{26}{7}$

IV. निम्नों को विषम भिन्नो में व्यक्त कीजिए।

a) $4\frac{3}{5}$

b) $3\frac{1}{2}$

c) $2\frac{5}{8}$

d) $7\frac{5}{6}$

e) $9\frac{2}{3}$

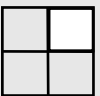
f) $11\frac{3}{7}$

कार्यकलाप :

इन भिन्नो को व्यक्त करने आकृतियों को खींचिए :

उदाहरण

a) $2\frac{3}{4}$



उदाहरण

b) $\frac{5}{2}$



1) $\frac{7}{4}$

2) $3\frac{1}{2}$

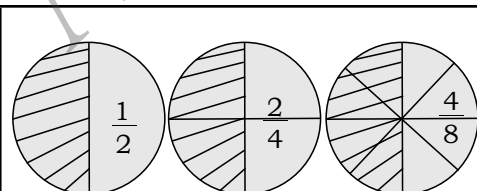
3) $2\frac{2}{4}$

4) $\frac{3}{8}$

5) $2\frac{5}{8}$

2.3. समतुल्य भिन्न (Equivalent fractions)

उदाहरण 1 : निम्नलिखित आकृतियों में छायांकित भाग से निरूपित भिन्नो को ध्यान से देखिए.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ छायांकित भाग को एक दूसरे पर रखने से मालूम पडता है कि वे समान हैं। इसलिए उन्हें समतुल्य कहते हैं।

समतुल्य भिन्न ज्ञात करने का विधान :

$$\text{हम जानते हैं कि, } \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$\frac{1}{2}$ से $\frac{2}{4}$ कैसे करते हैं ? सोचिए ।

$$\frac{1}{2} \text{ के अंश और हर को } 2 \text{ से गुणा कीजिए । } \frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

इसी तरह दत्त भिन्न के अंश और हर को एक ही संख्या से गुणा करने पर के कुछ समतुल्य भिन्न प्राप्त कीजिए

$$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \quad \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8} \quad \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} \quad \frac{1 \times 6}{2 \times 6} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$

दिये गये भिन्न के अंश हर को एक ही संख्या से गुणा करने पर (0 को छोड़कर) समतुल्य भिन्न प्राप्त करते हैं।

दिनेश से लिखे हुए समतुल्य भिन्नों ध्यान से देखिए ।

$$\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} \quad \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \quad \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16} \quad \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} \dots\dots\dots$$

एसे अनेक समतुल्य भिन्न लिख सकते हैं।

समतुल्य भिन्नों को पहचानने का विधान :

उदाहरण 1 : क्या $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ दोनों समतुल्य हैं?

इन दोनों भिन्नों के अंश और हर के वज्रगुणनफल (cross-multiplication) की ओर ध्यान दीजिए।

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{4} ; \frac{2 \times 2 = 4}{1 \times 4 = 4} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

उदाहरण 2 : क्या $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{15}$ समतुल्य हैं ?

$$\frac{3}{5} \times \frac{9}{15} ; \frac{5 \times 9 = 45}{3 \times 15 = 45} \therefore \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

उदाहरण 3 : क्या $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$ समतुल्य है?

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} = \frac{4 \times 7 = 28}{3 \times 8 = 24}$$

प्राप्त गुणलब्ध समान नहीं हैं। दोनों भिन्न समतुल्य नहीं है। $\therefore \frac{3}{4} \neq \frac{7}{8}$

समतुल्य भिन्न प्राप्त करने का पर्याय विधान

दिये गये भिन्न के अंश और हर को एक ही संख्या शून्य के अतिरिक्त से भाग लगाने पर भी समतुल्य भिन्न ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण 1 : $\frac{8}{16}$

$$\frac{8 \div 2}{16 \div 2} = \frac{4}{8} \quad \frac{8 \div 4}{16 \div 4} = \frac{2}{4} \quad \frac{8 \div 8}{16 \div 8} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

सत्यापन

$$\frac{8}{16} \times \frac{4}{8} ; 16 \times 4 = 64, 8 \times 8 = 64$$

$$\therefore \frac{8}{16} = \frac{4}{8}$$

उदाहरण 2 : $\frac{9}{12}$

$$\frac{9}{12} = \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

सत्यापन

$$\frac{9}{12} \times \frac{3}{4} ; 12 \times 3 = 36, 9 \times 4 = 36$$

$$\therefore \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

उदाहरण 3 : सहाना ने $\frac{20}{40}$ के कुछ समतुल्य भिन्न लिखे हैं उन्हें ध्यान से देखिए :

$$\frac{20 \div 2}{40 \div 2} = \frac{10}{20} \quad \frac{20 \div 4}{40 \div 4} = \frac{5}{10} \quad \frac{20 \div 5}{40 \div 5} = \frac{4}{8} \quad \frac{20 \div 20}{40 \div 20} = \frac{1}{2}$$

वज्रगुणनफल से जांच कीजिए क्या सहाना से ज्ञात $\frac{10}{20}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{1}{2}$ भिन्न $\frac{20}{40}$ के समतुल्य है या नहीं?

जब अंश और हर को एक ही संख्या से गुणा या भाग लगाते हैं. (शून्य को छोड़कर) भिन्न के मूल्य में अंतर नहीं होता। इस प्रक्रिया से दत्त भिन्न के समतुल्य भिन्न ज्ञात कर सकते हैं।

प्रयत्न कीजिए: 1) निम्नों के समतुल्य भिन्न ज्ञात कीजिए :

$$1) \frac{2}{7} \quad 2) \frac{12}{15} \quad 3) \frac{40}{60}$$

2) रिक्त स्थानों में सही संख्या लिखिए ताकि समतुल्य भिन्न बनें.

$$\frac{6}{9} = \frac{\square}{3}, \quad \frac{4}{7} = \frac{12}{\square}, \quad \frac{12}{18} = \frac{\square}{6}$$

भिन्नों का सरलतम रूप: **(Simplest form of a fraction)**

$\frac{24}{36}$ के समतुल्य भिन्न लिखिए।

$$\frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12}{18}, \quad \frac{24 \div 4}{36 \div 4} = \frac{6}{9}, \quad \frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

उपरोक्त भिन्नों में, सबसे सरलतम रूप कौनसा है? क्यों? $\frac{2}{3}$ सब से सरलतम रूप है। '1' अंश और हर का सामान्य गुणनखण्ड है। (दिनों परस्पर एक दूसरे के भाज्य नहीं है) यदि अंश और हर का सामान्य गुणनखण्ड '1' है तो उसे भिन्न का सरलतम रूप कहते हैं।

एक भिन्न का सबसे सरलतम रूप प्राप्त करने का विधान:

उदाहरण 1 : $\frac{36}{48}$ का सबसे सरलतम रूप क्या है?

इस भिन्न के अंश और हर के सामान्य गुणनखण्ड लिखते हैं।

वे हैं 1, 2, 3, 4, 6 और 12, इन गुणनखण्डों में कौनसे गुणनखण्ड से $\frac{36}{48}$ के अंश और हर को भाग देने से आप को सरल रूप प्राप्त होता है ?

$$\frac{36 \div 2}{48 \div 2} = \frac{18}{24} \text{ (सरल रूप नहीं है).}$$

$$\frac{36 \div 6}{48 \div 6} = \frac{6}{8} \text{ (सरल रूप नहीं है).}$$

48 और 36 का म. सा. अ. 12 है।

इसलिए अंश और हर को 12 से भाग लगाईए।

$$\frac{36}{48} \div \frac{12}{12} = \frac{3}{4} \text{ (इन भिन्नों अंश और हर का '1' समान्य गुणनखण्ड है.)}$$

$\therefore \frac{3}{4}$, दिये भिन्न का सरलतम रूप है।

उदाहरण 2 : $\frac{50}{60}$ का सरलतम रूप क्या है?

60 और 50 का म. सा. अ. ज्ञात कीजिए।

60 और 50 का म. सा. अ. 10 है।

अंश और हर को म. सा. अ. से भाग लगाईए।

$$\frac{50}{60} = \frac{50 \div 10}{60 \div 10} = \frac{5}{6}$$

$\therefore \frac{5}{6}$ सरलतम रूप है।

उदाहरण 3 : $\frac{30}{45}$ का सरलतम रूप क्या है?

भिन्न के अंश और हर का म. सा. अ. 15 है।

अंश और हर को 15 से भाग लगाईए।

$$\frac{30}{45} = \frac{30 \div 15}{45 \div 15} = \frac{2}{3} \quad \therefore \frac{2}{3} \text{ सरलतम रूप है।}$$

प्रयत्न कीजिए :

- 1) सरलतम रूप लिखिए. a) $\frac{16}{20}$ b) $\frac{21}{28}$ c) $\frac{35}{63}$
- 2) सरलतम रूप प्राप्त करने अंश और हर को म. स. अ से क्यों भाग लगाते हैं? सोचकर उत्तर दीजिए

अभ्यास : 2.3

I. निम्नों के अगले चार समतुल्य भिन्न लिखिए। (अंश और हर को एक ही संख्या से गुणा कीजिए)

नमूना : $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15}$

1) $\frac{3}{5}$

2) $\frac{5}{8}$

3) $\frac{7}{12}$

4) $\frac{4}{9}$

II. निम्नों के दो समतुल्य भिन्न लिखिए। (अंश और हर को एक ही संख्या से भाग लगाईं).

उदाहरण : $\frac{16}{20} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

1) $\frac{6}{12}$

2) $\frac{20}{24}$

3) $\frac{30}{60}$

4) $\frac{20}{40}$

III. रिक्त स्थानों में उचित संख्या भरिए ताकि वे समतुल्य बनें।

1) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{10}$

2) $\frac{1}{4} = \frac{\square}{8}$

3) $\frac{5}{6} = \frac{15}{\square}$

4) $\frac{3}{7} = \frac{12}{\square}$

5) $\frac{15}{25} = \frac{\square}{5}$

6) $\frac{18}{30} = \frac{\square}{10}$

7) $\frac{14}{21} = \frac{2}{\square}$

8) $\frac{36}{60} = \frac{3}{\square}$

IV. दिये हुए भिन्न समतुल्य है या नहीं? सत्यापन कीजिए?

1) $\frac{2}{7}, \frac{4}{14}$

2) $\frac{3}{8}, \frac{8}{24}$

3) $\frac{5}{6}, \frac{15}{18}$

4) $\frac{5}{9}, \frac{10}{18}$

V. निम्न भिन्नो को सरलतम रूप में लिखिए।

1) $\frac{10}{25}$

2) $\frac{10}{12}$

3) $\frac{13}{26}$

4) $\frac{18}{45}$

5) $\frac{75}{100}$

6) $\frac{6}{30}$

7) $\frac{25}{40}$

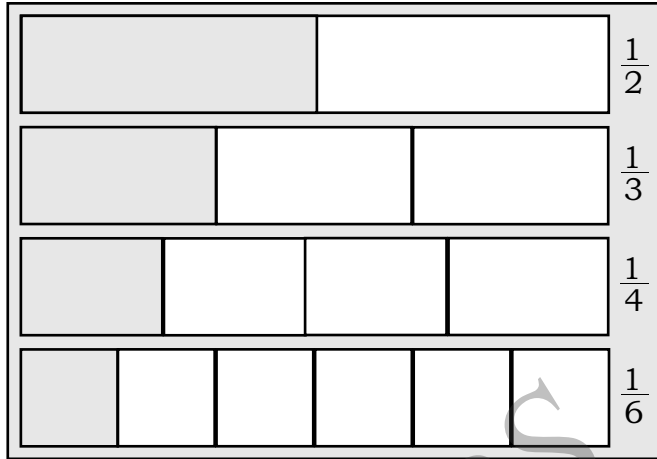
8) $\frac{50}{200}$

2.4 भिन्नो की तुलना (Comparison of fractions)

शीधर ने $2\frac{1}{4}$ चपातियाँ खायीं, और वीणा ने $3\frac{1}{4}$ चपातियाँ खायीं। उनमें किसने अधिक खाया?

शीधर ने 2 पूर्ण चपातियाँ और थोडा अधिक खाया, वीणा ने 3 पूर्ण चपातियाँ और थोडा अधिक खाया। स्वभावतः यह से अधिक है इसतरह वीणा ने अधिक खाया। $\therefore 3\frac{1}{4} > 2\frac{1}{4}$

निम्न चित्रों में छायांकित भागों से निरूपित भिन्नो को देखिए



- $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ में कौनसा बड़ा है? ($\frac{1}{2}$)
- $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{4}$ कौनसा बड़ा है? ($\frac{1}{3}$)
- $\frac{1}{6}$ और $\frac{1}{4}$ में कौनसा बड़ा है? ($\frac{1}{4}$)

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ सूचित करने वाले आकृतियों को देखकर कहना आसान है की कौन सा बड़ा है? परन्तु प्रत्येक बार भिन्नो को आकृतियों को खींचना संभव नहीं है। आईए, हम भिन्नो की तुलना करने विधान पर्याय सीखते हैं।

सामान्य हर के भिन्नो की तुलना

निम्न भिन्नो को ध्यान से देखिए :

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{4}, \frac{1}{3}$$

आईए, समान हर के भिन्नो को एकत्रित करते हैं।

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{4} ; \frac{4}{5}, \frac{3}{5} ; \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$$

उदाहरण 1 : $\frac{4}{5}$ और, $\frac{3}{5}$ में कौनसा बड़ा है?



यहाँ संपूर्ण वस्तु के 5 समान भाग बनाये गए हैं। बाद में उसमें से 4 और 3 समान भागों को चुनकर छायांकित किया गया है।

$$\text{यहाँ } \frac{4}{5} \text{ यह } \frac{3}{5} \text{ से बड़ा है। } \therefore \frac{4}{5} > \frac{3}{5}$$

उदाहरण 2 :

$\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$ में कौनसा बड़ा है ?

इन भिन्नों में हर सामान्य है जहाँ है। $7 > 3$ है। इसलिए $\frac{7}{8}$ बड़ा है $\therefore \frac{7}{8} > \frac{3}{8}$

अर्थात् सामान्य हर के भिन्नों में जिस भिन्न का अंश बड़ा होता है वही भिन्न बड़ा है।

उदाहरण 3 :

$\frac{8}{15}$ और $\frac{3}{15}$ में कौनसा छोटा है ?

इन भिन्न में हर सामान्य है, जहाँ $3 < 8$ है

यहाँ $\frac{3}{15}$ छोटा है। $\therefore \frac{3}{15} < \frac{8}{15}$

भिन्न का आरोहण क्रम और अवरोहण क्रम

(Ascending and descending order of fractions)

उदाहरण 1 : निम्नों को आरोहण क्रम में लिखिए $\frac{3}{7}, \frac{6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{4}{7}$.

इन भिन्नों हर समान है। इसलिए उनके अंश देखकर उन्हें आरोहण क्रम में लिखिए। ऊपर के भिन्नों में $\frac{2}{7}$ सब से छोटा है। तो $\frac{3}{7}$, उससे बड़ा, में $\frac{4}{7}$ और $\frac{6}{7}$ अन्त में क्योंकि सबसे बड़ा है।

\therefore तो भिन्नों का आरोहण क्रम है [Ascending order. (A.O)] : $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}$

उदाहरण 2 : निम्नों को अवरोहण क्रम में लिखिए : $\frac{5}{12}, \frac{9}{12}, \frac{4}{12}, \frac{8}{12}, \frac{7}{12}$

दिये गये भिन्नों में $\frac{9}{12}$ भिन्न सबसे बड़ा है। तो, $\frac{9}{12}$, से प्रारंभ कर भिन्नों को अवरोहण क्रम लिखिए।

\therefore अवरोहण क्रम [Descending order (D.O)] : $\frac{9}{12}, \frac{8}{12}, \frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{4}{12}$

प्रयत्न कीजिए: 1) भिन्नो के बीच $>$ अथवा $<$ संकेत उपयोग कीजिए।

$$1) \frac{7}{10} \square \frac{9}{10} \quad 2) \frac{15}{23} \square \frac{12}{23} \quad 3) \frac{5}{18} \square \frac{4}{18} \quad 4) \frac{24}{75} \square \frac{29}{75}$$

2) निम्नों को आरोहण और अवरोहण क्रम में लिखिए.

$$1) \frac{5}{6}, \frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{3}{6}, \frac{8}{6} \quad 2) \frac{9}{16}, \frac{7}{16}, \frac{12}{16}, \frac{4}{16}, \frac{2}{16}$$

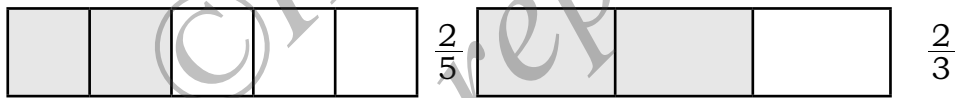
भिन्नो की तुलना जिसमें अंश **समान** है और हर अलग हैं।

निम्न भिन्नो के समूहों को ध्यान से देखिए :

$$\frac{2}{5}, \frac{2}{3}, \quad \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{7}, \frac{3}{11}, \quad \frac{7}{8}, \frac{7}{10}$$

भिन्नो के इन प्रत्येक समूह में हर अलग होकर अंश समान है आईए, इनकी तुलना करना सीखते हैं।

उदाहरण 1 : $\frac{2}{5}, \frac{2}{3}$ में कौनसा बड़ा है ?



यहाँ प्रथम आकृति में, संपूर्ण में 5 समान भाग बनाये गये हैं और दो छायांकित है $(\frac{2}{5})$

दूसरी आकृति में, संपूर्ण में से 3 समान भाग बनाये गये हैं और 2 छायांकित है। $(\frac{2}{3})$

$\frac{2}{5}$ और $\frac{2}{3}$ में शा सामान्य है परन्तु हर अलग अलग है। $\frac{2}{5}$ में $\frac{1}{5}$ के दो भाग हैं जबकि $\frac{2}{3}$ में $\frac{1}{3}$ के 2 भाग हैं। हम जानते हैं कि $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$ है। इसलिए, $\therefore \frac{2}{3} > \frac{2}{5}$.

उदाहरण 2 : $\frac{3}{7}$ और $\frac{3}{11}$ में कौन सा छोटा है?

$\frac{3}{7}$ और $\frac{3}{11}$ में, $\frac{3}{7}$ में $\frac{1}{7}$ के 3 भाग है, तथा $\frac{3}{11}$ में $\frac{1}{11}$ के 3 भाग हैं। हम जानते हैं कि $\frac{1}{11} < \frac{1}{7}$ इसलिए $\frac{3}{11} < \frac{3}{7}$ है।

ध्यान दीजिए : उपरोक्त दो उदाहरणों में, हम निष्कर्ष ले सकते हैं कि जिन भिन्नों में अंश एक जैसा होकर हर अलग - अलग होते हैं, बड़े हर का भिन्न छोटा होता है और छोटे अंश का भिन्न बड़ा होता है।

$$\frac{7}{10} < \frac{7}{8}, \quad \frac{1}{2} > \frac{1}{4}, \quad \frac{2}{3} > \frac{2}{5}, \quad \frac{16}{20} > \frac{16}{25}$$

भिन्नों का आरोहण क्रम तथा अवरोहण क्रम :

उदाहरण 1 : $\frac{3}{8}, \frac{3}{5}, \frac{3}{12}, \frac{3}{4}$ को आरोहण क्रम में लिखिए.

इन भिन्नों के अंश एक जैसे परन्तु हर अलग- अलग है। तो बड़े हर के भिन्न का मूल्य कम होता है। इसके आधार पर, दिये भिन्नों का

आरोहण क्रम है: $\frac{3}{12}, \frac{3}{8}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}$

उदाहरण 2 : $\frac{9}{15}, \frac{9}{10}, \frac{9}{11}, \frac{9}{20}$ को अवरोहण क्रम में लिखिए

इन भिन्नों के अंश एक जैसे हैं परन्तु हर अलग- अलग है। तो कनिष्ठ हर का भिन्न का मूल्य अधिक होता है। इस आधार पर, दत्त भिन्नों का अवरोहण क्रम इसतरह लिख सकते हैं।

अवरोहण क्रम: $\frac{9}{10}, \frac{9}{11}, \frac{9}{15}, \frac{9}{20}$

कार्यकलाप:- निम्नों को आरोहण क्रम में लिखिए :

$$\frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{2}{10}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}, \frac{7}{10}$$

प्रयत्न कीजिए: निम्नों को आरोहण और अवरोहण क्रम में लिखिए :

1) $\frac{7}{13}, \frac{7}{9}, \frac{7}{15}, \frac{7}{6}$ 2) $\frac{16}{20}, \frac{16}{16}, \frac{16}{24}, \frac{16}{18}$

अलग - अलग अंश और हर के भिन्नों की तुलना करना

उदाहरण 1 : $\frac{1}{4}$ और $\frac{2}{6}$ की तुलना कीजिए.

यहाँ भिन्नों के अंश और हर दोनों अलग- अलग हैं। ऐसे भिन्नों की तुलना जीसमे समान अंश. और असमान हर है. क्या हम समान हर के भिन्नों में लिख सकते हैं? इसे हम, $\frac{1}{4}$ और $\frac{2}{6}$ के समतुल्य भिन्न में लिख सकते हैं।

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} \dots\dots$$

$$\frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18} = \frac{8}{24} = \frac{10}{30} \dots\dots$$

$\frac{1}{4}$ और $\frac{2}{6}$ के समतुल्य भिन्नों में से $\frac{3}{12}$ और $\frac{4}{12}$ के हर समान हैं।

$$\frac{3}{12} < \frac{4}{12} \text{ और } \frac{1}{4} < \frac{2}{6}.$$

पर्याय विधान : $\frac{1}{4}$ और $\frac{2}{6}$ की तुलना कीजिए परन्तु भिन्नों के अंश और हर को परस्पर एक दूसरे के हर गुणा करते हुए समतुल्य भिन्न प्राप्त करते हैं।

$$\frac{1 \times 6}{4 \times 6} = \frac{6}{24}, \frac{2 \times 4}{6 \times 4} = \frac{8}{24}$$

$$\frac{6}{24} < \frac{8}{24} \therefore \frac{1}{4} < \frac{2}{6}$$

उदाहरण 2 : $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{8}$ की तुलना कीजिए और बताईए कौनसा बड़ा है?

$\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{8}$ के समतुल्य भिन्न लिखिए इनमें एक जैसे के भिन्नों को चुनिए और तुलना कीजिए

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \frac{18}{30} = \frac{21}{35} = \frac{24}{40} = \frac{27}{45} \dots\dots$$

$$\frac{4}{8} = \frac{8}{16} = \frac{12}{24} = \frac{16}{32} = \frac{20}{40} = \frac{24}{48} = \frac{28}{56} \dots\dots\dots$$

$\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{8}$ के समतुल्य भिन्नो में समान हर के भिन्न है $\frac{24}{40}$ और $\frac{20}{40}$.

$$\frac{24}{40} > \frac{20}{40} \therefore \frac{3}{5} > \frac{4}{8}.$$

पर्याय विधान:

- समतुल्य भिन्न प्राप्त करने ल. स. अ ज्ञात करने के विधान उपयोग कर सकते है। और तुलना करके बड़ा कौनसा है कह सकते हैं

$\frac{3}{5}, \frac{4}{8}$ की तुलना कीजिए.

$$= \frac{3 \times 8}{5 \times 8}, \frac{4 \times 5}{8 \times 5}$$

$$= \frac{24}{40}, \frac{20}{40}$$

$$= \frac{24}{40} > \frac{20}{40}$$

$$\therefore \frac{3}{5} > \frac{4}{8}$$

- 5 और 8 का ल. स. अ. 40 है.

- समतुल्य भिन्न इसतरह लिखिए कि भिन्नो का हर: 40 हो.

- बाद में तुलना कीजिए.

उदाहरण 3 :

$\frac{6}{10}$ और $\frac{8}{12}$ की तुलना कीजिए और बताईए कौनसा छोटा है

दिये गये दोनों भिन्नो के का ल. स. अ ज्ञात कीजिए। उनके समतुल्य भिन्न प्राप्तकर तुलना कीजिए। 10, 12 का ल. सा. अ = 60.

$$\frac{6}{10} = \frac{6 \times 6}{10 \times 6} = \frac{36}{60} \quad \frac{8}{12} = \frac{8 \times 5}{12 \times 5} = \frac{40}{60}$$

$$\frac{36}{60} < \frac{40}{60} \therefore \frac{6}{10} < \frac{8}{12}$$

प्रयत्न कीजिए :

निम्न भिन्नो की तुलना कीजिए और उनके बीच सही संकेत लगाईए : (<, >)

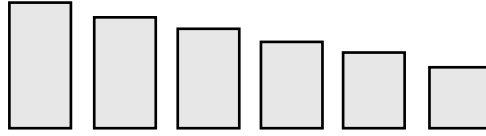
1) a) $\frac{5}{8} \square \frac{5}{6}$ b) $\frac{9}{15} \square \frac{9}{20}$ c) $\frac{8}{12} \square \frac{8}{10}$ d) $\frac{12}{17} \square \frac{12}{20}$

निम्न भिन्नो की तुलना कीजिए और उनके बीच सही संकेत लगाईए :

2) a) $\frac{4}{5} \square \frac{6}{10}$ b) $\frac{8}{12} \square \frac{12}{15}$

कार्यकलाप :- निम्न भिन्नो के अवरोहण क्रम को दत्त आयताकार स्तंभों में लिखिए :

$$\frac{3}{15}, \frac{3}{7}, \frac{3}{12}, \frac{3}{4}, \frac{3}{9}, \frac{3}{8}$$



अभ्यास: 2.4

I. इन भिन्नो के बीच सही चिन्ह लिखिए और उनकी तुलना की (<, > अथवा =).

A) 1) $\frac{3}{6} \square \frac{5}{6}$ 2) $\frac{3}{6} \square \frac{5}{6}$ 3) $\frac{7}{10} \square \frac{5}{10}$ 4) $\frac{3}{15} \square \frac{7}{15}$

B) 1) $\frac{5}{7} \square \frac{5}{6}$ 2) $\frac{3}{8} \square \frac{3}{9}$ 3) $\frac{2}{6} \square \frac{4}{12}$ 4) $\frac{11}{13} \square \frac{11}{12}$

II. निम्नो को आरोहण क्रम में लिखिए.

A) 1) $\frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{12}, \frac{9}{12}$ 2) $\frac{3}{15}, \frac{10}{15}, \frac{7}{15}, \frac{6}{15}$

3) $\frac{6}{8}, \frac{2}{8}, \frac{5}{8}, \frac{8}{8}$ 4) $\frac{18}{20}, \frac{11}{20}, \frac{6}{20}, \frac{19}{20}$

B) 1) $\frac{2}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}$ 2) $\frac{7}{9}, \frac{7}{16}, \frac{7}{10}, \frac{7}{8}$

3) $\frac{3}{10}, \frac{3}{12}, \frac{3}{5}, \frac{3}{14}$ 4) $\frac{9}{20}, \frac{9}{15}, \frac{9}{12}, \frac{9}{16}$

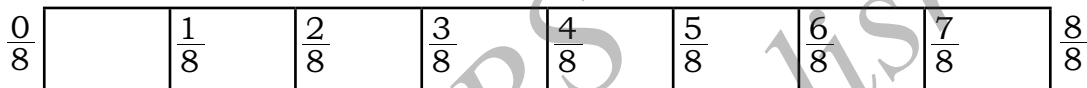
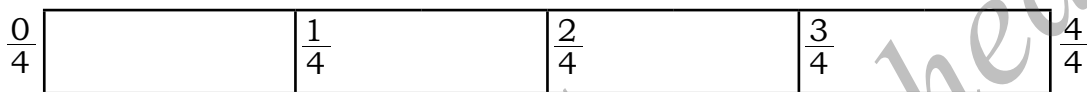
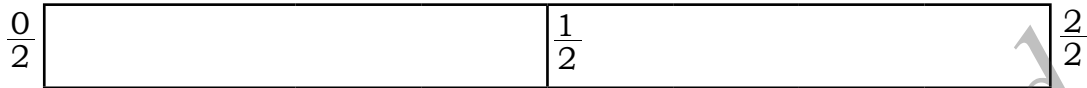
III. निम्नो को अवरोहण क्रम में लिखिए :

1) $\frac{1}{12}, \frac{1}{23}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$

2) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}$

3) $\frac{1}{7}, \frac{4}{7}, \frac{2}{7}, \frac{6}{7}$

IV. निम्न आकृतियों को देखिए दिये गए भिन्नों के बिच : (< > अथवा = चिन्ह लगाइए।)



- a) $\frac{1}{2} \square \frac{2}{4}$ b) $\frac{1}{4} \square \frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2} \square \frac{5}{8}$ d) $\frac{7}{8} \square \frac{3}{4}$
 e) $\frac{0}{3} \square \frac{3}{3}$ f) $\frac{1}{8} \square \frac{1}{2}$ g) $\frac{3}{8} \square \frac{2}{3}$

v. निम्नों को हल कीजिए:

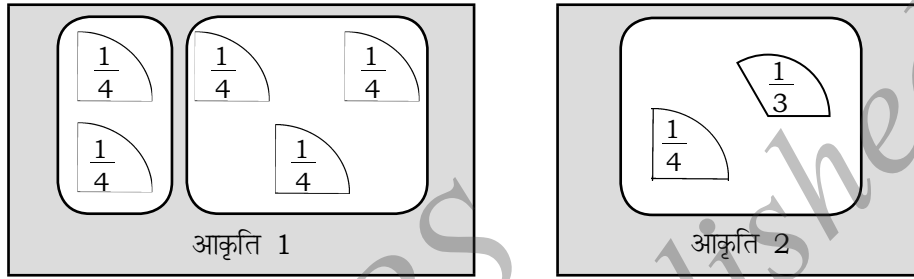
- मेरी $\frac{4}{5}$ घंटे गणित का अध्ययन करती है और शिलपा $\frac{3}{4}$ घंटे अध्ययन करती है। बताईए कौन अधिक समय अध्ययन करता है?
- एक खेत में किसानों ने $\frac{5}{8}$ भाग द्विदल धान्य उत्पादन करते है और $\frac{3}{9}$ भाग गन्ना उत्पन्न करते हैं। बताइए खेत के कम भाग पर कौनसा फसल उत्पादन किया है ?

VI. निम्न भिन्नों के बीच सही चिन्ह लगाईए और उनकी तुलना कीजिए: (< अथवा >)

- 1) $\frac{2}{5} \square \frac{3}{4}$ 2) $\frac{2}{6} \square \frac{1}{8}$ 3) $\frac{6}{10} \square \frac{5}{12}$ 4) $\frac{5}{9} \square \frac{2}{5}$

2.5 भिन्नों का जोड़ना और घटाना

पूर्ण संख्याओं को आपने जोड़ना और घटाना सीख लिया है। आईए हम भिन्नों को जोड़ने और घटाने सीख लें। निम्न आकृतियों को ध्यान से देखिए। प्रत्येक आकृति में भिन्नो का कुल जोड़ बताईए



आकृति 1 में : $\frac{1}{4}$ के 2 भाग हैं और $\frac{1}{4}$ के 5 भाग हैं। इसलिए कुल है : $\frac{1}{4}$ के 5 भाग अर्थात् $\frac{5}{4}$

आकृति :2 में कुल मात्रा क्या है? क्या आप तुरन्त बोल सकते हैं? क्यों?

आकृति 1 में, सभी भाग समान हैं। अर्थात् वे समान हर के भिन्न हैं। $\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$

आकृति 2 में, अलग- अलग भाग हैं अर्थात् अलग- अलग हर के भिन्न हैं। तो उन्हें जोड़ने का विधान है। आईए इनका जोड़ विस्तार में जान लें।

2.5 (a) सामान्य हर के भिन्नो का जोड़:

उदाहरण 1 : जॉनसन बाल कथा पुस्तक का $\frac{1}{5}$ भाग शनिवार पढ़ लेता है। तो $\frac{2}{5}$ भाग रविवार के दिन पढ़ता है। उसने इन दिनों में कुल कितना पढ़ा?

$$\text{शनिवार के दिन पुस्तक का पढ़ा हुआ भाग :} = \frac{1}{5}$$

$$\text{रविवार के दिन पुस्तक का पढ़ा हुआ भाग :} = \frac{2}{5}$$

$$\text{दो दिनों में कुल पढ़ा हुआ भाग} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}$$

$$\text{ये तो सामान्य हर के भिन्न है इसलिए अंशों को जोड़कर उत्तर लिखिए} \quad \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$$

वह कुल पुस्तक का $\frac{3}{5}$ भाग पढ़ता है।

उदाहरण 2 : एक किसान अपने खेत $\frac{3}{12}$ भाग नारियल उगाता है, $\frac{5}{12}$ भाग धान और $\frac{2}{12}$ भाग में शहतुत (mulberry) के पत्ते उगाता है। खेत के कुल कितने भाग में उसने इनको उगाया है।

$$\text{खेत में नारियल उगाया हुआ भाग:} = \frac{3}{12}$$

$$\text{खेत में धान उगाया हुआ भाग:} = \frac{5}{12}$$

$$\text{खेत में शहतुत के पत्ते उगाया हुआ भाग} = \frac{2}{12}$$

$$\text{खेत में उगाया हुआ कुल भाग:} = \frac{3}{12} + \frac{5}{12} + \frac{2}{12}$$

ये सामान्य हर के भिन्न हैं। इसलिए अंशों को जोड़कर लिखते हैं।

$$\frac{3+5+2}{12} = \frac{10}{12} = \frac{10^5}{12_6} = \frac{5}{6} \quad (\text{उत्तर सरलतम रूप में लिखते हैं।})$$

∴ खेत का कुल $\frac{5}{6}$ भाग में उसने फसल उगाया है।

उदाहरण 3 : हुसैन ने ₹ $5\frac{7}{20}$ देकर एक नोट बुक खरीदा और, ₹ $\frac{16}{20}$ देकर एक पेंसिल खरीदा दोनों का कुल मूल्य क्या है?

$$5\frac{7}{20} + \frac{16}{20} \quad (\text{इन में एक मिश्र भिन्न है।})$$

$$= \frac{107}{20} + \frac{16}{20} \quad (\text{उसे विषम भिन्न में बदलिए।})$$

$$= \frac{107+16}{20} \quad (\text{अंशों को जोड़ना क्यों कि उनके हर समान ह।})$$

$$\frac{123}{20} \quad (\text{यहा पुनः विषम भिन्न है।})$$

$$6\frac{3}{20} \quad (\text{तो, उत्तर मिश्र भिन्न में लिखा है।})$$

$$\therefore \text{कुल मूल्य है ₹ } 6\frac{13}{20}$$

प्रयत्न कीजिए : 1) $\frac{5}{16} + \frac{3}{16}$ 2) $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8}$ 3) $4\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ 4) $2\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3}$

2.5 (b) सामान्य हर के भिन्नों को घटाना:

उदाहरण 1 : $\frac{6}{8}$ में से $\frac{5}{8}$ को घटाईए.



वर्गीकरण

$$\frac{6}{8} - \frac{5}{8} \quad (\text{इन भिन्नों में हर सामान्य है।})$$

$$\therefore \frac{6-5}{8} = \frac{1}{8} \quad (\text{अंशों का अंतर ज्ञात कीजिए})$$

उदाहरण 2 : राजू ने फल के $\frac{8}{10}$ भाग में से $\frac{2}{10}$ भाग खा लिया। फल का कितना भाग बाकी है ?

$$\frac{8}{10} - \frac{2}{10} \quad (\text{इन भिन्नों के हर सामान्य है।})$$

$$= \frac{8-2}{10} \quad (\text{अंशों का अंतर ज्ञात कीजिए।})$$

$$= \frac{6}{10} \quad (\text{उत्तर लिखिए})$$

$$= \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{10}_5} = \frac{3}{5} \quad (\text{भिन्न सरलतम रूप में लिखने पर।})$$

\therefore फल का $\frac{3}{5}$ भाग बाकी रहा है।

उदाहरण 3 : निवेदिता के पास ₹ $8\frac{1}{4}$ हैं। उसने ₹ $5\frac{2}{4}$ थोड़े चूड़ियाँ लाईं। उसके पास पैसे कितने बाकी रहें ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned}
 & 8\frac{1}{4} - 5\frac{2}{4} \quad (\text{दोनों मिश्र भिन्न हैं।}) \\
 & = \frac{33}{4} - \frac{22}{4} \quad (\text{उन्हें विषम भिन्न में बदला गया है।}) \\
 & = \frac{33-22}{4} \quad (\text{अंशों का अंतर ज्ञात करते हैं क्योंकि हर समान है।}) \\
 & = \frac{11}{4} \quad (\text{यह विषम भिन्न है।}) \\
 & = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4} \quad (\text{इसे मिश्र भिन्न में लिखा गया।}) \\
 & \therefore \text{उसके पास ₹ } 2\frac{3}{4} \text{ बाकी रहते हैं}
 \end{aligned}$$

प्रयत्न कीजिए : 1) $\frac{9}{15} - \frac{7}{15}$ 2) $\frac{18}{24} - \frac{13}{24}$ 3) $4\frac{3}{8} - \frac{5}{8}$ 4) $5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}$

अभ्यास : 2.5

I. सरल कीजिए :

A) 1) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ 2) $\frac{7}{15} + \frac{4}{15}$ 3) $\frac{7}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10}$ 4) $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12}$

B) 1) $4\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3}$ 2) $1\frac{2}{6} + 2\frac{1}{6}$ 3) $3\frac{7}{10} + \frac{4}{10}$ 4) $2\frac{5}{12} + 1\frac{7}{12}$

II. भिन्नो को जोड़कर अथवा घटाकर वर्ग पूर्ण कीजिए :

	(+)		
	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	(a)
(-)	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	(b)
	(c)	(d)	(e)

III. सरल कीजिए :

A) 1) $\frac{6}{8} - \frac{1}{8}$ 2) $\frac{9}{13} - \frac{2}{13}$ 3) $\frac{18}{20} - \frac{7}{20}$ 4) $\frac{28}{30} - \frac{5}{30}$

B) 1) $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ 2) $3\frac{5}{7} - 1\frac{6}{7}$ 3) $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4}$ 4) $1\frac{7}{12} - \frac{6}{12}$

IV. निम्नों को हल कीजिए

A. 1) जब एक धागे के भाग दो भाग बनाते हैं तो बने भाग $\frac{4}{8}$ मीटर और $\frac{3}{8}$ मीटर के हैं। धागे की कुल लंबाई क्या है?

2) रवि फल का $\frac{3}{12}$ वाँ भाग खाता है और रजिया फल का $\frac{5}{12}$ वाँ भाग खाती है। फल का कुल कितना भाग उन्होंने खा लिया?

3) एक गेंद का दाम ₹ $3\frac{3}{5}$ है और एक गुडिया का दाम $2\frac{3}{5}$ है। बताईए दोनों को मिलाकर कुल कितना दाम होता है ?

B. 1) एक बकसे में $\frac{7}{8}$ किग्रा शक्कर है। शरबत तैयार करने $\frac{3}{8}$ कि. ग्रां राककर उपयोग करते हैं। तो कितनी शक्कर अवाशिष्ट रहती है?

2) शीयान के पास ₹ $5\frac{3}{10}$ है। उस में उसने ₹ $2\frac{5}{10}$ खर्च करता है। तो, कितने रुपये बच जाते हैं?

2.6 (a) अलग - अलग हर के भिन्नों को जोडना:

उदाहरण 1 :



इस आकृति में, दो अलग- अलग भाग है। उनके कुल जोड क्या है?

यहाँ $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{4}$ भाग हैं। उनके हर अलग - अलग है। इसलिए वे समान भाग नहीं है। उनको कैसे जोडना हम नहीं जोडना जानते हैं। इसलिए $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{4}$ को समान हर के भिन्नों में बदलना ताकि हम जोड सके।

$\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{4}$ को समान हर के भिन्नों में कैसे बदलना सोचिए ?

सोचिए :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \quad (\text{हर का ल. सा. अ. ज्ञात कीजिए 3 और 4 का ल. सा. अ. 12 है})$$

$$= \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} \quad \text{अंश और हर को भिन्नो के ल. सा. अ. से गुणा कर के समतुल्य भिन्न बनाईए}$$

$$= \frac{4}{12} + \frac{3}{12} \quad (\text{अब समान हर के भिन्न है।})$$

$$= \frac{4+3}{12} \quad (\text{अंश जोड़िये})$$

$$= \frac{7}{12} \quad \therefore \text{कुल जोड़} = = \frac{7}{12}$$

संक्षिप्त रूप से
1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
$= \frac{(1 \times 4) + (1 \times 3)}{12}$
$= \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$

उदाहरण 2 :

एक थैले में $\frac{3}{4}$ कि. ग्रां शककर है, $\frac{1}{2}$ कि. ग्रां, सूजी और $\frac{4}{5}$ कि. ग्रां दाल है। इन सबका कुल भार क्या है?

कुल भार जानना है तो इन भिन्नो को जोड़ना होगा।

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \quad (\text{इन भिन्नो के हर एक जैसे करना होगा})$$

4, 2, 5 का ल. सा. अ. ज्ञात कीजिए। = 20 हैं। इसलिए, हर का ल. सा. अ = 20 हैं।

$$= \frac{3 \times 5}{4 \times 5} + \frac{1 \times 10}{2 \times 10} + \frac{4 \times 4}{5 \times 4} \quad (\text{समतुल्य भिन्न बनाईए जिनका हर 20 है})$$

$$= \frac{15}{20} + \frac{10}{20} + \frac{16}{20}$$

$$= \frac{15+10+16}{20} \quad (\text{अंश जोड़ लीजिए})$$

$$= \frac{41}{20} \quad (\text{यह विषम भिन्न है।})$$

$$= \frac{41}{20} = 2\frac{1}{20} \quad (\text{इसे मिश्र भिन्न में बदलिए})$$

$$\therefore \text{कुल भार} = 2\frac{1}{20} \text{ कि. ग्रां.}$$

संक्षिप्त रूप से
$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{4}{5}$
$= \frac{(3 \times 5) + (1 \times 10) + (4 \times 4)}{20}$
$= \frac{15 + 10 + 16}{20} = \frac{41}{20} = 2\frac{1}{20}$

उदाहरण 3 :

शरणया साइकिल पर अपने गाँव से $1\frac{1}{8}$ कि. मी. और बस में $2\frac{3}{10}$ कि. मी. की यात्रा रती है और तालुका केन्द्र पहुँचती है। तो, उसके स्थान से तालुका केन्द्र कितना दूर है।

$$1\frac{1}{8} + 2\frac{3}{10} \quad (\text{ये मिश्र भिन्न है।})$$

$$= \frac{9}{8} + \frac{23}{10} \quad (\text{उन्हें विषम भिन्न में बदलिए})$$

समतुल्य भिन्न बनाईए ताकि उनका हर 40 है

$$= \frac{9 \times 5}{8 \times 5} + \frac{23 \times 4}{10 \times 4} \quad (\because 8 \text{ और } 10 \text{ का ल. सा. अ} = 40.)$$

$$= \frac{45}{40} + \frac{92}{40} \quad (\text{समान हर के भिन्न})$$

$$= \frac{45 + 92}{40} \quad (\text{उनके अंश जोड़िए})$$

$$= \frac{137}{40}$$

$$= 3\frac{17}{40} \quad (\text{उत्तर को मिश्र भिन्न में लिखिए})$$

संक्षिप्त रूप से
$1\frac{1}{8} + 2\frac{3}{10}$
$= \frac{9}{8} + \frac{23}{10}$
$= \frac{(9 \times 5) + (23 \times 4)}{40}$
$= \frac{45 + 92}{40}$
$= \frac{137}{40} = 3\frac{17}{40}$

\therefore उसके स्थान से तालुका केन्द्र $3\frac{17}{40}$ कि. मी. दूर है।

प्रयत्न कीजिए : 1) $\frac{5}{6} + \frac{1}{8}$ 2) $\frac{7}{10} + \frac{4}{15}$ 3) $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{5}{6}$ 4) $2\frac{1}{6} + 3\frac{1}{4}$

2.6 (b) अलग - अलग हर के भिन्नों को घटाना:

उदाहरण 1 : शाारदा के पास ₹ $\frac{4}{5}$ हैं। उन में उसने ₹ $\frac{3}{10}$ रबर खरीदने खर्च किया। तो उसके पास कितना पैसा बच गया है?

$\frac{4}{5}$ और $\frac{3}{10}$ ऐसे भिन्न हैं जिनके हर अलग-अलग हैं। जब उनके हर एक जैसे करेंगे तो घटाना

संभव होगा। इसलिए इन चरणों की और ध्यान दीजिए।

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$$

इन भिन्नों के हर अलग - अलग हैं।

∴ हर का ल. स. अज्ञात कीजिए ∴ 5 और 10 का ल. सा. अ. = 10

समतुल्य भिन्न प्राप्त ताकि उनका हर 10 हो

$$= \frac{4 \times 2}{5 \times 2} - \frac{3 \times 1}{10 \times 1}$$

$$\frac{8}{10} - \frac{3}{10} = \frac{8-3}{10} \quad (\text{अंशों का अंतर ज्ञात कीजिए.})$$

$$= \frac{5}{10} \quad (\text{उत्तर को सरल रूप में लिखिए})$$

$$= \frac{1}{2} \quad \therefore \text{उसके पास ₹ } \frac{1}{2} \text{ बाकी रहते हैं।}$$

उदाहरण 2 : $2\frac{1}{6}$ मीटर तार के दो भाग बनाते हैं। एक भाग की लंबाई $\frac{3}{4}$ मीटर है, दूसरे भाग की लंबाई ज्ञात कीजिए?

$$2\frac{1}{6} - \frac{3}{4} \quad (\text{पहला मिश्र भिन्न है उसे विषम भिन्न में बदलिए})$$

$$= \frac{13}{6} - \frac{3}{4}$$

संक्षिप्त रूप से
$\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$
$(4 \times 2) - (3 \times 1)$
$= \frac{\quad}{10}$
$= \frac{8-3}{10}$
$= \frac{5^1}{10^2} = \frac{1}{2}$

$\frac{13}{6}$ और $\frac{3}{4}$ में 6 और 4 का ल. सा. अ. हर 12 है।

$= \frac{13 \times 2}{6 \times 2} - \frac{3 \times 3}{4 \times 3}$ समतुल्य भिन्न प्राप्त कीजिए ताकि हर में 12 हो

$$= \frac{26}{12} - \frac{9}{12}$$

$$= \frac{26 - 9}{12} \quad (\text{अंशों का अंतर लीजिए})$$

$$= \frac{17}{12} \quad (\text{यह विषय भिन्न है।})$$

$$= 1 \frac{5}{12} \quad \therefore \text{अवशिष्ट तार की लंबाई } 1 \frac{5}{12} \text{ मीटर}$$

प्रयत्न कीजिए : 1) $\frac{5}{6} - \frac{2}{12}$ 2) $\frac{19}{25} - \frac{5}{10}$ 3) $2\frac{3}{8} - 1\frac{1}{10}$

अभ्यास: 2.6

I. सरल कीजिए :

1. a) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{11}{12} + \frac{2}{15}$ c) $\frac{7}{8} + \frac{5}{12}$ d) $\frac{14}{15} + \frac{13}{20} + \frac{3}{10}$

2. a) $1\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ b) $2\frac{4}{5} + 3\frac{1}{10}$ c) $4\frac{1}{6} + \frac{3}{8}$ d) $2\frac{1}{3} + \frac{7}{12}$

II. इस वर्ग को जोड़ने और घटाने से पूर्ण कीजिए :

	(+)		
(-)	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	a)
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	b)
	c)	d)	e)

III. सरल कीजिए :

1. a) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{8} - \frac{2}{6}$ c) $\frac{11}{12} - \frac{7}{10}$ d) $\frac{13}{15} - \frac{5}{15}$

2. a) $1\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$ b) $2\frac{4}{5} - 1\frac{3}{10}$ c) $3\frac{5}{8} - 2\frac{3}{10}$ d) $3\frac{5}{8} - 2\frac{5}{6}$

IV. निम्न लिखित गणित हल कीजिए :

- 1) शमिकों ने खेत में घास- पात निकाला है। सुबह में खेत का $\frac{5}{8}$ भाग निकाला है। दोपहर में $\frac{1}{6}$ भाग निकाला है खेत के कितने भाग का घास-पात उन्होंने निकाला ?
- 2) रघु ने टंकी का $\frac{3}{10}$ भाग भरता है और रफिक टंकी का $\frac{3}{6}$ भाग भरता है। दोनों से कुल कितना भाग भरा जाता है।
- 3) सुजाता ने $3\frac{7}{10}$ में पेन खरीदा और $4\frac{3}{5}$ में किताब खरीदा है। दोनों का कुल दाम क्या है ?

V. निम्नों को हल कीजिए :

- 1) पर्यावरण जागृति के लिए शिक्षक और विधार्थियों ने मिलकर दीवरी कागज तैयार किया। इस दीवरी कागज (Wall Paper) में बच्चों ने $\frac{19}{30}$ भाग तैयार किया। तो बताई शिक्षकों ने कितने भाग तैयार किया? (माना कि पूर्ण चित्र $\frac{30}{30}$ के समान है)

- 2) हुआप्पा ने अपनी आय का $\frac{3}{8}$ भाग बच्चों की शिक्षा के लिए रखा। हैं. उसमें से केवल $\frac{1}{5}$ भाग शिक्षा के लिए उपयोग हुआ। कितनी धनराशी बच गई पत्ता लगाईए ?
- 3) एक किसान के पास $3\frac{5}{8}$ एकड़ जमीन है। उसमें उसने $2\frac{3}{4}$ एकड़ जमीन पर धान उगाये है और अवशिष्ट भाग में केले उगाये। बताईए, कितने एकड़ जमीन में उसने केले उगाये हैं।



©KTBS
Not to be republished

घटक - 3

दशमलव (Decimals)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप :

- दशमलवों को पढ़ने और लिखने का विधान जान सकेंगे ।
- दशमलव संख्याओं को स्थान मूल्य तालिका पर लिखकर प्रत्येक अंक का स्थान मूल्य पहचान सकेंगे ।
- संख्यरेखा पर दशमलवों का स्थान निर्धारित कर सकेंगे ।
- दशमलव संख्याओं को जोड़ना और घटाना सीख सकेंगे ।
- लंबाई, भार और धन के से संबंधित दशमलव के जोड़ने और घटाने के गणित हल कर सकेंगे ।

दशमलव संख्या (**Decimal Number**)

आप ने अपनी पिछली कक्षाओं में दशमलव संख्याओं को पढ़ना और लिखना सीख लिया है। इस अध्याय में, आप दशमलव संख्याओं के जोड़ने और घटाने के बारे में अधिक जान लेंगे।

इस उदाहरण पर ध्यान दीजिए.

जब रेशमा और गोपाल दूकान से किराना खरीद लायें, उनकी माताजी ने बचे हुए पैसे के बारे में पूछा।

रेशमा ने कहा, ₹ 5 और 75 पैसे बचे हुए हैं। गोपाल ने कागज पर ₹ 5.75 लिख कर बताया। दोनों में से कौन सही है? (दोनों सही हैं)

गोपाल ने दशमलव बिंदी का

उपयोग करते हुए बचे धन को दशमलव रूप में लिखकर बताया है।

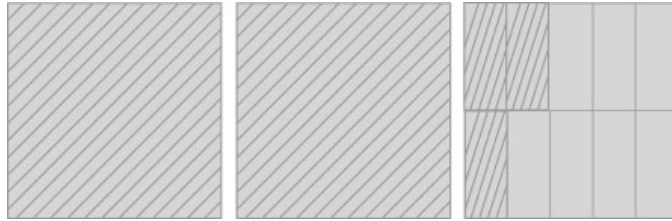
$$5.75$$

दशमलव बिंदी

5.75, में बिंदी, दशमलव बिंदी सूचित करती है।

3.1 दशांश (Tenth)

उदाहरण 1 : इस आकृति को ध्यान से देखिए.



यहाँ कितनी वस्तुएँ छायांकित है?

2 संपूर्ण वस्तुएँ और तीसरे वस्तु का $\frac{3}{10}$ भाग कुल छायांकित भाग = $2 + \frac{3}{10}$ इसतरह 2 संपूर्ण वस्तुएँ + 3 दशांश (3 बटा दस) इसे दशमलव उपयोग कर 2.3 रूप में लिख सकते हैं (दो दशमलव तीन) इसे स्थान मूल्य तालिका में लिखा है। ध्यान दीजिए

- 2.3 में 2 इकाई के स्थान पर है।
- दशांश को इकाई के दाहिने में लिखना है।
- 3 दशांश के स्थान पर लिखिए ।
- दशांश स्थान मूल्य $\frac{1}{10}$ है।

इकाई	दशांश
1	$\frac{1}{10}$
2	3
= 2.3	

उदाहरण 2 :

इस कंघी की लंबाई कया है ?



ध्यान दीजिए : मापनी के 1 से. मी. इकाई लंबाई में 10 समान भाग बनाये गए हैं इसलिए एक छोटे इकाई की लंबाई $\frac{1}{10}$ है।

कंघी की लंबाई 6 से. मी से अधिक और 7 से. मी से कम है। मापनी को देखने पर मालूम होता है कि उसकी लंबाई 6 से. मी. + $\frac{7}{10}$ से. मी.

अर्थात्, 6 से. मी. + से. मी. के उसे 7 दशांश को = 6.7 (छ: दशमलव 7) लिखते है ।

इसलिए कंघी की लंबाई, 6.7 से. मी. है।

ध्यान दीजिए 6.7 को स्थान मूल्य तालिका में कैसे लिखते हैं।

6 को इकाई के स्थान पर लिखते हैं

7 को दशांश के स्थान पर लिखते हैं।

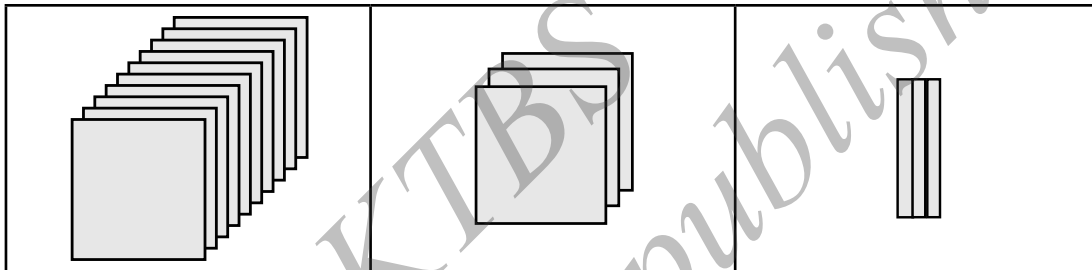
दशांश के स्थान की संख्या दशमलव के बाद लिखते हैं।

(उसे 6 दशमलव 7 पढ़ते हैं)

इकाई	दशांश
1	$\frac{1}{10}$
6	7
= 6.7	

उदाहरण 3 :

इन टाइल्स को ध्यान से देखिए :



कुल टाइल्स = 1 दस का समूह + 3 एक के + दशांश के 4

अर्थात: $13 + \frac{4}{10}$ (तेरह और 4 दशांश) = 13.4

13.4 में, 1 दहाई के स्थान पर, 3 इकाई के और 4 दशांश के स्थान पर इसे स्थान मूल्य तालिका में इसतरह लिखते हैं।

ध्यान दीजिए :

लिखने का विधान = 13.4

पढ़ने का विधान तेरह दशमलव चार.

दशांश	इकाई	शतांश
10	1	$\frac{1}{10}$
1	3	4

इसे जान लीजिए : इकाई स्थान पर लिखने के बाद, दशांश की संख्या लिखने के पहले

दशमलव लगाते हैं और बाद में संख्या लिखते हैं ।

दशमलव में लिखी संख्याओं पर ध्यान दीजिए —

$$1) 5 + \frac{6}{10} = 5.6$$

$$2) 20 + 4 + \frac{9}{10} = 24 + \frac{9}{10} = 24.9$$

$$3) 300 + 8 + \frac{5}{10} = 308 + \frac{5}{10} = 308.5$$

प्रयत्न कीजिए: 1) दशमलव का उपयोग करते हुए निम्न संख्याओं को स्थान मूल्य तालिका में लिखिए :

सैकडा	दहाई	इकाई	दसांश
100	10	1	$\frac{1}{10}$
		8	3
	3	6	4
	7	9	1
4	8	5	7

2) कोई चार संख्याओं को पार्श्व तालिका में लिखकर उसे दशमलव रूप में लिखिए.

3) आप के अपने मित्र के पेंसिल की लंबाई मापकर दशमलव रूप में लिखिए।

दशमलव संख्याओं को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए :

संख्या रेखा पर भिन्नो को हम निरूपित करना जानते है। अब, हम लव दशमलव संख्याओं को संख्या रेखा पर निरूपण करना जान लेते है।

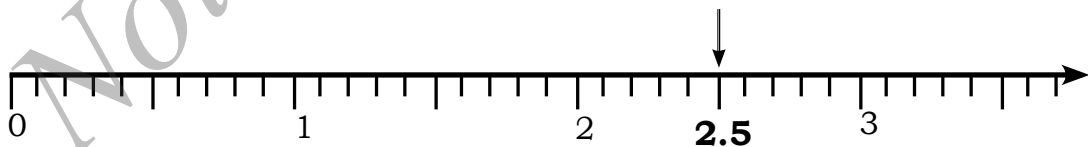
1) संख्या रेखा पर **0.6** दर्शाइए

0.6 यह 0 से अधिक और 1 से कम है। 0.6 का अर्थ 6 दशांस. तो 0 और 1 के बीच समान भाग बनाये जाते है। तो आकृति में दिखाये जैसे 0.6 दर्शाइए।



2) संख्या रेखा पर **2.5** का स्थान निर्धारित करना

2.5 यह 2 से अधिक और 3 से कम है। अर्थात 2.5 दसांश के बाद, इसलिए 2 और 3 के बीच 10 समान भाग में विभाजित है और नीचे दर्शाये जैसे अंकित करते है।



प्रयत्न कीजिए: 1) 0 और एक के बीच संख्याओं को लिखिए और संख्या रेखा पर स्थानांलकृत कीजिए।

2) 3 और 4 के बीचा 2 संख्याओं को लिखिए और उनका स्थानंकित कीजिए।

भिन्नों को दशमलव रूप में लिखना :

आप ने, हर में दस रहनेवालों भिन्नों तो दशमलव में लिखना सीखा है ।

उदाहरण : $\frac{6}{10} = 0.6$ $\frac{1}{10} = 0.1$, $\frac{8}{10} = 0.8$, $\frac{7}{10} = 0.7$

$\frac{23}{10}$ को दशमलव में कैसे लिखे ?

$$\frac{23}{10} = \frac{20}{10} + \frac{3}{10} = 2 + \frac{3}{10} = 2.3$$

$$\therefore \frac{23}{10} = 2.3$$

अब आईए हम निम्न भिन्नों को दशमलव में लिखते हैं ।

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{7}{5}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{9}{2}$

समतुल्य भिन्न लिखिए ताकि दिये भिन्न हर में 10 आते हैं । बाद में दशमलव रूप में लिखिए ।

a) $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.6 \quad \therefore \frac{3}{5} = 0.6$

b) $\frac{7}{5} = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = \frac{14}{10} = \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 1 + \frac{4}{10} = 1.4 \quad \therefore \frac{7}{5} = 1.4$

c) $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = 0.5 \quad \therefore \frac{1}{2} = 0.5$

d) $\frac{9}{2} = \frac{9 \times 5}{2 \times 5} = \frac{45}{10} = \frac{40}{10} + \frac{5}{10} = 4 + \frac{5}{10} = 4.5 \quad \therefore \frac{9}{2} = 4.5$

प्रयत्न कीजिए: निम्न भिन्नों को दशमलव रूप में लिखिए.

a) $\frac{5}{2}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{24}{5}$

d) $\frac{17}{2}$

e) $\frac{31}{10}$

दशमलवों को भिन्न में लिखना :

जैसे आप भिन्नों को दशमलव में लिख सकते हैं क्या दशमलव को भिन्न में लिख सकते हैं? निम्न उदाहरणों को ध्यान से देखिए।

निम्न उदाहरणों का निरीक्षण कीजिए

a) $0.6 \rightarrow 6 \text{ दशांश} \therefore \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

b) $2.4 \rightarrow 2 \text{ संपूर्ण वस्तु} + 4 \text{ दशांश} \therefore 2\frac{4}{10} = 2\frac{2}{5}$

c) $32.7 \rightarrow 32 \text{ संपूर्ण वस्तु} + 7 \text{ दशांश} \therefore 32\frac{7}{10}$

d) $7.3 \rightarrow 7\frac{3}{10}$

प्रयत्न कीजिए: भिन्न के रूप में लिखिए.

a) 0.3

b) 6.5




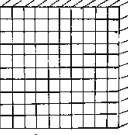
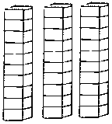
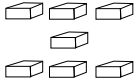


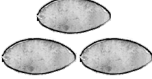
c) 15.9

d) 250.4

कार्यकलाप : बच्चों के दो के समूह बनाईए। उन्हें आपस में उनके पेन, पेंसिल, नोटबुक और पाठ्य पुस्तक विनिमय (exchange) करने कहिए। प्राप्त इन वस्तुओं की लंबाई परिकलन करने दीजिए तथा उन लंबाईयों को दशमलव रूप में एक तालिका में लिखने दीजिए। पुनः वस्तुओं का विनिमय करके सत्यापन करने दीजिए।

अभ्यास 3.1

I. 1) निम्न आकृतियों से सूचित संख्याओं को स्थान मूल्य तालिका में लिखिए.

a)	 दहाई	 इकाई	 दशांश
b)	 सैकड़ा	 दहाई	 इकाई
c)	 दहाई	 इकाई	 दशांश

2) निम्न दशांश को स्थान मूल्य तालिका में दर्शाइए।

a) 0.7

b) 2.8

c) 26.7

d) 165.4

3) निम्न संख्याओं को दशमलव संख्याओं में लिखिए।

a) चार दशांश

e) बत्तीस दशांश

b) नव बटा दस

d) छः सौ दशमलव सात

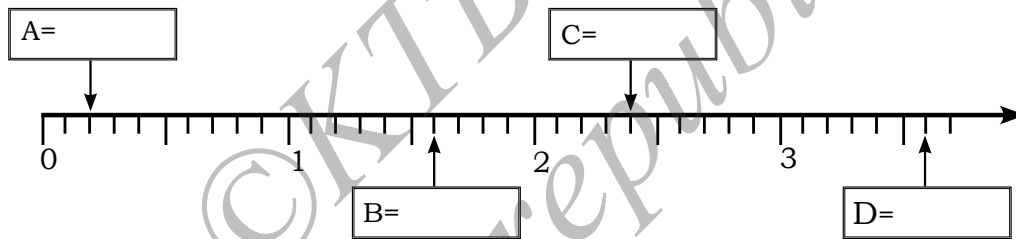
e) बत्तीस दशांश

c) सडसट दशमलव छः

4) निम्न संख्याओं को दशमलव रूप में लिखिए।

a) $3 + \frac{7}{10}$ b) $20 + 5 + \frac{9}{10}$ c) $200 + 7 + \frac{3}{10}$ d) $600 + 40 + \frac{2}{10}$ e) $20 + \frac{1}{10}$

II. 1) संख्या रेखा के बिंदुओं को सुचित करनेवाले दशमलव संख्याओं को लिखिए।



2) निम्न संख्याओं को संख्या रेखा पर अंकित कीजिए:

a) 0.8

b) 1.4

c) 2.3

d) 3.5

3) निम्न दशमलवों को भिन्न रूप में लिखिए:

a) 0.6

b) 3.5

c) 4.7

d) 62.5

e) 740.6

4) निम्न भिन्नो को दशमलव रूप में लिखिए:

a) $\frac{7}{10}$ b) $\frac{21}{10}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{11}{5}$ e) $\frac{17}{2}$

5) निम्नों को से. मी में लिखिए। (सूचना एक से. मी. 10 मी. मी.:)

उदा 32 मी. मी = 3.2 से. मी.

a) 7 मी. मी.

b) 27 मी. मी.

c) 30 मी. मी.

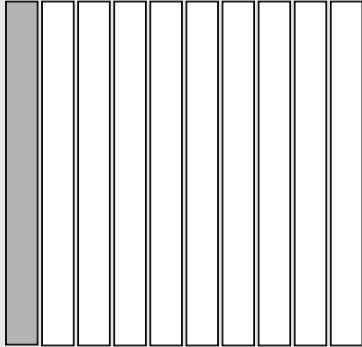
d) 4 से. मी 5 मी. मी.

e) 6 से. मी. 8 मी. मी.

3.2 शतांश (Hundredth) :

कार्यकलाप :-

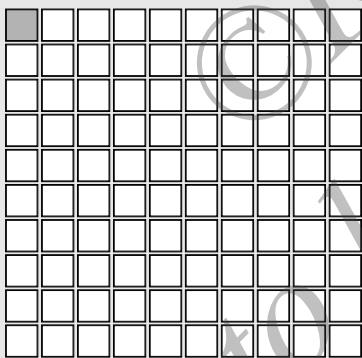
एक वर्गाकार गत्ता लीजिए उसपर इसतरह रेखाएँ खींचिए ताकि उसमें दस भाग बनें।



अब प्रत्येक भाग संपूर्ण वस्तु का $\frac{1}{10}$ वाँ भाग है। यहाँ बना प्रत्येक भाग में कितना छायांकित है?

[$\frac{1}{10}$ अर्थात्, एक दशांश, (0.1)]

अब प्रत्येक भाग के दस भाग बनाईए। पुन प्रत्येक के 10 दस भाग बनाईए। अब कुल छोटे वर्ग कितने बनें हैं। (100) प्रत्येक छोटा वर्ग संपूर्ण वस्तु का $\frac{1}{100}$ वाँ भाग है।



ध्यान दिजिए, $\frac{1}{10}$ का $\frac{1}{10}$ भाग $\frac{1}{100}$ वाँ भाग है।

उसे दशमलव रूप में 0.01 लिखते हैं।

* स्थान मूल्य तालिका में, हम शतांश को दशांश के दाहिने लिखते हैं

* 0.01 में कितने शतांश है? (केवल 1)

इकाई	दशांश	शतांश
1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
0	0	1

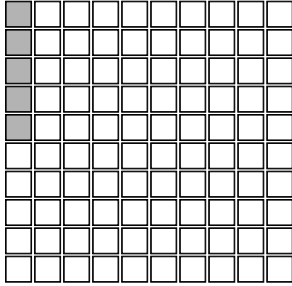
* अर्थात् 0.01 को स्थान मूल्य तालिका निम्न रूप में दशाते हैं।

$$\frac{1}{100} = 0.01$$

अर्थात् गत्ते का प्रत्येक छोटा वर्ग एक शतांश है उसे दशमलव रूप में 0.01 लिखते हैं।

इन उदाहरणों को ध्यान से देखिए

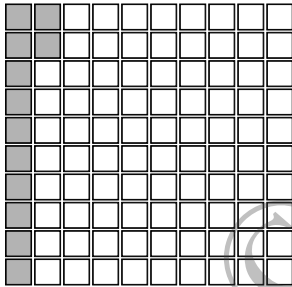
उदाहरण 1 : प्रत्येक आकृति में छायांकित भाग को भिन्न रूप में और उसका दशमलव रूप बताईए।



a) छायांकित भाग: $\frac{5}{100}$. 5 शतांश = 0.05

(पढ़ने का विधान : शून्य दशमलव शून्य पाँच)

इकाई	दशांश	शतांश
0	0	5

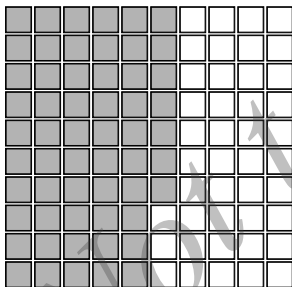


b) छायांकित भाग = $\frac{12}{100}$. = 12 शतांश = 10 शतांश + 2 शतांश
= 1 दशांश + 2 शतांश इसलिए उसे हम $\frac{12}{100} = 0.12$ लिखते हैं।

स्थान मूल्य तालिका में इस तरह लिखते हैं।

इकाई	दशांश	शतांश
0	1	2

0.12 (शून्य दशमलव एक दो पढ़ें)



c) छायांकित भाग = $\frac{57}{100} = 57$ शतांश

= 50 शतांश + 7 शतांश

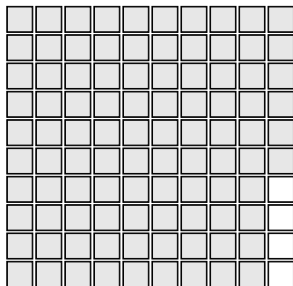
= 5 दशांश + 7 शतांश

इसलिए हम $\frac{57}{100} = 0.57$ लिखते हैं।

इसे स्थान मूल्य तालिका में इस तरह लिखते हैं।

इकाई	दशांश	शतांश
0	5	7

(शून्य दशमलव पाच सात पढ़ें)

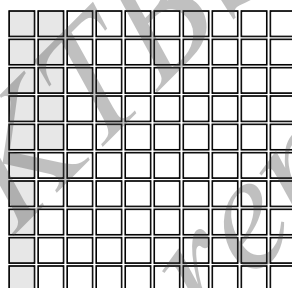
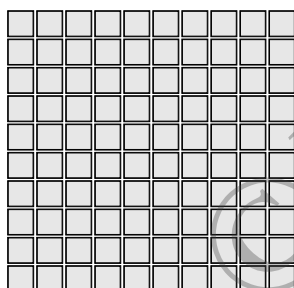


d) छायांकित भाग = $\frac{96}{100}$ 96 शतांश = 0.96
 = 90 शतांश + 6 शतांश
 = 9 दशांश + 6 शतांश
 = $\frac{96}{100} = 0.96$

इसे स्थान मूल्य तालिका में इसतरह लिखते हैं।

इकाई	दशांश	शतांश
0	9	6

(शून्य दशमलव नौ छः पढते हैं)



e) छायांकित भाग = $1 + \frac{15}{100} = 1$
 और 15 शतांश = $1 \frac{15}{100} = 1.15$

(एक दशमलव एक पांच)

इकाई	दशांश	शतांश
1	1	5

उदाहरण 2 :

यहाँ कुछ छोटे- छोटे घन दिये गए हैं। इनको सूचित करनेवाली दशमलव संख्या लिखिए।

सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश

सैकडा	दहाई	इकाई	दशांश	रातांश
100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
1	3	4	2	6

इस संख्या में, हमें ज्ञात है,

$$100 + 30 + 4 + \frac{2}{10} + \frac{6}{100}$$

इसका दशमलव रूप है 134.26., इसे एक सौ चौतिस दशमलव दो छः पढ़ते हैं।

उदाहरण 3 : निम्न संख्या को स्थान मूल्य तालिका में लिखिए

इकाई	दशांश	शतांश
1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
3	5	7

यहाँ 3 इकाई + 5 दशांश + 7 शतांश के हैं।

∴ संख्या है 3.57 (तीन दशमलव पाँचा सात)

उदाहरण 4 : निम्नलिखित संख्या को दशमलव के रूप में स्थान मूल्य तालिका में लिखिए :

दहाई	इकाई	दशांश	शतांश
10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
5	4	3	7

$$5 \times 10 + 4 \times 1 + 3 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{100}$$

$$= 50 + 4 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} = 54.37$$

स्थान मूल्य तालिका (संख्याओं में) जैसे जैसे हम बायीं ओर दाहिनी ओर जाते हैं प्रत्येक स्थान में उसके पहले के स्थान का $\frac{1}{10}$ मूल्य होता है।

उदाहरण: ♦ सैकडे का अगला दाहिना स्थान दहाई का है,

$$\text{उसका मूल्य } 100 \text{ का } \frac{1}{10} = 10 \text{ है।}$$

♦ दहाई का अगला दाहिना स्थान इकाई का है,

$$\text{उसका मूल्य } 10 \text{ का } \frac{1}{10} = 1$$

♦ इकाई का अगला दाहिना स्थान दशांश का है,

$$\text{उसका मूल्य } \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

♦ दशांश का अगला दाहिना स्थान शतांश का है

$$\text{उसका मूल्य } = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

प्रयत्न कीजिए : 1) दशमलव का उपयोग करते निम्न संख्याओं को स्थान मूल्य तालिका में लिखिए.

	सैकडा	दहाई	इकाई	दशांश	सतांश
	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
a)			7	4	2
b)		6	5	0	3
c)	2	4	2	7	9
d)		7	6	4	3

2) निम्न संख्याओं को पढ़कर राष्ट्रों में लिखिए.

a) 9.73

b) 16.49

c) 3.05

d) 245.43

भिन्नों को दशमलव में लिखना :

उदाहरण : 1

निम्न भिन्नों को दशमलव रूप में लिखिए

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{50}$ d) $\frac{5}{1000}$

a) $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.6$

b) $\frac{3}{4}$ को दशमलव रूप में कैसे लिखें? ऐसा कोई पूर्ण गुणज नहीं है जो 4 को 10 में बदल दें। इसलिए $\frac{3}{4}$ समतुल्य भिन्न लिखिए ताकि हर में 100 रहें।

$$\frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75 \text{ शतांश} = 0.75$$

c) $\frac{7}{50}$ को दशमलव रूप में लिखने, हम उसके समतुल्य भिन्न ज्ञात करते हैं ताकि हर में 50 यह 100 हो जायें। $\frac{7}{50} = \frac{7 \times 2}{50 \times 2} = \frac{14}{100} = 14 \text{ शतांश} = 0.14$

सहस्र

$\frac{5}{1000}$ पर ध्यान दीजिए। किसी भिन्न के हर 10 में हो तो वह दशांश है। हर में 100 हो तो वह शतांश है हर में 1000 हो तो.....? हर में हो तो वह सहस्र है।

आईए, हम $\frac{5}{1000}$ को स्थान मूल्य तालिका में लिखते हैं। अर्थात् स्थान मूल्य तालिका में शतांश के दाहिनी ओर हमें एक स्थान बढ़ाना होगा। उसका स्थान मूल्य शतांश का $\frac{1}{10}$ होना चाहिए।

$$\text{अर्थात् } \frac{1}{100} \text{ का } \frac{1}{10} = \frac{1}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$$

अतः शतांश के दाहिनी ओर का अगला स्थान सहस्रांश स्थान है।

	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	सहस्रांश	
$\frac{5}{1000}$ →	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{5}{1000} = 0.005$
		0	0	0	5	

उदाहरण 1 : निम्न भिन्नों को दशमलव रूप में लिखिए :

a) $5\frac{38}{100}$

b) $425\frac{27}{100}$

c) $40\frac{375}{1000}$

हल : a) $5\frac{38}{100} = 5.38$ (पाँच दशमलव तीन आठ)

b) $425\frac{27}{100} = 425.27$ (चार सौ और पचीस दशमलव दो सात)

c) $40\frac{375}{1000} = 40.375$ (चालीस दशमलव तीन सात पाँच)

उदाहरण 2 : निम्न लिखित भिन्न रूप को दशमलव रूप में लिखिए. $8\frac{725}{1000}$

$$\begin{aligned} 8\frac{725}{1000} &= 8 + \frac{7}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} && \left[\frac{7}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} \right] \\ &= 8 + \frac{725}{1000} && = \frac{700 + 20 + 5}{1000} \\ &= 8.725 && = \frac{725}{1000} \end{aligned}$$

दशमलव संख्याओं को भिन्न रूप में लिखना:

उदाहरण: निम्नों को भिन्न रूप में लिखिए.

a) 0.05 b) 3.54 c) 2.430

हल : a) $0.05 = \frac{5}{100}$ सरल रूप में $\frac{5 \div 5}{100 \div 5} = \frac{1}{20} \therefore 0.05 = \frac{1}{20}$

b) $3.54 = 3 + \frac{54}{100}$ $\left(\frac{54 \div 2}{100 \div 2} = \frac{27}{50} \right)$
 $3.54 = 3 + \frac{27}{50} = 3\frac{27}{50}$

c) $2.430 = 2 + \frac{430}{1000}$ $\left(\frac{430 \div 10}{1000 \div 10} = \frac{43}{100} \right)$
 $= 2\frac{43}{100}$

प्रयत्न कीजिए: 1) निम्न संख्याओं को दशमलव रूप में लिखिए.

a) $3\frac{25}{100}$ b) $2\frac{3}{100}$ c) $15 + \frac{347}{1000}$ d) $75 + \frac{5}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}$

2) निम्नों को स्थान मूल्य तालिका में लिखिए

a) 5.43 b) 26.275 c) 16.34 d) 8.564

3) निम्न दशमलव को भिन्न रूप में लिखिए :

a) 0.75 b) 2.56 c) 32.45 d) 5.75

अभ्यास 3.2

I. निम्न आकृतियों से सूचित होनेवाली संख्याओं को स्थान मूल्य तालिका में लिखिए.

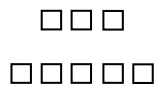
a)

इकाई दशांश शतांश

b)

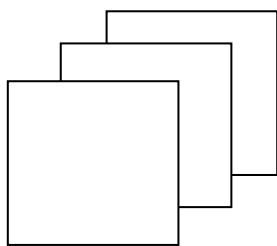


दशांश



शतांश

c)



इकाई



शतांश

II. तालिका में दी गई संख्याओं को दशमलव रूप में लिखिए.

सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	सहस्रंश
100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
		5	4	2	0
	1	8	0	5	4
	2	3	2	7	9
1	0	7	3	5	0

III. 1) निम्न दशमलव संख्याओं को स्थान मूल्य तालिका में लिखिए :

a) 0.35 b) 2.43 c) 25.027 d) 256.49 e) 8.756

2) निम्नों को दशमलव रूप में लिखिए :

a) $3\frac{52}{100}$ b) $56\frac{9}{100}$ c) $25\frac{754}{1000}$ d) $18\frac{54}{1000}$ e) $628\frac{7}{1000}$

3) निम्न भिन्नो को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए.

a) 0.50 b) 0.450 c) 0.85 d) 0.124 e) 2.550

3.3 दशमलव का उपयोग (Usage of decimals)**3.3 (a) धन :**

उदाहरण: निम्न धनशारि को दशमलव रुप में लिखिए.

a) 75 पैसे

b) 5 पैसे

c) 145 पैसे

d) ₹ 2 और 8 पैसे

हल :

हम जानते हैं कि ₹ 1 = 100 पैसे तो 1 पैसे = ₹ $\frac{1}{100}$ = ₹ 0.01.

$$a) \quad 75 \text{ पैसे} = ₹ \frac{75}{100} = ₹ 0.75$$

$$b) \quad 5 \text{ पैसे} = ₹ \frac{5}{100} = ₹ 0.05$$

$$c) \quad 145 \text{ पैसे} = ₹ \frac{145}{100} = ₹ 1 \frac{45}{100} = ₹ 1.45$$

$$d) \quad ₹ 2. 8 \text{ पैसे} = ₹ 2 \frac{8}{100} = ₹ 2.08$$

प्रयत्न कीजिए: 1) ₹ 3 और 47 पैसे तथा ₹3 और 7 पैसे को दशमलव रुप में लिखिए:

2) ₹ 8 और 6 पैसे और ₹ 8 और 26 पैसे को दशमलव रुप में लिखिए:

3.4 (b) लंबाई का मापन (मिलीमीटर (मि. ली), सेण्टीमीटर (से. मी) :

हम जानते हैं कि 1 से. मी = 10 मि. मी.

$$1 \text{ से. मी} = \frac{1}{10} \text{ से. मी.}$$

ध्यान दीजिए मि. मी को दशमलव रुप में लिखा है।

$$\begin{aligned} & 6 \text{ मिली मीटर} \\ & = \frac{6}{10} \text{ से. मी.} \\ & = 0.6 \text{ से. मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 28 \text{ मिली मीटर} \\ & = \frac{28}{10} \text{ से. मी.} \\ & = 2 \frac{8}{10} \text{ से. मी.} \\ & = 2.8 \text{ से. मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 16 \text{ मिली मीटर} \\ & = \frac{16}{10} \text{ से. मी.} \\ & = 1 \frac{6}{10} \text{ से. मी.} \\ & = 1.6 \text{ से. मी.} \end{aligned}$$

मीटर और सेण्टीमीटर:

हम जानते हैं कि **1 मीटर = 100** से. मी और $1 \text{ से. मी.} = \frac{1}{100}$ मीटर.

$$\begin{aligned} & 140 \text{ से. मी.} \\ &= \frac{140}{100} \text{ मी.} \\ &= 1 \frac{40}{100} \text{ मी.} \\ &= 1.40 \text{ मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 205 \text{ से. मी.} \\ &= \frac{205}{100} \text{ मी.} \\ &= 2 \frac{5}{100} \text{ मी.} \\ &= 2.05 \text{ मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 6 \text{ मी. } 8 \text{ से. मी.} \\ &= 6 \frac{8}{100} \text{ मी.} \\ &= 6.08 \text{ मी.} \end{aligned}$$

किलोमीटर (कि.मी.) और मीटर :

1 कि. मी = 1000 मी. तो $1 \text{ मी} = \frac{1}{1000}$ कि.मी.

निम्न दशमलव रूप के उदाहरणों पर विचार कीजिए।

$$\begin{aligned} & 328 \text{ मी.} \\ &= \frac{328}{1000} \text{ कि. मी.} \\ &= 0.328 \text{ कि. मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 28 \text{ मी.} \\ &= \frac{28}{1000} \text{ कि. मी.} \\ &= 0.028 \text{ कि. मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \text{ कि. मी. } 75 \text{ मी.} \\ &= 2 \frac{75}{1000} \text{ कि. मी.} \\ &= 2.075 \text{ कि. मी.} \end{aligned}$$

प्रयत्न कीजिए: 1) निम्न सेण्टी मीटर को दशमलव संख्या में लिखिए.

a) 56 मि. मी. b) 5 मी. c) 25 मि.मी.

2) निम्नलिखित मीटरों को दशमलव संख्या में लिखिए.

a) 64 से. मी. b) 135 से. मी. c) 205 से. मी.

3) निम्न किलो मीटर को दशमलव रूप में लिखिए.

a) 475 मीटर b) 3475 मी. c) 5 कि.मी. 254 मी.

3.4 (c) भार का मापन (Measurement of weight):

हम जानते हैं कि **1 कि. ग्रां = 1000** ग्राम.

$$\therefore 1 \text{ ग्राम} = \frac{1}{1000} \text{ कि. ग्रां.}$$

इस निरीक्षण को ध्यान में रखकर निम्न भार को दशमलव रूप में लिखिए.

$$\begin{aligned} & 750 \text{ ग्रॉ.} \\ & = \frac{750}{1000} \text{ कि. ग्रॉ.} \\ & = 0.750 \text{ कि. ग्रॉ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3625 \text{ ग्रॉ.} \\ & = \frac{3625}{1000} \text{ कि. ग्रॉ.} \\ & = 3 \frac{625}{1000} \text{ कि. ग्रॉ.} \\ & = 3.625 \text{ कि. ग्रॉ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 5025 \text{ ग्रॉ.} \\ & = \frac{5025}{1000} \text{ कि. ग्रॉ.} \\ & = 5 \frac{25}{1000} \text{ कि. ग्रॉ.} \\ & = 5.025 \text{ कि. ग्रॉ.} \end{aligned}$$

प्रयत्न कीजिए: निम्न किलो ग्राम को दशमलव रूप में लिखिए :

a) 658 ग्राम

b) 85 ग्राम

c) 6018 ग्राम

3.4 (d) द्रवों का मापन (Measurement of liquids):

1 हम जानते हैं कि 1 लीटर = $\frac{1}{1000}$ मि. ली.

∴ 1मी. ली. = $\frac{1}{1000}$ ली.

इस निरीक्षण को ध्यान रखते हुए कि द्रवों को लीटरस में मापते हैं निम्नों को दशमलव रूप में लिखा गया। इसपर ध्यान दीजिए.

$$\begin{aligned} & 320 \text{ मि. ली.} \\ & = \frac{320}{1000} \text{ ली.} \\ & = 0.320 \text{ ली.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 25 \text{ मि. ली.} \\ & = \frac{25}{1000} \text{ ली.} \\ & = 0.025 \text{ ली.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3 \text{ ली } 574 \text{ मि. ली.} \\ & = 3 + \frac{574}{1000} \text{ ली.} \\ & = 3.574 \text{ ली.} \end{aligned}$$

प्रयत्न कीजिए : निम्नों को लीटर में व्यक्त कीजिए (दशमलव संख्या) a) 684 मि. ली.

b) 84 मि. ली.

c) 4 मि. ली.

d) 2 मि. ली. 75 मि. ली.

e) 3 ली. 5 ली.

3.4 (e) समय (Time):

यद्यपि हम समय को अन्य मापन की तरह व्यक्त कर सकते हैं, बहुत कम संदर्भ में समय को दशमलव रूप में लिखते हैं निम्न उदाहरण की और ध्यान दीजिए

1 घंटा = 60 मिनट.

30 मिनट

$$\begin{aligned} & \frac{30}{60} \text{ घंटे} \\ & = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ घंटे} \\ & = \frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10} \text{ घंटे} \end{aligned}$$

45 मिनट

$$\begin{aligned} & \frac{45}{60} \text{ घंटे} = \frac{45^3}{60^4} \\ & = \frac{3}{4} \times \frac{25}{25} \\ & = \frac{75}{100} = 0.75 \text{ घंटे} \end{aligned}$$

अभ्यास 3.4

I. निम्न गणित हल कीजिए

1) निम्नों को रुपयों के लिखिए। (दशमलाव रुप में)

- a) 50 पैसे b) 5 पैसे c) 40 पैसे
d) ₹4,80 पैसे e) 325 पैसे

2) निम्नों को से. मी. में लिखिए। (दशमलाव रुप में)

- a) 8 मी. मी. b) 25 मी. मी. c) 7 से. मी. 5 मी. मी.
d) 84 मी. मी. e) 175 मी. मी.

3) निम्नों को मीटर में लिखिए। (दशमलव रुप में).

- a) 60 से. मी. b) 6 से. मी. c) 2 मी. 30 से. मी.
d) 2 मी 3 से. मी. e) 378 से. मी.

4) निम्नों को कि. मी. में लिखिए। (दशमलव रुप में).

- a) 876 मी. b) 76 मी. c) 6 मी.
d) 2 कि. मी. 68 मी. e) 3005 मी.

5) निम्नों को किलो ग्राम में लिखिए। (दशमलव रुप में).

- a) 763 ग्राम b) 63 ग्राम c) 3 ग्राम
d) 3 किलो ग्राम 54 ग्राम e) 2825 ग्राम

6) निम्नों को लीटर में लिखिए। (दशमलव रुप में).

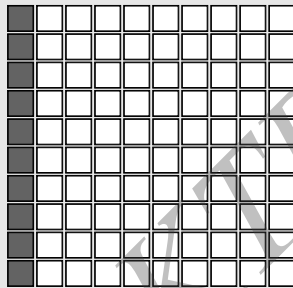
- a) 675 मीली लीटर b) 75 मीली लीटर c) 5 मीली लीटर
d) 2 लीटर 38 मीली लीटर e) 5 लीटर 40 मीली लीटर

3.5 दशमलवों की तुलना

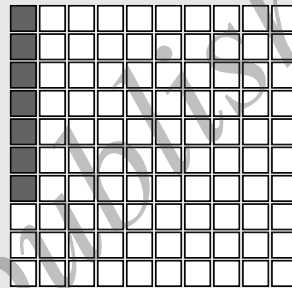
आपने पिछली कक्षाओं में पूर्ण संख्याओं की तुलना करने का विधान सीखा है। अब हम दशमलव संख्याओं की तुलना करना सीखेंगे।

कार्यकलाप :- 0.1 और 0.07 में कौनसा बड़ा है?

- एक ही माप के दो वर्गाकार कागज लीजिए।
- आकृति में दिखाएँ जैसे प्रत्येक में 100 भाग बनाईए।
- पहले में 0.1 वर्ग छायांकित कीजिए और दूसरे में 0.07 वर्ग छायांकित कीजिए।



$$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$



$$0.07 = \frac{7}{100}$$

वर्गों को ध्यान से देखिए जिन्हें आप ने छायांकित किया। अभी बताइए, कौनसा बड़ा है?

इनमें 0.1, यह 0.07 से बड़ा है। $0.1 > 0.07$

उदाहरण 1 : 5.4 और 5.43 की तुलना कीजिए। और बताईए उन में कौनसा बड़ा है?

दत्त संख्या के अत्याधिक स्थान मूल्य शुरु करते हुए प्रत्येक अंक की तुलना कीजिए,

5.4 और 5.43 के बीच

- इकाई स्थान के अंक समान है।
- दशांश स्थान के मूल्य भी समान है।
- तो अगली शतांश के स्थान की संख्या की तुलना करना है तो,

$$5.4 = 5 + \frac{4}{10} + \frac{0}{100}, \quad 5.43 = 5 + \frac{4}{10} + \frac{3}{100}$$

5.4 के शतांश स्थान की संख्या '0' है और 5.43 में वह '3' है। अब $3 > 0$

तो 5.43 यह 5.4 से बड़ी है। $\therefore 5.43 > 5.4$

उदाहरण 2 : कौनसा संख्या बडी है ?

- a) 2 अथवा 0.99 b) 3.094 अथवा 3.5

हल :

a) 2 अथवा 0.99

b) 3.094 अथवा 3.5

2 में 2 पूर्ण वस्तुएँ हैं। 0.99 एक भी पूर्ण वस्तु नहीं है। इसलिए 2 यह 0.99 से बडा है।

• इन में इकाई स्थान की संख्याएँ समान है। (3= 3)

• दशांश की संख्याओं में से 5 यह 0 से बडी है।

$$\therefore 2 > 0.99$$

इसलिए 3.5 > 3.094 से बडी है।

दशमलव संख्याओं की तुलना करने का एक और विधान ध्यान से देखिए :

$$3.094 = 3 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} + \frac{4}{1000}$$

$$3.5 = 3 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100} + \frac{0}{1000}$$

जब हम संख्याओं के अंको को बायीं ओर से दाहिनी ओर करते जाते हैं तो बडी संख्या ज्ञात कर सकते है। $\therefore 3.5 > 3.094$

प्रयत्न कीजिए: इन संख्याओं के बीच सही चिन्ह उपयोग कीजिए . (> अथवा <)

a) 3.7 3.07 b) 4.35 4.53 c) 5 0.624

d) 3 3.002 e) 4.603 4.630

अभ्यास 3.5

I. निम्नों की तुलना कीजिए और सही चिन्ह उपयोग कीजिए। (> अथवा <)

a) 8.2 8.5 b) 3.715 3.157 c) 0.43 0.4

d) 2.5 5.473 e) 5.075 5.7

II. बताइए निम्नों में कौनसा छोटा है?

- a) 8.3 से. मी और 8.2 से. मी. b) 0.85 मी और 0.89 मी
 c) 2.047 कि. मी. और 2.74 कि. मी d) 6.509 कि. ग्रा और 6.9 कि. ग्रा
 e) 3.5 ली और 3.425 ली

3.5 (a) दशमलव संख्याओं का जोड़:

इन उदाहरणों को ध्यान से देखिए :

- 1) अशरफ ने एक पेन ₹ 5.75 के लिए और एक पेन्सिल ₹ 3.5 के लिए खरीदता है। इन दो वस्तुओं का कुल मूल्य कितना होगा ?

$$5.75 + 3.5 = ?$$

संख्याओं को स्थान मूल्य तालिका में लिखते हैं। पूर्ण संख्याओं को जिस जोड़ते हैं उसीतरह प्रत्येक स्थान मूल्य को जोड़िए.

इकाई	दशांश	सतांश
5	7	5
3	5	
9	2	5

$$1 \text{ एक पेन का मूल्य} = ₹ 5.75$$

$$1 \text{ एक पेन्सिल का मूल्य} = ₹ 3.50$$

$$\text{कुल} = ₹ 9.25$$

$$\therefore \text{उनका कुल मूल्य} = ₹ 9.25$$

- 2) रामप्पा को अपने खेतों को जाता है जो भिन्न-भिन्न दिशाओं में है। वह इन खेतों को चलकर पहुँचाता है। सोमवार को 5.74 कि. मी, मंगलवार 8.268 कि. मी. बुधवार 6.05 कि. मी. चलता है। उसने तीन दिनों में कुल कितनी दूरी तय करता है?

दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	सहस्रांश
	5	7	4	0
	8	2	6	8
	6	0	5	0
2	0	0	5	8

सोमवार के दिन तय की गई दूरी = 5.740 कि. मी.

मंगलवार के दिन तय की गई दूरी = 8.268 कि. मी.

बुधवार के दिन तय की गई दूरी = 6.050 कि. मी.

कुल = 20.058 कि. मी.

∴ उस से तय की गई दूरी = 20.058 कि. मी.

- 3) एक थैले में 4.25 कि. ग्रां शक्कर, 0.750 कि. ग्रां दाल और 8.5 कि. ग्रां चावल के पैकट्स हैं। थैले में कुल कितने बजन का किराणा है?

दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	सहस्रांश
	4	2	5	0
		7	5	0
	8	5	0	0
1	3	5	0	0

शक्कर = 4.250 कि. ग्रां

दाल = 0.750 कि. ग्रां

चावल = 8.500 कि. ग्रां

कुल वजन: = 13.500 कि. ग्रां

किराणा का कुल वजन: = 13.500 कि. ग्रां

- 4) कमला के घर में एक गाय है। घर के लिए उपयोग करने बाद, बचा हुआ दुध वह दुध केन्द्र (डेरी) को भेजती है। पहले सप्ताह में वह 20.75 लीटर, दूसरे सप्ताह में 18.4 लीटर, तीसरे सप्ताह में 22.850 लीटर और चौथे सप्ताह में 20 लीटर दूध भेजती है। ज्ञात कीजिए? उस- महीने में दूध केन्द्र को भेजी गई दूध का कुल मात्रा क्या है?

हल : पहले सप्ताह = 20.750 लीटर

दूसरे सप्ताह = 18.400 लीटर

तीसरे सप्ताह = 22.850 लीटर

चौथे सप्ताह = 20.000 लीटर

∴ कुल = 82.000 लीटर

सभी संख्याओं को दशमलव स्थान मूल्य के अनुसार लिखकर जोड़ते हैं।

दूध केन्द्र को भेजी गई दूध की मात्रा 82 लीटर है।

प्रयत्न कीजिए: निम्नों का जोड़ ज्ञात कीजिए।

1) $7.3 + 6.25 + 3.43$

2) $5.325 + 2.45 + 1.6$

3) $36.40 + 8.23 + 3.452$

4) $6.5 + 0.9 + 0.07$

3.5(b) दशमलवों का व्यवकलन (घटाना) (Subtraction of decimals):

निम्न उदाहरणों को ध्यान से देखिए.

उदाहरण : 1 एक रिबन लडी में 8.46 मीटर लंबी रिबन है। उसमें से 2.35 मीटर लंबी रिबन काटकर लिया गया है। लडी में कितनी लंबी रिबन बाकी बच गई है।

• जिस तरह हम पूर्ण संख्याओं को घटाते हैं इसी तरह, यहाँ पर भी संख्याओं को घटाते हैं।

इकाई	दशांश	शतांश
8	4	6
2	3	5
6	1	1

लडी में लिपटी रिबन = 8.46 मीटर

काटकर ली गई रिबन = 2.35 मीटर

बची हुई रिबन = 6.11 मीटर

∴ बची हुई रिबन = 6.11 मीटर

उदाहरण 2 : शरवरी ने घर के लिए 3.5 लीटर दूध लाती है इसमें 1.76 ली उपयोग किया गया कितना दूध बच गया है?

इकाई	दशांश	शतांश	सहस्रांस
3	5	0	0
1	7	6	0
1	7	4	0

घर पर लाया दूध = 3.500ली.

उपयोग की दूध की मात्रा = 1.760 ली.

बचा हुआ दूध = 1.740 लीटर.

∴ बचा हुआ दूध = 1.740 लीटर

उदाहरण 3 : जोसेफ 16.7 कि. मी. स्थित अपने कार्यालय को जा रहे हैं। उन्होंने अब तक 12.525 कि. मी. की दूरी तय की है। उसे और कितनी दूरी तय करनी बाकी है?

हल : कार्यालय तक दूरी = 16.76000^{10} कि.मी

अब तक तय की गई दूरी = 12.525 कि.मी

तय करने बाकी दूरी = 04.175 कि.मी

- पूर्ण संख्याओं के व्यवकलन की तरह, अगली संख्या से 10 हासिल लेकर घटाया गया है।

प्रयत्न कीजिए: सरल कीजिए:

a) $8.54 - 3.13$

b) $20.3 - 12.28$

c) $36.75 - 15.293$

d) $8.605 - 3.46$

2) a) 3.75 में से 8.64 घटाईए

b) 0.59 में से 2.3 घटाईए

अभ्यास 3.5

I.A. निम्नों का योगफल ज्ञात कीजिए:

1) $0.754 + 0.23 + 0.5$

4) $5.6 + 3.75 + 4.321$

2) $0.65 + 5.437 + 2.5$

5) $5.4 + 3.279 + 6.3 + 4$

3) $8.753 + 26.49 + 156.7$

B. निम्नों का योगफल ज्ञात कीजिए:

- 1) निधी ने 3.5 मी नीले रंग का शिबन और 2.7 मी. लंबी सफेद रंग का शिबन अपने व्यायाम प्रदर्शन के लिए खरीदा है। उसने कुल कितनी लंबी शिबन खरीदी?
- 2) जाँनसन की माताजी ने ₹ 35.5, उसके पिताजी ने ₹ 42.75 और दादाजी ने ₹ 60.20 उसे दिये हैं। जाँनसन को उन से कुल कितना पैसा मिला?
- 3) अमोघाने 2 कि. लो और 300 ग्राम सेब, 3 किलो 250 ग्रामकेला, और 1 किलो 500 ग्राम आम खरीदा। उसने कुल कितने किलोग्राम फल खरीदा?
- 4) मोहम्मद ने अपने स्थान से 2.570 कि. मी. की दूरी साइकिल से, 8.43 कि. मी. बस से और 1.3 कि. मी. रिक्शा से तय करते हुए तालुका कार्यालय पहुँचाता है। कुल मिलाकर उसने कितनी दूरी तय की है ?
- 5) त्योहार के एक दिन राजेश के घर पर सुबह 2 ली. 350 मि. ली दोपहर 1 ली. 250 मि. ली. और शाम में 2 ली. 25 मि. ली. दूध उपयोग करते हैं। कुल मिलाकर उस दिन कितना दूध उपयोग किया गया मालूम कीजिए।

II. A. घटाईए :

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 1) 0.43 को 0.75 में से: | 2) 0.95 को 2.57 में से: |
| 3) 2.34 को 5.2 में से: | 4) 28.7 को 36.45 में से: |
| 5) 5.954 को 3.738 में से: | 6) 3.05 को 1.467 में से: |

B. निम्नों को हल कीजिए:

- 1) डीसोजा के पास ₹ 35.40 थे। उन में उसने ₹ 21.35 खर्च किये। उसके पास कितने रुपये बाकी हैं ?
- 2) एक गटरे (बडल) में 18.76 मीटर कपडा था। उसमें कुछ कपडा बेचा गया। गटरे में 12.90 मी कपडा बाकी है बताईए कितना कपडा बेच गया है।?

- 3) एक विधुत्त कुंडली में 10 मी. 50 से. मी तार थी। उसमें से 2 मी 78 से. मी. लंबी तार काटकर निकाली गई। तो कितनी लंबी तार उस कुंडली में बाकी रती है ?
- 4) एक घर में 5.720 कि. ग्रां. शक्कर थी। उस में से 2.570 कि. ग्रां शक्कर मिठाई तैयार करने में उपयोग करते हैं। बताईए कितनी शक्कर बाकी रहती है ?
- 5) एक कैन में 3 ली 452 मि ली शहद था। उस में से बेचने के बाद केवल 1 ली. 750 मि.ली बाकी रहा है बताईए कितना शहद बेचा गया?
- 6) एक शहर के एक दिन का गरिष्ठ तापमान 30.4° सेलसीयस है। और न्यूनतम तापमान 26.8° सेलासियस है। उस दिन तापमान में कितना अंतर रहा ?



अध्याय - 4

बीजगणित का परिचय (Introduction to Algebra)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप :

- चरांकों को पहचान सकेंगे ।
- चरांक युक्त व्यंजक लिख सकेंगे ।
- बीजीय व्यंजकों को पहचान सकेंगे ।
- एक कथन को व्यंजक में और व्यंजक को कथन के रूप लिख सकेंगे ।

4.1 प्रस्तावना

आपने संख्या, उनके गुणधर्म और उनपर लागू होनेवाले प्रक्रियाओं के बारे में सीखा है अंकों से जुड़ी गणित की शाखा ही अंक गणित (arithmetic) कहते हैं .

आपने दो और तीन मितियों की आकृति , और उनके गुणधर्म के बारे में सीखा है. आकृतियों के आकारों से जुड़ी गणित की शाखा को रेखा गणित कहते हैं.

अब हम, बीज गणित (algebra) नामक गणित शाखा के बारे में पढ़ेंगे.

बीज गणित की शुरूवात

क्रि.पू. 300 के आस पास , अज्ञात पदों तक के अक्षर का उपयोग करना और उनसे व्यंजक बनाना भारत में बन गई थी। अनेक भारत गणितज्ञ जैसे आर्यभट्ट (सन् 476), ब्रह्मगुप्त (सन् 598), महावीरा (जो सन् 850 के आस पास रहते थे) और भासकर II (सन् 1114 में जन्में) और अन्य लोगों का बीज गणित के अध्ययन करने में बहुत योगदान है। उन्होंने अज्ञात पदों के लिए बीज, वर्ण इत्यादि नाम दिये है। एलेजिब्रा के लिए भारतीय नाम है बीजगणित।

एलेजिब्रा यह नाम, अरेबिया देश गणतज्ञ अल-खूरीजमी सन् 825 द्वारा लिखित इल्म - अल-जबर - अलमुगबलाह ("ILM - AL- JABR - ALMUGABALAH") पुस्तक के शीर्षक पद 'अल-जबर' 'Al-Jabr' से लिया गया है .

बीज गणित गणित की एक शाखा है जिसमें अंक गणित के सिद्धांतों को, संख्याओं को निरूपित करने अक्षरों का उपयोगकर सामान्यीकृत करते हैं.

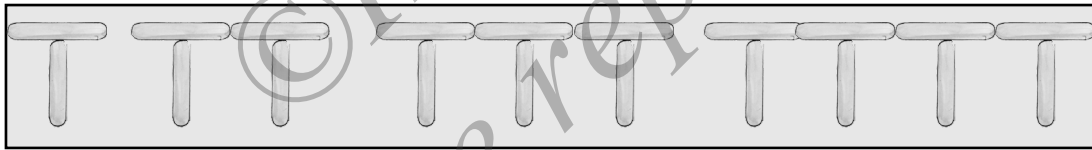
सरल उदाहरणों द्वारा अपना अध्यायन प्रारंभ करते हैं.

आईस्क्रीम की लकड़ियों से बनें नमूने:



उदाहरण 1 :

रश्मी और रम्मया आईस्क्रीम की लकड़ियों से आकृति में दिखाये जैसे कुछ नमूने बनाना चाहते हैं.



एक **T** बनाने आईस्क्रीम की कितनी लकड़ियाँ उपयोग किया है ? (दो)

दो **T** बनाने आईस्क्रीम की कितनी लकड़ियाँ उपयोग किया है ? (चार)

उन्होंने नीचे दिखाये जैसे एक तालिका बनाते है ।

बनाये गये T अक्षर	1	2	3	4	5	6	...
आईस्क्रीम की लकड़ियाँ की आवश्यकता	2	4	6	8	10	12	...
	2×1	2×2	2×3	2×4	2×5	2×6	...

तालीका को ध्यान से देखिए .

बनें **T** अक्षर और उन्हें बनाने आवश्यक लकड़ियों की तुलना कीजिए ?

आवश्यक लकड़ियों की संख्या , बनें **T** अक्षर की संख्या की दुगुनी है।

अर्थात आवश्यक आईस्क्रीम लकड़ियाँ $2 \times \mathbf{T}$ अक्षरों की संख्या

सुविधा के लिए हम , **T** अक्षरों की संख्या के लिए **n** से सूचित करते हैं.

यदि एक T बनाये तो, $n = 1$, दो T बनाये तो $n = 2$ इत्यादि इसतरह n कोई भी स्वभाविक संख्या. 1, 2, 3, 4, 5, ... बन सकती है।

तो उपयुक्त आईस्क्रीम लकड़ियों की संख्या = $2 \times n$ और n लिखते हैं।

सूचना : $2 \times n$, $2n$ से समान है

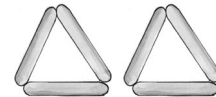
इसतरह, उपरोक्त तालिका कितने भी आईस्क्रीम लकड़ियों के T बनाना हो हम, लगने वाले आईस्क्रीम की लकड़ियों की संख्या $2n$ होती है।

उदाहरण 2: रशमी और रम्या निम्न त्रिभुजाकार नमूने बनाया, जैसे आकृति में दिखाया गया है।

एक त्रिभुज बनाने के लिए कितने आईस्क्रीम की लकड़ियों की आवश्यकता होती है? (तीन लकड़ियाँ चाहिए।)



दो त्रिभुज बनाने लकड़ियों की आवश्यकता होती है।



दो त्रिभुज बनाने के लिए कितने लकड़ियों की आवश्यकता होती है? (छ: लकड़ियाँ) उपरोक्त नमूने के लिए उन्होंने एक तालिका बनाई। कुछ प्रविष्टियाँ बाकी हैं। निम्न बाकी रिक्त प्रविष्टियाँ पूर्ण कीजिए।

त्रिभुजों की संख्या	1	2	3		5	6
आवश्यक आईस्क्रीम की लकड़ियों की संख्या	3	6		12		18
	3×1	3×2	3×3	3×4		

त्रिभुजों की संख्या और आई स्क्रीम की लकड़ियों की संख्या के बीच क्या संबंध है?

आवश्यक लकड़ियों की संख्या, बनें त्रिभुजों की संख्या की तिगुनी है।

अर्थात् आवश्यक आईस्क्रीम के लकड़ियों की संख्या = $3 \times$ बनें त्रिभुजों की संख्या

मान लीजिए त्रिभुजों की संख्या 'y' है।

आवश्यक आईस्क्रीम लकड़ियों, की संख्या = $3 \times Y$. इस ' $3y$ ' के रूप में लिखते हैं। यहाँ y का मूल्य 1, 2, 3, 4, हो सकता है।

सूचना : $3 \times Y = 3Y$ के समान है।

उदाहरण 1 में, n का कोई निश्चित मूल्य नहीं था परन्तु 1, 2, 3, 4, 5... में से कोई भी मूल्य ले सकता है। इसी तरह उदाहरण 2 में y का कोई निश्चित मूल्य नहीं होता परन्तु 1, 2, 3, 4, 5... में कोई भी मूल्य ले सकता है। इसलिए n और y को चरांक कहते हैं।

चरांक (Variable) का अर्थ है जो बदल सकता है अर्थात् भिन्न हो सकता है। चरांक का मूल्य स्थिर नहीं होता है। वह कोई भी मूल्य ले सकता है।

(अज्ञात पदों को) अंग्रेजी के छोटे अक्षर $a, b, c, \dots, n, \dots, x, y, z$ उपयोग करते हैं। इस तरह अक्षरों से सूचित परिमाण अक्षरीय संख्याएँ अथवा “बीजीय संख्याएँ” कहलाते हैं।

अज्ञात परिमाण सूचित करने अक्षरीय संख्या अथवा बीजीय संख्याओं को चरांक (Variables) कहते हैं।

उदाहरण 3 : राकेश और रोहन जो रश्मी तथा रमस्या के नमूने ध्यान से देख रहे हैं, उन्होंने निम्न नमूना बनाया।



वे एक w बनाने आईस्क्रीम की 4 लकड़ियाँ उपयोग करते हैं। अब w नमूने बनाने का नियम लिखिए।

चरांक के कुछ उदाहरण :



उदाहरण 1: कुछ विद्यार्थी स्कूल बुक स्टोर से नोटबुक खरीदने गये। एक नोट बुक की कीमत ₹ 8. है। चंद्रु की 6 नोट बुक खरीदना चाहता है, सूरज को 7 नोटबुक, मीरा को 5 नोट बुक, इत्यादि। नोटबुक खरीदने एक विद्यार्थी को कितने रुपये ले जाना होगा ?

यह विद्यार्थियों को लगनेवाले नोटबुक पर निर्भर करता है। विद्यार्थी मिलकर एक तालिका तैयार करते हैं।

आवश्यक नोटबुक की संख्या	1	2	3	4	5	6	7	...	m
कुल धनराशी	8	16	24	32	40	48	56	...	8m

‘m’ अक्षर, विद्यार्थी को आवश्यक नोटबुक सूचित करता है, ‘m’ का कोई भी मूल्य 1,2,3,4,5,... हो सकता है ‘m’ नोटबुक का कुल दाम निम्न नियम से ज्ञात कर सकते हैं.

$$\begin{aligned} & 8 \text{ नोटबुकों का कुल दाम} \\ & = 8 \times \text{आवश्यक नोट बुकों की संख्या} \\ & = ₹ 8 m \end{aligned}$$

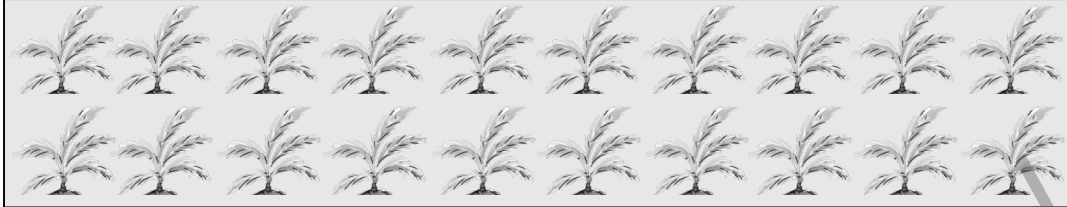
यदि चंद्रु को 6 नोट बुक खरीदना हो तो $m=6$ तो चंद्रु को ₹ $8 \times 6 = ₹ 48$ बुक स्टोर ले जाना होगा। अब पता लगाईए सूरज और मीरा को कितना धन ले जाना है?

एक और उदाहरण पर विचार करेंगे।

उदाहरण 2 : स्वतंत्रता दिवस समारोह पर बच्चों मुख्य अतिथि के समक्ष सामूहिक व्यायाम प्रस्तुत करना चाहते हैं। वे 15 के पंक्तियों में खड़े रहते हैं। कितने विद्यार्थी भाग ले सकते हैं?

विद्यार्थियों की संख्या पंक्तियों की संख्या पर निर्भर करता है। यदि एक पंक्ति हो तो 15 विद्यार्थियों भाग ले सकते हैं। यदि 2 पंक्तियाँ हो तो 30 आदि? यदि ‘n’ पंक्तियाँ हो तो $15n$ विद्यार्थी व्यायाम में होते हैं। यहाँ ‘n’ एक चंराक है जो पंक्तियों की संख्या सूचित करता है और ‘n’ कोई मूल्य 1, 2, 3, 4, 5, 6, ले सकता है

उदाहरण 3 :



रामाणा ने नारियल के पौधे अपने खेत में लगाना सोचा। प्रत्येक पंक्ति में 10 पौधे हैं। कितने नारियल के पौधे लगाये जा सकते हैं?

पौधों की संख्या, पंक्तियों की संख्या पर निर्भर करता है। यदि एक प्रत्येक हो तो 10 पौधे, 2 पंक्तियाँ हो तो 2×10 अथवा 20 पौधे इत्यादि यदि 't' हो तो वहाँ 10t पौधे होते हैं। यहाँ 't' एक चरंक है जो पंक्तियों की संख्या सूचित करता है और वह 1, 2, 3, 4, 5..... आदि मूल्य ले सकता है।

अलग - अलग संदर्भ हो सकते हैं जहाँ संख्याएँ चरंक में जोड़े अथवा धटाये जा सकते हैं, जैसे निम्न उदाहरण में दिया है।

उदाहरण 4 : नेनसी और जाँयसी बहनें हैं। जाँयसी, नेनसी से 4 वर्ष छोटी है। जब नेनसी 12 वर्ष की है, जाँयसी से 8 वर्ष की होती है। जब नेनसी 17 वर्ष की है, जाँससी 13 वर्ष की होती है। हम नेनसी की वास्तविक आयु मालूम नहीं है। वह कोई भी मूल्य ले सकता है। मान लीजिए नेनसी की आयु 'p' वर्ष है, p चरंक है। यदि नेनसी की आयु p वर्ष तो जाँयसी की आयु (p-4) वर्ष है। p-4 व्यंजक को p मायनस चार पढ़ने है। जैसे आप p को 12 मानते हैं तो (p-4) 8 होगा और p को 17 मानते हो, (p-4) 13 होगा।

उदाहरण 5 : रानी और सोनाली को स्टांप (डाक टिकट) संग्रहित करने की आदत है। रानी, सोनाली से संग्रहित स्टांप से 5 अधिक स्टांप संग्रहित करती है। यदि सोनाली के 25 स्टांप है तो रानी के पास 30 होंगे। यदि सोनाली के पास 30 स्टांप है तो रानी के पास 35 होंगे... आदि। हम सोनाली के पास सही- सही कितने है मालूम नहीं है। उसके पास कितने भी स्टांप हो सकते हैं।

परन्तु हम जानते हैं। कि रानी के पास के स्टांप = सोनाली के स्टांप + 5

हम सोनाली के स्टांप को 'k' से सूचित करते हैं। यहाँ 'k' एक चरंक है जो 1,2,3,4,5....













आदि कोई भी मूल्य ले सकता है।

‘**k**’ उपयोग करते हुए राणी के स्टॉप को **k+5** लिख सकते हैं। (**k+5**) को **k** प्लस 5 पढते है। अर्थात **k** को 5 जोड दिया गया है। यदि **k = 25** है तो (**k+5**) = 30 है। यदि **k = 30** है तो (**k+5**) = 35 होगा- आदि.

इसे जान लीजिए: **k+5** व्यंजक को और अधिक सरल नहीं कर सकते। **k+5** और **5k** दोनो भिन्न है. **5k** में **k** को 5 से गुणा करते है, तथा (**k+5**) में **k** को 5 जोडते है। **k** को मूल्य देकर जाँच कीजिए। उदाहरण यदि **k = 2** ∴ **5k = 5×2=10** और **k+2 = 2+5 = 7**. यदि **k =10** तो **10k = 10×10 =100** और **k+10=10+10=20**.

अभ्यास 4.1

I. निम्न लिखित नमूने अथवा आकार तैयार करने में लगनेवाले दियासलाई की लकड़ियाँ कितनी लगती है ज्ञात करने के नियम ज्ञात कीजिए. कोई चरांक उपयोग कर नियम लिखिए.

1.	V	अक्षर के नमूने में	
2.	C	अक्षर के नमूने में	
3.	M	अक्षर के नमूने में	
4.	E	अक्षर के नमूने में	
5.	L	अक्षर के नमूने में	
6.	Z	अक्षर के नमूने में	
7.	S	अक्षर के नमूने में	
8.	R	अक्षर के नमूने में	
9.		के नमूने	
10.		के नमूने	

II. निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखिए

- 1) दियासलाई उपयोग करते अक्षरों को बनाते हो तो एक ही नियम लागू होने वाले अक्षरों को सूची बनाईए उदाहरण : **T, V, L** आदि अक्षरों में **2n** लागू होता है।
- 2) एन. सी. सी. के विद्यार्थी परेड में मार्चिंग कर रहे हैं। एक पंक्ति में 6 विद्यार्थी हैं। पंक्तियों की संख्या देने पर विद्यार्थी की संख्या जानने का नियम लिखिए (पंक्तियों की संख्या के लिए 'n' उपयोग कीजिए)
- 3) एक शिक्षक प्रत्येक विद्यार्थी को 4 चाँकलेट देने हैं। क्या आप विद्यार्थियों की संख्या बताने पर आवश्यक चाँकलेट बता सकेंगे? (विद्यार्थियों की संख्या के लिए 's' उपभोग कीजिए?)
- 4) रशमी की माताजी ने लड्डू बनाये हैं। वह कुछ लड्डू अपने मित्रों, और परिवार के सदस्यों को देती हैं फिर भी 8 लड्डू बाकी रहते हैं। यदि रशमी की माताजी ने 'l' लड्डू वितरित किये हैं तो उनकी माताजी ने कुल कितने लड्डू बनाये?
- 5) रोहन, कुमार का छोटा भाई है। रोहन, कुमार से 3 वर्ष से छोटा है। रोहन की आयु को कुमार के आयु की तुलना में लिखिए (कुमार की आयु 'वर्ष' लीजिए?)
- 6) एक पेटी में 75 आम है। (पेटियों की संख्या के अनुसार कुल आमों की संख्या कैसे लिखोगे? (पेटियों की संख्या 'b' उपयोग कीजिए)
- 7) एक गोडाउन में कुछ सीमेंट की थैलियाँ है। एक लारी में कुछ थैलियों भेजी गई हैं। यदि भेजने के बाद 20 थैलियां बच जाती हैं। तो कुल सीमेंट के थैलियों की संख्या ज्ञान कीजिए। (सीमेंट के थैलियों की संख्या 'c' उपयोग कीजिए)।
- 8) 25 द्विचक्र वाहन पार्किंग करने के लिए पार्किंग स्थान बनाई गई हैं। कितने वाहन पार्किंग किये गये हैं दिया गया है कि प्रत्येक पंक्ति में 'v' वाहन है)
- 9) नियम सूचित करनेवाले निम्न प्रत्येक व्यंजक के लिए एक उदाहरण लिखिए.

1) $4m$

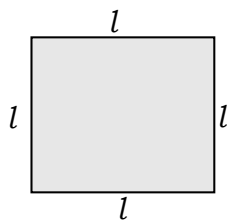
2) $d + 6$

3) $r-7$

4.2 सामान्य नियमों में चरांकों का उपयोग

वर्ग का परिमाण:

हम जानते हैं कि बहुभुज का परिमाण (तीन अथवा अधिक रेखा खण्डों से बनी आकृति) उसको भुजाओं की लंबाईयों का जोड़ है। एक वर्ग को 4 भुजाएँ होती हैं और वे लंबाई में समान होते हैं।



∴ इसलिए वर्ग का परिमाण

$$\begin{aligned} &= \text{वर्ग की भुजाओं की लंबाईयों का जोड़} \\ &= 4 \text{ गुणा वर्ग की भुजा की लंबाई} \\ &= 4 \times l \end{aligned}$$

$$\therefore \text{इसतरह वर्ग का परिमाण} = 4l$$

इसतरह, वर्ग के परिमाण का नियम प्राप्त करते हैं। चरांक l के उपयोग से सामान्य नियम लिखने में और याद रखने में आसान कर देता है।

आयत का परिमाण : एक आयत की चार भुजाएँ होती हैं। पार्श्व चित्र में PQRS एक आयत है, PQ, QR, RS और SP चार भुजाएँ। आयत की अभिमुख भुजाएँ हमेशा लंबाई में समान होती हैं। इसतरह, PQRS आयत में, मान लीजिए लंबाई ' l ' है और चौड़ाई ' b ' है तो,

$$\begin{aligned} \text{PQRS आयत का परिमाण} &= 2 \times \text{PQ की लंबाई} + 2 \times \text{QR की चौड़ाई} \\ &= 2 \times l + 2 \times b \\ &= 2l + 2b \end{aligned}$$

आयत का परिमाण : PQ की लंबाई + QR की लंबाई + RS की लंबाई + SP की लंबाई

$$\therefore \text{आयत का परिमाण का नियम है} = 2l + 2b.$$

(जहाँ l और b क्रमश आयत की लंबाई और चौड़ाई)

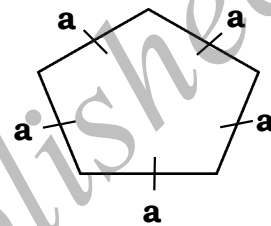
सूचना : यहाँ l और b दोनों भी चरांक हैं। उनके मूल्य परस्पर स्वतंत्र होते हैं अर्थात एक चरांक का मूल्य दुसरे चरांक पर निर्भर नहीं करते हैं।

अभ्यास 4.2

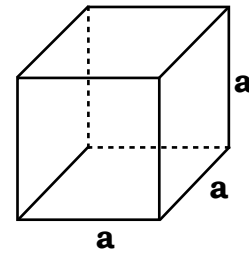
I. निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखिए.

1) एक समबाहु त्रिभुज की भुजा को m से सूचित किया गया है। m का उपयोग करते हुए समबाहु त्रिभुज का परिमाण निरूपित कीजिए.

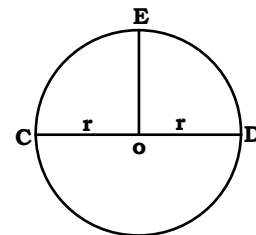
2) एक नियमित पंचभुज की भुजा को a से सूचित किया गया है। a का उपयोग करने हुए पंचभुज का परिमाण निरूपित कीजिए (सुझाव : एक नियमित पंचभुज की पाँचों भुजाएँ लंबाई में समान होते हैं।)



3) एक घन तीन मित्तीय आकृति है। जैसे आकृति में दिखायो जैसे इसके छः पार्श्व होते हैं और सभी समरूपी वर्ग होते हैं। घन के किनारे की लंबाई a से सूचित की गई है। घन के किनारों की कुल लंबाई ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।



4) आकृति में, CD एक व्यास है और O उसका केन्द्र है। वृत्त के व्यास (d) को उसके त्रिज्या (r) के पदों में व्यक्त कीजिए।



4.3 चरांक से जुड़े व्यंजक (Expressions with Variables)

हम अंक गणित के $(2 \times 8) + 4$, $10 - (5 - 3)$, $3 + (4 \times 3)$ आदि व्यंजकों से परिचित हैं। ये व्यंजक संख्याओं से बनें हैं। व्यंजक चरांकों से भी बन सकते हैं। वस्तव में चरांक युक्त व्यंजकों से आप परिचित हैं उदाहरण के लिए $2n$, $3y$, $x + 10$ आदि

एक व्यंजक जो चरांक और अंको से बनें है। और किसी अंकगणित प्रक्रिया से जुड़े वे बीजिय व्यंजक कहलाते हैं।

चरांक युक्त व्यंजकों को चरांकों के जोड़, व्यवकलन, गुणा और भाग जैसी प्रक्रियाएँ लागू करने पर प्राप्त होते हैं। उदाहरण $2n$ यह व्यंजक n को 2 से गुणा करने पर प्राप्त होता है, व्यंजक $(x + 10)$ यह चरांक x को 10 जोड़ने पर प्राप्त होता है।

आप जानते हैं की चरांक के मूल्य भिन्न भिन्न हो सकते हैं। उनका कोई निश्चित मूल्य नहीं होता। परन्तु वे संख्याएँ हैं। इसलिए तो जो जोड़, व्यवकलन गुणा और भाग जैसी प्रक्रिया संख्याओं पर लागू कर सकते है उनपर भी लागू कर सकते हैं।

चरांक भुक्त व्यंजकों के बारे में एक विशेष बात ध्यान में रखनी है। संख्या युक्त व्यंजक $(2 \times 3) + 4$ का मूल्य तुरन्तपरिकलन कर सकते हैं। परन्तु $2x + 3$ जैसे व्यंजक, जिसमें चरांक 'x' है, का मूल्य परिकलन नहीं कर सकते। यदि 'x' का कोई मूल्य देने पर $2x + 3$ का मूल्य परिकलन कर सकते है।

कार्यकलाप :-

एक लाल और एक हरी पेटी लीजिए। कुछ गोलियाँ उनमें रखिए। मान लीजिए लाल पेटी के गोलियों की संख्या 'x' है और हरी पेटी की 'y' है। आपके मित्र को लाल पेटी से 3 गोलियों को लेने कहिए, और लाल पेटी में बाकी गोलियों को बताने कहिए, बाद में हरी पेटी में एक गोली रखने कहिए और अब हरी पेटी की गोलियों की संख्या बनाने कहिए।

पेटियों में गोलियों को जोड़ने और निकालने की प्रक्रिया जारी रखिए और परिणाम को निम्न तालिका में लिखिए.

पेटी का रंग	पेटी की गोलियों की संख्या	पेटी से निकाली गई गोलियों की संख्या	पेटी में मिलायेगी गोलियों की संख्या	पेटी में बाकी गोलियों की संख्या
लाल	x	3	-	$x - 3$
हरा	y	-	1	$y + 1$
लाल	x	-	2	$x + 2$
हरा	y	4	-	$y - 4$
लाल	x	10	-	$x - 10$
हरा	y	-	8	$y + 8$

निम्नलिखित कुछ कथन और उनके व्यंजकों के उदाहरण दिये गए हैं।

कथन	व्यंजक
1) x को 5 जोड़ दिया गया है	$x + 5$
2) k में से 7 घटाया गया है	$k - 7$
3) y को 7 से भाग लगाया गया है	$\frac{y}{7}$
4) q को - 3 से गुणा किया गया है	$-3q$
5) y को 2 से गुणा करके गुणनफल में से 5 घटाया गया है	$2y - 5$

कार्यकलाप :- ऐसे 10 सरल व्यंजक लिखिए

कुछ व्यंजक और उनके कथनों के उदाहरण :

व्यंजक	कथन
1) $x - 12$	x में से 12 घटाया गया है
2) $m + 25$	m को 25 जोड़ा गया है
3) $14p$	p को 14 से गुणा किया गया है
4) $\frac{y}{2}$	y को 2 से भाग लगाया गया है
5) $-9z$	z को -9 से गुणा किया गया
6) $10r + 7$	r को 10 से गुणा करके गुणनफल में 7 जोड़ा गया है
7) $2a - 1$	a को 2 से गुणा करके गुणनफल में से 1 घटाया गया है।

इसे जान लीजिए:- अक्षरीय संख्याओं की मौलिक प्रक्रियाएँ:

1. योग : मान लीजिए 'x' और 'y' दो अक्षरीय संख्याएँ हैं. तो उनका भोगफल $x + y$ अथवा $y + x$ होता है।
2. व्यवकलन : मान लीजिए 'x' और 'y' दो अक्षरीय संख्याएँ तो उनका अन्तर $x - y$ अथवा $y - x$ होता है। परन्तु, $x - y \neq y - x$
3. गुणनफल : मानलीजिए 'x' और 'y' दो अक्षरीय संख्याएँ हैं तो उनका गुणनफल $x y$ अथवा $y x$ होता है। और $x y = y x$
4. भाग : मान लीजिए 'x' और 'y' दो अक्षरिय संख्याएँ हैं तो भागफल $x \div y$ अथवा $\frac{x}{y}$ जहाँ $y \neq 0$ परन्तु $\frac{x}{y} \neq \frac{y}{x}$.

अभ्यास 4.3

I. निम्नों में से कौनसे व्यंजक केवल संख्या युक्त है?

- a) $x + 3$ b) $(3 \times 25) - 10 y$ c) $16 - 2$ d) $9p$
 e) $8 - 8r$ f) $(15 \times 20) - (6 \times 8) - 25 + n$ g) $6(23 - 5) + 8 \times 3$

II. निम्न कथनों के लिए व्यंजक लिखिए.

- a) y को 5 जोड़ा गया है
 b) p में से 7 घटाया गया
 c) x को 5 से गुणा किया है
 d) y को 8 से भाग लगया है
 e) -m में से 6 घटाया गया है
 f) -z को 5 से गुणा किमा गया है
 g) -z को 7 से भाग दिया गया है
 h) m को -10 से भाग दिया गया है
 i) r को -15 से गुणा किया गया है
 j) y को 5 से गुणा कर और 3 जोड दिया गया है

- k) y के 5 गुणा कर के 3 घटाया गया है
- l) p को -8 से गुणा करके, गुणनफल में 6 जोड़ दिया है।
- m) p को 4 से गुणा करके गुणनफल में से 15 घटाया गया है।
- n) p को (-4) से गुणा करके गुणनफल में 15 जोड़ने पर ।
- o) यदि रम्या की वर्तमान y वर्ष है तो निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखिए.
- 1) 4 वर्ष के बाद उसकी आयु क्या होगी ?
 - 2) 5 वर्ष के पहले उसकी आयु क्या थी ?
 - 3) रम्या के दादाजी की आयु उसके आयु की 6 गुनी है उसके दादाजी की आयु क्या है ?
 - 4) दादी की आयु, दादा के आयु से 2 वर्ष कम है तो उसके दादी की आयु क्या है ?
 - 5) रम्या के पिताजी की आयु, रम्या के 3 गुना से 5 अधिक है। उसके पिताजी की आयु क्या है ?

III. निम्न व्यंजकों को शब्दों में लिखिए.

- 1) $x + 2$ 2) $8a - 3$ 3) $\frac{y+1}{4}$ 4) $7p + 3$ 5) $(10m + n)y$

कार्यकलाप:-

अपने मित्र को मन में कोई-कोई संख्या सोचने कहिए और निम्न चरणों को अनुसरण करने कहिए :

- 1) उसे 2 से गुणा करे.
 - 2) गुणनफल को 4 जोड़ना.
 - 3) प्राप्त योगफल को 5 से गुणा करे.
 - 4) गुणनफल में से 20 घटाये.
 - 5) परिणाम को 10 से भाग लगाये
- प्राप्त संख्या, आपके मित्र से मन में रखी संख्या है।

उदाहरण: मान लीजिए आपके मित्र द्वारा मन में रखी संख्या 'y' है।

- 1) जब y को 2 से गुणा करते हैं, गुणनफल $2y$ है।
 - 2) $2y$ को 4 जोड़ने पर, भोगफल $2y+4$ है।
 - 3) भोगफल को 5 से गुणा करने पर, गुणनफल है, $5(2y+4)=10y+20$.
 - 4) गुणनफल में से 20 घटाने पर हमें प्राप्त होता $10y+20 - 20 = 10y$.
 - 5) जब $10y$ को 10 से भाग लगाने पर $\frac{10y}{10} = y$
- ∴ 'y' आपके मित्र द्वारा मन में रखी संख्या है।

उदाहरण 2: मान लीजिए आप के मित्र ने मनमें 8 रखा,

- 1) $2 \times 8 = 16$
- 2) $16 + 4 = 20$
- 3) $20 \times 5 = 100$
- 4) $100 - 20 = 80$
- 5) $\frac{80}{10} = 8$

याद रखिए :

- बीजीय व्यंजकों में उपयोग किये अक्षरों को अक्षरीय संख्याएँ है परिमाण जो बदलते है चरों कहलाते है
- बीज गणित, गणित की शाखा है जिस में मूलाक्षर और संख्याएँ हैं
- अंक गणित कि मौलिक प्रक्रियाएँ बीज गणित में उपयोग करते है
- जोड़ $x + y$, अंतर $x - y$, गुणनफल xy , भागफल $\frac{x}{y}$



अध्याय - 5

अनुपात और समानुपात (Ratio and Proportion)

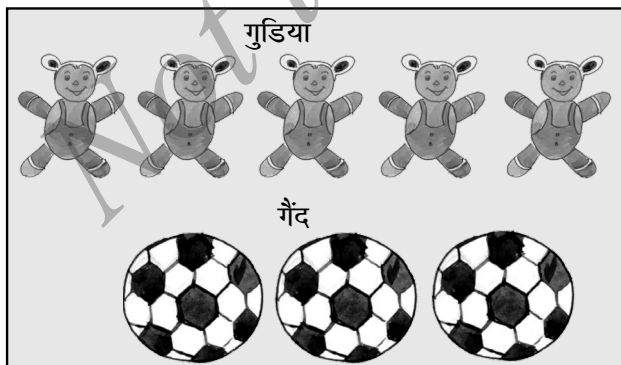
इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप :

- अनुपात का अर्थ समझ सकेंगे।
- दत्त राशियों को अनुपात में व्यक्त कर सकेंगे।
- समानुपात की परिकल्पना समझ सकेंगे।
- समानुपात के पदों को समझ सकेंगे।
- संकेत का उपयोग कर समानुपात लिख सकेंगे।
- समानुपात का नियम उपयोग गणित हल कर सकेंगे।
- दैनिक जीवन में समानुपात का विस्तार समझ सकेंगे।

5.1 अनुपात (Ratio)

हमारे दैनिक जीवन में, अनेक ऐसे संदर्भ आते हैं जिनमें दो राशियों की तुलना हम उनकी मात्राओं को संख्याओं के उपयोग से करते हैं। उदाहरण के लिए एक कक्षा के लडके और लडकियों की संख्या, विभिन्न प्रकार के खिलौने, वस्तुओं के मूल्य इत्यादि। इन संदर्भों में यहाँ सुविधापूर्वक तुलना करने, अनुपात का उपयोग करते हैं। तो अनुपात क्या है? इसे समझने के लिए, निम्न उदाहरण पर ध्यान दीजिए।

उदाहरण 1 : विजय के पास 8 खिलौने हैं जिनमें 5 गुडिया और 3 गेंद हैं। इस आकृति पर ध्यान दीजिए



गुडिया और गेंदों का अनुपात क्या है?

कितनी गुडिया है ?

5 गुडियाँ हैं कितने गेंद हैं ?

3 गेंद है।

गुडियों की संख्या और गेंदों की संख्या कैसे तुलना करते हैं ?

उसे 5 गुडिया और गेंद का अनुपात लेते है

$\frac{5}{3}$ इसे 5:3 भी लिखते हैं। 5:3 को 5 अनुपात 3 पढ़ते है। तो अनुपात क्या है ?

उदाहरण 2 : जाँन अपने कक्षा के लड़कों की संख्या और लड़कियों की संख्या, की तुलना करना चाहता है। कक्षा में 40 विद्यार्थी हैं। उनमें लड़कियों की संख्या 24 है। वह लड़कों की संख्या और लड़कियों की संख्या की तुलना कैसे करता है ?

: उपरोक्त अनुपात ज्ञात करने आपको कक्षा के लड़के और लड़कियों की संख्या जान लेना होगा ?

कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या क्या है? = (40)

कक्षा में कितनी लड़कियाँ हैं? = (24)

कक्षा में कितनी लड़के हैं ?

लड़कों की संख्या ? = $(40-24)=16$

लड़के और लड़कियों की संख्या का अनुपात क्या है ? तो लड़के और लड़कियों की संख्या का अनुपात

16 अनुपात 24 है = $\frac{16}{24} = 16 : 24$

दोनों संख्याओं को 8 से भाग लगा सकते हैं।

(16 और 24 का म. सा. अ 8 है)

दोनों संख्याओं को 8 से भाग देने पर हमें प्राप्त होता : $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ 2 : 3

अतः जाँन को पता चलता है कि लड़के और लड़कियों की संख्या का अनुपात 2 : 3 है।

यहाँ 2 को पूर्व पद और 3 को अनुवर्ती पद कहते हैं।

प्रयत्न कीजिए : अब, इस उदाहरण 2 से, आप निम्नों की तुलना कीजिए.

1) लड़कियों की संख्या और लड़कों की संख्या

2) लड़कों की संख्या और कुल विद्यार्थियों की संख्या

उदाहरण 3 : नदीम छठी में पढ़ रहा है। उसकी ऊँचाई 4.5 फीट और भार 40 कि ग्रां है ? ऊँचाई और भार का अनुपात क्या है ?

: नदीम की ऊँचाई क्या है ? = 4.5 फीट

नदीम का भार क्या है ? = 40 किग्रां

ध्यान दीजिए : कक्षा ऊचाँई और भार एक ही प्रकार की मात्राएँ हैं ?

ऊचाँई और भार एक ही प्रकार की मात्राएँ नहीं है।

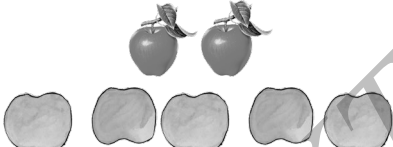
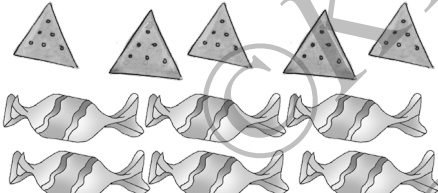
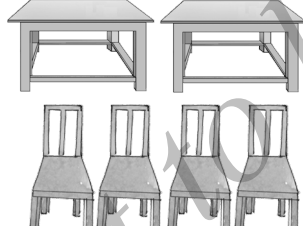
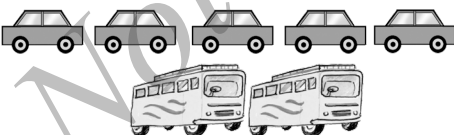

ऊचाँई और भार का अनुपात नहीं ले सकते हैं

बिलकुल नहीं। एक ही प्रकार मात्राओं की तुलना करते हैं। भिन्न प्रकार की मात्राओं की तुलना नहीं कर सकते

दो राशियों की तुलना करते समय, दोनों राशियाँ एक ही प्रकार की होना चाहिए।

कार्यकलाप 1:-

निम्न प्रत्येक का अनुपात लिखकर दिये गए प्रश्नों के उत्तर लिखिए।

	<p>1) सेव और संतरे का अनुपात 2) संतरे और सेबो का अनुपात</p>
	<p>1) बिसकीट और चाकँलेट का अनुपात 2) चाँकलेट और बिसकीट का अनुपात</p>
	<p>1) मेज और कुर्सियों का अनुपात 2) कूर्सी और मेजों का अनुपात</p>
	<p>1) कार और बस का अनुपात 2) बस और कारों का अनुपात</p>
	<p>1) पेंसिल और पेन का अनुपात 2) पेन और पेसिल का अनुपात</p>

अब, क्या आप अनुपात की परिभाषा दे सकते हैं?

- एक ही प्रकार के दो राशियों को भागफल के रूप में तुलना करने को अनुपात कहते हैं। तुलना करना और एक राशी दूसरे से कितनी गुनी है व्यक्त करने को अनुपात कहते हैं।
- यदि a और b दो राशियों की तुलना करते हैं तो उनका अनुपात $\frac{a}{b}$ अथवा $a : b$ होता है।
- अनुपात व्यक्त करने ':' संकेत उपयोग करते हैं और अनुपात शब्द से पढ़ते हैं।
अतः $a : b$ को a अनुपात b पढ़ते हैं।
- $a : b$ में 'a' और 'b' अनुपात के दो पद हैं जहाँ 'a' पूर्व पद (**antecedent**) और 'b' अनुवर्ती पद (उत्तर पद) (**Consequent**) कहलाते हैं।

सूचना अनुपात : $a : b$ को 3 प्रकार से लिखते हैं।

- 1) शब्दों में a अनुपात b
- 2) संकेतों में $a : b$
- 3) भिन्न में $\frac{a}{b}$

पदों का क्रम

उदाहरण 2 में : लडकों की संख्या और लडकियों की संख्या का अनुपात क्या है? = 2:3
इस कथन में, पहली राशी कौनसी है? पहले लडकों की संख्या दी गई है।

2:3 में कौन सी संख्या लडको को निरूपित करती है?

संख्या 2 लडकों की संख्या दर्शाती है

2:3 में 2 का स्थान क्या है? 2 पहले स्थान पर है।

अतः अनुपात में कौनसी राशी पहले लिखते हैं?

अनुपात में पहली संख्या, तुलना किये जानेवाले राशियों में से पहली होती है।

कार्यकलाप :-

- 1) आपके स्कूल के बच्चों की कुल संख्या और शिक्षकों की संख्या का अनुपात ज्ञात कीजिए.
- 2) आपके घर के दरवाजों की संख्या और खिड़कियों की संख्या का अनुपात ज्ञात कीजिए.
- 3) आपके बैग के नोट बुकों की संख्या और पुस्तकों की संख्या का अनुपात क्या है?
- 4) आपके गांव अथवा नगर अथवा शहर के साधन संपन्नता कार्यालय से संपर्क कर पुरुषों और स्त्रियों की संख्या जानकर उनका अनुपात ज्ञात कीजिए.

हल किये हुए उदाहरण

- 1) निम्न अनुपात $4 : 9$ में पूर्व पद और अनुवर्ती पद ज्ञात कीजिए.
 $4 : 9$ में 4 पूर्व पद है, 9 अनुवर्ती पद है.
- 2) $8 : 15$ को भिन्न में लिखिए.
 $8 : 15$ का भिन्न रूप है $\frac{8}{15}$.
- 3) $\frac{6}{13}$ को अनुपात में व्यक्त कीजिए.
 $\frac{6}{13}$ का अनुपात है $6 : 13$
- 4) (:) संकेत उपयोग कर निम्न कथन लिखिए.
 - i) 4 अनुपात $7 = 4 : 7$
 - ii) 19 अनुपात $12 = 19 : 12$
- 5) निम्न अनुपात भिन्न में व्यक्त कीजिए.

	<p>पेंसिलों और रबड का अनुपात, $\frac{3}{2}$</p>
	<p>गेंदों और टेनीकाइट (रिंग) का अनुपात, $\frac{5}{3}$</p>

अभ्यास 5.1

I. निम्न अनुपातों को पढ़िए।

- a) 4 : 3 b) 9 : 17 c) $x : y$ d) 125 : 20

II. अनुपात के संकेत (:) का उपयोग करते हुए निम्न कथनों को लिखिए।

- 1) एक अनुपात एक 2) तीन अनुपात दो
3) पाँच अनुपात सोलह 4) बारह अनुपात सतरह
5) बीस अनुपात छः 6) पच्चतर अनुपात पैसठ
7) a अनुपात b 8) m अनुपात n

III. निम्नों में पूर्व पद, (antecedent) और अनुवर्ती पद (Consequent) लिखिए।

अनुपात	पूर्व पद	अनुवर्ती पद
1 : 2	1	2
2 : 7		
8 : 5		
4 : 6		
11 : 12		
50 : 75		
13 : 1		
m : n		

IV. निम्नों को भिन्न में लिखिए।

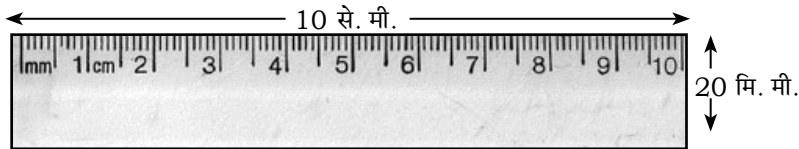
- 1) 5 : 7 2) 3 : 1 3) 12 : 25 4) 43 : 55 5) 128 : 98

V. निम्नों को अनुपात में लिखिए।

- 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{7}{4}$ 3) $\frac{12}{15}$ 4) $\frac{35}{65}$ 5) $\frac{76}{84}$ 6) $\frac{20}{101}$

5.2 विभिन्न इकाईयों की राशियों की तुलना करना :

उदाहरण 1: निम्न मापनी की लंबाई और चौड़ाई पर ध्यान दीजिए और लंबाई और चौड़ाई का अनुपात ज्ञात कीजिए :



दिये गए मापनी की लंबाई क्या है? = 10 से. मी.

मापनी की चौड़ाई क्या है? = 20 मि. मी.

यदि हम इकाईयों को ध्यान में नहीं रखते तो,

लंबाई और चौड़ाई का अनुपात $\frac{10}{20} = 10:20 = \frac{1}{2}$.

यहाँ, मापनी की लंबाई, चौड़ाई की आधी दिखाई देती है।

परन्तु, क्या आकृति में लंबाई, चौड़ाई की आधी है? कदापि नहीं, क्यों? थोड़ा सोचिए।

ध्यान से मापनी के लंबाई और चौड़ाई की इकाई देखिए।

क्या दोनों को एक ही इकाई में व्यक्त किया हुआ? नहीं क्योंकि लंबाई और चौड़ाई अलग-अलग इकाई में है, इनको अनुपात के रूप व्यक्त नहीं कर सकते।

इसलिए, लंबाई और चौड़ाई का अनुपात जो 1:2 दिया गया है वह गलत है।

तो इन राशियों की तुलना कैसे करें अब, दोनों राशियों को एक ही इकाई में व्यक्त कीजिए :

मापनी की लंबाई = 10 से. मी.

$$= 10 \times 10 \text{ मि. मी. (1 से. मी} = 10 \text{ मि. मी)}$$

$$= 100 \text{ मि. मी}$$

मापनी की चौड़ाई = 20 मि. मी

$$\therefore \text{ लंबाई और चौड़ाई का अनुपात} = \frac{100}{20} = \frac{5}{1} = 5:1$$

अर्थात् मापनी की लंबाई उसके चौड़ाई से 5 गुना है। इसीतरह चौड़ाई और लंबाई का अनुपात ज्ञात कीजिए

$$\frac{\text{चौड़ाई}}{\text{लंबाई}} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 1:5$$

उदाहरण 2:- 50 पैसे और ₹ 4 का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल : क्या पैसे और रुपया की तुलना कर सकते हो ? नहीं।

तो, 50 पैसे और ₹ 4 की तुलना कैसे करे ?

दोनों को एक ही इकाई में व्यक्त करना होगा। तब हम उनकी तुलना कर सकते हैं।

$$₹ 1 = 100 \text{ पैसे}$$

$$₹ 4 = 400 \text{ पैसे}$$

$$\begin{aligned} \therefore 50 \text{ पैसे} : ₹ 4 &= \frac{50}{400} = \frac{5}{40} \text{ (उनके म. सा. अ 50 से भाग दीजिए)} \\ &= \frac{1}{8} = 1:8 \end{aligned}$$

याद रखिए :

- विभिन्न इकाईयों के राशियों की तुलना करने हम दोनों राशियों को एक ही इकाई में व्यक्त करना चाहिए.
- अनुपात में व्यक्त करते समय, इकाईयों को व्यक्त नहीं करते, केवल संख्याएँ लिखते हैं.

नमूने के गणित

1. निम्नों का अनुपात ज्ञात कीजिए और सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए.

a) 4 कि. मी और 500 मीटर का अनुपात

$$1 \text{ कि. मी} = 1000 \text{ मी.}$$

$$4 \text{ कि. मी} = 4000 \text{ मी.}$$

$$\therefore 4 \text{ कि. मी. और } 500 \text{ मी का अनुपात} = \frac{4000}{500} = \frac{8}{1} = 8:1 \text{ अथवा } 8:1$$

b) 250 मि. ली. और 2 लीटर का अनुपात

1 ली = 1000 मि. ली

2 ली = 2000 मि. ली

250 मि. ली और 2 लीटर का अनुपात = $\frac{250}{2000} = \frac{1}{8} = 1:8$

c) 2 घंटे 45 मिनट और 75 मिनट का अनुपात

1 घंटा = 60 मिनट

2 घं 45 मिनट = 120 + 45 = 165 मिनट

∴ 2 घं 45 मिनट और 75 मिनट का अनुपात = $\frac{165}{75} = \frac{33}{15}$
= 33:15

सूचना : अनुपात को यथासंभव सरल रूप में व्यक्त करना चाहिए.

अभ्यास 5.2

I. निम्नों को अनुपात में लिखिए।

- ₹. 2 और 150 पैसे का अनुपात
- 3 महिनें और 1 वर्ष 3 महिने का अनुपात
- 500 मि. ली. और 2 लीटर का अनुपात
- 400 से. मी. और 1.5 मीटर का अनुपात
- 5 कि. मी. और 750 मीटर का अनुपात
- 200 ग्राम और 2 कि ग्राम का अनुपात

II. एक खेत की लंबाई 50 मीटर है और चौड़ाई 30 मीटर है। लंबाई और चौड़ाई का अनुपात ज्ञात कीजिए।

III. एक गाँव की जनसंख्या 9,500 है, उसमें 4,500 महिलाएँ हैं। तो निम्नों को ज्ञात कीजिए।

- पुरुष और महिलाओं का अनुपात
- कुल जनसंख्या और पुरुष का अनुपात

- IV.** कलीम प्रतिमहिना ₹ 30,000 कमाता है। वह ₹ 5,000 अपने बच्चों की शिक्षा के लिए बचत करता है और बाकी धन को जीवन निर्वाहण के लिए उपयोग करता है। निम्नों को ज्ञात कीजिए।
- बचत और आमदनी का अनुपात
 - बचत और खर्च का अनुपात
 - खर्च और आमदर्ना का अनुपात
- V.** मालिनी की वर्तमान आयु 11 वर्ष है और उसके पिताजी की आयु 33 वर्ष है। तो निम्नों को ज्ञात कीजिए।
- मालिनी की आयु और उसके पिताजी की आयु का अनुपात
 - जब मालिनी के पिताजी 30 वर्ष के होंगे उस समय की आयु उसकी और उसके पिताजी की आयु का अनुपात
 - 10 वर्ष बाद के, मालिनी के पिताजी की आयु तथा उसकी आयु का अनुपात

5.3 समानुपात (Proportion)

दैनिक जीवन में, हमारे सामने ऐसे संदर्भ आते हैं जहाँ हम दो अनुपातों की तुलना करते हैं। उदाहरण के लिए : मूल्य और वस्तुओं की मात्रा, चाल और वाहनों से तय की गई दूरी इत्यादि। ऐसे संदर्भ में हमें समानुपात की परिकल्पना की आवश्यकता होती है।

समानुपात की कल्पना समझने, निम्न उदाहरण पर ध्यान दीजिए :

उदाहरण 1: नव्या ₹ 5 की दर से 2 चाँकलेट खरीदा और नगीना ने ₹ 10 के 4 चाँकलेट खरीदा। बताईए किसे चाँकलेट का दाम (मूल्य) अधिक है ?

लडकी का नाम	खरीदी गई चाँकलेटों की संख्या	दी गई धनराशी
नव्या	2	5
नगीना	4	10

नव्या और नगीना से खरीदे गये चाँकलेटों की संख्याओं का अनुपात ?

$$2:4 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 1:2$$

नव्या और नगीना से दी धनरारि का अनुपात ?

$$5:10 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 1:2$$

अभी दोनों अनुपातों की तुलना करते हैं।

$$\text{अर्थात् } 2 : 4 = 1 : 2 = 5 : 10 = 1 : 2$$

$$\therefore 2 : 4 = 5 : 10$$

किस के चाँकलेट का मूल्य अधिक है ?

दोनों के चाकलेट का मूल्य समान है। क्यों ? क्योंकि चाँकलेट की संख्याओं का अनुपात कीमतों का अनुपात से समान है।

उदाहरण 2 : एक कार 50 कि. मी. की दूरी एक घंटे में तय करती है। यदि वह उतनी ही चाल से गतिशील है तो वह कार निम्न रूप से नियमित समय के अन्तराल, दूरी तय करेगी

समय (घंटों में)	1	2	3	4	5	6
तय की गई दूरी	50	100	150	200	250	300

कोई दो समय के अन्तराल का अनुपात और क्रमशः तय की गई दूरियों का अनुपात ज्ञात कीजिए तथा उनकी तुलना कीजिए।

तालिका ध्यान से देखिए:

2 घंटों में कार से तय की गई दूरी कितनी है ? = 100 कि. मी

3 घंटों में कार से तय की गई दूरी कितनी है ? = 150 कि. मी

2 घंटों और 3 घंटे का अनुपात क्या है ? = 2 : 3

2 घंटों और 3 घंटों में तय की गई दूरी का अनुपात क्या है ?

$$100:150 = \frac{100}{150} = \frac{2}{3} = 2:3$$

दोनों अनुपातों की तुलना कीजिए अर्थात् 2:3 = 100 : 150

अब आपका निष्कर्ष क्या है ?

दोनों अनुपात 2 : 3 और 100 : 150 दोनों समान है.

इसीतरह, अन्य समय के अन्तरालों और क्रमश तय गई दूरियों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

अब उदाहरण 1 और 2 समानुपात में है।

समानुपात क्या है ?

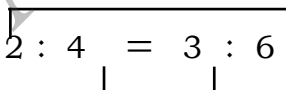
- यदि दो अनुपातों का समान तो उसे, समानुपात कहते हैं।
- यदि दो अनुपात $a:b$ और $c:d$ समान है तो, a, b, c और d चारों पद समानुपात में है कहा जाता है। और उसे $a : b :: c : d$ के रूप व्यक्त करते हैं।
- यहाँ $::$ को समनुपात संकेत कहते हैं। $a : b :: c : d$ को $a : b = c : d$ ऐसा भी लिख सकते है। और a अनुपात b समानुपात c अनुपात d पढते हैं।
- $a : b :: c : d$ में a, b, c और d समानुपात के चार पद कहलाते हैं।
- $a : b :: c : d$ में a और d को बाह्य पद तथा b और c को मध्य पद कहते हैं।

समानुपात के चार पदों के बीच संबंध (समानुपाती नियम)

समानुपात के चार पदों के बीच संबंध समझने के लिए, निम्न उदाहरणों को ध्यान से देखिए

उदाहरण 1 : 2:4 :: 3:6 समानुपात में बाह्य पदों का गुणनफल और मध्य पदों का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

2:4 :: 3:6 का दूसरा रूप क्या है ?

बाह्य पद	बाह्य पदों का गुणनफल क्या है ?	$2 \times 6 = 12$
$2 : 4 = 3 : 6$ 	मध्य पदों का गुणनफल क्या है ?	$4 \times 3 = 12$
मध्य पद	आपका निर्णय क्या है ?	$2 \times 6 = 4 \times 3$

उदाहरण 2: निम्न समानुपात में बाह्य पदों का गुणनफल और मध्य पदों के गुणनफल की तुलना कीजिए. $5 : 3 :: 25 : 15$

अनुपात को दूसरे रूप लिखिए ?

$$\overbrace{5 : 3 = 25 : 15}^{\text{बाह्य पदों का गुणनफल क्या है ?}} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{मध्य पदों का गुणनफल क्या है ?}}$$

बाह्य पदों का गुणनफल क्या है ? $5 \times 15 = 75$

मध्य पदों का गुणनफल क्या है ? $3 \times 25 = 75$

$$5 \times 15 = 3 \times 25 = 75$$

इन दो उदाहरणों से हमें पता चलता है कि बाह्य पदों का गुणनफल मध्य पदों का गुणनफल समान है।

वास्तव में यहाँ सभी समानुपात के लिए सत्य है।

अब, क्या आप एक समानुपात के चार पदों के बीच में संबंध बता पायेंगे ? :

- एक समानुपात में, “बाह्य पदों का गुणनफल मध्य पदों के गुणनफल के बराबर होता है” इसे समानुपाती नियम कहते हैं।
- यदि $a : b :: c : d$ हो, तो $a d = b c$
- चार पदों के बीच का समानुपात, समानुपाती नियम उपयोगकर सत्यापित कर सकते हैं।
- एक समानुपात में, यदि तीन पद ज्ञात है तो चौथे को समानुपाती नियम से मालूम कर सकते हैं।

नमूने के गणित

1) समानुपाती नियम उपयोग कर, निम्न पद समानुपात में है य नहीं सत्यापन कीजिए.

a) $3 : 5 :: 6 : 10$

समानुपाती नियम के अनुसार

बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

बाह्य और मध्य पद पहचान लीजिए

$$\overbrace{3 : 5 = 6 : 10}^{\text{बाह्य पद}} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{मध्यपद}}$$

$$3 \times 10 = 5 \times 6$$

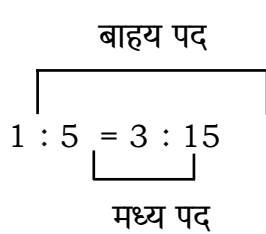
$$30 = 30$$

∴ 3, 5, 6 और 10 समानुपात में हैं।

इसलिए $3 : 5 :: 6 : 10$ समानुपात में हैं।

b) $1 : 5 :: 3 : 15$

के बाह्य पद और मध्य पद पहचान लिखिए.



$$1 \times 15 = 5 \times 3$$

$$15 = 15$$

बाह्य पदों का गुणनफल मध्य पदों के गुणनफल से समान है।

∴ 1, 5, 3 और 15 समानुपात में है।

और इसलिए $1:5 :: 3 : 15$ समानुपात में है।

2) जाँच कीजिए, क्या निम्न पद समानुपात में है।

a) 6, 10, 15, 20

बनें अनुपात है $6 : 10$ और $15 : 20$

$$6 : 10 \text{ का सरल रूप } 3 : 5 \text{ है } \left(\frac{6^3}{10^3} = \frac{3}{5} \right)$$

$$15 : 20 \text{ का सरल रूप } 3 : 4 \text{ है } \left(\frac{15^3}{20^3} = \frac{3}{4} \right)$$

परन्तु $6 : 10$ और $15 : 20$ परस्पर समान नहीं है। $6 : 10 \neq 15 : 20$

∴ 6, 10, 15, 20 समानुपात में नहीं है।

b) 3, 12, 4, 16

अनुपात है $3 : 12$ और $4 : 16$

$$3 : 12 \text{ का सरल रूप } = 1 : 4 \quad \left(\frac{3^1}{12^1} = \frac{1}{4} \right)$$

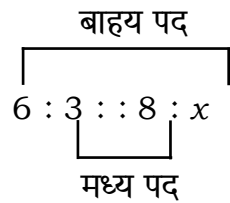
$$4 : 16 \text{ का सरल रूप है } 1 : 4 = 1 : 4 \quad \left(\frac{4^1}{16^1} = \frac{1}{4} \right)$$

यहाँ $6 : 10$ और $15 : 20$ समान है।

∴ 3, 12, 4, 16 समानुपात में है।

3) a) यदि $6 : 3 :: 8 : x$ हो तो 'x' का मूल्य ज्ञात कीजिए.

यदि $6 : 3 :: 8 : x$ तो



$$6 \times x = 3 \times 8$$

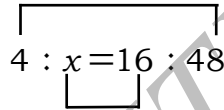
$$x = \frac{3^1 \times 8^4}{6_{2^1}}$$

$$\therefore x = 1 \times 4$$

$$\boxed{x = 4}$$

b) यदि $4 : x :: 16 : 48$ हो तो 'x' का मूल्य ज्ञात कीजिए.

यदि $4 : x :: 16 : 48$ हो तो



$$16 \times x = 4 \times 48$$

$$x = \frac{4^1 \times 48^{12}}{16_{4^1}}$$

$$x = 1 \times 12$$

$$\therefore \boxed{x = 12}$$

सूचना सामान्यतः बाह्य पदों का गुणनफल पहले लिखा जाता है। परन्तु, एक अज्ञात पद का मूल्य जानते समय, उसे पहले लिखा जाता है। (बाह्य पद में हो था मध्य पद में)

4) 15 मी कपडे का मूल्य ₹ 825 है। 10 मी. कपडे का मूल्य क्या है ?

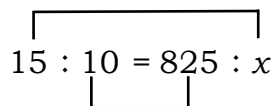
15 मी कपडे का मूल्य = ₹ 825

10 मी का क्रय मूल्य = ₹ x

राशियों को निम्न रूप से लिखिए,

कपडा (मीटर में)	क्रम मूल्य (₹ में)
15	825
10	x

अपेक्षित अनुपात है : $15 : 10 :: 825 : x$



$$15 \times x = 10 \times 825$$

$$x = \frac{10^2 \times 825^{275}}{15_{3^1}} = 2 \times 275$$

\therefore 10 मीटर कपडे का क्रय मूल्य = ₹ 550

$\therefore x = ₹ 550$

5) एक श्रमिक 5 दिन काम कर के ₹ 500 कमाता है। उसे ₹ 2000 कमाने कितने दिन काम करना होगा ?

हल मान लीजिए : ₹ 2000 कमाने के लिए x दिन लगते हैं

दिन	रोजगार (₹ में)
5	500
x	2000

अपेक्षित समानुपात है

$$5 : x :: 500 : 2000$$

$$\boxed{5 : x = 500 : 2000}$$

$$x \times 500 = 5 \times 2000$$

$$\therefore x = \frac{5 \times 2000}{500} = 1 \times 20$$

$$\therefore x = 20$$

अर्थात् ₹ 2000 कमाने उसे 20 दिन काम करना होगा।

अभ्यास 5.3

I. निम्न समानुपात में बाह्य पद और मध्य पद लिखिए।

a) $3 : 6 :: 4 : 8$

b) $5 : 3 :: 20 : 12$

c) $2 : 3 :: 8 : 12$

d) $6 : 12 :: 12 : 24$

e) $7 : 21 :: 9 : 27$

f) $20 : 10 :: 10 : 5$

II. निम्न पद समानुपात में है, इसका सत्यापन कीजिए।

a) 2, 3, 4 और 6

b) 15, 8, 6 और 3

c) 3, 6, 15 और 45

d) 24, 28, 36 और 48

III. निम्नों में ' x ' का मूल्य निकालिए।

a) $x : 3 :: 15 : 5$

b) $4 : x :: 5 : 15$

c) $8 : 64 :: x : 24$

d) $21 : 42 :: 3 : x$

IV. हल कीजिए।

1) 5 कि. ग्रां शक्कर का मूल्य ₹ 160 है। तो 8 कि. ग्रां शक्कर का दाम ज्ञात कीजिए।

2) एक मोटर साइकिल 3 लीटर पेट्रोल उपयोगकर 180 कि. मी. की दूरी तय कर सकता है 240 कि. मी की दूरी तय करने उसे कितना पेट्रोल की आवश्यकता होगी ?

3) 6 दर्जन केले की कीमत ₹ 150 है। 2 दर्जन केले की कीमत क्या होगी ?

5.4 एकिक विधान (Unitary Method)

यदि आपको एक वस्तु की कीमत दी गई है, तो आप अनेक वस्तुओं की कीमत, एक वस्तु की कीमत को वस्तुओं की संख्या से गुणा करने से ज्ञात कर सकते हैं।

परन्तु, यदि आपको अनेक वस्तुओं की कीमत दी गई है तो अपेक्षित वस्तुओं की संख्या की कीमत कैसे ज्ञात कर सकेंगे? निम्न दो उदाहरणों पर विचार कीजिए

संदर्भ 1 : प्रणाती 2 नोटबुक ₹ 28 देकर एक दूकान से खरीदती है। प्रवीण को भी वैसे ही 5 नोटबुक लेना चाहता है तो उसे कितने रुपये देने होंगे ?

हल : 2 नोटबुक की कीमत क्या है ? = ₹ 28

1 नोटबुक की कीमत क्या है ? = ₹ $\frac{28}{2}$ = ₹ 14

∴ एक नोटबुक की कीमत है ₹ 14

तो 5 नोटबुक की कीमत क्या है ?

5 नोटबुक की कीमत = 14×5 = ₹ 70

प्रवीण को ₹ 70 देने होंगे

संदर्भ 2 : मंजप्पा 2 किंवटल धान ₹ 2,300 में बेचता है। ₹ 9,200 में कितने किंवटल धान बेचे जायेंगे ?

हल : 2 किंवटल धान का विक्रय मूल्य क्या है ? = ₹ 2,300

∴ 1 किंवटल धान का विक्रय मूल्य क्या होगा ?

= ₹ $\frac{2300}{2}$ = ₹ 1,150

∴ 1 किंवटल धान का विक्रय मूल्य = ₹ 1,150

तो ₹ 9,200 में कितने किंवटल धान बेच सकते हैं ?

= $\frac{9200}{1150}$ = 8 किंवटल

∴ 8 किंवटल धान का विक्रय मूल्य = ₹ 9,200.

उपरोक्त संदर्भों में, एकिक विधान से गणित हल किये गए हैं।

ऐकिक विधान क्या है ?

जिस विधान में हम एक इकाई की कीमत ज्ञात करते हैं और बाद में अपेक्षित इकाईयों की संख्या की कीमत ज्ञात करते हैं, उसे ऐकिक विधान कहते हैं।

सूचना : एक इकाई की कीमत जानने के बाद हम चाहे जितनी अपेक्षित इकाईयों की कीमत ज्ञात कर सकते हैं।

कार्यकलाप:- निम्न लिखित सारणी पूर्ण कीजिए.

समय (घंटों में)	तय की दूरी (कि. मी में)			
	ऊँट	साइकिल	कार	बस
1		5	30	70
2	4	10		
3			90	210
4	8		120	
5		25		
6				
7	14		210	
8				560
9		45	270	

नमूने के गणित

1) 4 पेन की कीमत ₹ 80 है। 7 पेनों की कीमत क्या होगी ?

हल : 4पेनों की कीमत = ₹ 80

$$\therefore 1 \text{ पेन की कीमत} = \frac{80}{4} = ₹ 20$$

$$\therefore 7 \text{ पेनों की कीमत} = ₹ 20 \times 7$$

$$= ₹ 140$$

2) ऑस्टीन 3 महीनों का घर का किराया ₹ 4,500 देता है। पत्ता लगाईए उसे 1 वर्ष का किराया कितना देना होगा ?

हल: 3 महीनों का घर का किराया = ₹ 4,500

∴ 1 महीने का किराया $\frac{4,500}{3} = ₹ 1,500$

∴ 1 वर्ष (12 महीनों) का किराया = $1500 \times 12 = ₹ 18,000$

∴ 1 वर्ष का किराया = ₹ 18,000.

अभ्यास 5.4

I निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखिए :

- 1) 4 केक का दाम ₹ 20 है तो 5 केक का दाम क्या होगा ?
- 2) नरसिम्हा एक सप्ताह में ₹ 1,225 कमाता है, तो 30 दिनों में कितना कमायेगा ?
- 3) 32 बिसकिट पैकट का वजन 4 कि ग्रां है। ऐसे 10 बिसकिट पैकट का वजन क्या होगा ?
- 4) यदि एक लारी 87 ली डीजल उपयोग कर 1,740 कि. मी. की दूरी तय करता है तो 620 कि. मी की दूरी तय करने कितनी जल लगता है ?
- 5) 25 कि ग्रां गेहूँ के आटे का दाम ₹ 800 है। तो
 - a) 10 कि. ग्रा गेहूँ के आटे का दाम क्या होगा ?
 - b) ₹ 2,400 में कितने कि. ग्रां आटा खरीद सकते है ?

प्रयत्न कीजिए :-

- चार कार्मिक 30 दिन काम कर के ₹ 12,000 का वेतन प्राप्त करते हैं तो,
- i) ₹ 9,000 का वेतन प्राप्त करने उन्हें कितने दिन काम करना होगा ?
 - ii) इनका वेतन क्या है ?
 - a) चार कार्मिकों का 6 दिन का वेतन.
 - b) एक कार्मिक का एक महीने का वेतन.
 - c) एक कार्मिक का एक दिन का वेतन.
 - d) दो कार्मिकों का एक सप्ताह का वेतन.

इसे जान लीजिए :-

- हमारे राष्ट्रीय ध्वज की लंबाई और चौड़ाई का अनुपात हमेरा 3 : 2 रहता है।
- एक इमारत निर्माण करने के कांक्र्री में
 - i) रेत और बजरी (gravel) का अनुपात 4 : 2 है.
 - ii) सीमेंट और बजरी का अनुपात 1 : 2
 - iii) सीमेंट और रेत का अनुपात 1 : 4
- इडली मुलायम बनने चावल और उडीद दाल 3 : 1 में मिश्रित करते हैं।
- लोहे के निषकर्षण में लोहे का आयस्क; चूना पत्थर और कोक क्रमशः 8 : 1 : 4 में उपयोग करते हैं।
- पानी में हैहोजन और आक्सीजन का अनुपात 2 : 1 के प्रमाण में होते हैं।



अध्याय - 6

सममिति (Symmetry)

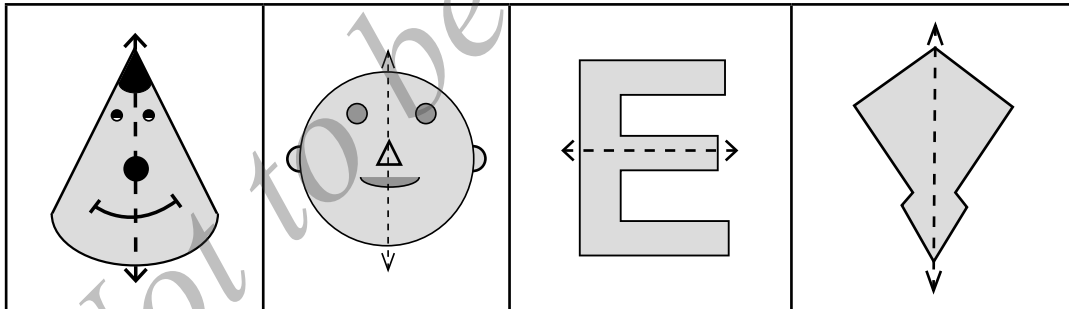
इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप :

- सममिति के अर्थ की व्याख्या दे सकेंगे।
- 2 मितियों के सममिति वस्तुओं को पहचान सकेंगे।
- 2 मितियों के वस्तुओं के परावर्तन सममिति उनके दर्पणीय प्रतिबिम्ब लेना समझ सकेंगे।
- परावर्तन सममिति के अक्ष पहचानेंगे और परावर्तन सममिति का कारण दे सकेंगे।

अपनी पिछली कक्षा में आपने सममिति आकृतियों के मौलिक तत्वों के बारे में अध्ययन किया है। सममिति की परिकल्पना कलाकार, आभूषण कपड़े के डीजइन बनानेवाले, और शिल्पकारों के काम में सुन्दर डिजाइन बनाने, आभूषण तैयार करने में सहायक है।

सममिति का ज्ञान, विविध प्रकार के गणितीय परिकल्पना और ज्यामितीय आकारों के नमूने अध्ययन करने सहायक है।

सममिति क्या है? निम्न आकृतियों को ध्यान से देखिए।



आकृति में दिखाये गये टूटी - फूटी रेखा के संग माडिए।

आपको क्या ध्यान में आता है?

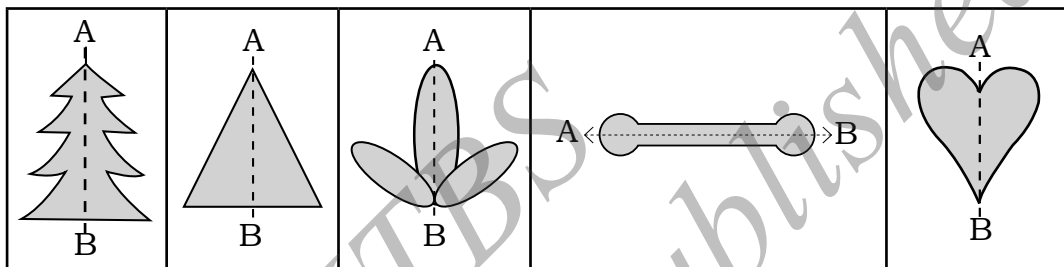
आप देखते हैं कि आकृति के आधे भाग, रेखा, वलय अथवा अन्य तत्व दूसरे आधे के बिलकुल समान है अथवा आकृति का आधा भाग दूसरे आधे पर बिलकुल समपाती होते हैं। एसी आकृतियों को हम सममिति आकृतियाँ कहते हैं। तो, सममिति क्या है ?

आकृतियाँ जिन में समानुपातिक भाग होते हैं। उन्हें सममिति आकृतियाँ कहते हैं

अथवा एक आकृति को सममिति आकृति कहते हैं जब एक कल्पनिक रेखा आकृति को दो ऐसे समान भागों में विभाजित करती है ताकि अध्यारोपित करने से वे सम्पाती होते हैं।

कार्यकलाप 1 :-

नीचे कुछ आकृतियाँ दी गई हैं। ऐसी आकृतियों को कागज पर खींचकर, उनपर खींची रेखाओं के लंब में इसतरह मोड़िए ताकि, आकृतियों के दोनों आधे एक इसरे पर हों।

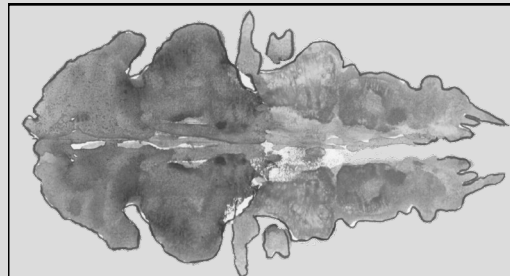


आपको क्या ध्यान में आता है?

हम देखते हैं कि दोनों परस्पर एक दूसरे पर सम्पाती है क्योंकि दोनों अर्ध भाग सममिति में हैं।

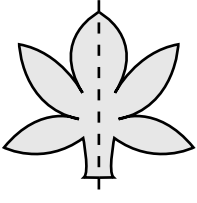
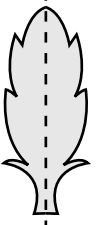
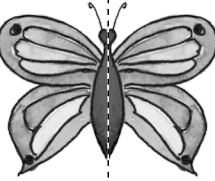
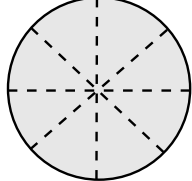
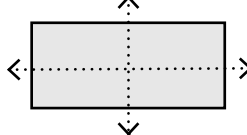
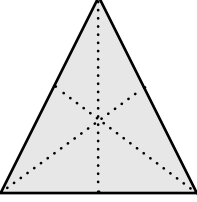
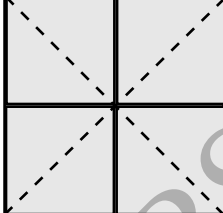
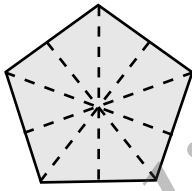
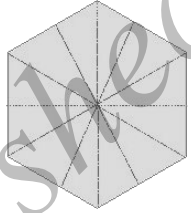


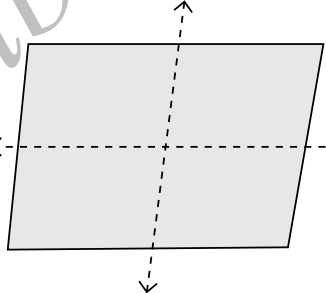
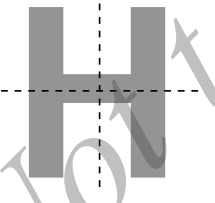
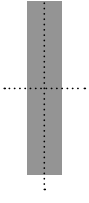
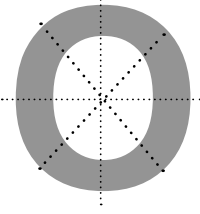
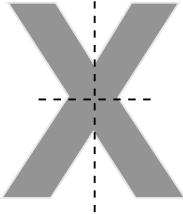

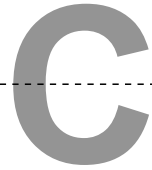
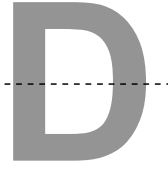
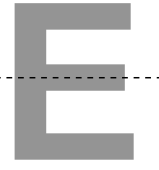
कार्यकलाप 2 :-

एक कागज लीजिए उसके बीचो- बीच मोड़िए। अब खोलकर कागज के एक अर्ध भाग में एक बूदं शयाही डालिए। ध्यान पूर्वक कागज को दोनों भागों में दबाईए। कागज खोलकर देखिए, एक रोचक सममिति डिजाइन कागज पर बना है। ऐसा एक डिजाइन नीचे दिया गया है।



प्रकृति में हम, फूलों, पतियों और तितालियों में सममिति देखते हैं। मानव निर्मित अनेक रचनाएँ अथवा स्मारक जैसे ताजमहल, विधानसौध, इंडिया गेट आदि सममिति के कारण सुन्दर दिखती हैं।

सममिति आकृतियों के बारे में आधिक जानने के लिए निम्नों का निरीक्षण कीजिए और उनके सममिति की सुन्दरता का अनुभव कीजिए।

1)					
2)					
3)					
4)					
5)					

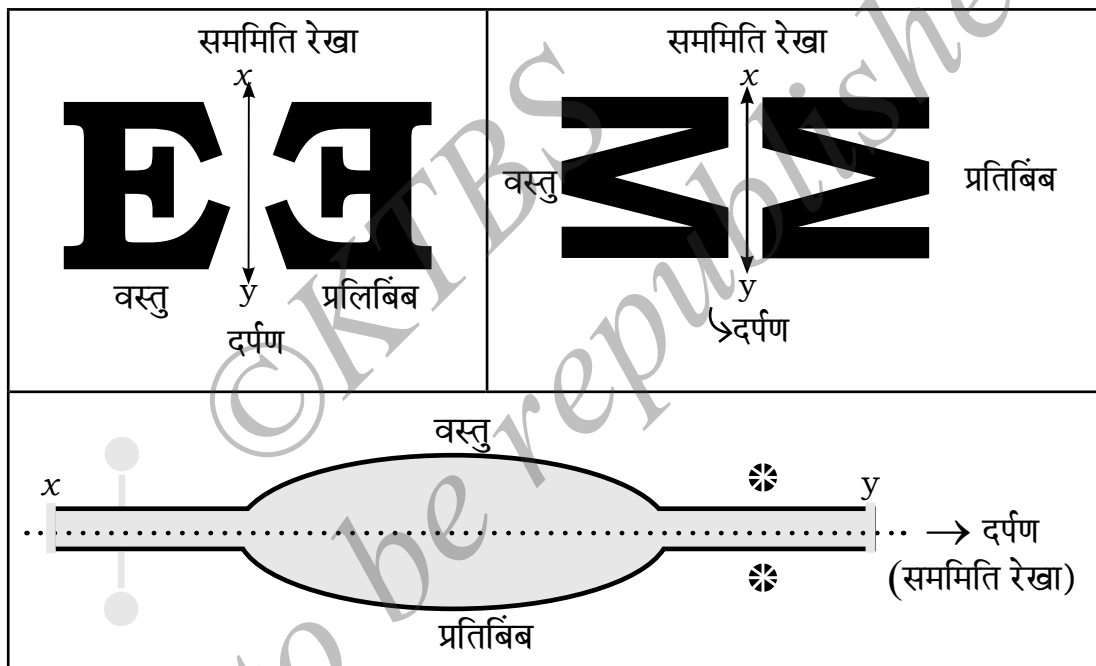
कार्यकलाप ३ :- आपके नाम के उन अक्षरों को लिखिए जो सममिति में हैं और उनकी सममिति रेखाएँ खींचिए ।

परावर्तन सममिति (Reflection Symmetry)

दो मितियों के वाले समामिति वस्तुओं के परावर्तन सममिति निरीक्षण करना और पहचानना :

क्या दर्पण (आईने) में आपने अपना प्रतिबिंब देखा है ?

हाँ, हमने अपना प्रतिबिंब दर्पण में देखा है। दर्पण में हम, किसी भी वस्तु का प्रतिबिंब देख सकते हैं। क्या आप जानते हो कि वस्तु और उसका प्रतिबिंब दो सममिति आकृतियाँ होती हैं? निसंदेह, वस्तु और उसका प्रतिबिंब सममिति में होते हैं।

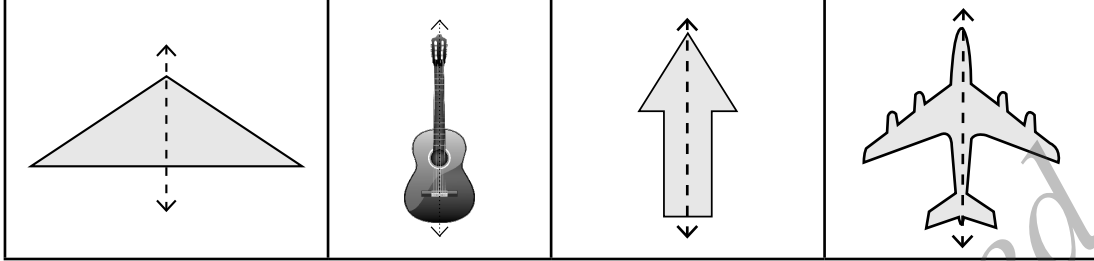


ऊपर का आकृतियों को ध्यान से देखिए ।

ऊपर की आकृतियों में, दोनों आकृतियों के बीच की रेखा दर्पण का स्थान दर्शाती है। यदि हम आकृति को इस रेखा के लंब में मोड़ते हैं तो बीच वस्तु और उसका प्रतिबिंब परस्पर सम्पाती होते हैं। तो हम कहते हैं वस्तु और उसका प्रतिबिंब सममिति आकृतियाँ हैं। वस्तु और उसका प्रतिबिंब XY रेखा (दर्पण) से समान दूरी पर होते हैं।

आकृति को समान दो अर्ध भागों में विभाजित करनेवाली रेखा को सममिति अक्ष अथवा सममिति रेखा कहते हैं।

इन सममिति आकृतियों को ध्यान से देखिए, प्रत्येक आकृति में कितने समान अर्ध भाग हैं ?



प्रत्येक आकृति में दो समान अर्ध भाग हैं । यदि हम इन आकृतियों को इस रेखा के लंब में मोड़ते हैं तो बायां तथा दाहिना भाग दोनों समरूप हैं । प्रत्येक अकृति में दोनों अर्ध भाग एक दूसरे के दर्पण प्रतिबिंब हैं । इन आकृतियों में टूटी - फूटी रेखा दर्पण का स्थान है । यह टूटी - फूटा रेखा सममिति अक्ष है ।

तो परावर्तन सममिति क्या है ?

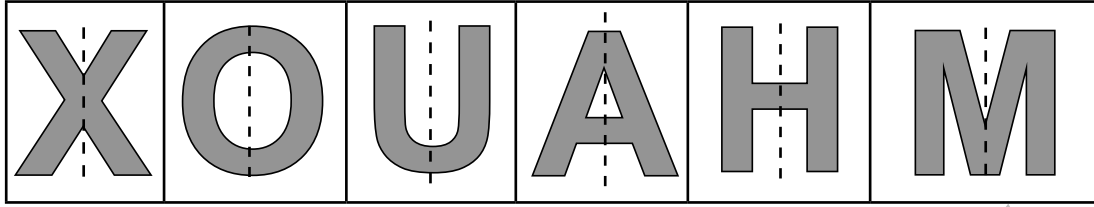
एक आकृति को दर्पण सममिति में होना तभी कहते है यदि उसका प्रतिबिंब एक निश्चित रेखा में परावर्तन से सम्पाती होता है । इस रेखा को सममिति अक्ष कहते हैं । कुछ सजीवों के चित्र जो परावर्तन सममिति दर्शाते हैं ।



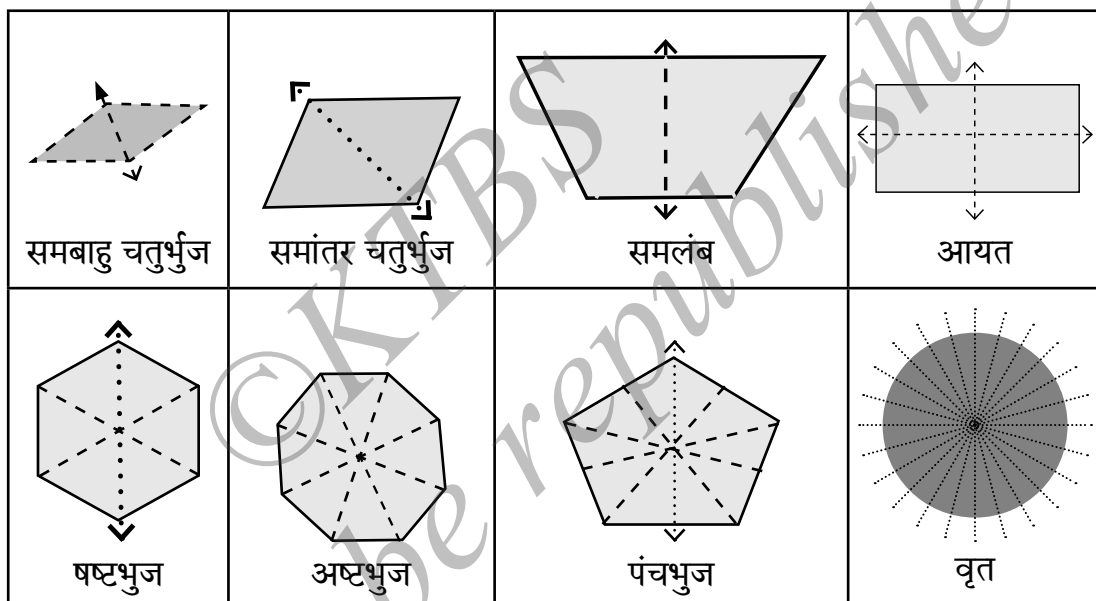
अंग्रेजी के अनेक मूलाक्षर परावर्तन सममिति दर्शाते है ।

एसे कुछ अक्षरों के उदाहरण नीचे दिये गए हैं ।

प्रत्येक आकृति में टूटी-फूटी रेखा सममिति (अक्ष) रेखा है ।



अनेक 2 मितियों की आकृतियाँ दर्पण सममिति दर्शाते हैं कुछ उदाहरण नीचे दिये गए हैं । प्रत्येक आकृति में दूटी - फूटी रेखा सममिति अक्ष अथवा सममिति रेखा है ।



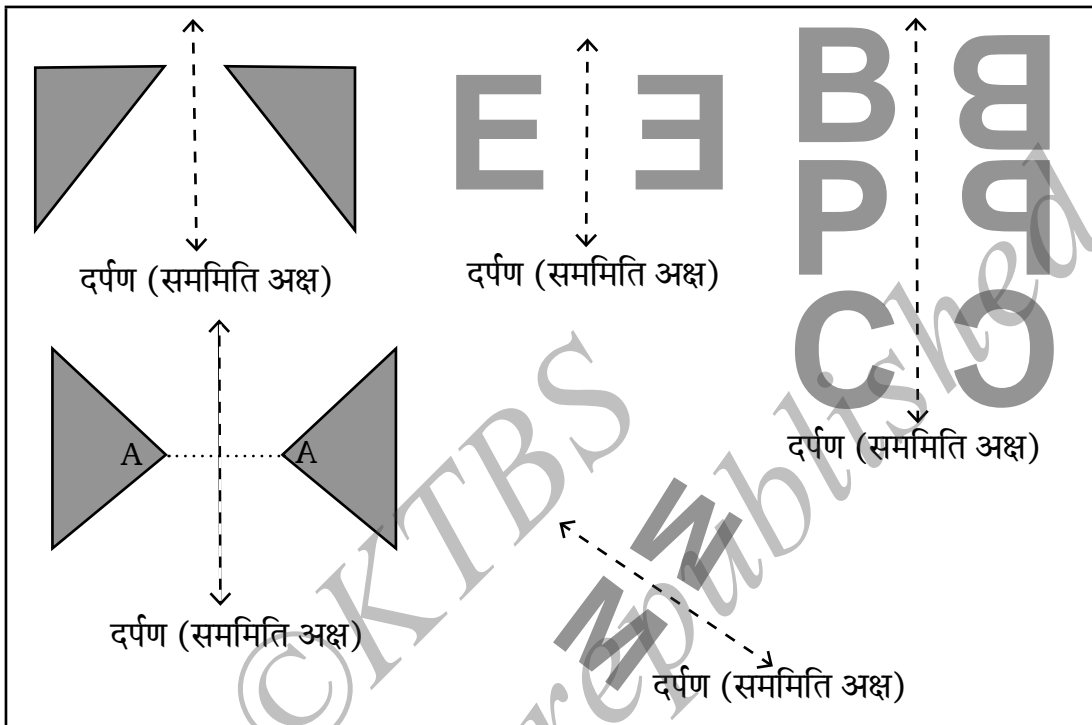
कार्यकलाप :- अंग्रेजी मूलाक्षर, 2 मितियों की आकृतियों और सजीवियों के कुछ उदाहरण संग्रहित कीजिए जो दर्पण सममिति दर्शाते हैं । तथा उन आकृतियों तथा उनके सममिति अक्ष खींचिए ।

परावर्तन की प्रक्रिया (दर्पण के प्रतिबिंब) द्वारा सममिति निर्माण होना :

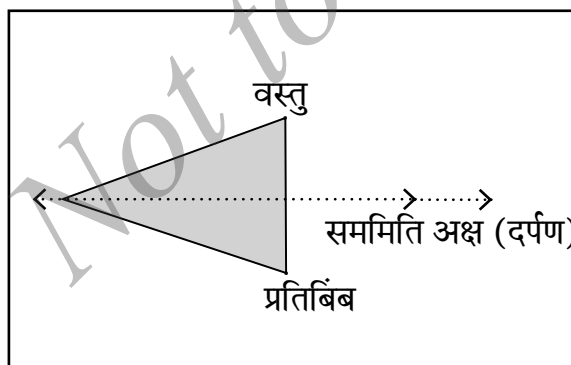
पिछली कक्षा में, आपने दर्पण सममिति के बारे में अध्ययन किया है । हम जानते हैं कि वस्तु और उसका दर्पण प्रतिबिंब सममिति में होते हैं और दर्पण तथा वस्तु के बीच की रेखा सममिति (अक्ष) रेखा कहलाती है । जब आप दर्पण में अपना प्रतिबिंब देखते तो कौन से बदलाव देखते हैं ?

नीचे दीये गए आकृति यों को तथा उनके दर्पणीय प्रतिबिंब ध्यान से देखिए । आपको क्या



ध्यान में आता है ?



दर्पण में प्रतिबिंब बनते समय पार्श्व प्रतिलोम (Lateral inversion) होता है । अर्थात् यदि हम बाया हाथ उठाये तो प्रतिबिंब में दाहिना हाथ ऊपर जाता है । इसके अलावा प्रतिबिंब बनते समय हमें निम्न बातें ध्यान में आती हैं ।



- 1) दर्पण और प्रतिबिंब के बीच की दूरी, दर्पण और वस्तु के बीच की दूरी के समान होती है।
- 2) प्रतिबिंब की लंबाई और वस्तु की लंबाई समान होती है ।
- 3) एक वस्तु का प्रतिबिंब पार्श्व रूप से उल्टा दिखाई देता है ।

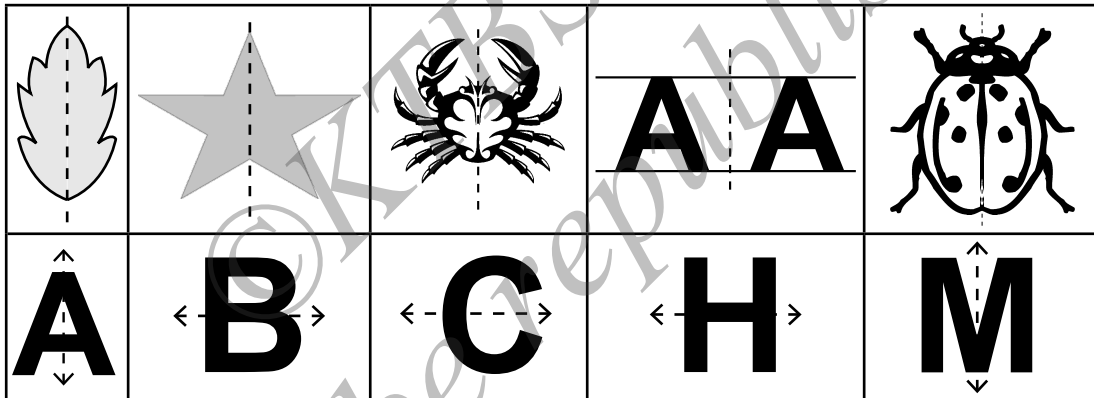
कार्यकलाप :- अंग्रेजी के सभी अक्षरों (A से Z तक) के दर्पण प्रतिबिंब संग्रहित कीजिए
उदाहरण : B → 
 C → 

परावर्तन सममिति का अक्ष पहचानना।

हमने दर्पण सममिति और दर्पणीय सममिति अक्ष के बारे में अध्ययन किया है। तो फिर दर्पणीय सममिति अक्ष क्या है?

वस्तु और उसके प्रतिबिंब के बीच की रेखा को परावर्तन सममिति अक्ष (अथवा वह दर्पण है) अथवा जो रेखा आकृति को भागों में विभाजित करती है, उसे सममिति अक्ष कहने हैं।

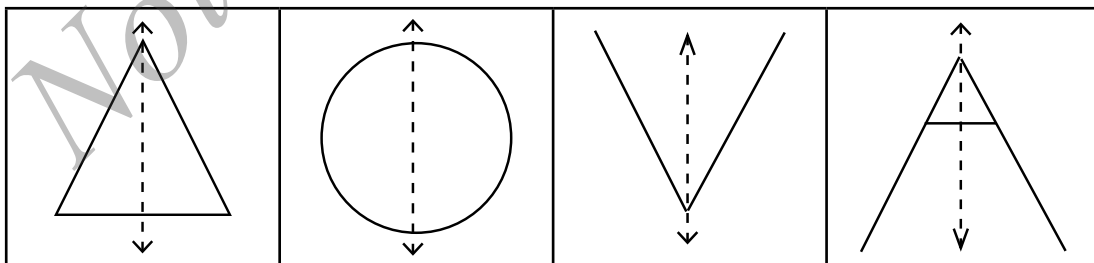
निम्न आकृतियों को ध्यान से देखिए और सममिति अक्ष पहचानिए.



ऊपर के प्रत्येक आकृति में टूटी फूटी रेखा सममिति अक्ष अथवा सममिति रेखा सूचित करती है।

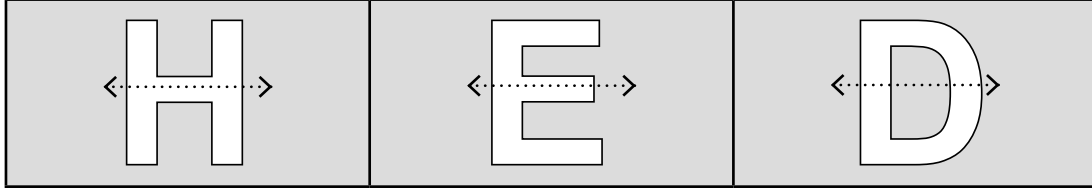
सूचना: सममिति रेखा क्षैतिज अथवा उर्ध्वार्धर अथवा न क्षैतिज ना उर्ध्वार्धर हो सकती है।

निम्न प्रत्येक आकृति में सममिति रेखा किस प्रकार की है ?

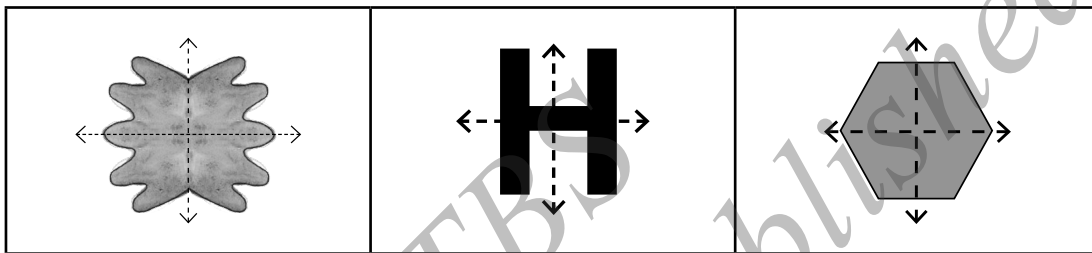


ऊपर की आकृतियों में सममिति रेखा उर्ध्वार्धर है 1.

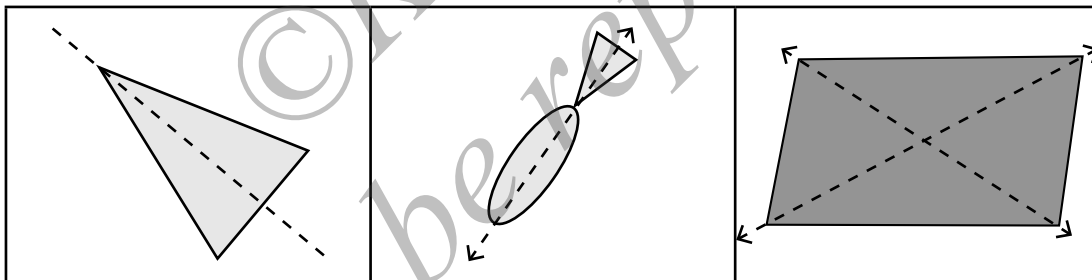
निम्न आकृतियों में सममिति रेखा किस प्रकार की है ?



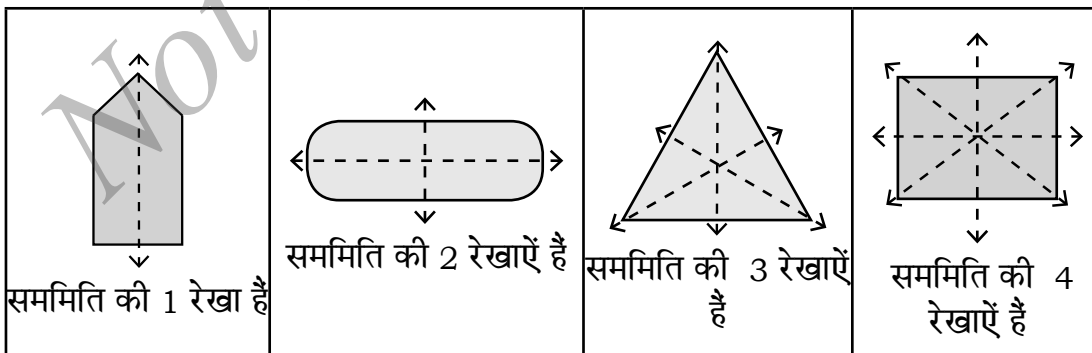
ऊपर के आकृतियों में सममिति रेखा क्षैतिज रेखा है ।
निम्न आकृतियों में सममिति रेखा किस प्रकार की है ?

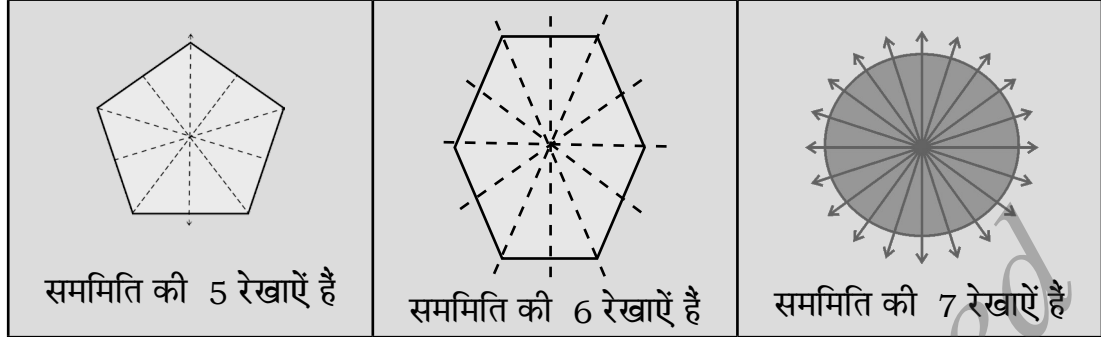


ऊपर की आकृतियों में सममिति रेखा ऊर्ध्वार्धर और क्षैतिज दोनों हैं ।
निम्न आकृतियों में सममिति रेखा किस प्रकार की है ?



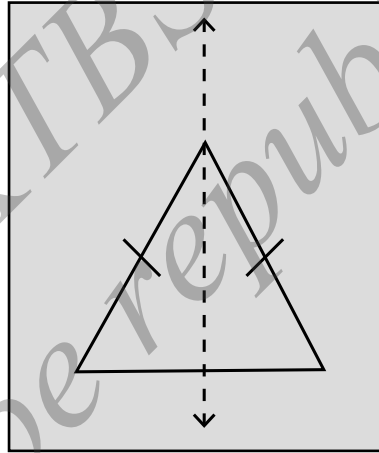
ऊपर की आकृतियों में सममिति रेखा ना क्षैतिज हैं ना ऊर्ध्वार्धर है ।
निम्न आकृतियों को ध्यान से देखिए । बताईए उनमें कितने सममिति रेखाएँ है ।





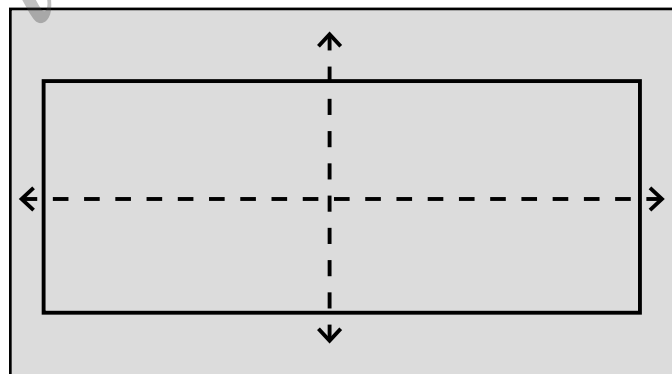
एक सममिति आकृति के एक अथवा अधिक सममिति अक्ष हो सकते हैं।

उदाहरण: समद्विबाहु की एक सममिति रेखा है।



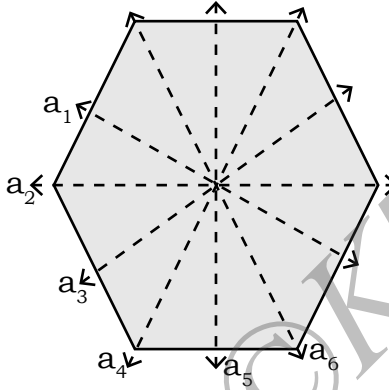
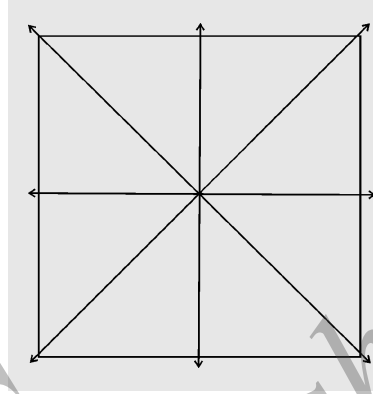
एक आयत में कितनी सममिति रेखाएँ हैं।

एक आयत में 2 सममिति रेखाएँ हैं।



एक वर्ग में कितनी सममिति रेखाएँ होती है ?

एक वर्ग में 4 सममिति अक्ष होते हैं ।

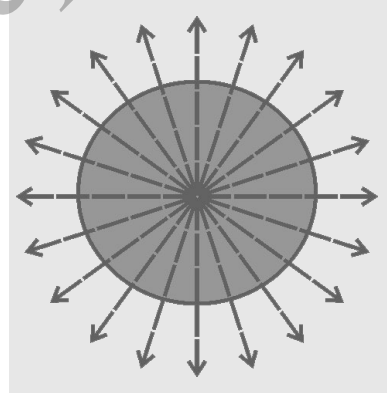


दत्त आकृति में सममिति रेखाएँ कितनी हैं ?
गिनकर बनाईए ।

नियमित षष्ठभुज में 6 सममिति अक्ष होते हैं ।

एक वृत्त में कितनी सममिति रेखाएँ होती हैं ?

एक वृत्त में असंख्य सममिति रेखाएँ (अक्ष) होती हैं ।
वृत्त के गुणित सममिति अक्ष होते हैं ।



इसलिए

कार्यकलाप :- 1. भिन्न कागजों के पन्ने लीजिए । उनको वर्ग, आयत, नियमित पंच भुज, नियमित षष्ठभुज में काटकर इसतरह मोड़िए ताकि उनके बराबर अर्ध भाग बनें । इसतरह उपरोक्त समतल आकृतियों के सममिति अक्ष मालूम कीजिए ।

2. अंग्रेजी मूलाक्षर जो सममिति दशते हैं उन के सममिति अक्ष मालूम कीजिए ।

हल किये हुए उदाहरण

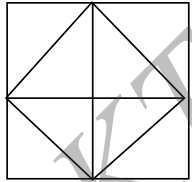
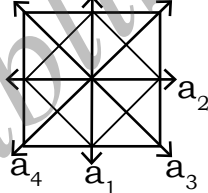

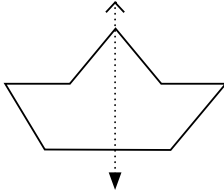
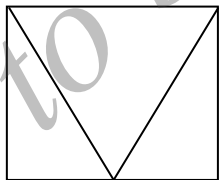
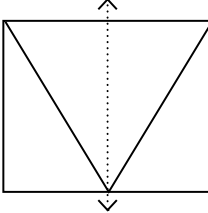

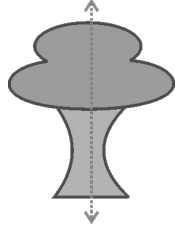
I. अंग्रेजी के कोई पाँच मूलाक्षर लिखिए जिनके सममिति अक्ष नहीं होते हैं.

उत्तर: 1) F 2) G 3) J 4) L 5) P

II. अंग्रेजी के कोई पाँच मूलाक्षर जिनके एक मात्र सममिति अक्ष होते हैं.

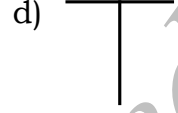
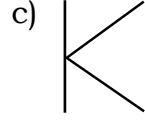
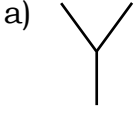
उत्तर: 1) A 2) E 3) C 4) D 5) M

III. निम्न आकृतियों के सममिति अक्ष खींचिए.

	आकृति	सममिति अक्ष
1)		
2)		
3)		
4)		

अभ्यास 1

I. निम्न अक्षरों की सममिति रेखा (अक्ष) खींचिए.



II. निम्नों आकृतियों खींचकर प्रत्येक के संभवनीय सममिति अक्ष खींचिए.

1) वृत्त

2) समान्तर चतुर्भुज

3) विषमबाहु त्रिभुज

4) नियमित पंचभुज

5) सममाहु त्रिभुज

6) समद्विबाहु त्रिभुज

III. निम्न प्रत्येक लिए दो अंग्रेजी अक्षर लिखिए.

1) जिनके 2 सममिति अक्ष है,

2) जिसका 1 सममिति अक्ष है,

3) जिनका सममिति अक्ष नहीं होता ।

IV. 0 से 9 तक अंकों को लिखिए जिनके सममिति अक्ष है ।



घटक - 7

रचनाएँ (Constructions)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप :

- दत्त लंबाई के रेखाखण्ड खींच सकेंगे।
- मापनी और परकार उपयोग करते दत्त त्रिज्या का वृत्त खींच सकेंगे।
- दत्त सरल रेखा का लंब भाजक खींच सकेंगे।
- कोण मापक की सहायता से दत्त माप का कोण बना सकेंगे।
- मापनी और परकार से 60° और 120° के कोणों की रचना सकेंगे।

रेखागणित के रचनाओं के लिए यूक्लिड ने मापनी और परकार दो ज्यामितिय उपकरणों का अनुमोदन किया। इसलिए, मापनी और परकार से किये रचना को युक्लिडिन रचना कहले हैं। कोणमापक और लंबकोणक भी रचनाओं के लिए उपयोग कर सकते हैं। फिर भी परिशुद्धता और ज्यामितिय तर्क के लिए युक्लिड ने के मापनी और परकार का अनुमोदन किया। .

रेखागणित में, रचना का अर्थ है, दिये गए दतांश से सही एवं परिशुद्ध आकृति खींचना है। रचना करने का कौशल्य न केवल वास्तुकला के लिए बल्कि जीवन के हर पहलू में उपयोगी है। विज्ञान और इंजिनियरिंग के वृत्ति प्रशिक्षण का यह महत्वपूर्ण चरण है।

7.1 दत्त लंबाई का रेखा खण्ड कैसे खींचना

एक रेखाखण्ड सरल रेखा का एक भाग है जिसके दो अंतिम बिन्दु होते हैं। इसलिए, उसकी निश्चित लंबाई होती है।

दिये गई लंबाई का रेखाखण्ड हम निम्नों के उपयोग से कर सकते हैं :

- i) मापनी,
- ii) पटरी और परकार

आईए एक रेखाखण्ड खींचना सीख लेते हैं।

i) मापनी के उपयोग से एक रेखाखण्ड खींचना रचना करना:

उदाहरण : 1

5.2 से मी लंबाई का रेखाखण्ड खींचिए

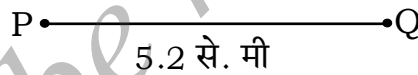
रचना के चरण:

चरण 1 : मापनी लेकर उसे अपने नोटबुक के पन्ने पर रखिए.

चरण 2 : कागज पर दो बिन्दुओं को अंकित कीजिए P और Q के दूरी में है और अंशांकित (graduated) मापनी के किनारे बहुत निकट है । मापनी को इसतरह रखिए ताकि मापनी का शून्य (0) 'P' बिन्दु से संपाती हो और 5.2 से. मी. की बिंदु Q को संपाती हो ।



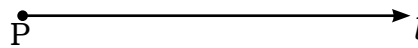
चरण 3 : P और Q बिन्दुओं को मिलाईए। अब \overline{PQ} अपेक्षित रेखा खण्ड है।



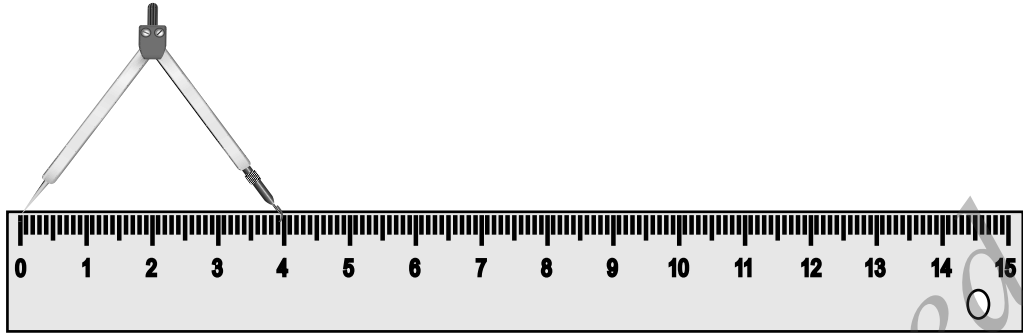
ii) मापनी और परकार के उपयोग से रेखाखण्ड खींचना

रचनाक्रम:

चरण 1 : एक सरल रेखा 'l' खींचकर उसपर एक बिन्दु अंकित कीजिए और उसे 'P' नाम दीजिए ।



चरण 2 : परकार के नुकीले शीर्ष को मापनी के सरल किनारे के शून्य बिन्दु पर रखिए और परकार को खोलकर पेंसिल की नोक 5.2 से एी बिन्दु पर हो अंकित करते हुए परकार से 5.2 से मी की त्रिज्या लीजिए ।

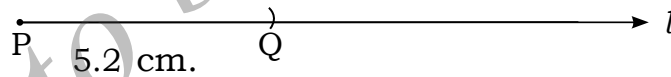


चरण 3 : 'P' को केन्द्र मानकर 5.2 से मी की त्रिज्या से, सरल रेखा 'l' पर एक चाप खींचिए ताकि वह 'P' के दाहिनी ओर एक बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करें, इस बिन्दु को 'Q' नाम दीजिए।



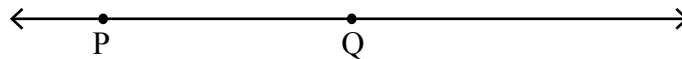
चरण 4 :

अब रेखाखण्ड \overline{PQ} की लंबाई 5.2 से. मी. है।



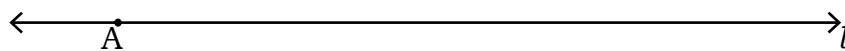
iii) दिये गए लंबाई के रेखाखण्ड के समान एक रेखाखण्ड खींचना।

दत्त: एक रेखाखण्ड \overline{PQ} है



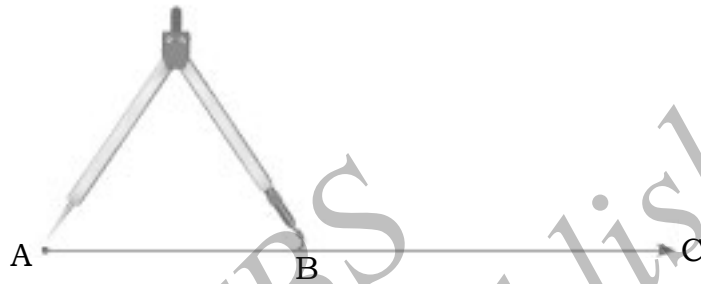
\overline{PQ} के समान एक रेखाखण्ड \overline{AB} खींचिए।

चरण 1 : एक सरल रेखा 'l' खींचकर उसपर एक बिंदु 'A' अंकित कीजिए।



चरण 2 : परकार लेकर और PQ का माप लीजिए ।

चरण 3 : त्रिज्या बिना बदले, परकार की नोक 'l' के बिन्दु 'A' पर रखकर उसी माप से एक चाप B पर खींचिए



चरण 4 : \overline{AB} अपोक्षित रेखाखण्ड है जो \overline{PQ} के लंबाई के समान है अर्थात $\overline{AB} = \overline{PQ}$ मापनी से \overline{PQ} और \overline{AB} का माप लेकर सत्यापन कीजिए.

अभ्यास - 7.1(a)

- 1) मापनी की सहायता 6.5 से एी लंबाई का रेखाखण्ड खींचिए.
- 2) मापनी और परकार का उपयोगकर करते हुए 7.4 से. मी. लंबाई का रेखाखण्ड खींचिए।
- 3) $\overline{AB} = 7.8$ से. मी. की रेखा खींचिए इसपर 'A' से $\overline{AC} = 4.3$ से. मी. का चाप खींचिए और \overline{BC} की लंबाई ज्ञात कीजिए ।
- 4) दिया है \overline{AB} की लंबाई 8.5 से. मी. और \overline{CD} की लंबाई 3.8 से. मी है। रेखाखण्ड \overline{XY} की रचना कीजिए ताकि \overline{XY} की लंबाई, \overline{AB} और \overline{CD} के अंतर के बराबर है। मापकर सत्यापन कीजिए।
- 5) कोई रेखाखण्ड \overline{PQ} खींचिए । इसे बिना मापे \overline{PQ} के समान एक रेखाखण्ड खींचिए।
- 6) 12 से. मि. लंबाई का एक रेखाखण्ड खींचिए । 4.5 से. मी. लंबाई का रेखाखण्ड \overline{AC} काटकर बाकी रेखाखण्ड \overline{CB} मापिये ।




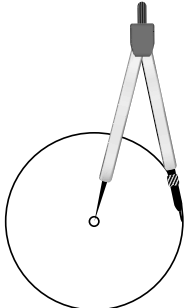
- 7) दिया गया है कि रेखाखण्ड \overline{AB} की लंबाई 3 से. मी. है, परकार का उपयोग से PQ रेखाखण्ड की रचना कीजिए जिसकी लंबाई \overline{AB} को दुगुनी हो।

7.2 एक वृत्त की रचना करना (Construction of a Circle)

उदाहरण 1 :

परकार की सहायता से दी त्रिज्या के वृत्त की रचना करना



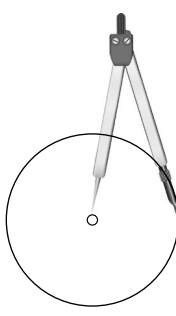
रचनाक्रम:

चरण 1 : नोटबुक के पन्ने पर कोई बिन्दु आंकित कीजिए उसे O नाम दीजिए।	
चरण 2 : परकार की भुजाओं को अपेक्षित त्रिज्या के लिए खोलिए।	
चरण 3 : परकार का धात्विक शीर्ष ' O ' बिन्दु पर रखिए।	
चरण 4 : धीरे से परकार की पेन्सिल युक्त भुजा को ' O ' के चारों ओर धुमाई और एक परिक्रमा पूर्ण कीजिए। प्राप्त ज्यामितिय आकृति वृत्त है।	

उदाहरण 2 :

परकार के उपयोग से 4.1 से. मी. त्रिज्या का वृत्त खीजिए ।

रचना क्रम :

<p>चरण 1 : नोटबुक के पन्ने के मध्य में 'O' बिन्दु अंकित कीजिए और उसे वृत्त का केन्द्र मानिए ।</p>	
<p>चरण 2 : मापनी प्रारंभिक बिन्दु पर परकार का सुर्ह शीर्ष रखिए । पेंसिल भुक्त भुजा को खोलकर इसतरह आगे- पीछे कीजिए ताकि सुर्ह शीर्ष और पेंसिल के बीच की दूरी 4.1 से. मी है।</p>	
<p>चरण 3 : परकार का सुर्ह शीर्ष 'O' बिन्दु पर रखिए। अब धीरे से पेंसिल भुक्त परकार की भुजा को 'O' के चारों ओर धुमाईए ताकि एक परिक्रमा पूर्ण हो परन्तु त्रिज्या न बदले। तुम्हें 4.1 से. मी त्रिज्या का वृत्त प्राप्त होता है।</p>	

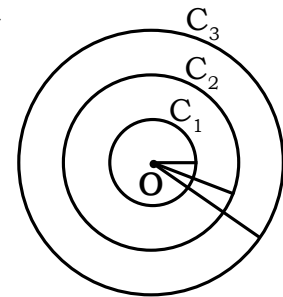
सोचिए :- दत्त केन्द्र से आप कितने वृत्त खींच सकते हैं ?

सूचना:

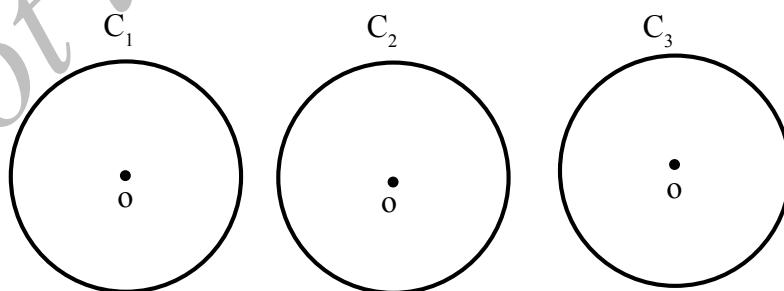
- प्रत्येक वृत्त का केन्द्र होता है और निश्चित माप की त्रिज्या होती है ।
- व्यास = 2 गुणा त्रिज्या, $d = 2r$.

अभ्यास - 7.2

- 1) 3 से. मी त्रिज्या के वृत्त की रचना कीजिए.
- 2) एक वृत्त केन्द्र 'O' से 4 से मी और 2.5 से मी त्रिज्या के वृत्त बनाईए.
- 3) 4 से मी त्रिज्या का एक वृत्त बनाईए निम्न भागों के नाम लिखिए.
 - i) केन्द्र 'O'
 - ii) त्रिज्या OA
 - iii) व्यास XY
- 4) कागज पर दो बिन्दु A और B अंकित कीजिए । 'O' केन्द्र से परकार की सहायता से एक वृत्त खींचिए ताकि वह इन बिन्दु A और B से गुजर जायें ।
- 5) 3.5 से. मी त्रिज्या के वृत्त की रचना कीजिए । उसके दो व्यास खींचिए । व्यास के आंतिम बिन्दुओं को नाम दीजिए ।
- 6) 'O' को केन्द्र मानकर तथा 8 सें मी व्यास लेकर एक वृत्त बनाईए.
- 7) पाखे आकृति के वृत्त C_1 C_2 C_3 की त्रिज्या मापकर लिखिए.



- 8) निम्न वृत्तों की त्रिज्या तथा व्यास मापकर लिखिए.



आपको क्या ध्यान में आता है ?

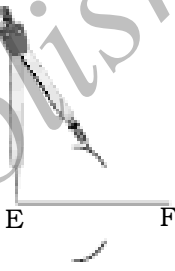
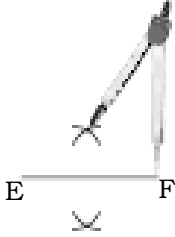
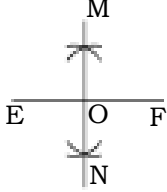
7.3 दिये माप के रेखाखण्ड का लंब द्विभाजक खींचना

उदाहरण 1 : दिये माप के रेखाखण्ड \overline{EF} का लंब द्विभाजक रवींचना.

रचनाक्रम

चरण 1 : निम्न रेखाखण्ड \overline{EF} की ओर ध्यान दीजिए।

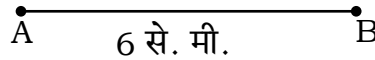
\overline{EF}

<p>चरण 2 : 'E' को केन्द्र मानकर \overline{EF} के आधे से आधिक की त्रिज्या लेकर \overline{EF} के दोनों ओर परकार से दो चाप खींचिए ।</p>	
<p>चरण 3 : 'F' को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या से और दो चाप खींचिए ताकि वे पूर्व चापों को M और N में प्रतिच्छेद करें।</p>	
<p>चरण 4 : M और N को मिलाईए। \overline{MN}, रेखाखण्ड \overline{EF} को 'O' में समद्विभाजित करता है। \overline{MN}, \overline{EF} का अपेक्षित लंबद्विभाजक।</p>	

उदाहरण 2 : 6 से. मी लंबाई के रेखाखण्ड लंब द्विभाजक की रचना करना ।

रचना क्रम :

चरण 1 : मापनी और पेन्सिल की सहायता से $AB = 6$ से. मी. का रेखा खण्ड की रचना कीजिए।



<p>चरण 2 : A को केन्द्र मानकर \overline{AB} के आधे से अधिक माप की त्रिज्या से, \overline{AB} के ऊपर और नीचे दो चाप खींचिए</p>	
<p>चरण 3 : उसी त्रिज्या से B को केन्द्र मानकर पूर्व के चापों को प्रतिच्छेदित कीये जैसे दो चाप खींचिए चरण 4 : चापों के प्रतिच्छेदन बिन्दुओं का P और Q नाम दीजिए।</p>	
<p>चरण 5 : P और Q मिलाईए। PQ; \overline{AB} को R पर समद्विभाजित करता है।</p>	

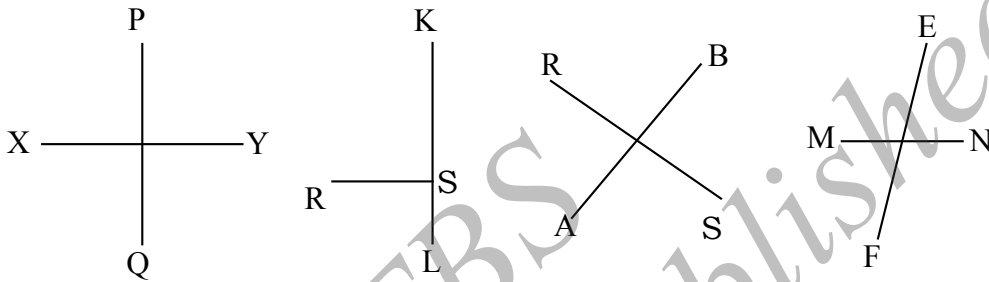
चरण 6 : \overline{PQ} , \overline{AB} का अपेक्षित लंबाद्विभाजक है।

सत्यापन : \overline{AR} और \overline{RB} रेखाखण्डों को मापिए इसतरह $\angle PRA$ और $\angle PRB$ का माप लीजिए। आपका निष्कर्ष क्या है ?

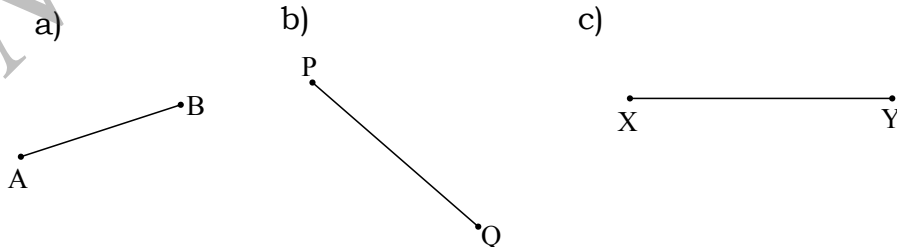
सूचना: एक सरल रेखा जो दत्त रेखाखण्ड को लंब है और रेखाखण्ड को समान दा भागों में विभाजित करे उसे लंबसमाहि माजक कहने हैं।

अभ्यास 7.3

- 1) निम्न आकृतियों के लंब द्विभाजक पहचानिए.



- 2) $\overline{PQ} = 8.4$ से. मी लंबाई का रेखाखण्ड खींचिए उसके लंब द्विभाजक की रचना कीजिए।
 3) $\overline{AB} = 7.4$ से. मी लंबाई का रेखाखण्ड खींचिए और लंब समद्विभाजक की रचना कीजिए तथा बनें दो भागों का मापन कीजिए और जांच कीजिए दोनों समान है या नहीं।
 4) $\overline{XY} = 9.6$ से. मी. रेखाखण्ड उसका लंब समद्विभाजक खींचिए। प्राप्त समद्विभाजक पर कोई 'P' अंकित कीजिए और जांचकर देखिए क्या $\overline{PX} = \overline{PY}$ है?
 5) $\overline{AB} = 10$ से. मी. लंबाई के रेखाखण्ड की रचना कीजिए और मापनी और परकार की सहायता से उसे 4 समान भागों के विभाजित कीजिए।
 6) निम्न रेखाखण्डों के लंब समद्विभाजक खींचिए।



7.4 (a) कोणमापक की सहायता से कोणों की रचना करना.

पिछली कक्षा आपने कोणों के बारे में अध्ययन किया है। अब आप कोणमापक की सहायता से कोणों की रचना करना सीखेंगे।

कोणमापक ज्यामिति पेटी का एक उपकरण है जिसका उपयोग कोण मापने के लिए करते हैं।

उदाहरण 1: 50° के कोण की रचना करना।

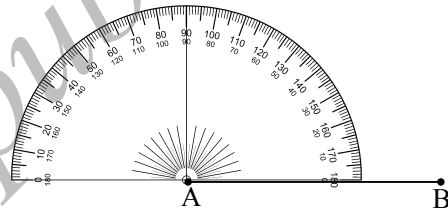
आपको 50° के कोण की रचना करना है। तो निम्न चरणों का अनुसरण करना चाहिए।

रचना क्रम:

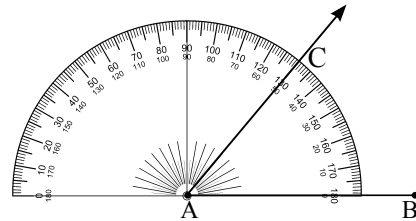
चरण 1 : किसी भी लंबाई का एक रेखाखण्ड \overline{AB} खींचिए



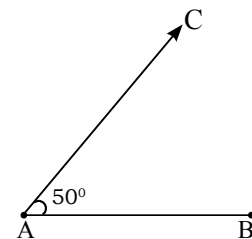
चरण 2 : कोणमापक को \overline{AB} पर इसतरह रखिए ताकि कोणमापक की मध्यबिन्दु A से समपाती हो और कोणमापक की आधार रेखा \overline{AB} से समपाती हो।



चरण 3 : \overline{AB} पर रखे कोणमापक के 0° से शुरू करते हुए 50° पर 'C' बिन्दु आंकित कीजिए।



चरण 4 : कोणमापक हटाकर 'A' और 'C' बिन्दुओं को मापनी द्वारा मिलाईए अब $\angle BAC$ अपेक्षित 50° का कोण है।

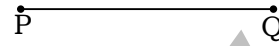


प्रयत्न कीजिए : \overline{AB} रेखाखण्ड खींचकर 'B' बिन्दु पर 50° का कोण बनाईए।

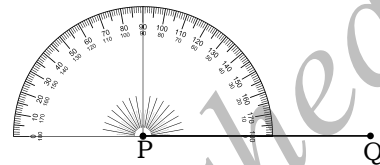
रचना 2 : 90° के कोण की रचना करना.

90° के कोण की रचना करना है तो निम्न चरण अनुसरण कीजिए ।

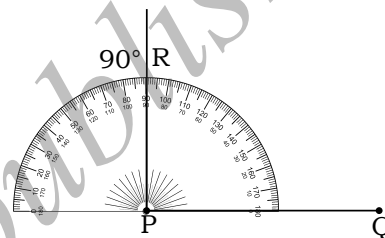
चरण 1 : किसी भी लंबाई का एक रेखाखण्ड \overline{PQ} रवींचिए.



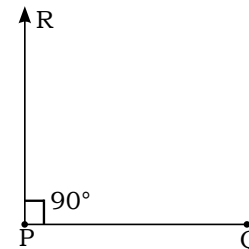
चरण 2 : कोणमापक में मध्यबिन्दु को 'P' पर रखिए ताकि उसकी आधार रेखा \overline{PQ} से समपाती हो।



चरण 3 : O से होते हुए 90° पर R बिन्दु अंकित कीजिए



चरण 4 : PR मिलाईए । $\therefore \angle RPQ = 90^\circ$ अपेक्षित कोण है ।



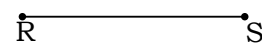
प्रयत्न कीजिए : \overline{PQ} रेखाखण्ड की रचना कीजिए और Q पर 90° के कोण की रचना कीजिए।

उदाहरण : 130° के कोण की रचना करना

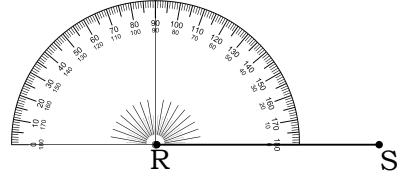
130° के कोण की रचना करना है तो निम्न चरणों का अनुसरण करना चाहिए ।

रचना क्रम

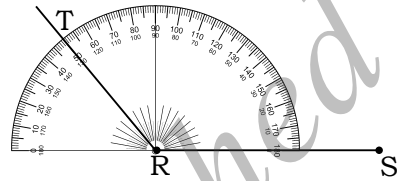
चरण 1 : किसी भी लंबाई का एक रेखाखण्ड RS खींचिए.



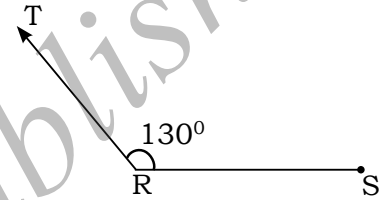
चरण 2 : कोणमापक को \overline{RS} पर इसतरह राखिए, ताकि उसकी मध्यबिन्दु रेखा खण्ड \overline{RS} के प्राशंभिक बिन्दु से समपाती हो और कोणमापक की आधार रेखा \overline{RS} से संपाती हो।



चरण 3 : कोणमापक के 0° से होते हुए 130° पर 'T' बिन्दु अंकित कीजिए।



चरण 4 : कोणमापक हटाईए और मापनी से R तथा T को मिलाईए अब $\angle TRS$ अपेक्षित 130° का कोण है।



7.4 (d) मापनी और परकार की सहायता से कोण की रचना करना:

कोणमापक के उपयोग किये बिना कुछ अंशों के कोणों की रचना करने के कुछ सुन्दर और परिशुद्ध विधान हैं। उन्हें हम सीखेंगे।

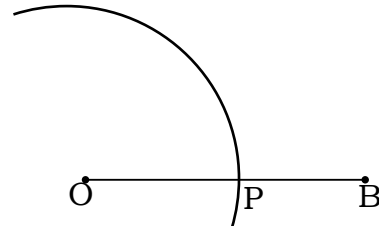
उदाहरण: 60° के कोण की रचना करना।

रचनाक्रम

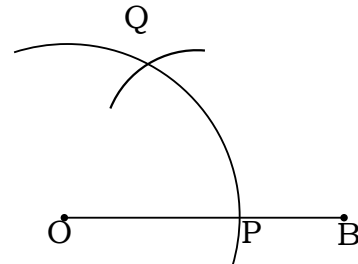
चरण 1 : किसी भी लंबाई का एक रेखा खण्ड \overline{OB} खींचिए



चरण 2 : 'O' को केन्द्र मानकर किसी सुविधाजनक त्रिज्या से एक चाप खींचिए ताकि वह चाप \overline{OB} को 'P' पर प्रतिच्छेद करें।

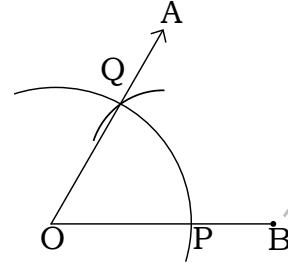


चरण 3 : अब 'P' को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या से, पूर्व के चाप को प्रतिच्छेदित करने जैसे एक और चाप खींचिए प्राप्त प्रतिच्छेदन बिन्दु को 'Q' नाम दीजिए।



चरण 4 : Q द्वारा \overrightarrow{OA} खींचिए इस तरह $\angle AOB$ का माप 60° होता है ।

सत्यापन : कोणमापक की सहायता से $\angle AOB$ का मापन कीजिए.

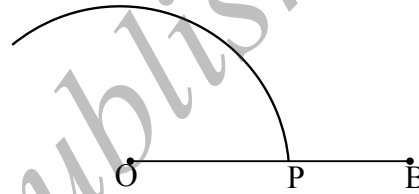


उदाहरण 2 : 120° के कोण की रचना करना ।

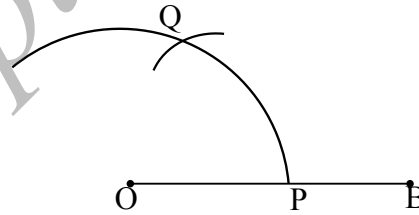
चरण 1 : एक \overline{OB} रेखाखण्ड खींचिए ।



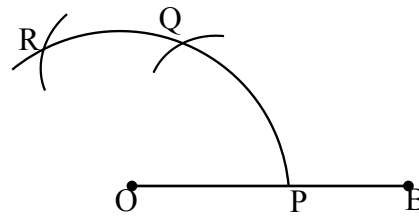
चरण 2 : 'O' को केन्द्र मानकर किसी सी सुविधाजनक त्रिज्या से एक चाप खींचिए ताकि वह \overline{OB} को 'P' बिन्दु में प्रतिच्छेदित करें ।



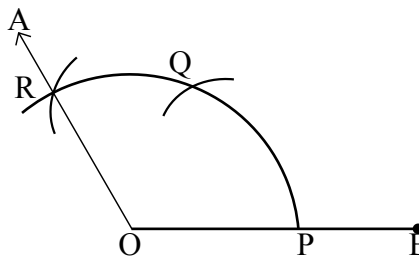
चरण 3 : अब 'P' को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या ही एक और चाप खींचिए ताकि वह पूर्ण चाप को 'Q' में प्रतिच्छेदित करें ।



चरण 4 : अब Q को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या से एक और चाप खींचिए ताकि पूर्व के चाप को R पर प्रतिच्छेदित करें ।



चरण 5 : मापनी और पेंसिल से O और A को R द्वारा मिलाईए और उसे OA किरण प्राप्त होने आगे बढ़ाईए इसतरह प्राप्त कोण $\angle AOB$ 120° का है ।



अभ्यास 7.4

1) कोणमापक की सहायता से निम्न कोणों की रचना कीजिए.

- a) 30° b) 45° c) 55° d) 130° e) 90°

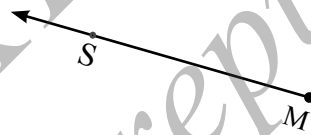
2) मापनी और कोणमापक की सहायता से निम्नों की रचना कीजिए

- a) 60° b) 120°

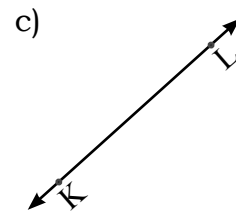
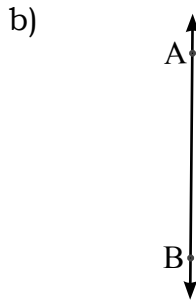
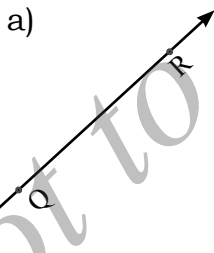
3) नीचे दिये गए रेखा के B बिन्दु पर 60° के कोण की रचना कीजिए (परकार उपयोग कीजिए).



4) दत्त रेखा के M बिन्दु पर 120° का कोण बनाईए (परकार उपयोग कीजिए).



5) निम्न रेखाओं के R, B, और L बिन्दुओं पर 90° के कोण की रचना कीजिए.



घटक - 8

माप गणित (Mensuration)

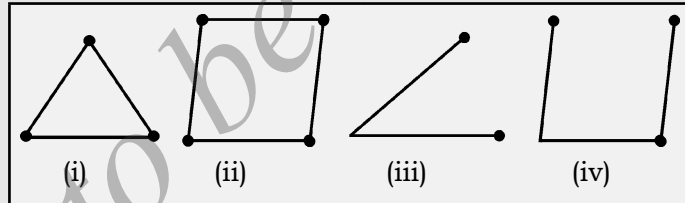
इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप :

- बंद समतलीय आकृतियों का परिमाण और क्षेत्रफल जान सकेंगे।
- बंद समतलीय ज्यामितिय आकृतियों के परिमाण ज्ञात कर सकेंगे।
- बंद समतलीय आकृतियों के पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कर सकेंगे।
- बंद आकृति का परिमाण और क्षेत्रफल में अंतर कर सकेंगे।
- सूत्र का उपयोगकर बंद आकृतियों के क्षेत्रफल और परिमाण पर आधारित गणित हल कर सकेंगे।

पिछले अध्याय में समतलीय आकृतियों की चर्चा करते समय आपने समतल आकृति की सीमा और क्षेत्र जैसे पदों से परिचय कर लिया है। तो, एक बंद समतलीय आकृति की सीमा क्या है?

इसे समझने के लिए निम्नलिखित कार्यकलाप पूर्ण कीजिए।

कार्यकलाप : दियासलाई की कुछ तिलियां लेकर आकृति में दिखाये जैसे उनको व्यवस्थित कीजिए।



- i) और ii) तथा iii) और iv) किस प्रकार की आकृतियाँ हैं ?
 i) और ii) बंद आकृतियाँ हैं जब कि iii) और iv) खुली आकृतियाँ हैं।
 समतल आकृति की सीमा जानने के लिए हमें बंद आकृतियों का चयन करना होगा।

बंद समतलीय आकृति की सीमा उसके रेखाखण्डों से बनी होती है।

कुछ संदर्भों में हमें आकृतियों की सीमा की पूर्ण लंबाई की आवश्यकता होती है। कुछ उदाहरण के लिए ऐसे हैं :

- i) एक किसान को यदि अपने खेत के चारों ओर घेरा लगाना हो तो उसे अपने खेत की सीमा की कुल लंबाई की आवश्यकता होगी।

ii) जब एक घर के चारों ओर एक इंजिनपर को कंपौण्ड दीवार निर्माण करना है, तो वह कंपौण्ड की सीमा मापता है ।

इसलिए सीमा की कुल लंबाई परिमिति (परिमाप) होती है। एक समतल आकृति का परिमाप क्या होता है ?

एक बंद समतल आकृति की सीमा की कुल लंबाई उस आकृति की परिमिति होती है।

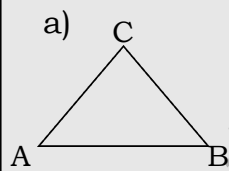
उपरोक्त कार्यकलाप में (i) और (ii) के बंद समतल आकृतियों का परिमाप क्या है ? उपरोक्त समतल आकृति (i) का परिमाप तीनों. दियासलाई तिलियों की कुल लंबाई है और आकृति (ii) में चारों तिलियों की कुल लंबाई है।

क्या आप जानते हैं ?

Perimeter यह ग्रीक शब्द है । परि का अर्थ है चारो ओर मीटुर का अर्थ है मापना ।

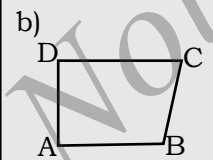
एक समतल आकृति का परिमाप कैसे मापते है ?

कार्यकलाप 1 :-



इस आकृति को ध्यान से देखिए। इसकी सीमा किस प्रकार की है? वह रैखिक सीमा है।

आकृति (a) का परिमाप = $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$

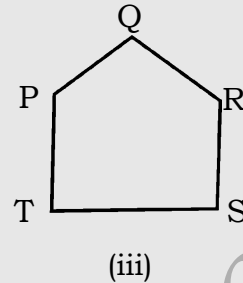
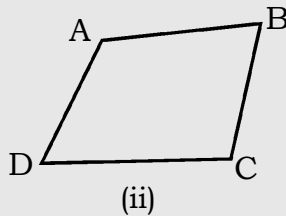
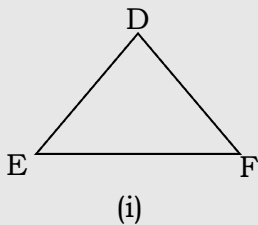


इस बंद आकृति की सीमा भी रैखिक है।

आकृति (b) का परिमाप $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$

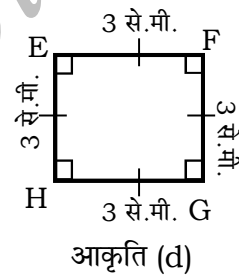
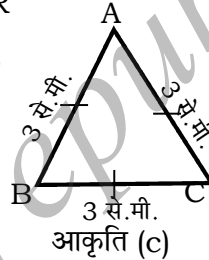
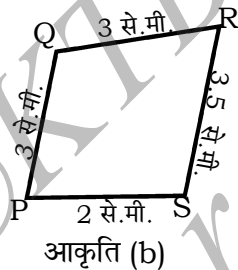
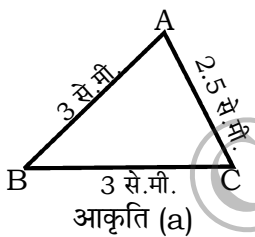
रैखिक सीमा युक्त किसी आकृति का परिमाप उसके भुजाओं का योगफल है ।

कार्यकलाप :- मापनी से भुजाओं को मापकर, निम्न आकृतियों का परिमाण ज्ञात कीजिए.



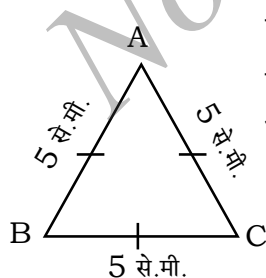
नियमित बहुभुजों का परिमाण (**Perimeter of regular ploygons**)

आईए, नियमित बहुभुजों का परिमाण जानने का विधान जान लेते हैं :



आकृति (c) और आकृति (d) में नियमित बहुभुज है। क्योंकि उनके भुजाएँ और कोण समान है। नियमित बहुभुजों का परिमाण ज्ञात करने उसकी एक भुजा मापकर, भुजाओं की संख्या से गुणा करते हैं।

उदाहरण 1 : नियमित त्रिभुज (समबाहु त्रिभुज) का परिमाण ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा 5 से. मी. है।



एक समबाहु त्रिभुज की सभी भुजाएँ समान होती है।

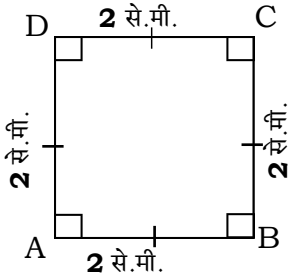
त्रिभुज ABC का परिमाण = $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 5 + 5 + 5 = 15$ से. मी.

अथवा ΔABC का परिमाण = $3 \times$ प्रत्येक भुजा का माप

$$= 3 \times 5 \text{ से. मी.}$$

$$= 15 \text{ से. मी.}$$

उदाहरण 2 :



2 से. मी भुजा के नियमित चतुर्भुज (वर्ग) का परिमाप परिकलन कीजिए.

एक वर्ग में सभी भुजाएँ समान होती हैं।

$$\begin{aligned} \text{ABCD वर्ग का परिमाप} &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} \\ &= 2 + 2 + 2 + 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

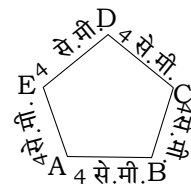
$$\therefore \text{ABCD वर्ग का परिमाप} = 8 \text{ से. मी.}$$

$$\begin{aligned} \text{अथवा, वर्ग का परिमाप} &= 4 \times \text{प्रत्येक भुजा का माप} \\ &= 4 \times 2 \\ &= 8 \text{ से. मी.} \end{aligned}$$

उदाहरण 3 : 4 से.मी. भुजा के नियमित पंचभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए.

$$\begin{aligned} \text{नियमित पंचभुज का परिमाप} &= 5 \times \text{प्रत्येक भुजा का माप} \\ &= 5 \times 4 = 20 \end{aligned}$$

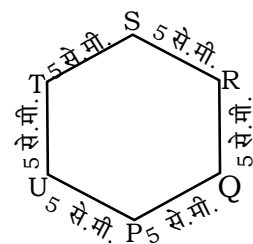
$$\therefore \text{नियमित पंचभुज का परिमाप} = 20 \text{ से. मी.}$$



उदाहरण 4 : 5 से. मी. भुजा के षटभुज का क्षेत्रफल मालूम कीजिए

$$\begin{aligned} \text{नियमित षष्टभुज का परिमाप} &= 6 \times \text{प्रत्येक भुजा की माप है} \\ &= 6 \times 5 \\ &= 30 \text{ से. मी.} \end{aligned}$$

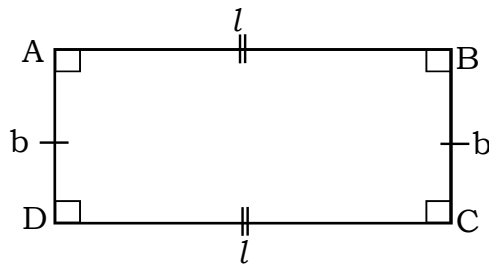
$$\therefore \text{नियमित षष्टभुज का परिमाप} = 30 \text{ से. मी.}$$



अतः किसी भी नियमित बहुभुज का परिमाप = भुजाओं की संख्या × एक भुजा का माप

आयत का परिमाण:

आकृति में दिये आयत की समान भुजाओं के नाम लिखिए.

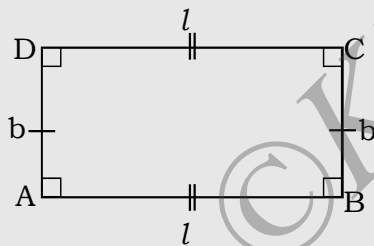


i) \overline{AB} और \overline{DC} समान भुजाएँ हैं।

ii) \overline{AD} और \overline{BC}

आयत की दो लंबाई और दो चौड़ाई समान होती है।

कार्यकलाप :- नीचे दिये आयत की भुजाओं मापकर उसके परिमाण का परिकलन कीजिए ।



भुजाओं के माप :

\overline{AB} - - से. मी.

\overline{BC} - - से. मी.

\overline{CD} - - से. मी.

\overline{DA} - - से. मी.

कुल - से. मी.

$$\begin{aligned} \therefore \text{आयत का परिमाण} &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} \\ &= l + b + l + b \\ &= 2l + 2b \\ \text{आयत का परिमाण} &= 2(l + b) \end{aligned}$$

इसलिए, एक आयत की लंबाई (l), है और चौड़ाई (b) है तो उसका परिमाण $= 2(l+b)$ इकाईयाँ।

उदाहरण 1: आयत का परिमाण ज्ञात कीजिए जिसकी लंबाई 8 से. मी. और चौड़ाई 4 से. मी. है.

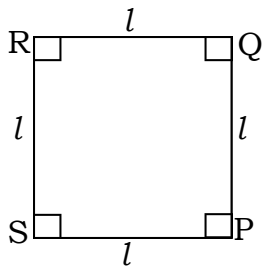
दत्त $l = 8$ से. मी. $b = 4$ से. मी.

$$\begin{aligned} \text{आयत का परिमाण} &= 2(l+b) \\ &= 2(8+4) \\ &= 2(12) \\ &= 24 \end{aligned}$$

सोचिए : आयत का परिमाण $P = 2(l+b)$ लंबाई (l) और चौड़ाई (b) ज्ञात करने के लिए सूत्र लिखिए ।

\therefore आयत का परिमाण 24 से. मी.

वर्ग का परिमाप (**Perimeter of a square**):



आप वर्ग की भुजाओं के बारे में क्या जानते हैं?

हम जानते हैं कि वर्ग की सभी भुजाएँ समान होती है।

वर्ग एक निम्नित बहुभुज है।

$$\therefore \text{वर्ग का परिमाप} = 4 \times \text{प्रत्येक भुजा का माप} \\ = 4 \times l$$

वर्ग का परिमाप = $4 \times l$, जहाँ 'l' प्रत्येक भुजा का माप है।

उदाहरण : 5 से. मी. भुजा के वर्ग का परिमाप परिकलन कीजिए।

दत्त : $l = 5$

$$\text{वर्ग का परिमाप} = 4 \times l = 4 \times 5 = 20$$

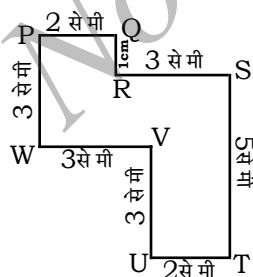
\therefore वर्ग का परिमाप = 20 से. मी.

याद रखिए :

- समतल आकृति के रेखीए सीमा का परिमाप उसके भुजाओं का योगफल है।
- एक निम्नित समतलीय आकृति का परिमाप उसके भुजाओं की संख्या और प्रत्येक भुजाके माप का गुणनफल है।
- आयत का परिमाप = $2(l+b)$ जहाँ l = लंबाई, b = चौड़ाई.
- वर्ग का परिमाप = $4 \times l$, जहाँ l = प्रत्येक भुजा का माप है।

हल किये हुए उदाहरण

1) निम्न आकृति का परिमाप ज्ञात कीजिए



$$\begin{aligned} \text{परिमाप} &= PQ+QR+RS+ST+TV+UV+VW+WP \\ &= 2 + 1 + 3 + 5 + 2 + 3 + 3 + 3 \\ &= 22 \end{aligned}$$

\therefore परिमाप = 22 से. मी.

- 2) एक आयताकार जमीन की लंबाई 20 मीटर और चौड़ाई 10 मीटर है। इसे घेरा लगाना है। उसे 3 बार घेरा लगाने कितनी लंबी तार की आवश्यकता होगी ?

दत्त: $l = 20$ मीटर. $b = 10$ मीटर.

एक बार घेरा लगाने आवश्यक तार = आयत का परिमाण

$$= 2(l+b)$$

$$= 2(20+10)$$

$$= 2(30)$$

$$= 60 \text{ मीटर}$$

\therefore 3 बार घेरा लगाने आवश्यक तार की लंबाई = $60 \times 3 = 180$ मीटर

- 3) एक आयत का परिमाण 20 से. मी है। यदि लंबाई 8 से. मी है तो चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

दत्त: आयत का परिमाण = 20 से. मी. $l = 8$ से. मी., $b = ?$

$$\text{आयत का परिमाण} = 2(l + b)$$

$$20 = 2l + 2b$$

$$20 = 2(8) + 2b$$

$$20 = 16 + 2b$$

$$20 - 16 = 2b$$

$$4 = 2b$$

$$\frac{4}{2} = b$$

$$\therefore b = 2 \text{ से. मी.}$$

- 4) एक वर्गाकार कार्डबोर्ड का परिमाण 40 से. मी. है। उसके प्रत्येक भुजा का माप ज्ञात कीजिए.

दत्त: परिमाण = 40 से. मी. $l = ?$

$$\text{वर्ग का परिमाण} = 4 \times l$$

$$40 = 4 \times l$$

$$\frac{40}{4} = l$$

$$l = 10 \text{ से. मी.}$$

- 5) क्रमशः : 40 मीटर और 20 मीटर लंबाई और चौड़ाई के आयताकार बगीचे को घेरा लगाने आवश्यक तार की कीमत मालूम कीजिए, यदि दर ₹ 10 प्रति मीटर हो ?

दन्त: $l = 40$ से. मी. $b = 20$ मीटर.

आयताकार बगीचे को घेरा लगाने तार की लंबाई = आयत का परिमाण

$$\begin{aligned} \text{आयत का परिमाण} &= 2(l + b) \\ &= 2(40 + 20) \\ &= 2(60) = 120 \text{ मी.} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ एक मीटर तार की कीमत} = ₹ 10$$

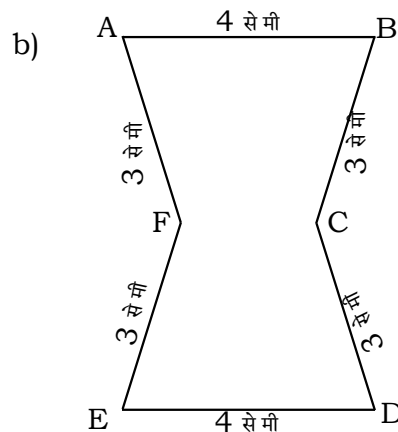
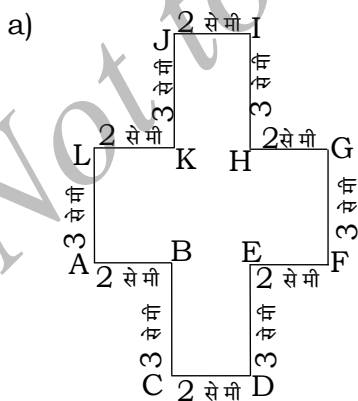
$$\begin{aligned} 120 \text{ मीटर तार की कीमत} &= 120 \times 10 \\ &= ₹ 1200 \end{aligned}$$

सामूहिक कार्यकलाप :- विद्यार्थियों के समूह में आपके कक्षा के फर्श और श्याम पट का परिमाण ज्ञात कीजिए.

अभ्यास 8.1

- I. सूचनासार निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखिए.

- 1) निम्न आकृतियों के परिमाण ज्ञात कीजिए.



- 2) निम्न आयतों के परिमाण ज्ञात कीजिए जिनकी लंबाई और चौड़ाई नीचे दी गई है. (सभी माप से.मी. है)

l	5	6	10	12
b	4	2	5	4

- 3) निम्न वर्गों का परिमाण ज्ञात कीजिए जिनके भुजा की लंबाई नीचे दी गई है।

प्रत्येक भुजा की लंबाई	6	3.5	5	25
------------------------	---	-----	---	----

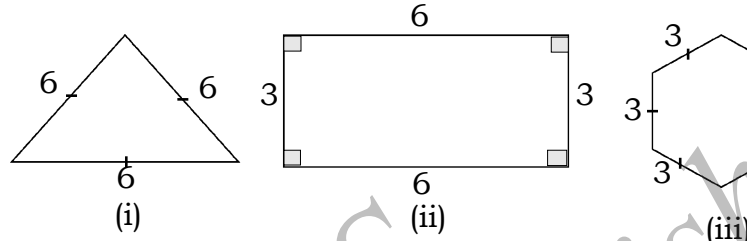
- 4) वर्ग के प्रत्येक भुजा का माप ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 80 से. मी. है।
- 5) आयत की चौड़ाई ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 40 से. मी. और लंबाई 11 से. मी. है।
- 6) आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 30 से. मी. और चौड़ाई 5 से. मी. है।
- 7) निम्न नियमित बहुभुजों का परिमाण ज्ञात जिनके प्रत्येक भुजा की लंबाई 5 से. मी. है।
- a) नियमित त्रिभुज b) नियमित पंचभुज
- c) नियमित षष्ठभुज d) नियमित अष्टभुज
- 8) राजू एक आयताकार खेत के चारों ओर दौड़ता है। खेत की लंबाई 40 मीटर और चौड़ाई 25 मीटर है। यदि वह 2 बार चक्कर लगाये तो उसने कितनी दूरी तय करता है?
- 9) 80 मीटर लंबाई के वर्ग को घेरा लगाना है। चार बार उसे घेरा लगाना है तो कितनी लंबी तार चाहिए?
- 10) ₹10 प्रति मीटर की दर से 20 मीटर लंबाई और 15 मीटर चौड़ाई के आयताकार जमीन को घेरा लगाना कितना खर्चा आयेगा?

कार्यकलाप : - आपके गणित पुस्तक पृष्ठ का और गणित के नोटबुक के पृष्ठ का परिमाण ज्ञात कीजिए।

8.2 समान परिमाण के भिन्न आकृतियों के आकार

निम्न कार्यकलाप ध्यान से देखिए

कार्यकलाप 1 :- निम्न आकृतियों को ध्यान से देखिए और प्रत्येक आकृति का परिमाण ज्ञात कीजिए ।

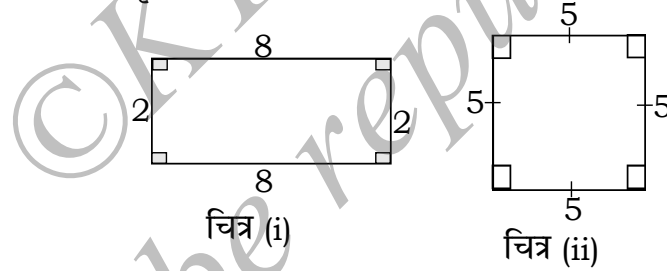


आकृति (i) परिमाण है = $3 \times 6 = 18$ इकाईयाँ

(ii) परिमाण है = $2(l+b) = 2(6+3) = 2(9) = 18$ इकाईयाँ

(iii) परिमाण है = $6 \times 3 = 18$ इकाईयाँ

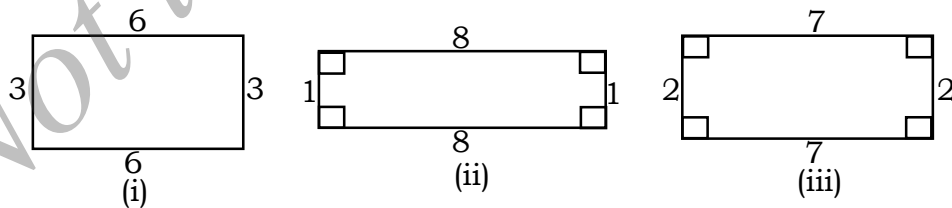
कार्यकलाप 2 :- निम्न आकृतियों को ध्यान से देखकर परिमाण ज्ञात कीजिए.



आकृति (i) परिमाण = $2(l+b) = 2(8+2) = 2 \times 10 = 20$ इकाईयाँ

(ii) परिमाण = $4 \times 5 = 20$ इकाईयाँ

कार्यकलाप 3 :- निम्न आकृतियों को ध्यान से देखकर परिमाण ज्ञात कीजिए.



आकृति (i) का परिमाण = $2(l+b) = 2(6+3) = 2(9) = 18$ इकाईयाँ.

आकृति (ii) का परिमाण = $2(8+1) = 2(9) = 18$ इकाईयाँ.

आकृति (iii) का परिमाण = $2(l+b) = 2(7+2) = 2(9) = 18$ इकाईयाँ.

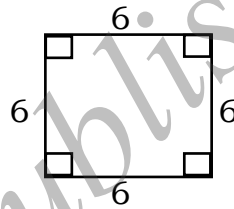
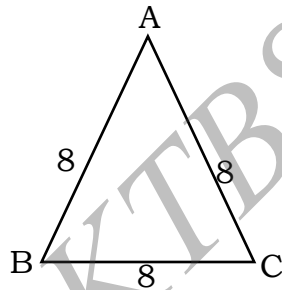
उपरोक्त आकृतियों से क्या निर्णय लेते हैं?

इन कार्यकलापों से निर्णय ले सकते कि परिमाण आकृति के आकार पर निर्भर नहीं करता और आकृति का आकार परिमाण पर निर्भर नहीं करता। और इसका विपरीत भी सत्य है।

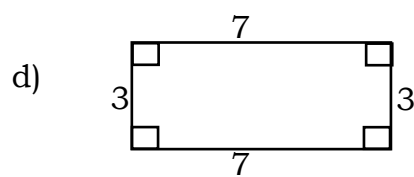
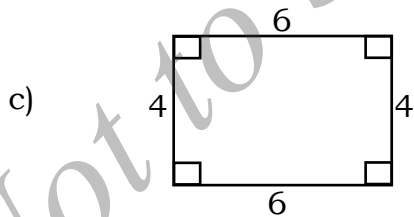
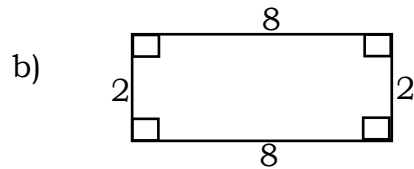
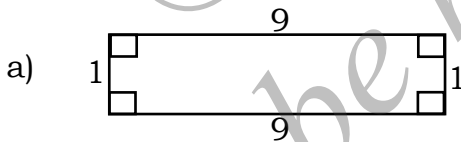
सोचिए: क्या समान परिमाण के भिन्न वर्ग खींच सकते है ?

हल किये गए उदाहरण

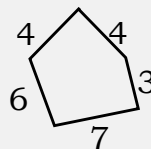
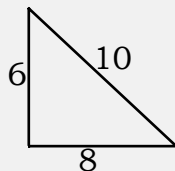
1) 24 इकाईयों के परिमाण दर्शानेवाले नियमित बहुभुजों की दो कच्ची आकृतियाँ खींचिए ताकि प्रत्येक भुजा का माप एक पूर्ण संख्या है।



2) प्रत्येक 20 इकाईयों के परिमाण के कोई चार आयत के कच्ची आकृतियाँ खींचिए।



सोचिए : 24 इकाईयों के परिमाण के कितने प्रकार के बहुभुज संभव है। उसे खींचिए उदाहरण :

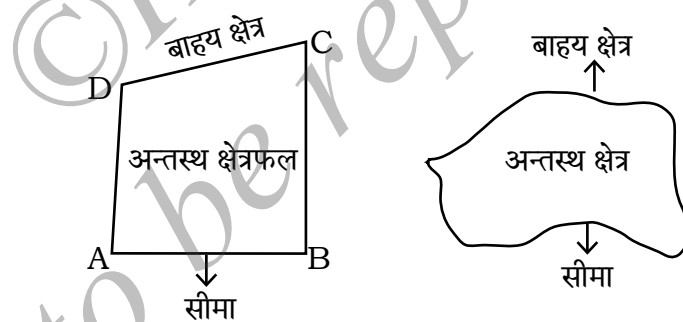


अभ्यास 8.2

- 1) 16 इकाईयों के भिन्न माप के चार आयत खींचिए।
- 2) एक आयत और एक वर्ग का परिमाण समान है। आयत की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 20 से. मी. और 12 सें.मी. है। वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
- 3) एक वर्ग और एक आयत का परिमाण समान है जो 20 इकाई है। वर्ग की प्रत्येक भुजा की लंबाई और आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए यदि आयत की चौड़ाई 4 इकाई है।

8.3 क्षेत्रफल (Area)

निम्न आकृतियों के अन्तस्थ और बाह्य क्षेत्र तथा उनकी सीमा दर्शाई गई है। उसे ध्यान से देखिए।



एक आकृति का अन्तस्थ क्षेत्र क्या है ?

वह, एक आकृति की सीमा से आवृत कुल क्षेत्र है।

दिये गए आकृतियों को ध्यान से देखिए :

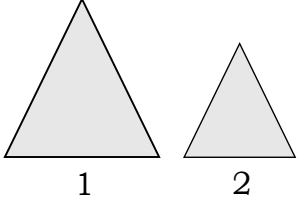
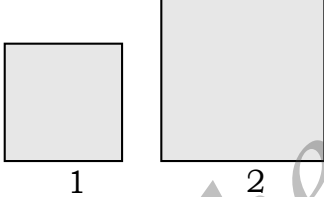
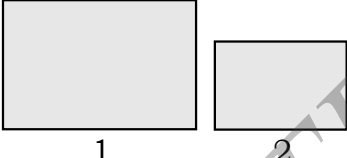
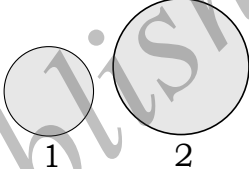
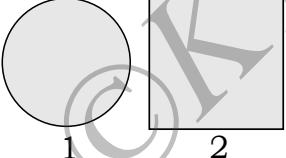
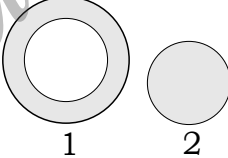


आकृति के छायांकित भाग को क्षेत्रफल कहते हैं। तो क्षेत्रफल क्या है ?

एक बंद आकृति के सीमा से घेरे हुए पृष्ठ को क्षेत्रफल कहते हैं।

क्या आप जानते हो? Area यह लटिन नाम है जिसका अर्थ एक जमीन का टुकड़ा है।

कार्यकलाप :- नीचे दिये आकृतियों के जोड़ियों को ध्यान से देखिए.

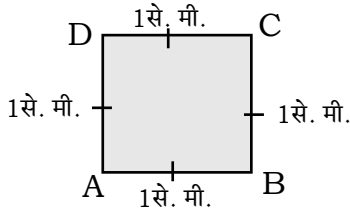
<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

प्रत्येक आकृति के जोड़ी के छायांकित भागों की तुलना कीजिए और जान लीजिए किसका क्षेत्रफल अधिक है और किसका कम। परिणाम को तालिका में लिखिए।

	आधिक क्षेत्रफल की आकृति	कम क्षेत्रफल की आकृति
a)	आकृति (1)	आकृति (2)
b)		
c)		
d)		
e)		
f)		

(e) और (f) के आकृतियों के क्षेत्रफलों की तुलना, हम बिना मापन किये कर नहीं सकते।

समतल आकृतियों का क्षेत्रफल कैसे परिकलन करना ?



इस आकृति को देखिए ।

इस आकृति का क्षेत्रफल क्या है ?

इस वर्ग का क्षेत्रफल 1 से. मी. \times 1 से. मी. = 1 से. मी.
है।

(क्योंकि इस आकृति की दो मितियाँ हैं)

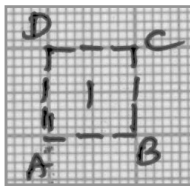
सूचना : दो मितियों के इकाईयों को गुणा करते समय हमें एक वर्ग इकाई प्राप्त होती है।

किसी भी आकृति का क्षेत्रफल वर्ग इकाई को मानक मानकर ज्ञात करते हैं।

1 मटर भुजा के वर्ग का क्षेत्रफल 1 मी² होता है।

1 किलोमटर भुजा के वर्ग का क्षेत्रफल 1 कि.मी.² है।

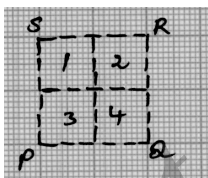
ग्राफ कागज पर बनें वर्ग की ओर ध्यान दीजिए.



ABCD वर्ग भुजा का माप क्या है ?

क्षेत्रफल = 1 से. मी \times 1 से. मी. = 1 से. मी²

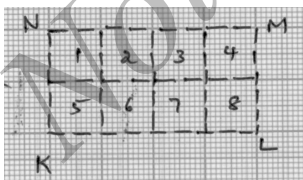
ABCD वर्ग इकाई जिसका क्षेत्रफल 1 से. मी² है ?



\therefore PQRS में कितने वर्ग इकाईयाँ हैं।

यहाँ चार वर्ग इकाईयाँ हैं।

\therefore PQRS का क्षेत्रफल = 4 से. मी.²



आकृति KLMN में 8 कितने वर्ग इकाईयाँ हैं ?

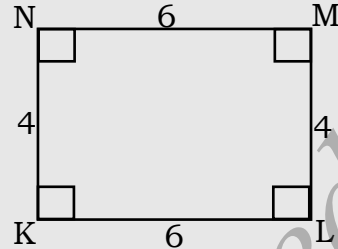
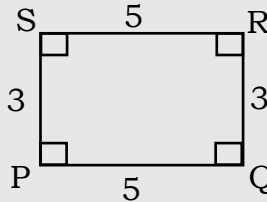
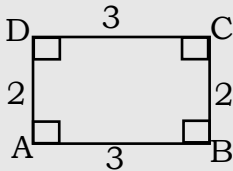
आकृति KLMN में 8 वर्ग इकाईयाँ हैं।

\therefore KLMN का क्षेत्रफल 8 से. मी.² है।

इसे जान लीजिए : किसी भी समतल आकृति का क्षेत्रफल मापते समय हम, एक इकाई भुजा के वर्ग के क्षेत्रफल को मानक परिमाण मानते हैं।

आयत का क्षेत्रफल (Area of Rectangle)

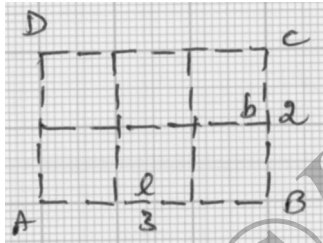
कार्यकलाप :-



1 से. मी. \times 1 से. मी वर्ग युक्त ग्राफ कागज पर इन आयतों को बनाईए.

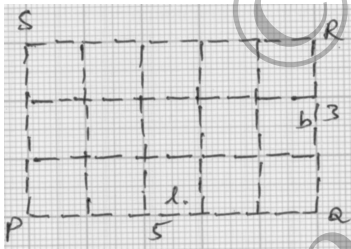
ग्राफ कागज में ABCD आयत में 2 वर्ग इकाईयाँ हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \text{ABCD का क्षेत्रफल} &= 3 \text{ से. मी.} \times 2 \text{ से. मी.} \\ &= 6 \text{ वर्ग से. मी.} \\ &= 3 \times 2 \\ &= l \times b \end{aligned}$$



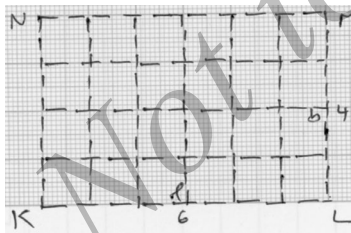
ग्राफ कागज पर PQRS आयत में 15 वर्ग इकाईयाँ हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \text{PQRS आयत का क्षेत्रफल} &= 15 \text{ वर्ग इकाईयाँ} \\ &= 5 \text{ से. मी.} \times 3 \text{ से. मी.} \\ &= 15 \text{ वर्ग से. मी.} \\ &= 5 \times 3 \\ &= l \times b \end{aligned}$$



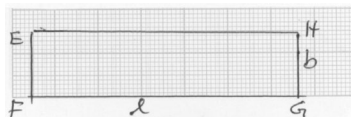
ग्राफ कागज पर KLMN में 24 वर्ग इकाईयाँ हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \text{KLMN आयत का क्षेत्रफल} &= 24 \text{ वर्ग इकाईयाँ} \\ &= 6 \times 4 \\ &= l \times b \end{aligned}$$



उपरोक्त तीन उदाहरणों को ध्यान से देखने पर, EFGH आयत का क्षेत्रफल = $l \times b$ वर्ग इकाई जहाँ,

l = लंबाई b = चौड़ाई

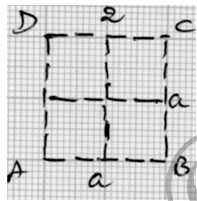
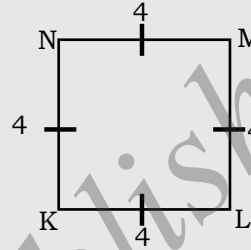
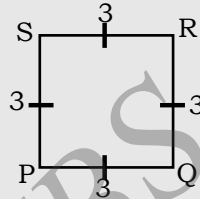
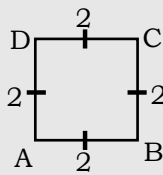


इस कार्यकलाप से आपका निष्कर्ष क्या है ? निष्कर्ष यह है कि, आयत का क्षेत्रफल उसके लंबाई और चौड़ाई का गुणनफल है।

∴ आयत का क्षेत्रफल $A = l \times b$ जहाँ $l =$ लंबाई, $b =$ चौड़ाई।

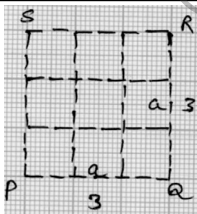
वर्ग का क्षेत्रफल (Area of Square)

कार्यकलाप :- 1 से. मी. \times 1 से. मी. वर्ग के ग्राफ कागज पर इन वर्गों को खींचिए।



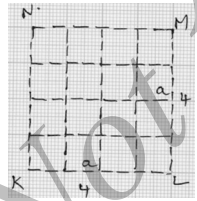
ग्राफ कागज पर ABCD वर्ग में 4 वर्ग इकाईयाँ है

$$\begin{aligned} \therefore \text{ABCD का क्षेत्रफल} &= 4 \text{ वर्ग से. मी.} \\ &= 2 \times 2 \\ &= a \times a \\ &= a^2 \end{aligned}$$



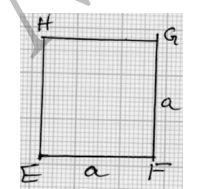
PQRS वर्ग का क्षेत्रफल में 9 वर्ग इकाईयाँ है.

$$\begin{aligned} \therefore \text{PQRS का क्षेत्रफल} &= 9 \text{ वर्ग से. मी.} \\ &= 3 \times 3 \\ &= a \times a \\ &= a^2 \end{aligned}$$



ग्राफ कागज पर KLMN वर्ग इकाईयाँ है

$$\begin{aligned} \therefore \text{KLMN का क्षेत्रफल} &= 16 \text{ वर्ग से. मी.} \\ &= 4 \times 4 \\ &= a \times a \\ &= a^2 \end{aligned}$$



उपरोक्त उदाहरण ध्यान से देखने पर

$$\therefore \text{EFGH वर्ग का क्षेत्रफल} = a \times a \text{ वर्ग से. मी.}$$

$$= a^2$$

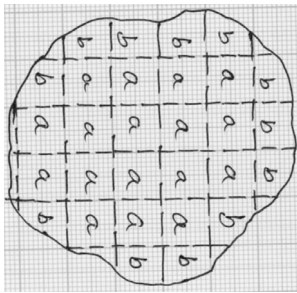
जहाँ $a =$ वर्ग की भुजा की लंबाई है।

इस कार्यकलाप से आपका निष्कर्ष क्या है ?

इस कार्यकलाप से निष्कर्ष निकलता है कि एक वर्ग जिसकी भुजा 'a' है, उसका क्षेत्रफल $A = a \times a$ भुजा \times भुजा $= a^2 =$ वर्ग से. मी. जहाँ प्रत्येक भुजा का माप 'a' है।

अनियमित आकारों के क्षेत्रफल कैसे ज्ञात करना ? (**How to measure the area of irregular shapes**)

अनियमित आकार को ग्राफ कागज पर लिखकर उसका क्षेत्रफल का अनुमान करते हैं।



आकृति के वर्ग इकाईयों को गिनकर लिखिए :

संपूर्ण वर्गों की संख्या = 17

आधे से अधिक वर्गों की संख्या (b) = 12

आधे वर्गों की संख्या = _____

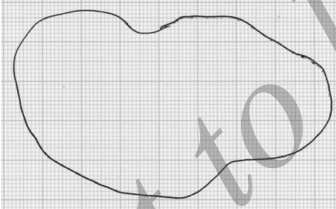
\therefore वर्ग इकाईयों की संख्या = 29

\therefore अनियमित आकार का क्षेत्रफल 29 वर्ग इकाईयाँ

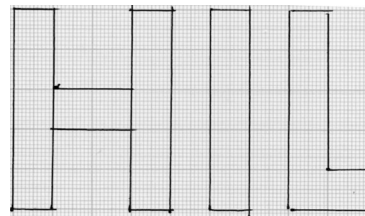
सूचना : आधे से कम रहने वाले वर्गों का क्षेत्रफल छोड़ दीजिए केवल आधे और आधे से अधिक वर्गों का क्षेत्रफल 1 इकाई गिन लीजिए.

कार्यकलाप 1 :- निम्नलिखित अनियमित आकार का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

1)



2)



कार्यकलाप 2

- 1) आपके कक्षा के फर्श का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए. (वर्ग फूट में)
- 2) आपके कक्षा के श्याम पट का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए. (वर्ग फूट में)
- 3) आपके कक्षा के किसी भी दखाजे का क्षेत्रफल ज्ञान कीजिए. (वर्ग फूट में)
- 4) गणित पुस्तक और गणित नोटबुक के पृष्ठ का क्षेत्रफल . (वर्ग से. मी. में)

हल किये हुए उदाहरण

- 1) आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लंबाई और चौड़ाई 10 से. मी. और 6 से. मी. है।

दत्त: $l = 10$ से. मी. $b = 6$ से. मी.

$$\begin{aligned} \text{आयत का क्षेत्रफल } A &= l \times b \\ &= 10 \times 6 = 60 \end{aligned}$$

\therefore आयत का क्षेत्रफल = 60 वर्ग से. मी. = 60 से. मी.².

- 2) वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात जिसकी भुजा 8 से. मी. है।

$$\begin{aligned} \text{दत्त: } a &= 8 \text{ से. मी. वर्ग का क्षेत्रफल} = a^2 = a \times a \\ &= 8^2 = 8 \times 8 = 64 \end{aligned}$$

\therefore वर्ग का क्षेत्रफल = 64 वर्ग से. मी.

- 3) एक आयताकार ध्वज का क्षेत्रफल 72 वर्ग से. मी. है यदि लंबाई 9 से. मी. है तो ध्वज की चौड़ाई क्या है?

दत्त: $A = 72$ वर्ग से. मी., $l = 9$ से. मी. $b = ?$

आयत का क्षेत्रफल $A = l \times b$

$$72 = 9 \times b$$

$$\frac{72}{9} = b$$

\therefore ध्वज की चौड़ाई = 8 से. मी.

- 4) एक आयत और एक वर्ग का क्षेत्रफल समान है। वर्ग का क्षेत्रफल 144 वर्ग से. मी. है। आयत

की लंबाई ज्ञात कीजिए यदि चौड़ाई 8 से. मी. है।

दत्त: वर्ग का क्षेत्रफल $A = 144$ वर्ग से. मी.

आयत की चौड़ाई $b = 8$ से. मी.

आयत की लंबाई $l = ?$

आयत का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल

\therefore आयत की लंबाई = 18 से. मी.

$$l \times b = 144$$

$$l \times 8 = 144$$

$$l = \frac{144}{8}$$

$$l = 18 \text{ से. मी.}$$

5) वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 20 से. मी. है ।

विधान: $P = 4 a$

$$20 = 4 a$$

$$20 = 4 \times a$$

$$\frac{20}{4} = a$$

$$a = 5 \text{ cm.}$$

वर्ग का क्षेत्रफल $A = a^2 = \text{भुजा} \times \text{भुजा}$

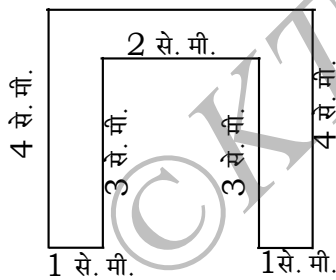
$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$A = 25 \text{ व. से. मी.}$$

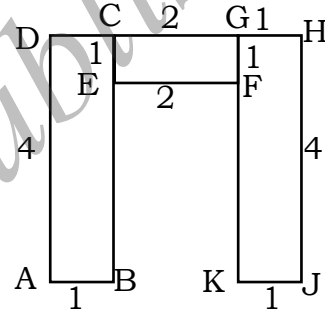
\therefore वर्ग का क्षेत्रफल = 25 व. से. मी.

6) निम्न आकृतियों को अनेक आयत और वर्गों में विभाजित करके उनके क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

1)



विधान:



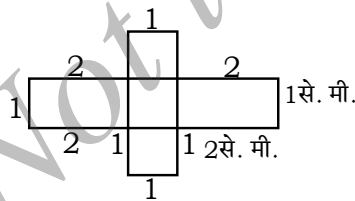
आयत ABCD का क्षेत्रफल = $l \times b = 4 \times 1 = 4$ व. से. मी.

आयत GHJK का क्षेत्रफल = $l \times b = 4 \times 1 = 4$ व. से. मी.

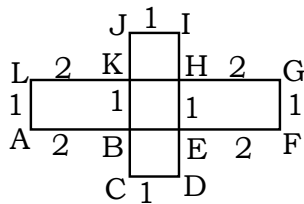
आयत CEFG का क्षेत्रफल = $l \times b = 2 \times 1 = 2$ व. से. मी.

आकृति का कुल क्षेत्रफल = $4 + 4 + 2 = 10$ व. से. मी.

2)



दत्त:



आयत ABKL का क्षेत्रफल = $l \times b = 2 \times 1 = 2$

वर्ग BCDE का क्षेत्रफल = $1 \times 1 = 1$

आयत EFGH का क्षेत्रफल = $2 \times 1 = 2$

वर्ग HIJK का क्षेत्रफल = $1 \times 1 = 1$

वर्ग KHEB का क्षेत्रफल = $1 \times 1 = 1$

\therefore कुल क्षेत्रफल = $2 + 1 + 2 + 1 + 1 = 7$

\therefore आकृति का कुल क्षेत्रफल = 7 वर्ग से. मी.

अभ्यास 8.3

I. निम्न आयतों का क्षेत्रफल जिसकी भुजाएँ हैं:

- a) 5 से. मी. और 4 से. मी.
- b) 6.5 से. मी. और 2 से. मी.
- c) 7 से. मी. और 4 से. मी.
- d) 1 से. मी. और 20 से. मी.

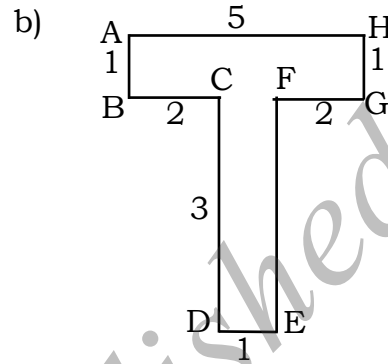
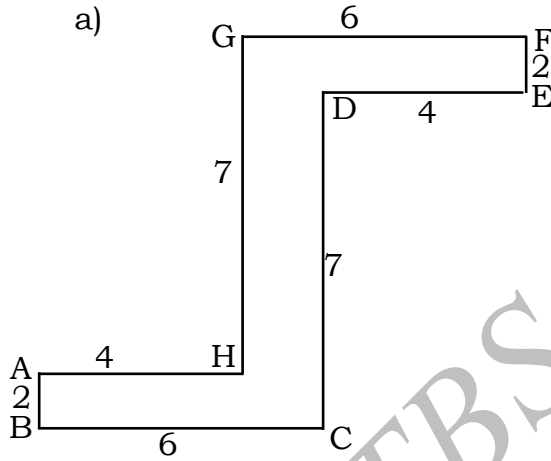
II. वर्ग का क्षेत्रफल जिसकी भुजाएँ हैं:

- a) 15 से. मी.
- b) 12 से. मी.
- c) 8 से. मी.
- d) 20 से. मी.

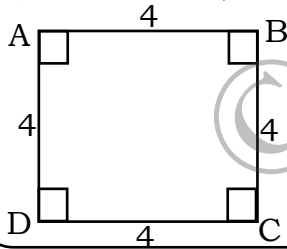
III. निम्नों को हल कीजिए:

- 1) एक आयताकार बगीचे की चौड़ाई ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल 400 ब. से. मी. और लंबाई 25 से. मी. है?
- 2) एक कमरे के फर्श पर बिछाने के लिए लगनेवाले दरी का मूल्य ज्ञात कीजिए। यदि दर ₹ 240 प्रति वर्ग मीटर हो, जब कमरे की लंबाई 12 मीटर और चौड़ाई 4 मीटर है।
- 3) वर्गाकार फर्श के लिए कितने वर्ग मीटर की दरी की आवश्यकता होगी यदि उसकी भुजा की लंबाई 2.5 मीटर है?
- 4) 4400 वर्ग मीटर क्षेत्रफल के आयताकार खेत की चौड़ाई ज्ञात कीजिए जिसकी लंबाई 110 मीटर है।
- 5) एक वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 40 से. मी. है।
- 6) आयत की चौड़ाई ज्ञात कीजिए जिसकी लंबाई 20 से. मी. और परिमाण 50 से. मी. है।

7) निम्न आकृतियों को आयत और वर्गों में विभाजित कीजिए और उनका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



इसे प्रयत्न कीजिए :

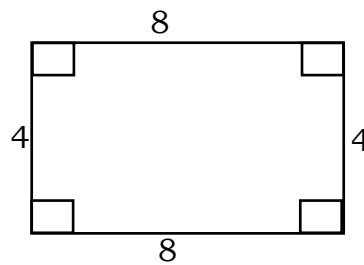
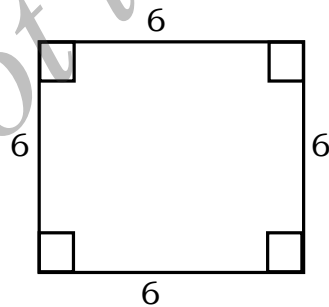


ABCD एक वर्ग है। इसके परिमाण और क्षेत्रफल का माप में समान है। वह 16 है। इसी प्रकार का दूसरा उदाहरण देने की कोशिश कीजिए। क्या ऐसा उदाहरण आयत में संभव है? सोचिए !

कार्यकलाप :-

1) आयत और वर्गों की जोड़ियों के कुछ उदाहरणों को संग्रह कीजिए जिनका परिमाण समान परन्तु क्षेत्रफल भिन्न है।

उदाहरण:



2) एक आयत और वर्ग के परिमाण समान है तो उन में किसका क्षेत्रफल अधिक होगा ? इस प्रकार के कुछ और उदाहरण संग्रह कीजिए ।

II. a) 6, 12, 18, 24, 30 b) 11, 22, 33, 44, 55 c) 15, 30, 45, 60, 75

d) 24, 48, 72, 96, 120 e) 30, 60, 90, 120, 150

III. 1) 1- सभी संख्याओं के गुणखण्ड 2) 18 - 6 का गुणज

3) 20 - 5 का गुणज 4) 49 - 7 का गुणज

अभ्यास 1.6 I.a) 1, 3 b) 1, 2, 3, 4, 6, 12 c) 1, 2, 4, 5, 10

d) 1 e) 1, 2 f) 1, 3 g) 1 h) 1, 2, 5, 10

II. a) 6 के गुणखण्ड = { 1, 2, 3, 6 } 24 के गुणखण्ड = { 1, 2, 3, 4, 6, 12, 24 }

6 और 24 सामान्य गुणखण्ड = { 1, 2, 3, 6 } ∴ 6 और 24 का मा.सा.अ.=6 b) 1 c) 24

d) 8 e) 2 f) 9 g) 12 h) 17

III. a) 5 b) 7 c) 3 d) 9 e) 4 f) 9 g) 30 h) 7

IV. 1. a) 1 b) 1 c) 1 d) 1 [सह अभाज्य संख्याएँ]

2. a) 5 b) 14 c) 24 d) 18 [एक संख्या के गुणज]

V. 1. सब से लंबे टेप की लंबाई = 20 और 8 का म. सा. अ= 4 मी

2. a) प्रत्येक थैले की गरिष्ठ मात्रा = 56 और 96 का म. सा. अ= 8 कि.ग्रां

b) थैले की संख्या= 19, (3) गरिष्ठ मात्रा का आयतन = 18 और 24 का म.सा.अ.=6L.

अभ्यास 1.7 I. 1. a) 84 b) 165 c) 65 d) 34 सामान्य गुण : परस्पर अभाज्य संख्याओं का ल. सा. अ. उन संख्याओं का गुणफल है।

2. a) 18 b) 80 c) 40 d) 60 सामान्य गुण :-यदि एक संख्या दूसरे की गुणज है तो वह गुणज उनका ल. सा. अ है।

II. 1. a) 40 b) 48 c) 120 d) 700 2. a) 120 b) 96 c) 180 d) 300

III. 1) 72 2) 32लीटर 3) 5,460 से मी 4) सुबह 8 बजे.

घटक - 2 भिन्न -

अभ्यास .2.1

I. a) $\frac{2}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{2}{4}$

अभ्यास 2.2 II. a) $3\frac{1}{3}$ b) $4\frac{1}{4}$ c) $3\frac{3}{5}$ d) $9\frac{1}{2}$ e) $2\frac{9}{7}$ f) $3\frac{5}{7}$

III. a) $\frac{23}{5}$ b) $\frac{7}{2}$ c) $\frac{21}{8}$ d) $\frac{47}{6}$ e) $\frac{29}{3}$ f) $\frac{80}{7}$

अभ्यास 2.3 I. 1) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25}$ 2) $\frac{5}{8} = \frac{10}{16} = \frac{15}{24} = \frac{20}{32} = \frac{25}{40}$

$$3) \frac{7}{12} = \frac{14}{24} = \frac{21}{36} = \frac{28}{48} = \frac{35}{60} \quad 4) \frac{4}{9} = \frac{8}{18} = \frac{12}{27} = \frac{16}{36} = \frac{20}{45}$$

$$\text{II.1) } \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad 2) \frac{20}{24} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$3) \frac{30}{60} = \frac{15}{30} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad 4) \frac{20}{40} = \frac{10}{20} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\text{III. 1) 6} \quad 2) 2 \quad 3) 18 \quad 4) 28 \quad 5) 3 \quad 6) 6 \quad 7) 3 \quad 8) 5$$

$$\text{IV. 1) हॉ} \quad 2) नहीं \quad 3) हॉ \quad 4) हॉ$$

$$\text{V.1) } \frac{2}{5} \quad 2) \frac{5}{6} \quad 3) \frac{1}{2} \quad 4) \frac{2}{5} \quad 5) \frac{3}{4} \quad 6) \frac{1}{5} \quad 7) \frac{5}{8} \quad 8) \frac{1}{4}$$

$$\text{अभ्यास 2.4 I A. 1) } < \quad 2) > \quad 3) > \quad 4) < \quad \text{B. 1) } < \quad 2) > \quad 3) = \quad 4) <$$

$$\text{II. A) 1) } \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{9}{12} \quad 2) \frac{3}{15}, \frac{6}{15}, \frac{7}{15}, \frac{10}{15}$$

$$3) \frac{2}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8} \quad 4) \frac{6}{20}, \frac{11}{20}, \frac{18}{20}, \frac{19}{20}$$

$$\text{B) 1) } \frac{2}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{4}, \frac{2}{3} \quad 2) \frac{7}{16}, \frac{7}{10}, \frac{7}{9}, \frac{7}{8}$$

$$3) \frac{3}{14}, \frac{3}{12}, \frac{3}{10}, \frac{3}{5} \quad 4) \frac{9}{20}, \frac{9}{16}, \frac{9}{15}, \frac{9}{12}$$

$$\text{III.1) } \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{12}, \frac{1}{23} \quad 2) \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5} \quad 3) \frac{6}{7}, \frac{4}{7}, \frac{2}{7}, \frac{1}{7}$$

$$\text{IV. a) } = \quad \text{b) } < \quad \text{c) } < \quad \text{d) } > \quad \text{e) } < \quad \text{f) } < \quad \text{g) } < \quad \text{V.1) मेरी} \quad 2) गन्ना$$

$$\text{VI. 1) } < \quad 2) > \quad 3) > \quad 4) >$$

$$\text{अभ्यास 2.5 I. A. 1) } \frac{5}{7} \quad 2) \frac{11}{15} \quad 3) \frac{6}{5} \quad 4) \frac{3}{4} \quad \text{B. 1) 7} \quad 2) \frac{7}{2} \quad 3) 4\frac{1}{10} \quad 4) 4$$

$$\text{II. a) } \frac{7}{5} \quad \text{b) } \frac{4}{5} \quad \text{c) } \frac{1}{5} \quad \text{d) } \frac{2}{5} \quad \text{e) } \frac{3}{5}$$

$$\text{III. A. 1) } \frac{5}{8} \quad 2) \frac{7}{13} \quad 3) \frac{11}{20} \quad 4) \frac{23}{30} \quad \text{B. 1) } \frac{3}{2} \quad 2) \frac{13}{7} \quad 3) \frac{3}{2} \quad 4) \frac{13}{12}$$

$$\text{IV. A. 1) } \frac{7}{8} \quad 2) \frac{2}{3} \quad 3) 6\frac{1}{5} \quad \text{B. 1) } \frac{1}{2} \quad 2) 2\frac{4}{5}$$

$$\text{अभ्यास 2.6 I. 1. a) } \frac{7}{6} \quad \text{b) } \frac{21}{20} \quad \text{c) } \frac{31}{24} \quad \text{d) } \frac{113}{60} \quad 2. \text{ a) } \frac{9}{4} \quad \text{b) } \frac{59}{10} \quad \text{c) } \frac{109}{24} \quad \text{d) } \frac{35}{12}$$

$$\text{II. a) } \frac{31}{20} \quad \text{b) } \frac{3}{4} \quad \text{c) } \frac{11}{20} \quad \text{d) } \frac{1}{4} \quad \text{e) } \frac{16}{20}$$

$$\text{III. 1. a) } \frac{1}{2} \quad \text{b) } \frac{13}{24} \quad \text{c) } \frac{13}{60} \quad \text{d) } \frac{8}{15} \quad 2. \text{ a) } \frac{13}{8} \quad \text{b) } \frac{3}{2} \quad \text{c) } \frac{53}{40} \quad \text{d) } \frac{19}{24}$$

IV. 1) $\frac{19}{24}$ 2) $\frac{4}{5}$ 3) $8\frac{3}{10}$ V. 1) $\frac{11}{30}$ 2) $\frac{7}{40}$ 3) $\frac{7}{8}$

घटक- 3 दशमलव - अभ्यास 3.1

I. 1)		2)							
	सैकडा	दहाई	इकाई	दशांश					
a		5	1	3	a			0	7
b	1	3	7		b			2	8
c		2	4	3	c		2	6	7
					d	1	6	5	4

3. a) 0.4 b) 0.9 c) 67.6 d) 600.7. e) 3.2 4) a) 3.7 b) 25.9 c) 207.3

d) 640.2 e) 20.1 II. 1. A → 0. B → 1.6 C → 2.4 D → 3.6

3. a) $\frac{6}{10}$ b) $\frac{35}{10}$ c) $\frac{47}{10}$ d) $\frac{625}{10}$ e) $\frac{7406}{10}$ 4) a) 0.7 b) 2.1 c) 0.8

d) 2.2 e) 8.5 5. a) 0.7 सें.मी. b) 2.7 सें.मी. c) 3 सें.मी.

d) 4.5 सें.मी. e) 6.8 सें.मी.

अभ्यास 3.2

I

	इकाई	दशांश	शतांश
a	2	5	3
b		3	8
c	3	0	6

II. 5.420, 18.054,

23.279, 107.350

III. (1)

	सैकडा (100)	दहाई (10)	इकाई (1)	दशांश $(\frac{1}{10})$	शतांश $(\frac{1}{100})$	सहस्रांश $(\frac{1}{1000})$
a			0	3	5	
b			2	4	3	
c		2	5	0	2	7
d	2	5	6	4	9	
e			8	7	5	6

2) a) 3.52 b) 56.09

c) 25.754 d) 18.054

e) 628.007

3) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{9}{20}$ c) $\frac{17}{20}$

d) $\frac{31}{250}$ e) $\frac{51}{20}$

अभ्यास 3.3-I. 1) a) ₹ 0.5 b) ₹ 0.05 c) ₹ 0.4 d) ₹ 4.8 e) ₹ 3.25

2) a) 0.8 से.मी. b) 2.5 से.मी. c) 7.5 से.मी. d) 8.4 से.मी. e) 17.5 से.मी.

3. a) 0.6 मी. b) 0.06 मी. c) 2.3 मी. d) 2.03 मी. e) 3.78 मी.

- 4) a) 0.876 कि.मी. b) 0.076 कि.मी. c) 0.006 कि.मी. d) 2.068 कि.मी.
 e) 3.005 कि.मी. 5) a) 0.763 कि.ग्रा. b) 0.063 कि.ग्रा. c) 0.003 कि.ग्रा.
 d) 3.054 कि.ग्रा. e) 2.825 कि.ग्रा. 6) a) 0.675 ली. b) 0.075 ली.
 c) 0.005 ली. d) 2.380 ली. e) 5.040 ली. अभ्यास 3.4 - I. a) > c> > d) <
 e) < II. a) 8.2 से.मी. b) 0.85मी. c) 2.047 कि.मी. d) 6.509 कि.ग्रा. e) 3.425 ली.

अभ्यास 3.5 I. A) 1) 1.484 2) 13.671 3) 8.587 4) 18.979 5) 191.943

B.1) 6.2मी. 2) ₹138.45 3) 7.050 4) 12.300 कि.मी. 5) 5.850

II. A. 1) 0.32 2) 1.62 3) 2.86 4) 7.75 5) 2.216 6) 1.583

B.1) ₹ 14.05 2) 5.86मी. 3) 7.72 4) 3.150 कि.ग्रा. 5) 1.702 6) 3.6°C

घटक- 4 बीज गणित का परिचय- अभ्यास 4.1

I. 1) $2x$ 2) $3x$ 3) $4x$ 4) $5x$ 5) $2x$ 6) $3x$ 7) $5x$ 8) $6x$ 9) $5x$ 10) $6x$

II. 1) T, V, L, Y अक्षर से $2n$ नियम प्राप्त होता है.

A, C, F, N, U, Z अक्षर से $3n$ नियम प्राप्त होता है.

D, J, K, M, O, W, X अक्षर से $4n$ नियम प्राप्त होता है.

E, P, Q, S अक्षर से $5n$ नियम प्राप्त होता है.

G, R अक्षर से $6n$ नियम प्राप्त होता है.

2) $6n$ 3) $4s$ 4) $l + 8$ 5) $x - 3$ 6) $75b$ 7) $c + 20$ 8) $25v$

अभ्यास 4.2- I.1) $3m$ 2) $5a$ 3) $12a$ 4) $d = 2r$

अभ्यास 4.3- I. c) $16 - 2$ g) $6(23 - 5) + 8 \times 3$

II.a) $y + 5$ b) $p - 7$ c) $5x$ d) $\frac{y}{8}$ e) $-m - 6$ f) $-5z$ g) $-\frac{z}{7}$ h) $-\frac{m}{10}$

i) $-15r$ j) $5y + 3$ k) $5y - 3$ l) $-8p + 6$ m) $4p - 15$ n) $-4p + 15$ o) 1) $y + 4$

2) $y - 5$ 3) $6y$ 4) $6y - 2$ 5) $3y + 5$

III. 1) 'x' को 2 जोड़ा गया है. 2) 'a' को 8 से गुणा करके गुणनफल से उघटाया गया है। 3)

'y' को 1 जोड़कर परिणाम को 4 से भाग लगाया गया. 4) 'P' को 7 से गुणा कर के, 3

जोड़ दिया गया है. 5) 'm' को 10 से गुणा करके, गुणजफल को n जोड़कर फिर प्रतिणाम

को y से गुणा किया गया है।

घटक - 5 अनुपात और समानुपात - अभ्यास 5.1

- I. a) 4 अनुपात 3 b) 9 अनुपात 17 c) x अनुपात y d) 125 अनुपात 20.
 II.1) 1 : 1 2) 3 : 2 3) 5 : 16 4) 12 : 17 5) 20 : 6 6) 75 : 65
 7) $a : b$ 8) $m : n$.

III	पूर्व पद	1	2	8	4	11	50	13	m	IV 1) $\frac{5}{7}$,	2) $\frac{3}{1}$,	3) $\frac{12}{25}$,
	अनुवर्ती पद	2	7	5	6	12	75	1	n	4) $\frac{43}{55}$	5) $\frac{128}{98}$	

- V.1) 2 : 3 2) 7 : 4 3) 12 : 15 4) 35 : 65 5) 76 : 84 6) 20 : 101

अभ्यास 5.2 I. a) 4 : 3 b) 1 : 5 c) 1 : 4 d) 4 : 15 e) 20 : 3 II. 5 : 3

- III. a) 10 : 9 b) 19 : 10 IV. a) 1 : 6 b) 1 : 5 c) 5 : 6 V. a) 1:13 b) 4:15
 c) 43:21

अभ्यास 5.3 I

	a	b	c	d	e	f
बाह्य पद	3,8	5,12	2,12	6,24	7,27	20,5
मध्य पद	6,4	3,20	3,8	12,12	21,9	10,10

- II. a) समानुपात में है. b) , c) और d) समानुपात में नहीं है.

- III.a) 9 b) 12 c) 3 d) 6 IV. 1) ₹256 2) 4 लीटर 3) ₹50

- अभ्यास 5.4 I.1) ₹25. 2) ₹5,250. 3) 0.8 कि.ग्रा. 4) 31 लीटर 5) a) ₹320
 b) 75 कि.ग्रा. घटक - 6 सममिति- अभ्यास 6

- III. 1) H, X 2) K, M 3) P, R IV. 0, 1, 3, 8

घटक - 8 माप गणित - अभ्यास 8.1

- 1) a) 30 से.मी. b) 20 से.मी. 2) 18 से.मी. , 16 से.मी., 30 से.मी., 32 से.मी.
 3) 24 से.मी. 14 से.मी. 20 से.मी. 100 से.मी.
 4) 20 से.मी. 5) 9 से.मी. 6) 10 से.मी. 7) a) 15 से.मी. b) 25 से.मी.
 c) 30 से.मी. d) 40 से.मी. 8) 260 मी. 9) 1,280मी. 10) ₹ 700

अभ्यास 8.2 2) 16 से.मी. 3) 5 से.मी. , 6 से.मी.

अभ्यास 8.3 I. a) 20 व. से.मी. b) 13 व. से.मी. c) 28 व. से.मी.

d) 2000 व. से.मी. II. a) 225 व. से.मी. b) 144 व. से.मी.

c) 64 व. से.मी. d) 400 व. से.मी.

III. 1) 16 से.मी. 2) ₹11,520 3) 6.25 मी. 4) 40 मी. 5) 100 व. से.मी.

6) 5 से.मी. 7) a) 34 व. से.मी. b) 8 व. से.मी.

✦ ✦ ✦ ✦ ✦