

अध्याय - 1

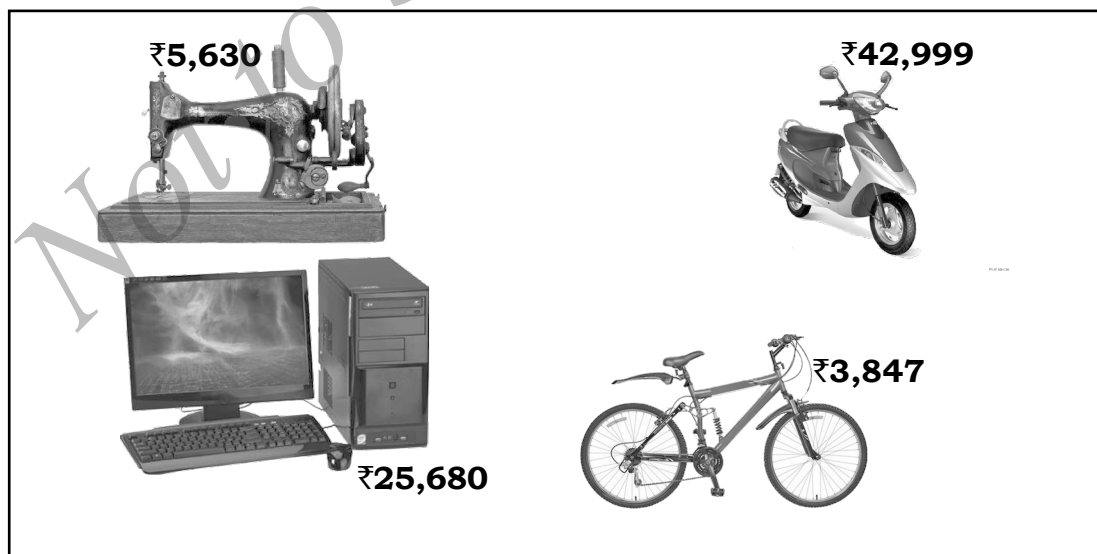
संख्याएँ (Numbers)

इस अध्याय के अध्ययन करने के बाद आप:

- 5 अंकों से अधिक संख्याओं को पढ़ तथा लिख सकेंगे।
- स्थान मूल्य के अनुसार बड़ी संख्याओं को विस्तृत कर सकेंगे।
- =, < और > संकेतों का उपयोग करके संख्याओं की तुलना कर सकेंगे।
- दत्त (दी गयी) संख्यिक प्रस्तुतिकरण से अत्यंत छोटी और बड़ी संख्याओं की रचना कर सकेंगे है।
- भारतीय पद्धति और अंतर्राष्ट्रीय पद्धति में संख्याओं को पढ़ तथा लिख सकेंगे।
- रोमन संख्याओं की रचना समझकर उपयोग कर सकेंगे।
- विभिन्न स्थानों के लिए संख्यांक के मूल्य का आकलन (estimate) कर सकेंगे।
- विभिन्न मूलभूत प्रक्रियाओं से आवरण का उपयोग करने तथा उसको निकालने (हटाने) को समझ सकेंगे।

1.1 संख्याएँ (Numbers)

पाँच अंकों की संख्याओं को पढ़ने तथा लिखने को आपने सीखा है। निम्नोक्त आकृति पर ध्यान दीजिए:



आकृति में स्थित वस्तुओं में

- कौन सी वस्तु का मूल्य अन्यंत कम है?
- कौन सी वस्तु अधिकतम मूल्यवान है?
- वस्तुओं का मूल्य दो समूहों में वर्गीकृत करके निम्नोक्त प्रकार से लिखा गया है। क्यों ? सोचिए ?

₹ 5,630	₹ 42,999
₹ 3,847	₹ 25,680

निम्नोक्त प्रकार पर ध्यान दीजिए :

आधिकतम अंक	संख्या	अगली संख्या
अधिकतम बड़ा एकाकी अंक	9	$9+1=10$
अधिकतम बड़े दो अंक	99	$99+1=100$
अधिकतम बड़े तीन अंक	999	$999+1=1000$
अधिकतम बड़े चार अंक	9999	$9999+1=10000$

अधिकतम बड़ा अंक 9999.

तब, अधिकतम छोटा पाँच संख्यांक कौन सा है? $\rightarrow 9999 + 1 = 10000$

दस हजार	हजार	सौ	दस	इकाई
1	0	0	0	0

सबसे बड़ी पाँच अंकों की संख्या कौनसी है?

स्थान मूल्य पट के पाँचों स्थानों में '9' को लिखिए

दस हजार	हजार	सौ	दस	इकाई
9	9	9	9	9

= 99,999

इस पाँच अंक संख्यांक में किसका स्थान मूल्य अधिकतम है? 10,000 (दस हजार)

पाँच अंकों से बड़ी संख्याएँ :

अधि कतम बड़ी 5 अंक संख्या के साथ 99,999

$$\begin{array}{r} \text{'1' को जोड़िए:} \quad 99,999 \\ + \quad \quad \quad 1 \\ \hline 1,00,000 \end{array}$$

अब छः अंकों की संख्या प्राप्त है। ध्यान दीजिए उसे स्थान मूल्य चार्ट में किस तरह लिखा है।

लाख	द. ह	ह	सों	द	इ
1	0	0	0	0	0

इसे हम “एक लाख ” के जैसे पढ़ते हैं। यह अत्यंत छोटा छः अंकों की संख्या है।

$$\begin{aligned} 1 \times 10 &= 10 \\ 10 \times 10 &= 100 \\ 100 \times 10 &= 1,000 \\ 1,000 \times 10 &= 10,000 \\ 10,000 \times 10 &= 1,00,000 \end{aligned}$$

ध्यान दो/ निर्दिष्ट	मूल्य / संख्या	पढ़ने की रीति
कार	₹ 3,38,000	तीन लाख अड़तीस हजार रुपये
ट्रैक्टर	₹ 2,50,000	दो लाख पचास हजार रुपये
एक जिले में स्थित मतदाताओं की संख्या	5,36,248	पाँच लाख छत्तीस हजार दो सो अड़तालीस रुपये
बी. पी. एल कार्ड वालों की संख्या	2,35,400	दो लाख पैंतीस हजार चार सौ रुपये

एक राज्य की जनसंख्या बताने, एक राज्य के शैक्षणिक संबंधी प्रगति के लिए अवश्यक खर्च, पुल निर्माण का खर्च, आदि व्यक्त करने के लिए हमें और भी बड़ी संख्या की आवश्यकता है।

काल रंग निकान्य

सोचकर खाली जगह भरिए :

99,999 का उत्तरोत्तर संख्या _____

1,00,000 की पूर्व संख्या _____

सबसे बड़ी छः अंक संख्यांक कौन सा है ? _____

मैं सबसे छोटी छः अंक संख्या हूँ
1,00,000

मैं सबसे बड़ी छ अंक संख्या हूँ
9,99,999

9,99,999 उत्तरोत्तर संख्या कौन सी है?

$$\begin{array}{r} 9,99,999 \\ + \quad 1 \\ \hline 10,00,000 \\ 1,00,000 \times 10 \\ = 10,00,000 \\ \text{एक लाख} \times 10 = \text{दस लाख} \end{array}$$

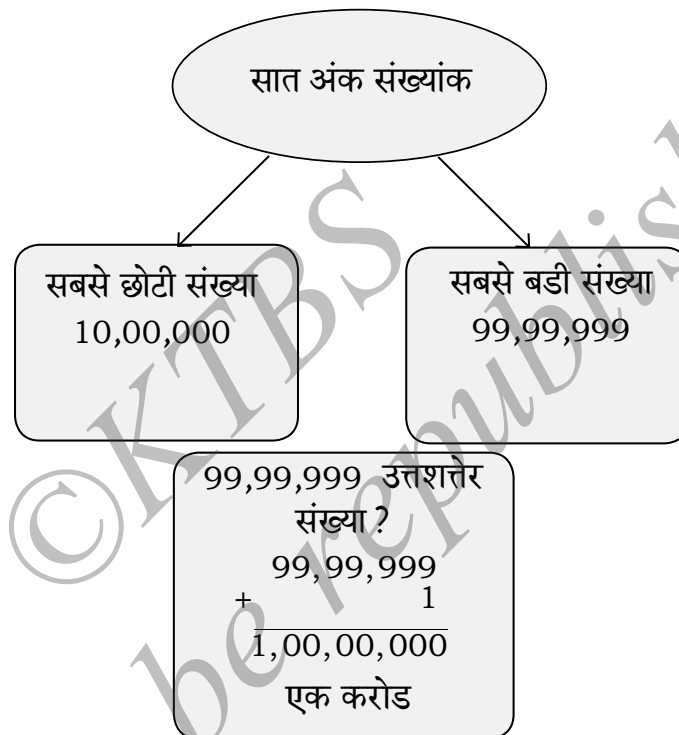
9,99,999 की उत्तरोत्तर संख्या 10,00,000 (दस लाख:) है 10,00,000 में सात अंक हैं। इस संख्या की बड़ी स्थान मूल्य का नाम दसलाख है। यह छोटी 7 अंक संख्यांक है।

द लास	लाख	द ह	ह	सौ	द	इ
1	0	0	0	0	0	0

नीचे की सूची पर ध्यान दो और संख्याओं को पढ़िए.

वस्तु / निर्दिष्ट	मूल्य /	पढ़ने की तरीका (रीति) रुपयों में
एक मीटर का मूल्य	₹ 20,35,000	पच्चीसलाख पैतीस हजार

सेतु निर्माण का खर्चा	₹18,49,000	अठारहलाख उनपचास हजार
शाला भवन निर्माण खर्चा	₹12,56,450	बारह लाख, छप्पन हजार चारसौ पचास



1,00,00,000 में कितने अंक हैं ?

ध्यान दीजिए । इसे स्थान मूल्य पट में लिखा है।

करोड	द लाख	लाख	द ह	ह	सौ	द	इ
1	0	0	0	0	0	0	0

एक करोड को पढ़ने का विधान (क्रम).

यह सबसे छोटी 8 अंक संख्या है । सबसे बड़ी 8 अंक संख्या कौन सी है ?

स्थान मूल्य पट के सभी स्थानों में 9 संख्या लिखिए और पढ़िए

करोड	द ला	ला	द ह	ह	सौ	द	इ
9	9	9	9	9	9	9	9

पढ़ने का विधान: नौ करोड, निन्यानवे लाख निन्यानवे हजार नौ सौ निन्यानवे निम्नोक्त संख्याओं पर ध्यान दीजिए और :

संख्या	करोड	क	द ला	द ह	ह	सौ	द	इ	शब्दों में
36,48,576		3	6	4	8	5	7	6	छत्तीस लाख अड तालीस हजार पाँच सो छिहत्तर.
5,93,00380	5	9	3	0	0	3	8	0	पाँच करोड तिरानवे लाख तीन सौ अस्सी
6,76,47,000	6	7	6	4	7	0	0	0	छ : करोड छित्तर लाख सैंतालीस हजार.
9,99,99,999	9	9	9	9	9	9	9	9	नौ करोड निन्यांनवे लाख निन्वानवे हजार नौ सौ निन्यानवे

अत्यंत बडी 8 अंक संख्या = 9,99,99,999

इसके साथ 1 को जोड़ें तो कौन सी संख्या प्राप्त होती है ?

$$\begin{array}{r} 9,99,99,999 \\ + \quad \quad \quad 1 \\ \hline 10,00,00,000 \end{array}$$

दस करोड

यह सबसे छोटी नौ अंक संख्या है।

इसे स्थान मूल्य पट (चार्ट) में लिखा जाता है। ध्यान दीजिए.

करोड		लाख		हजार		इकाई		
द, करोड	करोड	द ला	ला	द ह	ह	सौ	द	इ
1	0	0	0	0	0	0	0	0

$$1,00,00,000 \times 10 = 10,00,00,000$$

$$\text{एक करोड} \times 10 = \text{दस करोड}$$

अत्यंत छोटी नौ अंकसंख्या = 10,00,00,000
अत्यंत बड़ी नौ अंक संख्या कौन सी है?

निम्नोक्त स्थान मूल्य पट पर ध्यान दीजिए :

द क	क	द ला	ला	द ह	ह	सौ	द	इ
9	9	9	9	9	9	9	9	9

इन संख्याओं को पढ़िए :

संख्या	पढ़ने का विधान (क्रम, तरीका)
28,07,06,387	अट्ठाईस करोड सात लाख छः हजार तीन सौ सत्तासी
39,68,23,009	उनचालीस करोड अडसठलाख तेईस हजार नौ
82,07,00,950	बयासी करोड सात लाख नौ सौ पचास

73,00,00,200	तिहत्तर करोड दो सौ
60,00,11,111	साठकरोड, ग्यारह हजार एक सौ ग्यारह
84,99,99,000	चौरासी करोड निन्यानवेलाख निन्यानवे हजार

तुम कोशिश (प्रयत्न) करो:

- पाचँ ऐसे संदर्भों की सूची तैयार कीजिए जहाँ छः अंक संख्याएँ तथा उससे अधिक संख्याओं का उपयोग किया जाता है।
- समाचार पत्रिकाओं में प्रकाशित अंक संख्याओं का संग्रह करके उन संख्याओं को पढ़िए.
- उन संख्याओं को स्थान मूल्य पट पर लिखिए ।
- स्थान मूल्य पट को विस्तारित कर सकते हैं और बाई ओर की तरफ लिख सकते हैं... आप कोशिश कीजिए।

अभ्यास 1.1

I. इन संख्याओं को पढ़िए:

- | | | | |
|-------------|-----------|-------------|--------------|
| 1) a) 8,346 | e) 38,486 | i) 5,09,476 | m) 28,71,960 |
| b) 5,908 | f) 25,007 | j) 3,00,298 | n) 36,00,798 |
| c) 3,843 | g) 30,800 | k) 2,09,700 | o) 68,07,006 |
| d) 6,005 | h) 27,694 | l) 3,00,005 | p) 36,11,111 |
- 2) a) 3,56,28,000 c) 3,42,69,009
b) 5,20,37,888 d) 84,28,76,358

II. इन संख्याओं को शब्दों में लिखिए:

- | | | |
|----------------|----------------|-----------------|
| a) 38,576 | b) 47,008 | c) 69,675 |
| d) 3,95,268 | e) 5,75,690 | f) 3,00,000 |
| g) 47,65,300 | h) 76,93,780 | i) 18,00,05,696 |
| j) 3,26,00,627 | k) 5,76,09,030 | l) 8,09,05,370 |

III. इन संख्याओं को स्थान मूल्य पट चार्ट में लिखिए:

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) 67,392 | b) 48,764 | c) 35,309 |
| d) 7,69,200 | e) 9,40,008 | f) 5,76,000 |
| g) 48,87,621 | h) 19,39,791 | i) 38,70,005 |
| j) 4,05,74,500 | k) 5,68,30,000 | l) 4,26,00,006 |

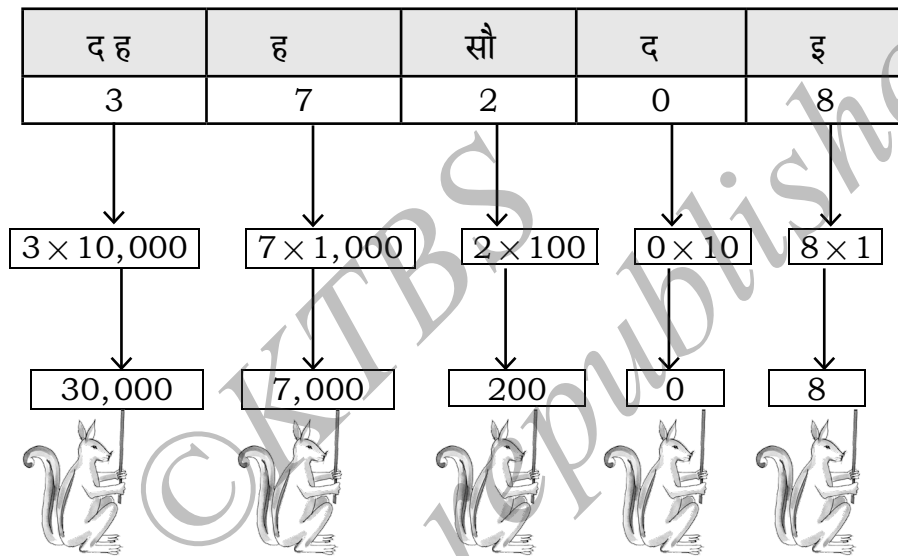
IV. इन संख्याओं को अंकों में लिखिए :

- a) चौवन हजार सात सौ पाँच ।
b) छहत्तर लाख बीसहजार नौ ।
c) चार लाख आठ हजार तीन सौ बावन ।
d) छ : करोड सात लाख तीन हजार और चालीस ।
e) सैंतीस करोड आठ हजार पाँच सौ अस्सी ।
f) चार करोड सत्तानवे लाख सात सौ दस ।

1.2 संख्याओं का विस्तार

पिछली कक्षा में तुमने, स्थान मूल्य के अनुसार संख्याओं के विस्तारण / प्रसारण के बारे में पढ़ा है। अब हम 5 अंक से अधिक संख्यायुक्त बड़ी संख्याओं के प्रसारण या विस्तृत करने के विधान को समझें :

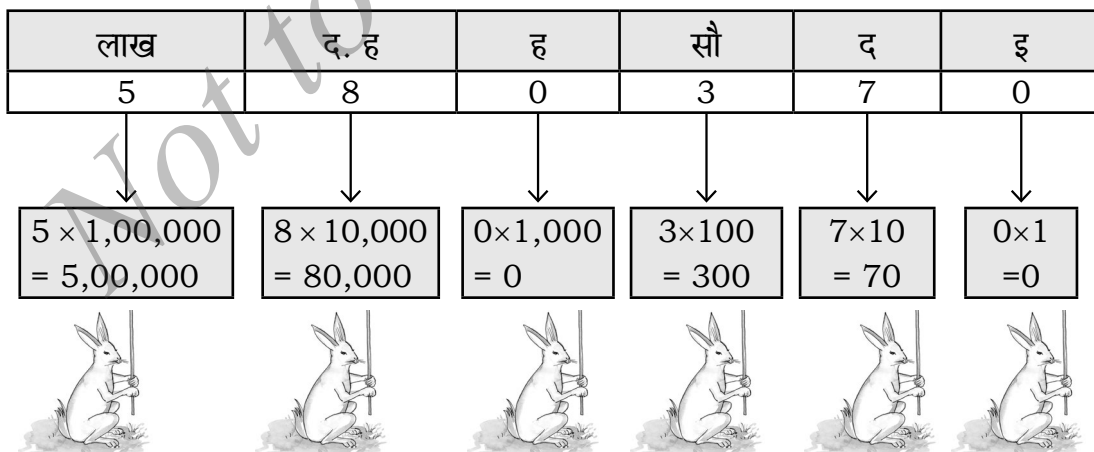
उदाहरण 1 :



$$37,208 = 3 \times 10,000 + 7 \times 1,000 + 2 \times 100 + 0 \times 10 + 8 \times 1$$

$$= 30,000 + 7,000 + 200 + 0 + 8$$

उदाहरण 2 :



$$5,80,370 = 5 \times 1,00,000 + 8 \times 10,000 + 0 \times 1,000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 0 \times 1$$

$$= 5,00,000 + 80,000 + 0 + 300 + 70 + 0$$

उदाहरण 3 : 8,70,09,498

सूचना : अगर कुछ स्थानों में '0' हो तो हम इस प्रकार से भी लिख सकते हैं

$$= 8 \times 1,00,00,000 + 7 \times 10,00,000 + 9 \times 1,000 + 4 \times 100 + 9 \times 10 + 8 \times 1$$

$$= 8,00,00,000 + 70,00,000 + 9,000 + 400 + 90 + 8$$

क्रियाकलाप :- यहाँ संख्या कार्डोंको अनियमित रूप से रखा गया है। इनको क्रम से उनके स्थान मूल्य के अनुसार व्यवस्थित कीजिए :

$5 \times 10,000$	7×1	4×100	$2 \times 1,00,000$
8×10	$3 \times 10,00,000$	0×1000	
$3 \times 10,00,000$	[]	[]	[]
1	2	3	4
[]	[]	[]	
5	6	7	

साधारण रूप में प्रसारित संख्या लिखना:

उदाहरण 1 : $9 \times 10,000 + 2 \times 1,000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 1 \times 1$

$$= 90,000 + 2000 + 500 + 70 + 1$$

$$= 92000 + 571$$

$$= 92,571$$

उदाहरण 2 : $5 \times 1,00,000 + 0 \times 10,000 + 3 \times 1000 + 8 \times 100 + 6 \times 10 + 4 \times 1$

$$= 5,00,000 + 0 + 3000 + 800 + 60 + 4$$

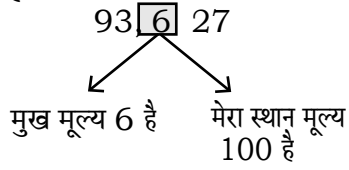
$$= 5,00,000 + 3000 + 864$$

$$= 5,03,864$$

मुखमूल्य - स्थान मूल्य (Face Value - Place Value)

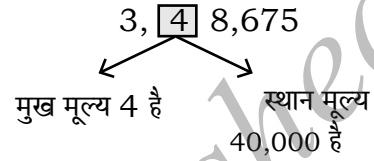
हरेक अंक का अपना मुखमूल्य है और संख्या में उसके स्थान पर आधारित स्थान मूल्य होता है। इन रोबोट आकृतियों पर ध्यान दीजिए।

उदाहरण 1 :



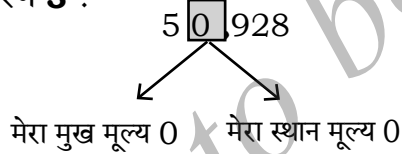
6

उदाहरण 2 :



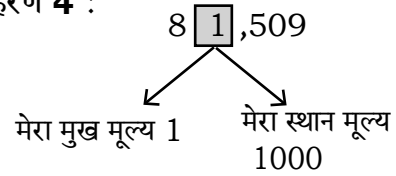
4

उदाहरण 3 :



0

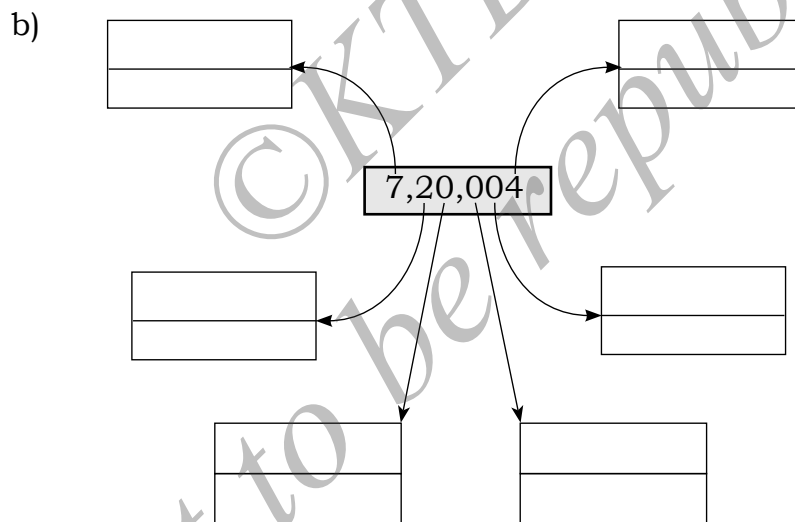
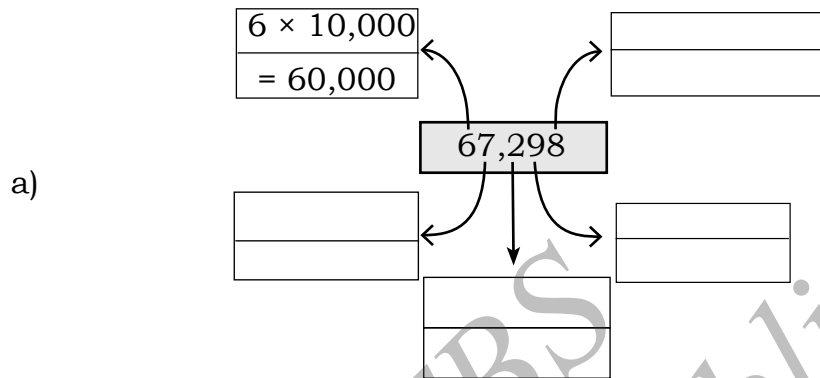
उदाहरण 4 :



1

अभ्यास 1.2

I. नमूने की तरह पूरा कीजिए (हरेक अंक का स्थान मूल्य लिखिए।)



II. निम्नोक्ता संख्याओं को विस्तार करके लिखिए :

उदा : $68,453 = 6 \times 10,000 + 8 \times 1000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1$
 $= 60,000 + 8000 + 400 + 50 + 3$

- | | |
|--------------|----------------|
| a) 27,396 | b) 78,490 |
| c) 30,205 | d) 4,73,000 |
| e) 8,09,628 | f) 9,30,026 |
| g) 58,93,920 | h) 18,01,374 |
| i) 22,22,222 | j) 5,47,08,320 |

III. निम्नोक्त विस्तारित रूपों को साधारण रूप में लिखिए :

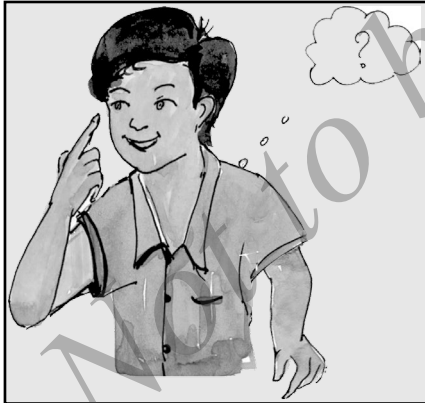
- a) $2 \times 10,000 + 6 \times 1,000 + 4 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$
 b) $4 \times 1,00,000 + 5 \times 10,000 + 9 \times 1,000 + 0 \times 100 + 0 \times 10 + 0 \times 1$
 c) $8 \times 10,00,000 + 6 \times 1,000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 2 \times 1$
 d) $2 \times 10,00,000 + 7 \times 10,000 + 5 \times 1,000 + 3 \times 1$

1.3 संख्याओं की तुलना

पिछली कक्षाओं में आपने संख्याओं को अधिकतम छोटा, बड़ा या समान रूप में तुलना करने तथा ज्ञात करना जो सीखा है - स्मरण कीजिए। दत्त संख्याओं में अत्यंत छोटी और बड़ी संख्याओं को ज्ञात कीजिए।

संख्याएँ	छोटी	बड़ी
3,947 ; 29 ; 15,360 ; 675	29	15,360
860 ; 26,450 ; 3,750 ; 68	68	26,450

उपरोक्त संख्याओं में छोटी और बड़ी संख्याओं को आसानी से पहचान सकते हैं - क्यां ?



उदाहरण 1 :

34,680 , 43,860 , 80,364 , 68,043
में छोटी और बड़ी संख्या को ज्ञात कीजिए।

- यहाँ सभी संख्याओं में 5 अंक है।
- उच्चतम स्थान मूल्य के अंक 3, 4, 8 और 6 हैं।
- उच्चतम स्थान मूल्य में उच्चतम अंक संख्या ही बड़ी संख्या है। इसलिए 80,364. बड़ी संख्या है।

इन संख्याओं में अत्यंत छोटी संख्या को कैसे पहचानेंगे ? विवरण दीजिए।

उदाहरण 2 : इन संख्याओं में सबसे बड़ी संख्या कौन सी है ?

6,78,359 ; 6,83,476 ; 6,98,741 ; 6,38,927

इन संख्याओं में :-

- उच्चतम स्थान मूल्यों में संख्याएँ समान है।
- इसलिए दायीं और अगली उत्तरोत्तर अंकों की तुलना कीजिए।
- उनमें जो बड़ा अंक है उसके आधार पर बड़ी संख्या को पहचानिए।
- उनमें उच्चतम संख्या 6,98,741 है।

उदाहरण 3 : इन संख्याओं में अत्यंत छोटी संख्या को पहचानिए :

74,36,245 ; 74,37,690 ; 74,35,111 ; 74,30,299

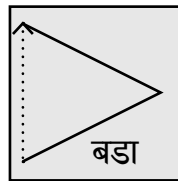
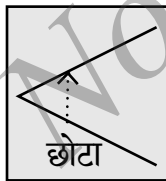
- इन संख्याओं में उच्चतम स्थान मूल्य से अंको की तुलना करना प्रारंभ कीजिए।
- दस लाख, लाख और दस हजार के स्थान मूल्य समान हैं।
- फिर दायी ओर के अगले उत्तरोत्तर स्थान मूल्यों के अंकों की तुलना कीजिए और छोटे अंक को पहचानिए।
- सबसे छोटी संख्या 74,30,299 है।

आप ही कीजिए : निम्नोक्तों में सबसे छोटे और बड़े अंक को पहचानिए :-

- 38,420 ; 6,784 ; 43,800 ; 15,670
- 4,76,350 ; 4,83,211 ; 4,28,990 ; 4,67,110
- 85,30,000 ; 85,20,000 ; 85,47,100 ; 93,47,100
- 6,26,39,701 ; 7,47,93,107 ; 4,74,39,017 ; 2,66,39,701

संकेतों का उपयोग - छोटे और बड़े

संख्याओं को तुलना करके छोटे और बड़े के रूप में पहचानने को आपने सीखा है। अब हम संकेतों का उपयोग करके लिखना समझें।



बिन्दुओं से दर्शायी गई बाण पर इन संकेतों पर ध्यान दीजिए। इन में छोटे और बड़े के लिए किन संकेतों का उपयोग किया गया है?

उदाहरण 1 :

संख्याओं की तुलना कीजिए और 23,947, 29,347 बीच के संकेत लिखिए :

- 23,947 से 29,347 छोटा है ।
- इसलिए उनके बीच छोटा संकेत लिखिए जैसे
 $23,947 < 29,347$

पढ़ने का विधान 29,347 से 23,947 छोटा है।

उदाहरण 2 :

4,65,904 और 3,24,509 की तुलना कीजिए और संकेत का उपयोग कर संबंध स्थापित कीजिए।

4,65,904 तो 3,24,509 से बड़ा है।

∴ $4,65,904 > 3,24,509$

पढ़ने का विधान: 4,65,904 से 3,24,509 बड़ा है।

उदाहरण 3 :

3,98,705 और 3,98,705 ये संख्याएँ समान हैं।

∴ $3,98,705 = 3,98,705$

पढ़ने का विधान: 3,98,705, 3,98,705 के समान ही है।

आप ही कीजिए: इन संख्याओं की तुलना कीजिए, योग्य संकेत लिखिए.

- | | | | | | |
|-------------|----------------------|----------|-------------|----------------------|----------|
| 1) 7,864 | <input type="text"/> | 8,746 | 2) 56,384 | <input type="text"/> | 36,584 |
| 3) 4,76,580 | <input type="text"/> | 6,74,580 | 4) 8,32,496 | <input type="text"/> | 3,23,496 |
| 5) 5,06,872 | <input type="text"/> | 5,06,872 | | | |

अभ्यास 1.3

I. निम्नोक्त संख्याओं में छोटी और बड़ी संख्याओं को पहचानिए :

a) 27,645 ; 64,393 ; 39,760 ; 41,647

b) 7,35,326 ; 7,38,709 ; 7,37,425 ; 7,31,294

c) 8,24,269 ; 6,45,796 ; 9,38,400 ; 7,50,424

d) 37,78,284 ; 60,78,390 ; 76,78,740 ; 49,78,676

e) 4,68,30,240 ; 5,70,39,520 ; 3,62,47,840 ; 5,76,28,580

II. योग्य संकेत भरिए : संकेत (>, < या =)

- a) 25,988 32,829 b) 5,68,929 8,68,992
 c) 13,274 23,174 d) 62,24,300 62,24,300
 e) 52,490 2,490 f) 3,37,39,785 4,68,96,385
 g) 42,976 94,276 h) 8,18,90,000 6,35,17,000

1.4 दिये गये अंकों का उपयोग करके संख्याओं की रचना

एक कक्ष में मेज पर तीन संख्याओं के कार्ड हैं। उन तीन संख्याओं के कार्डों का उपयोग करके संख्याओं की रचना करने के लिए अध्यापक ने बताया। छात्रों से रचे गये संख्याओं पर ध्यान दीजिए।

- छात्रों से रची गयी संख्याओं में छोटी सी संख्या कौन सी है? (256). 256 के प्रत्येक अंक की तुलना कीजिए। ध्यान दीजिए कि बायों से दायीं ओर तक आरोहण क्रम में हैं।
- उनमें बड़ी संख्या कौन सी है? (652) 652 के प्रत्येक अंक की तुलना कीजिए। ध्यान दीजिए कि वे बायीं ओर से अवरोहण क्रम में हैं।

सूचना : एक छोटी संख्या को बनाते समय (दिये गये अंकों का उपयोग करके), अंकों को आरोहण क्रम में लिखना चाहिए ।

एक बड़ी संख्या को बनाते समय अंकों को अवरोहण क्रम में लिखना चाहिए ।

क्रियाकलाप :

किसी भी कार्ड का पुनरावर्तन किये बिना एक बड़ी संख्या की रचना कीजिए (हरेक कार्ड का उपयोग एक हीबार)।

- अत्यंत बड़ी संख्या बनाने के लिए संख्या कार्डों को कौन से क्रम में व्यवस्थित करना चाहिए? (अवरोहण क्रम)?
- अवरोहण = 97,632
- अब उन्ही कार्डों का उपयोग करके किसी कार्ड का पुनरावर्तन किये बिना छोटी संख्या की रचना कीजिए।

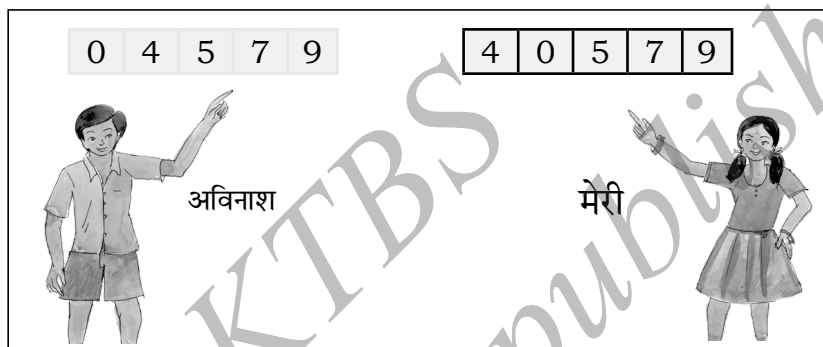
दिये गये (दत्त) अंकों में '0' है तो संख्याओं की रचना करना

उदाहरण 1 :

0 7 9 4 5

छात्रों ने सभी कार्डों का उपयोग करके निम्नोक्त प्रकार की 5 अंकोंवाली छोटी संख्या की रचना की है।

उन में से दो छात्रों ने अंकों की रचना इस प्रकार की। उन में से सही कौन सा है ?



- अविनाश ने 04,579 संख्या की रचना की। क्या यह एक 5 अंकों की संख्या है? नहीं यह चार अंकों की संख्या है, इस में लेकिन '0' मिलाया नहीं है। '0' को छोड़कर इस संख्या की रचना की गई है।
- मेरी ने - 40,579 संख्या की रचना की यह 5 अंकों की संख्या है इस में शून्य मिलाकर रचना की गई है।

जन '0' दत्त अंकों में एक है, तब अत्यंत छोटी संख्या को बनाना

ध्यान दीजिए : एक संख्या की रचना करते समय '0' बड़े स्थान में नहीं रहना चाहिए।

सोपान 1: संख्याओं को आरोहण क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

0 4 5 7 9

सोपान 2: अंक '0' और अंक 4 के स्थान को परस्पर बदलकर (अंतर परिवर्तन) लिखिए.

4 0 5 7 9

सोपान 3: अब संख्या को पढ़िए.

4 0 5 7 9

40,579 दिये गये अंकों का उपयोग करके शून्य को भी मिलाकर रची गई छोटी संख्या है।

दत्त संख्याओं के सहारे शून्य (0) को मिलाकर न्यूनतम संख्या को बनाने का क्रम ।

उदाहरण 2 :- दिये गये सभी अंकों का उपयोग करके बड़ी 6 अंकसंख्या की रचना कीजिए।

6 4 0 2 5 9

उनको अवरोहण क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

9 6 5 4 2 0

∴ बड़ी 6 अंक संख्या = 9,65,420.

उदाहरण 3 : 2, 8, 6, 3 और 9 से एक 6 अंक संख्या की रचना कीजिए जिसमें छोटे अंक को दो बार और बचे अंकों को पुनरावर्तन के बिना उपयोग किया जाय।

- नियम के अनुसार अंकों को लिखिए 2, 2, 8, 6, 3, 9
- बड़ी संख्या को प्राप्त करने के लिए इनको अवरोहण क्रम में लिखिए

9, 8, 6, 3, 2, 2

∴ 6 अंक संख्या = 9,86,322.

क्रियाकलाप 1:-

7 4 2 0 9

उपरोक्त अंकों से 4 को दोबार और बचे अंकों को एक हीबार उपयोग करके छोटी छः अंकसंख्या की रचना कीजिए.

- अंकों को आरोहण क्रम में व्यवस्थित कीजिए

0 2 4 4 7 9

- शून्य और अगला अंक 2 के स्थान का अंतर्परिवर्तन कीजिए और लिखिए :

2 0 4 4 7 9

- इन अंकों से बनी संख्या 2,04,479 है ।

क्रियाकलाप 2

आप ही कीजिए: 8, 4, 6, 0, 1

- 1) पाँच अंकों का उपयोग करके
 - a) एक छोटी संख्या की रचना कीजिए _____
 - b) एक बड़ी संख्या की रचना कीजिए _____
- 2) उपरोक्त अंकों में से 6 को दो बार, और बाकी अंकों को केवल एक ही बार उपयोग कीजिए.
 - a) एक बड़ी संख्या की रचना कीजिए _____
 - b) एक छोटी संख्या की रचना कीजिए _____

अभ्यास 1.4

I. निम्नोक्त संख्या का वीक्षण (देखकर) करके उत्तर दीजिए :



5, 8, 6, 3, 0, 2

- 1) प्रथम तीन अंकों का उपयोग करके एक छोटी संख्या की रचना कीजिए।
- 2) प्रथम चार अंकों का उपयोग करके एक छोटी संख्या की रचना कीजिए।
- 3) प्रथम पाँच अंकों का उपयोग करके बड़ी और छोटी संख्याओं की रचना कीजिए।
- 4) छहों संख्याओं का उपयोग करके
 - 1) छोटी संख्या
 - 2) बड़ी संख्या
- 5) प्रथम चार अंकों में छोटी अंक को दो बार उपयोग कीजिए और छोटे तथा बड़े पाँच अंक संख्याओं की रचना कीजिए।

1.5 भारतीय और अंतराष्ट्रीय संख्या पद्धति

(Indian and International Number System)

शीला शाला वाचनालय में बैठकर समाचार पत्र पढ़ रही है। आप भी पढ़िए.....

<p>न्यूस बुलेटिन सरकार ने ग्राम पंचायतों की प्रगति के लिए ₹ 4,75,60,000 सहायधन घोषित की है।</p>	<p>आजका समाचार सरकार ने ग्राम पंचायत प्रगति के लिए ₹ 47,560,000 सहायधन घोषित की है।</p>
 <p>₹ 4,75,60,000 4 करोड, 75 लाख साठ हजार रुपए।</p>	 <p>₹ 47,560,000 इसे कैसे पढना ?</p>

न्यूस बुलेटिन में बतायी गयी संख्या भारतीय संख्या पद्धति में है।

चार करोड पचहत्तर लाख और साठ हजार है। लेकिन आज के समाचार में उसी संख्या को अंतराष्ट्रीय पद्धति में बताया गया है।

अब हम अंतराष्ट्रीय पद्धति में संख्याओं को पढ़ने अंतराष्ट्रीय पद्धति में पढ़ने-लिखनेका अध्ययन करेंगे और उसे भारतीय पद्धति से तुलना करेंगे।

भारतीय संख्या पद्धति (**Indian Number System**) :

47560000 को भारतीय पद्धति में लिखिए :

द क	क	द ला	ला	द ह	ह	सौ	द	इकाई
	4	7	5	6	0	0	0	0

लिखने का विधान: 4,75,60,000

समूहों का पता लगाना: इकाई प्रदेश से गिनना प्रारंभ कीजिए और बायी ओर गति करके एक अल्प विराम तीन स्थानों के बाद अल्प विराम, फिर दो स्थानों के बाद, अल्प विराम और एक हजार के समूह लाख के समूह, करोड के समूह इत्यादि.

करोड़ का समूह		लाख का समूह		हजार का समूह		इकाई का समूह		
द	क	द	ला	द	ह	सौ	द	इ

अंतराष्ट्रीय संख्या पद्धति (**International Number System**):

इस पद्धति में आप इकाई स्थान से बायीं ओर गिनना प्रारंभ करते हैं। प्रति अंको तक अल्प विराम रखते हैं। ध्यान दीजिए अंतराष्ट्रीय पद्धति में इकाई से प्रारंभ, करके, दस और सौ तक एक समूह बनता है। बाद के हजार, दस हजार और सौ हजार, उसके बाद का समूह मिलियन का है। जैसे मिलियन, दस मिलियन और सौ मिलियन (10 लाख-एक मिलियन और सौ करोड़ 1 बिलियन) न। मिलियन समूह के बाद बिलियन है। इस प्रकार हर एक तीन स्थानों के एक समूह बनाकर पटना अंतराष्ट्रीय पद्धति है।

इस स्थान मूल्य चार्ट पर ध्यान दीजिए (बिलियन.)

बिलियन			मिलियन			हजार			इकाई		
सौ	दस	बिलियन	सौ	दस	मिलियन	सौ	दस	हजार	सौ	दस	इकाई

बिलियन			मिलियन			हजार			इकाई		
१००	१०	१	१००	१०	१	१००	१०	१	१००	१०	१
सौ. बि	द. वि	बि	द. मि	द. मि	भि	सौ ह	स. ह	ह	सी	द	इ
			4	7		5	6	0	0	0	0

अंतराष्ट्रीय पद्धति में लिखी इस संख्या को पढ़ने का विधान 47,560,000 = सैतालीस मिलियन, पाँच सौ साठ हजार है।

निम्नोक्त तालिका में दी गई संख्याओं को पढ़ने का विधान :

संख्या	पढ़ने का विधान
58,494	अठ्ठावन हजार चार सौ चौरानवे.
327,067	तीनसौ सत्ताईस हजार सडसठ.
908,674	908 हजार छ। सौ छहत्तर.
5,743,475	5 मिलियन 743 हजार चार सौ पचहत्तर
36,207,650	36 मिलियन 207 हजार छः सौ पचास.
247,384,812	247 मिलियन 384 हजार आठसौ बारह.
5,490,000,500	5 बिलियन 490 मिलियन पाँच सौ.
6,742,165,000	6 बिलियन 742 मिलियन 165 हजार.

भारतीय और अंतर्राष्ट्रीय विधान में संख्याओं को प्रस्तुत करने की तुलना और उत्तर दीजिए :

भारतीय संख्या पद्धति	अंतर्राष्ट्रीय संख्या पद्धति
इकाई	दस मिलियन
दस	बिलियन
सौ	हजार मिलियन
हजार	सौ मिलियन
दस हजार	मिलियन
लाख	सौ हजार
दस लाख	दस हजार
करोड	हजार
दस करोड	सौ
सौ करोड	दस
हजार करोड	इकाई

सोचकर उत्तर दीजिए :

- एक मिलियन में कितने लाख हैं ?
- मिलियन के बाद का स्थान कौन सा है ?
- एक बिलियन के समान करोड़ कितने है ?

इन प्रश्नों के उत्तर के लिए भारतीय और अंतर्राष्ट्रीय स्थान मूल्य चार्ट की तुलना कीजिए :

- अंतर्राष्ट्रीय संख्या पद्धति में मिलियन का अर्थ दस लाख है जो भारतीय पद्धति है।
∴ 1 मिलियन = 10 लाख
- मिलियन के बाद का स्थान मूल्य बिलियन है।
- 1 बिलियन = 100 करोड़ ?

इसे जान लीजिए : भारतीय संख्या पद्धति में करोड़ के बाद का स्थान मूल्य साधारण तथा हजार करोड़ के जैसे पढ़ा जाता है।

उदाहरण :-

348,26,00,749 = 348 करोड़, 26 लाख सात सौ और उन चास अंतर्राष्ट्रीय संख्या विधान में सौ मिलियन के बाद स्थान मूल्य को इस क्रम में पढ़ा जाता है - दस बिलियन सौ बिलियन।

उदाहरण: 268,347,620,005 = 268 बिलियन, 347 मिलियन, 620 हजार और पाँच।

इन संख्याओं को पढ़िए :

476472 ; 6043926

इस क्रम में लिखी संख्याओं को पढ़ना मुश्किल है। आसानी से पढ़ने आप संख्याओं को कैसे लिखते हैं ? अल्पविराम को उपयोग करके संख्याओं को लिखने से पढ़ना आसान है।

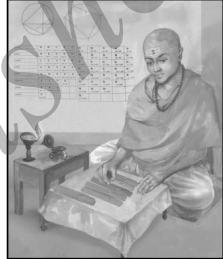
476472 → 4,76,472

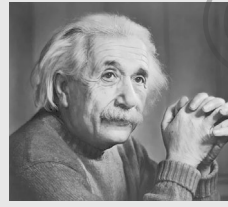
6043926 → 60,43,926

इन संख्याओं को अल्पविराम का उपयोग करके लिखा है - इसे पढ़िए :

भारतीय संख्या पद्धति
6,35,400
38,20,005
60,04,327
4,86,72,124
56,04,00,790
328,05,09,007

अंतर्राष्ट्रीय संख्या पद्धति
635,400
3,820,005
6,004,327
48,672,124
560,400,790
3,280,509,007

<p>गणित के लिए भारतीयों की देन :</p> <p>स्थान मूल्य के अनुसार शून्य का उपयोग करके संख्याओं को रचने का वैज्ञानिक विधान गणित के लिए भारतीयों की महान देन है। गणित और विज्ञान की प्रगति के लिए इसने नींव डाली है।</p>	 <p>ब्रह्मगुप्त</p>
--	---



हम भारतीयों के लिए आभारी हैं, जिन्होंने हमको गिनना सिखया है जिसके बिना अमूल्य वैज्ञानिक शोध साध्य नहीं था।

-अलबर्ट आइनस्टीन

अभ्यास 1.5

- I.** भारतीय संख्या पद्धति में आसानी से पढ़ने के लिए इन संख्याओं में अल्पाविराम लगाइए:
- a) 73047 b) 389542 c) 2730506
- d) 59470531 e) 640927800 f) 734938078
- II.** अंतर्राष्ट्रीय पद्धति में आसानी से पढ़ तथा लिखने के लिए संख्याओं में अल्पविराम लगाइए:
- a) 68473 b) 7248610 c) 3948796
- d) 54038075 e) 87609684 f) 425320800

III. इन संख्याओं को पढ़िए :

2016 में विश्व की जनसंख्या लगभग

700,00,00,000

7,000,000,000

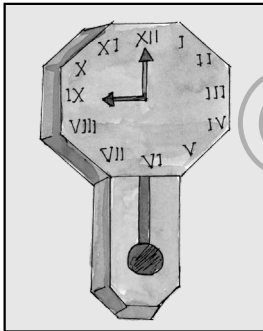
2016 में भारत की जनसंख्या लग भग

128,00,00,000

128,00,00,000

1.6 रोमन संख्या पद्धति

हम इसके अलावा भारतीय संख्या (आधार 10) पद्धति का उपयोग कर रहे हैं। अन्य संख्या पद्धतियाँ भी हैं। उनमें रोमन संख्या पद्धति भी एक है।



रोमन संख्या पद्धति में कुछ नियमों के अनुसार संख्या बनाने के लिए केवल 7 संख्याएँ प्रस्तुत की जाती हैं।

आधार 10 में इन रोमन संख्या प्रस्तुतीकरण के तथा उनके मूल्यों पर ध्यान दीजिए :

रोमन संख्या	I	V	X	L	C	D	M
आधार 10 पद्धति में मूल्य	1	5	10	50	100	500	1000

इन संख्याओं का प्रस्तुतीकरण करके संख्या बनाने के नियमों को जान लें

नियम:

नियम 1: एक रोमन संख्या लिखते समय कोई भी संख्या क्रम से उनार पुनरावर्तित नहीं होना चाहिए और V, L, तथा D प्रस्तुतीकरणों को भी एक से अधिक बार पुनरावर्तित नहीं करना चाहिए।

उदाहरण:

सही विधान	गलत विधान	सही विधान	गलत विधान
III = 3	IIII = 4	V = 5	VV = 10
XXX = 30	XXXX = 40	LI = 51	LLI = 101
VIII = 8	VIII = 9	DX = 510	DDX = 1010

नियम 2

बड़े प्रस्तुतीकरण के बाद (दायी तरफ) अगर एक छोटा प्रस्ती करण लिखें तो, तब पढ़ते समय उनको जोड़ना चाहिए.

उदाहरण:

$$\begin{array}{ll}
 \text{VI} = 5 + 1 = 6 & \text{XIII} = 10 + 3 = 13 \\
 \text{XII} = 10 + 2 = 12 & \text{CLVIII} = 100 + 50 + 8 = 158 \\
 \text{LXI} = 50 + 11 = 61 & \text{DLXXXI} = 500 + 80 + 1 = 581 \\
 \text{CV} = 100 + 5 = 105 & \text{MCX} = 1000 + 100 + 10 = 1110
 \end{array}$$

नियम 3

अगर बड़े प्रस्तुतीकरण के पहले छोटा प्रस्तुतीकरण लिखें तो, छोटे प्रस्तुतीकरण का स्थान मूल्य पढ़ते समय, बड़े प्रस्तुतीकरण से छोटे प्रस्तुतीकरण को घटाना चाहिए।

उदाहरण:

$$\begin{array}{ll}
 \text{IV} = 5 - 1 = 4 & \text{XC} = 100 - 10 = 90 \\
 \text{IX} = 10 - 1 = 9 & \text{XL} = 50 - 10 = 40
 \end{array}$$

घटाते समय, हम केवल ऐसे घटा सकते हैं

V और X से 1 को

L और C से X को

D और M से C को

विशेष सूचना : **V**, **L** और **D** में से घटाकर कौन सी भी संख्या नहीं बना सकते हैं.

उदाहरण: **LC = 50** , **VM = 995**, **DM = 500** (ये सभी गलत हैं)

इन नियमों के अनुसार लिखी रोमन संख्याओं. पर ध्यान दीजिए :

1	I	20	XX	300	CCC
2	II	30	XXX	400	CD
3	III	40	XL	500	D
4	IV	50	L	600	DC
5	V	60	LX	700	DCC
6	VI	70	LXX	800	DCCC
7	VII	80	LXXX	900	CM
8	VIII	90	XC	1000	M
9	IX	100	C	2000	MM
10	X	200	CC	3000	MMM

3000 से बड़ी संख्याओं को कैसे लिखना चाहिए ?

4000, 5000..... आदि को रोमन संख्या में लिखने का विधान निम्नोक्त है :

उन संख्याओं को एक रेखा को खींचकर रोमन संख्याओं के ऊपर व्यक्त किया जाता है

1000	M	‘-’ ये संकेत संख्या के 1000 गुणा होता है
2000	MM	
3000	MMM	

उदाहरण:

$\overline{IV} = 4 \times 1000 = 4000$	$\overline{X} = 10 \times 1000 = 10,000$
$\overline{V} = 5 \times 1000 = 5000$	$\overline{L} = 50 \times 1000 = 50,000$
$\overline{IX} = 9 \times 1000 = 9000$	$\overline{C} = 100 \times 1000 = 1,00,000$
	$\overline{D} = 50 \times 1000 = 50,00,000$
	$\overline{M} = 1000 \times 1000 = 10,00,000$

इन रोमन संख्याओं को पढ़िए :

उदाहरण: X = दस LII = बावन

- V, VII, XI, LXIII, CV
- IV, IX, XLIII, XCIX, CM
- XXX, CC, MMCX, MCCCCL, \overline{V}

आधार 10 संख्याओं के लिए समान संख्या लिखना :

उदाहरण : 1) 37 को लिखना.

$$37 = 30 + 7 \leftarrow$$

$$= XXX + VII \leftarrow$$

$$= XXXVII \leftarrow$$

स्थान मूल्य के अनुसार आधार संख्या को विस्तार करके लिखिए।

हरेक संख्या के लिए रोमन संख्या लिखिए।

उनके बीच के ‘+’ चिन्ह को हटाइए और केवल रोमन प्रस्तुतीकरण लिखिए।

$$\begin{aligned} 2) 245 &= 200 + 40 + 5 \\ &= CC + XL + V \\ &= CCXLV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) 1534 &= 1000 + 500 + 30 + 4 \\ &= M + D + XXX + IV \\ &= MDXXXIV \end{aligned}$$

आप ही कीजिए : रोमन संख्या के प्रस्तुतीकरण में लिखिए

10, 19, 52, 48, 150, 291, 2000

अभ्यास 1.6

I. निम्नोक्तों को रोमन संख्याओं में लिखिए :

A. a) 32, b) 49, c) 58, d) 74, e) 92, f) 195

B. a) 289, b) 856, c) 920, d) 1200, e) 2947, f) 5000

II. आधार 10 पद्धति में निम्नोक्तों को लिखिए :

उदाहरण : 1) $XXIV = XX + IV = 20 + 4 = 24$

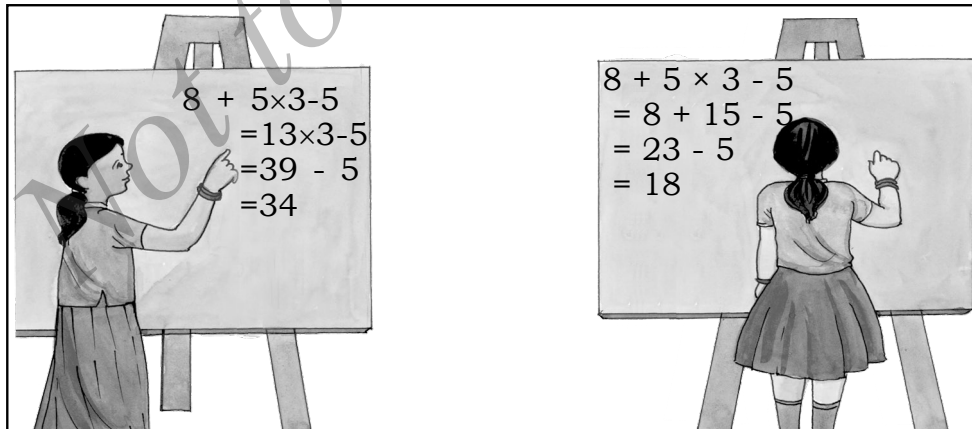
2) $CDLVII = CD + L + VII = 400 + 50 + 7 = 457$

A. a) XV, b) XIX, c) LXV, d) CXXXI

B. a) XCVI, b) CDLXXX, c) DCXC, d) MCDX

1.7 आवरण (Brackets)

अध्यापिका कक्षे में शामपट पर एक सवाल लिखती है और विद्यार्थियों को उसे करने के लिए बताती है $= 8 + 5 \times 3 - 5$ इस सवाल को दो विद्यार्थिनियों ने हल किया दोनों की तरीके अलग-अलग थीं नीचीं अवलोकन कीजिए।



इन दो विधानों में कौन सा सही है ?

इस सवाल में मिश्रित प्रक्रियाएँ हैं। इसलिये इस सवाल के लिए भिन्न-भिन्न उत्तर प्राप्त हुए। यहाँ दोनों उत्तर सही नहीं हो सकते। अतः इस सवाल हल करने का सही विधान कौन सा है? ऐसे संदेहों को दूर करने गणित में हम आवरण का उपयोग करते हैं।

उपरोक्त सवाल के लिए कोष्ठक का उपयोग किया गया है अवलोकन कीजिए :

$$\text{यहाँ उपयोग किये गये कोष्ठक हैं : } \{ 8 + (5 \times 3) \} - 5$$

(.) = छोटा कोष्ठक (सामान्य आवरण)

{ } = पुष्प कोष्ठक

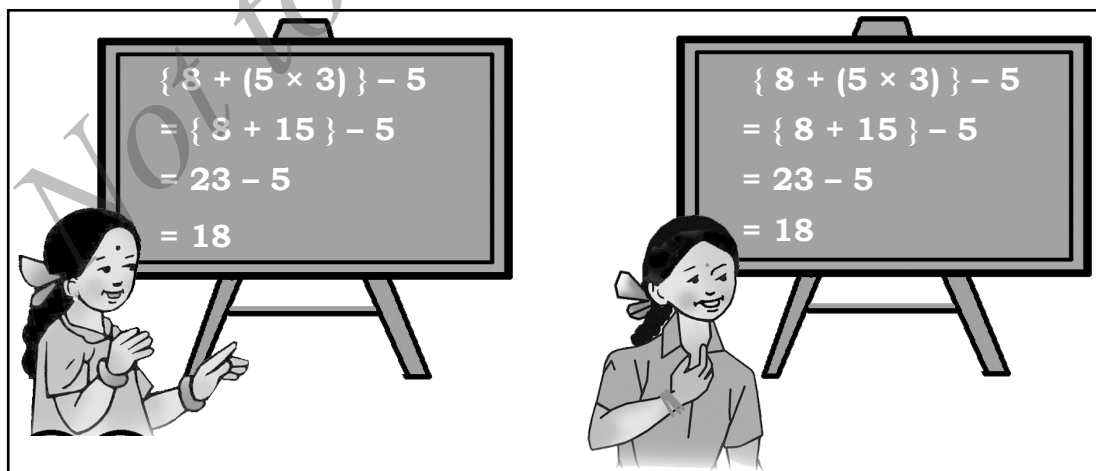
इन कोष्ठकों के अलावा [] का भी उपयोग किया जाता है। [] = [वर्ग कोष्ठक - बड़ा कोष्ठक]

इसे जान लीजिए: छोटे कोष्ठक, पुष्प कोष्ठक और वर्ग कोष्ठक के अलावा हम बार या विनक्युलम '—' का उपयोग करते हैं। 'विनक्युलम' (रेखा कोष्ठक) है तो हम पहले उसे निकालते हैं और फिर आगे बढ़ते हैं।

कोष्ठक हटाने का विधान :

पहले रेखाकोष्ठक, फिर क्रम से छोटे कोष्ठक, पुष्प कोष्ठक और वर्ग कोष्ठक उपयोग किये जाते हैं।

उसी विधान में अब हम देखें कि वे ही विधार्थी किस प्रकार समस्या का हल करते हैं।



ध्यान दीजिए कि इस विधन में दोनों विद्यार्थी समान उत्तर पाती है। इसलिए कोष्ठकों का उपयोग करके हम संदेह के बिना समस्याओं का हल कर सकते हैं।

निम्नोक्त उदाहरणों का अवलोकन कीजिए :

उदाहरण 1 : सरल कीजिए : $5 + (8 \times 2) + (5 \times 3)$

- यहाँ केवल छोटे कोष्ठक हैं।
- अतः उसमें जैसे दिया गया है वैसे कीजिए :

$$\begin{aligned} &= 5 + (8 \times 2) + (5 \times 3) \\ &= 5 + 16 + 15 \\ &= 36 \end{aligned}$$

उदाहरण 2 : $3 + \{(4 \times 2) - (8 \div 4)\}$

सोपान 1 : छोटे कोष्ठकों को निकालिए : $= 3 + \{8 - 2\}$

सोपान 2 : पुष्प कोष्ठकों को निकालिए : $= 3 + 6$
 $= 9$

उदाहरण 3 : $[2 \times \{(3 + 5) \times (8 - 6)\}] - 10$

सोपान 1 : छोटे कोष्ठकों को निकालिए : $= [2 \times \{8 \times 2\}] - 10$

सोपान 2 : पुष्प कोष्ठकों को निकालिए : $= [2 \times 16] - 10$

सोपान 3 : वर्ग कोष्ठकों को निकालिए : $= 32 - 10$

सोपान 4 : सरल कीजिए : $= 22$

आप ही कीजिए :

1) निम्नोक्त कोष्ठकों के नाम लिखिए :

(a) ()

(b) { }

(c) []

2) सरल कीजिए :

a) $8 + (5 \times 2) + 6$

b) $\{(5 - 3) + (6+2)\} \times 5$

c) $[\{(3 \times 6) + 2\} \times 3] + 4$

d) $9 \times [3 + \{(6+4) - 8\}]$

कोष्ठकराहित मिश्रित क्रिया के सवालों को हल करने का विधान

उदाहरण 1 : सरल कीजिए $8 \times 3 + 6 \div 2 - 5$

जब सवालमें इस प्रकार मिश्रित प्रक्रियाएँ हों तो और उसमें कोष्ठक नहीं तो तब निम्नोक्त प्रक्रियाओं को इस क्रम में कीजिए।

1) विभाजन (भागन)

2) गुणन

3) संकलन

4) व्यवकलन

बोडमास [BODMAS] नियम का मतलब, पहले विभाजन करना फिर गुणन, संकलन और व्यवकलन - इस क्रम का अनुसरण करना है।

अब हम इस निचम के अनुसार समस्थाओं का हल करेंगे.

उदाहरण

$$8 \times 3 + 6 \div 2 - 5$$

$$= 8 \times 3 + 6 \div 2 - 5 \quad (\text{पहले विभाजन})$$

$$= 8 \times 3 + 3 - 5 \quad (\text{फिर गुणन})$$

$$= 24 + 3 - 5 \quad (\text{फिर जोड़ना})$$

$$= 27 - 5 \quad (\text{फिर घटाना})$$

$$= 22$$

उदाहरण 2 : सरल कीजिए : $4 + 4 \div 4 + 4 - 4$

$$4 + 4 \div 4 + 4 - 4$$

$$= 4 + 1 + 4 - 4$$

$$= 5 + 4 - 4$$

$$= 9 - 4$$

$$= 5$$

जान लीजिए : हम समस्या में किसी आवरण को कही उपयोग करते के अभ्यासी हैं लेकिन समस्या का हल करते समय हम अंतरतम आवरण से प्रारंभ करके क्रम से बाह्यतम आवरण तक गति करेंगे ।

आप ही कीजिए : 1) $3 \times 8 \div 2$ 2) $10 - 3 \times 2 + 5$

3) $8 + 7 - 4 \div 2 \times 2$ 4) $15 \times 2 + 10 - 6 \div 3$

अभ्यास 1.7

I. सरल कीजिए :

a. 1) $3 + (4 \times 5) + (5 - 2)$

2) $8 - (4 \div 2) - 5$

3) $(5 \times 6) + (8 \div 2)$

4) $9 + (3 \times 2) + (6 + 2)$

b. 1) $\{(7 + 5) + (10 - 2)\} \div 5$

2) $\{(9 - 3) - (15 \div 3)\} + 7$

3) $10 + \{(4 + 2) + (10 \div 5)\}$

4) $12 + \{(20 \div 4) - 3\}$

c. 1) $7 + [(4 \times 2) + (6 \div 3)] \times 5$

2) $[\{2 \times (4 + 3)\} - 5] \times 3$

3) $12 \div [\{(8 \div 2) - (12 \div 6)\} + 2]$

4) $20 + [(8 \times 2) + \{(6 \times 3) - (10 \div 5)\}]$

II. सरल कीजिए :

1) $8 + 6 \div 2 \times 3$

2) $6 \times 3 - 8 \div 2 + 3$

3) $16 \div 4 + 5 \times 2 - 6$

4) $5 \times 5 + 5 - 5 \div 5$



अध्याय - 2

मूलभूत प्रक्रियाएँ (Fundamental Operations)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप:

- मूलभूत प्रक्रिया संबंधी बड़ी संख्याओं की समस्याओं को हल कर सकेंगे,
- मिश्रित मूलभूत प्रक्रिया संबंधी समस्याओं का हल कर सकेंगे।

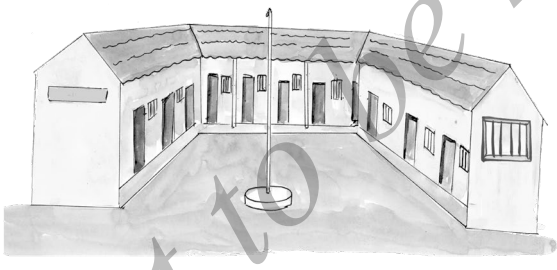
विभिन्न मूलभूत प्रक्रियाओं से संबंधित समस्याओं का हल करना आपने सीखा है आपके दैनिक जीवन में आप को कई ऐसे संदर्भ आते हैं जहाँ आप को बड़ी संख्या संबंधी मूलभूत प्रक्रियाओं से समस्याओं को हल करना पड़ता है। अब इस, के बारे में अधिक जानकारी पायेंगे।

संकलन (Addition)

संकलन:

इस उदाहरण का अवलोकन कीजिए:

इस उदाहरण का अवलोकन कीजिए : शाला के विस्तरण संबंधी खर्च का विवरण निम्नोक्त है।

	खर्च का विवरण
	ईंट - ₹ 36,000
	सिमेंट - ₹ 62,000
	लोहा - ₹ 40,800
	चूर्णित पत्थर - ₹ 90,500
	रेत - ₹ 20,600
	दरवाजे और खिडकी - ₹ 58,000
	कूली अन्य - ₹ 70,000

शाला भवन को विस्तृत करने के लिए

- 1) सीमेण्ट और लोहा संबंधी खर्च कितना है ? _____
- 2) ईंट और रेत संबंधी खर्च कितनी है ? _____
- 3) लोहा, खिडकी और दरवाजे संबंधी कुल खर्च कितना है ? _____
- 4) ईंट, सीमेण्ट, कूली और अन्य खर्च कितना है ? _____

अब हम सारे भवन का खर्च जान लेगे :

ईट का खर्च	=	₹ 36,000
सिमेण्ट का खर्च	=	₹ 62,000
लोहे का खर्च	=	₹ 40,800
चूर्णित पत्थर का खर्च	=	₹ 90,500
रेत का खर्च	=	₹ 20,600
खिडकी दरवाजे का खर्च	=	₹ 58,000
कूली और अन्य खर्च	=	₹ 70,000
कुल खर्च	=	₹ 3,77,900

व्यवकलन (Subtraction)

उदाहरण 1 :

एक नगर में एक सभाभवन निर्माण के लिए आकलित बजेट ₹ 1,92,000 था और निर्माण कार्य प्रारंभ किया गया। लेकिन भवन निर्माण कार्य के लिए बजेट जो खर्च किया गया वह ₹ 1,87,360 थे। आकलित बजेट की अपेक्षा छोटा बजेट जो खर्च किया गया कितना है यहाँ आकलित बजेट से खर्च किया गया कम धनराशि ज्ञात कीजिए। ?

परिहार : यहाँ आकलित खर्च यथातथ खर्च की अपेक्षा अधिक है

आकलित नजेट = ₹ 1,92,000

थयातथ खर्च = ₹ 1,87,360

अंतर = ₹ 4,640

आकलित बजेट की अपेक्ष कम बजेट जो खर्च किया गय ₹ 4,640

परीक्षण :

		ल	द. ह	ह	सौ	द	इ
व्यवकलन		1	8	7	3	6	0
अंतर	+			4	6	4	0
संकलन	=	1	9	2	0	0	0

उदाहरण 2 :

ई 2010 में एक राज्य में 7,48,659 साईकिलें बेची गईं 2011 में 8,06,000 साईकिलें बेची गयी। कौन से साल में अधिक साईकिलें बेची गयी ? और कितने अधिक साईकिलें बेची ?

परिहार: 2011 ई. में अधिक साईकिलें बेची गयी।

कितने अधिक बेची गयी, इसे जानने के लिए, हम

$$\text{ई 2011 में बेची गयी साईकिलों की संख्या} = 8,06,000$$

$$\text{2010 में बेची गयी साईकिलों की संख्या} = 7,48,659$$

$$\text{अंतर} \qquad \qquad \qquad \mathbf{57,341}$$

2011 में 2010 से 57,341 अधिक साईकिलें बेची गयीं।

मिश्रित प्रक्रियाएँ (संकलन और व्यवकलन)

Mixed Operation (Addition and Subtraction)

उदाहरण 1 :

एक दिन में नारियल सुबह 25,860, धुपहर 37,423 में 58,768 गोदाम में संभरण किया। उनमें 72,580 बेचे गये तो गोदाम में कितने नारियल बचे रहते हैं ?

परिहार : यहाँ पहले संभरण किये गये नारियल के कुल योग ज्ञात करना है। फिर उस संख्या में से बेचे गये नारियल की संख्या को घटाना चाहिए। यानी, संभरण किये गये नारियल से बेचे गये नारियल की संख्या को घटाना चाहिए

$$= (25,860 + 37,423 + 58,768) - 72,580$$

$$= 1,22,051 - 72,580$$

$$= 49,471$$

$$\text{गोदाम में बचे नारियल की संख्या} = 49,471.$$

उदाहरण 2 :

जिला दुग्ध केन्द्र को एक दिन सुबह 82,850 ली दूध और 76,330 ली दूध शाम को संभरण किया गया। उसी दिन 65,320 ली सुबह को तथा 58,490 ली. दूध शाम को बेचा गया। बचे दूध को दही में परिवर्तित किया गया तो, दही बनाने उपयोग किये गये दूध का परिमाण कितना है ?

परिहार : संभरण किये गये दूध के परिमाण के योग को ज्ञात कर उसमें से वेचे गये दूध के परिमाण को घटाने से दही बनाने उपयोग किये गये दूधका परिमाण ज्ञात होगा।

$$\begin{aligned} \text{संभरण किये गये दूध का परिमाण} &= 82,850 \text{ ली} + 76,330 \text{ ली} \\ \text{बेचा गया दूध} &= 65,320 \text{ ली} + 58,490 \text{ ली} \\ \text{दही बनाने उपयोग किया गया दूध} &= (82,850 + 76,330) - (65,320 + 58,490) \\ &= 1,59,180 - 1,23,810 \\ &= 35,370 \text{ ली} \end{aligned}$$

दही के लिए उपयोग किये गये दूध का परिमाण 35,370 ली.

क्रियाकलाप :-

भिन्न-भिन्न शीर्षकों में अपने घर की मासिक खर्च की सूची तैयार कीजिए और एक मास का कुल खर्च ज्ञात कीजिए।

कक्षा के छात्रों को चार समूहों में विभाजित कीजिए।

हरेक छात्र खुद तैयार किये अपनी सूची का विवरण दें।

स्वास्थ्य की समझौता किये बिना। विधार्थी अनावश्यक खर्च का पता लगाये।

हरेक समूह अपनी राय बताएँ और कक्षे में प्रस्तुत करें।

सूचना : शिक्षक को क्रियाकलाप करने विधार्थियों का मांगदर्शन करना चाहिए।

अभ्यास 2.1

I. सरल कीजिए :

- $38,750 + 62,907 + 39,648$
- $59,396 + 34,793 + 2,856$
- $3,48,729 + 7,68,620 + 3,649 + 2,780$
- $26,96,325 + 43,89,290 + 24,670 + 3,005$

II. सरल कीजिए

- a) $84,200 - 38,200$
- b) $5,67,835 - 2,59,480$
- c) $76,005 - 32,893$
- d) $8,21,032 - 2,18,725$

III. सरल कीजिए

- a) $39,456 + 28,739 - 16,470$
- b) $64,290 + 32,750 - 24,500 - 1,879$
- c) $3,23,675 - 2,14,839 + 12,425 - 14,320$
- d) $8,16,396 - 38,780 - 12,590$

IV. निम्नोक्त समस्याओं का हल कीजिए:

- a) एकनगर में 37,490 स्त्रियाँ, 38,064, पुरुष और 12,693 बच्चे हैं। तब उस नगर की कुल जनसंख्या कितनी है ?
- b) एकजिले में 25,780, प्राथमिक शाला विद्यार्थी और 3,498 पदवी पूर्व विद्यार्थी पढ रहे हैं तो प्रथम से लेकर पदवी पूर्व तक कितने विद्यार्थी शिक्षा प्राप्त कर रहे हैं ?
- c) ग्रामपंचायत गाँव में पीने के जल योजना के लिए ₹ 5,39,675 प्रथमबार में, ₹ 2,29,000 दूसरी बार मुक्त किया गया। उसमें से ₹ 7,49,000 खर्च किया गया तो बची धनराशि ज्ञात कीजिए।
- d) एक जिले में किसानों को मूल्य लिये बिना वृक्षों को अधिक से अधिक उगाने प्रोत्साह देने अरण्य विभाग ने 50,784 सस्यों को तथा बन संरक्षण संस्था ने 70,685 सस्यों को वितरित किया। साल के अन्त में सर्वेक्षण करने पर पता चला कि उनमें से 2,796 सस्य सूख गये थे। तो किसानों ने कितने पौधों को ठीक तरह से उगाया था ?

गुणनफल (Multiplication)

एक दूकान के बोर्ड पर खाद्य सामाग्रियों का दर सूचित है, दूसरे बोर्ड पर उस सप्ताह में बेचे गये खाद्य सामाग्रियों की मात्रा (परिमाण) की सूची है - अवलोकन कीजिए

दर सूची (1 कि. ग्राम प्रति)	बेचे गये खादसामाग्रियों का विवरण
चावल 1 कि ग्राम - ₹ 36	चावल - 3,450 कि. ग्राम
गेहूँ 1 कि ग्राम - ₹ 20	गेहूँ - 836 कि. ग्राम
दाल 1 कि ग्राम - ₹ 64	शक्कर - 1,284 कि. ग्राम
शक्कर 1 कि ग्राम - ₹ 32	दाल - 549 कि. ग्राम
रागी 1 कि ग्राम - ₹ 13	रागी - 8,346 कि. ग्राम
ज्वार 1 कि ग्राम - ₹ 12	ज्वार - 3,425 कि. ग्राम

1) उस सप्ताह में बेचे गये चावल से प्राप्त धनराशी ज्ञात कीजिए ?

$$\text{चावल के एक किलो का मूल्य} = ₹ 36$$

$$\begin{aligned} \text{चावल के 3,450 किलो का मूल्य} &= ₹ 3,450 \times 36 \\ &= ₹ 1,24,200 \end{aligned}$$

$$\text{चावल बेचने से प्राप्त कुल धनशाशी} = ₹ 1,24,200$$

2) शक्कर और दाल बेचने से प्राप्त कुल धनराशी ज्ञात कीजिए।

1 किलो शक्कर का मूल्य ₹ 32 1284 किलो शक्कर का मूल्य = 1284×32 = ₹ 41,088	एक किलोदाल का मूल्य ₹ 64 (549 किलो दाल का मूल्य) = 549×64 = ₹ 35,136 = ₹ 35,136
दोनों को बेचने पर = ₹ 41,088 + ₹ 35,136 प्रप्त कुल धनराशि = ₹ 76,224	

मिसबाबानु ने निम्नोक्तु विधान में समस्या का परिहार निकाला है - अवलोकन कीजिए

$$(1,284 \times 32) + (549 \times 64)$$

$$= ₹ 41,088 + ₹ 35,136$$

$$= ₹ 76,224$$

$$\text{शक्कर और दाल दोनों को बेचने से कुल धनराशि} = ₹ 76,224$$

उपरोक्त, दर्शाये गये दोनों विधान सही हैं। आप कौन से विधान में करना चाहती हैं?

मूल्य का अवलोकन कीजिए (दर) और खाद्य सामग्री का परिमाण जो बेचा गया। आप ही निम्नोक्तों का परिहार निकालेंगी :

- 1) उस सप्ताह में बेचे गये गेहूँ से प्राप्त कुल धन कितना है ?
- 2) रागी और ज्वार बेचने से प्राप्त कुलधन कितना है ?
- 3) शक्कर, रागी और चावल बेचने से प्राप्त कुलधन कितना है।
- 4) चावल और गेहूँ बेचने से प्राप्त कुलधन कितना है ?

निम्नोक्त उदाहरणों का अवलोकन कीजिए :

- 1) एक स्काऊट समवस्त्र को सीने 2 मीटर 40 से. मी कपडा चाहिए। 35 बच्चों को ऐसा समवस्त्र सीने कितने मीटर कपडे चाहिए ?

$$\begin{aligned}
 \text{परिहार: 1 मी.} &= 100 \text{ से. मी.} \\
 2 \text{ मी. } 40 \text{ से. मी.} &= 240 \text{ से. मी.} \\
 35 \text{ बच्चों को समवस्त्र सीने के लिए} &= 240 \times 35 \\
 &= 8400 \text{ से. मी.} \\
 35 \text{ बच्चों को पर्याप्त समवस्त्र सीने} &= 8,400 \text{ से. मी.} \\
 \text{के कपडे को मीटरों में अभिव्यक्त करें तो} &= 8400 \div 100 \\
 &= 84 \text{ मीटर.}
 \end{aligned}$$

- 2) एक फलरस केन्द्र में एक दिन में तैयार किये गये फलरस को 4250 बोतलों में बन्द किया गया। हरेक में 225 मि. ली प्रत्येक में था। उस दिन तैयार किये गये फलरस की मात्रा कितनी है ? उसे लीटरों में परिवर्तित कीजिए।

$$\begin{aligned}
 \text{हरेक बोतल में भरा रस का परिमाण} &= 225 \text{ मि. ली} \\
 4,250 \text{ बोतलों में भरा रस परिमाण} &= 4,250 \times 225 \\
 &= 9,56,250 \text{ मि. ली} \\
 \text{मिलि लीटर को लीटर में परिवर्तित करने} & \quad \begin{array}{r} 4\ 2\ 5\ 0 \times 2\ 2\ 5 \\ \hline 2\ 1\ 2\ 5\ 0 \\ 8\ 5\ 0\ 0 \\ 8\ 5\ 0\ 0 \\ \hline 9\ 5\ 6\ 2\ 5\ 0 \end{array} \\
 1000 \text{ मि. ली} &= 1 \text{ लीटर} \\
 9,56,250 \text{ मि. ली} &= 9,56,250 \div 1000 \\
 &= 956 \text{ ली } 250 \text{ मि. ली} \\
 \text{उस दिन तैयार किये गये रस की मात्रा} &= 956 \text{ ली } 250 \text{ मि. ली}
 \end{aligned}$$

विभाजन (Division)

उदाहरण 1: एक खुदरा व्यापारी योक व्यापारी से कुछ वस्तुओं को खरीद लाता है उनकी सूची का अवलोकन कीजिए :

वस्तुएँ	कुल मूल्य
9 दर्जन पेन	₹ 864
14 दर्जन शाला यौलियाँ	₹ 12,600
45 सूटकेस	₹ 10,350
20 दर्जन डायरी किताबें	₹ 36,900
124 स्टील वरतन	₹ 55,800

इससे संबंधित उसकी सूची का अवलोकन कीजिए :

1) हरेक पेन का मूल्य क्या है?

$$\begin{aligned} \text{सोपान 1: 9 दर्जन पेन का मूल्य} &= ₹ 864 \\ \text{1 दर्जन पेन का मूल्य} &= ₹ 864 \div 9 \\ &= ₹ 96 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{सोपान 2: 1 दर्जन} &= 12, \\ \text{12 पेन का मूल्य} &= ₹ 96 \\ \text{1 पेन का मूल्य} &= 96 \div 12 \\ \text{1 पेन का मूल्य} &= ₹ 8 \end{aligned}$$

2) 45 सूटकेसों का मूल्य ₹ 10, 350 हो तो हरेक सूटकेस का मूल्य कितना है?

$$45 \text{ सूटकेसों का मूल्य} = ₹ 10,350 \div 45$$

$$1 \text{ सूटकेस का मूल्य} = ₹ 230$$

परीक्षण : (विभाजक \times भागलब्ध) + शेष

$$\begin{array}{r} 230 \times 45 + 0 \\ \hline 1150 \\ 920 \\ \hline 10,350 + 0 \\ \hline = 10,350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 230 \\ 45 \overline{)10350} \\ \underline{90} \\ 135 \\ \underline{135} \\ 0000 \\ \underline{0000} \\ 0000 \end{array}$$

3) 124 स्टील के बर्तनों का मूल्य ₹ 55,800 है तो हरक बर्तन का मूल्य कितना है ?

124 स्टील बर्तनों का मूल्य= ₹ 55,800

1 स्टील बर्तन का मूल्य = $55,800 \div 124$

$$\begin{array}{r} 450 \\ 124 \overline{)55800} \\ \underline{496} \\ 0620 \\ \underline{620} \\ 0000 \\ \underline{0000} \\ 0000 \end{array}$$

1 स्टील बर्तन का मूल्य = ₹ 450

प्रयत्न (कोशिश) कीजिए : इसका अवलोकन कीजिए

- 1) डायरी किताब का मूल्य ज्ञात कीजिए।
- 2) शाला थैली का मूल्य ज्ञात कीजिए।

उदाहरण 1 : एक खाद्य सामग्री के दूकान में 2 क्विंटाल शक्कर है। अगर एक पैकेट में 500 ग्राम शक्कर भरें तो कितने पैकेट हो सकते हैं ?

परिहार : हरेक पैकेट में 500 ग्राम भरना है। पहले दत्त शक्कर की मात्रा (परिमाण) को ग्रामों में परिवर्तित करके तदनंतर भाग कीजिए! यानी 2 क्विंटाल = 200 कि ग्राम (क्विंटाल को कि. ग्राम)

सोपान 1 : 1 क्विंटाल = 100 कि. ग्राम

2 क्विंटाल = 100×200

200 कि. ग्राम = 2,00,000 ग्राम

सोपान 2 : पैकेटों की संख्या = $2,00,000 \div 500$

= 400

500 ग्राम युक्त 400 पैकेट बना सकते हैं।

$$\begin{array}{r} 400 \\ 500 \overline{)200000} \\ \underline{2000} \\ 000000 \end{array}$$

उदाहरण 2 : एक बरतन में 5 ली 400 मि. ली. दूध है। हरेक के लिए 40 मि. ली. प्राप्त होने के जैसे कितने लोगों को वितरित कर सकते हैं ?

परिहार : दिये गये दूध की मात्रा (परिमाण) को मिलि लीटर में परिवर्तित कीजिए। फिर 40 से भाग कीजिए।

सोपान 1 : 1 l = 1000 मि. ली.

$$5 \text{ l} + 400 \text{ मि. ली.} = 5000 \text{ मि. ली.} + 400 \text{ मि. ली.}$$

$$\text{दिये गये दूध का परिमाण} = 5400 \text{ मि. ली.}$$

सोपान 2 : दिये गये दूध का परिमाण = 5400 मि. ली.

$$\text{हरेक को वितरित दूध की मात्रा (परिमाण)} = 40 \text{ मि. ली.}$$

$$\text{दूध वितरित लोगों की संख्या} = 5400 \div 40$$

$$= 135$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ 40 \overline{) 5400} \\ \underline{40} \\ 140 \\ \underline{120} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 000 \end{array}$$

5 लीटर 400 मि. ली दूध को 135 लोगों में वितरित किया जाता है

हरेक को 40 मि लि के जैसे वितरित करें तो 135 लोगों को दिया जा सकता है।

मिश्रित प्रक्रियाएँ (Multiplication & Division)

उदाहरण 1 : एक बिस्केट कारखाने में एक दिन में 6120 पैक बिस्केट पैकेटों का उत्पादन होता है। उसी दर में 6 दिनों में कितने पैकेटों का उत्पादन होता है ? उनको पेटियों में बन्द किया जाता है, जहाँ हरेक पैक में 20 पैक होते हैं! उन बिस्केटों के पैकों को भरने के लिए कितनी पेटियों का उत्पादन करना चाहिए ?

सोपान 1 : एक दिन का उत्पादन = 6,120 बिस्केट पैकेट

$$6 \text{ दिनों में उत्पादन} = 6,120 \times 6$$

$$= 36,720 \text{ निस्केट}$$

सोपान 2 : बिस्केट के 20 पैक = 1 पेट्टी

$$36,720 \text{ निस्केट भरते जरूरी पेट्टियाँ} = 36,720 \div 20$$

$$= 1,836 \text{ पेट्टियाँ}$$

$$\begin{array}{r} 1836 \\ 20 \overline{) 36720} \\ \underline{20} \\ 167 \\ \underline{160} \\ 0072 \\ \underline{60} \\ 120 \\ \underline{120} \\ 000 \end{array}$$

उदाहरण 2 : एक ड्रम में 68 1750 मि. ली. शहद है। इसे समान रूप से 5 कैनों में भरा जाता है। हरेक ड्रम में भरा हुआ शहद की मात्रा कितनी है ? एक कैन (can) के शहद को 250 मि. ली. के जैसे बोतलों में भर दिया जाता है। तो शहद की भरने कितने बोतल चाहिए ?

सोपान 1: ड्रम में शहद की मात्रा 68 लीटर, 750 मि. ली

इसे मि. ली. में परिवर्तित कीजिए। यानी 1 ली = 100 मि. ली.

68 ली 750 मि. ली. = 68,750 मि. ली.

सोपान 2: 5 कैनों में भरा हुआ शहद = 68750 मि. ली.

हरेक कैन में शहद की मात्रा = $68750 \div 5$
= 13,750 मि. ली.

$$\begin{array}{r} 13750 \\ 20 \overline{)68750} \\ \underline{5} \\ 18 \\ \underline{15} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 025 \\ \underline{25} \\ 000 \end{array}$$

सोपान 3: 1 बोतल में भरे शहद की मात्रा = 250 मि. ली.

13,750 मि. ली. शहद = $13,750 \div 250$

शहद भरने अवश्यक बोतलों की संख्या = 55

$$\begin{array}{r} 55 \\ 250 \overline{)13750} \\ \underline{1250} \\ 1250 \\ \underline{1250} \\ 0000 \end{array}$$

अभ्यास 2.2

I. सरल कीजिए :

1) a) $3,875 \times 12$

b) $56,049 \times 78$

c) $29,647 \times 392$

d) $50,048 \times 504$

2) a) $5,642 \div 7$

b) $23,576 \div 14$

c) $46,968 \div 38$

d) $69,500 \div 250$

II. 1) निम्नोक्तों का हल कीजिए :

- एक सेवासंस्था, उस जिले के 64 शालाओं को चुनकर ₹ 28,500 के कंप्यूटरों को हरेक शाला को दिलाया। उनसे दिया गया कुल धनशाशि कितना है ?
- एक उद्योग में एक यंत्र औसत 3,264 स्कू (Screw) का उत्पादन करता है। 28 दिनों में वह यंत्र कितने स्कू का उत्पादन करता है ?
- गैड (Guide) समंवसत्र सिलाने हरेक विद्यार्थी को 3 मी 25 से. मी. कपडा जए अवशयक है अगर गैड में 48 लडकियाँ हैं तो सभी को सिलाने के लिए कितना कपडा अवशयक है ?

2) निम्नोक्तों का हल निकालिए:

- एक लीटर पेट्रोल का उपयोग करके एक वाहन 16 कि. मी. दूरी को तय कर सकता है। तो,, 56,304 कि. मी. दूरी तय करने अवशयक पेट्रोल की मात्रा कितनी है ?
- संदर्भ में ड्रिल के प्रस्तुतीकरण 65 मी, 40 से. मी. के कपडे को ध्वज सिलाने लाया गया। एक ध्वज को सिलाने के लिए 60 से. मी. कपडा अवशयक है तो लाये गये कपडे से कितने ध्वजों को सिला सकते हैं ?
- एक किसान के घर से एक दूध केन्द्र 2 कि. मी. 75 मी दूरी पर है। प्रति दिन वह दूध संभरण करने वह चलकर जाता है (पैदल)। तो एक सप्ताह में वह कितनी दूरी को पैदल से तय करता है ? (1 कि. मी. = 1000 मीटर)

III) निम्नोक्तों का हल निकालिए:

- दाताओं ने ₹ 1,250 को हर व्यक्ति के हिसाव से दिया उस संग्रहित धनशाशि से हर एक विद्यार्थी अगर ₹ 250 प्राप्त करता है तो कितने विद्यार्थी यों में उसे वितरित किया गया ?
- 24 नोटनकों के एक नंडल के जैसे 50 नंडलों को विद्यार्थी यों में वितरित करने के लिए दिया गया ।

कुल मिलाकर उनमें कितनी किताबें हैं ? हरेक विद्यार्थी को 8 नोट बुकों को वितरित करें तो कितने विद्यार्थी यों को नोट बुक प्राप्त होते हैं ?



अध्याय - 3

पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप:

- प्राकृतिक संख्याओं को तथा पूर्ण संख्याओं का पता लगा सकेंगे।
- संख्या रेखा पर संख्याओं को प्रस्तुत कर सकेंगे।
- प्राकृतिक संख्याओं तथा पूर्ण संख्याओं के गुणों की सूची बना सकेंगे।
- पूर्ण संख्याओं के नमूने को जान सकेंगे।

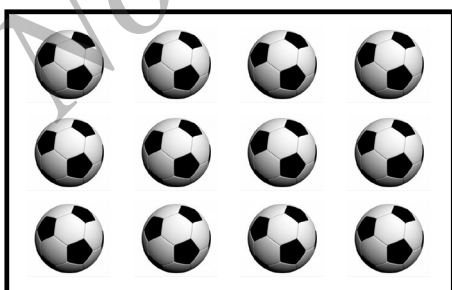
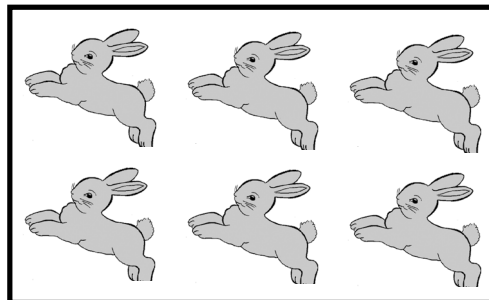
अपनी पिछली कक्षाओं में आपने संख्याओं को पढ़ने। संख्याओं को लिखने और इन संख्याओं का उपयोग करने की क्रियाओं को सीखा है। इस अध्याय में हम संख्याओं के प्रकार और उनके गुणों के बारे में सीखें।

3.1 प्राकृतिक संख्याएँ और पूर्ण संख्याएँ :

प्राकृतिक संख्याएँ (Natural Numbers)

नीचे कुछ प्राणी और कुछ वस्तुओं को दिया गया है उनको गिनें।

रम्या इन खरगोशों को गिनती है जैसे 1, 2, 3, 4 और कहती है कि कुल (छः) '6' खरगोशें हैं।



रजिया इन गेंदों को ऐसे गिनती है 1, 2, 3, 4 और कहती है कि कुल 12 गेंदें हैं।

आप इनको गिनिए और बताइए कि वे कुल कितने हैं :

रम्या ने कौन सी संख्या से गिनना प्रारंभ किया ? (1 से)

राजिया ने कौन सी संख्या से गिनना प्रारंभ किया ? (1 से)

आप ने कौन सी संख्या से गिनना प्रारंभ किया ? (1 से)

इसका मतलब संख्याओं को गिनने का प्रारंभ 1 से होता है ?

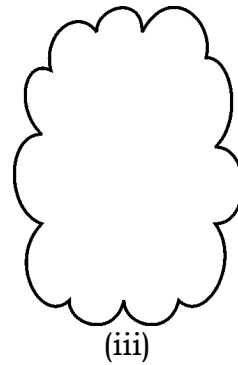
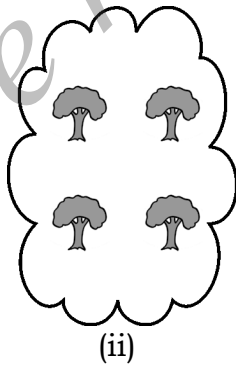
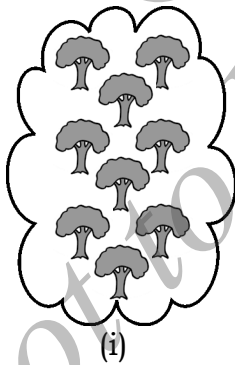
गिनती करने की संख्याओं को प्राकृतिक संख्याएँ भी कहते हैं। प्राकृतिक संख्याओं की श्रेणी 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 है ?

सूचना :

- कनिष्ठतम प्राकृतिक संख्या '1' है।
- वे '1' से प्रारंभ होकर अंतिम रहित हैं। इसका मतलब प्राकृतिक संख्याएँ अपरिमित हैं।

पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)

गितिए और बताइए कि निम्नोक्त आकृतियों में कितने वृक्ष हैं ?



आकृति (i) में कितने वृक्ष हैं ? (9) [9 एक प्राकृतिक संख्या है।]

आकृति (ii) में कितने वृक्ष हैं ? (4) [4 एक प्राकृतिक संख्या है।]

आकृति (iii) में कितने वृक्ष हैं ? [नहीं है] [वृक्ष नहीं है]

कौन सी प्राकृतिक संख्या 'वृक्ष नहीं है ?' इसका प्रतिनिधित्व करता है ? वृक्ष नहीं है।

इसलिए वृक्ष नहीं है - ऐसी परिस्थिति को प्रस्तुत करने के लिए एक संख्या की आवश्यकता है।



वृक्ष नहीं है (नही है)- जैसी परि स्थिति (संदर्भ) को प्रस्तुत करने के लिए शून्य ("0") नामक एक संख्या का उपयोग होता है। शून्य को मिलाकर हम संख्याओं को लिख सकते हैं जैसे,

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

शून्य को भी मिलाकर संख्याओं की इस श्रेणी को पूर्ण संख्याएँ कहते हैं।

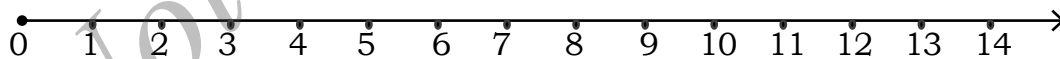
अंतिम कनिष्ठ संख्या "0" है।

पूर्ण संख्याएँ शून्य से प्रारंभ होकर आगे बढ़ते हैं। पूर्ण संख्याएँ अपरिमित (अनंत) हैं।

इसे जान लीजिए : प्राकृतिक संख्याओं में शून्य को अंतर्निहित (मिलाया) नहीं किया गया है क्योंकि शून्य वास्तविक वस्तु का प्रतिनिधित्व नहीं करता है।

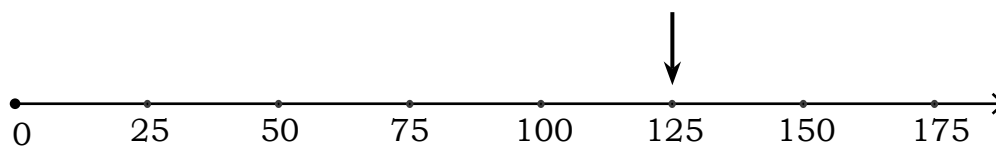
पूर्ण संख्याओं को संख्या रेखा पर नीचे प्रस्तुत किया गया है। अवलोकन कीजिए.

उदाहरण 1 :

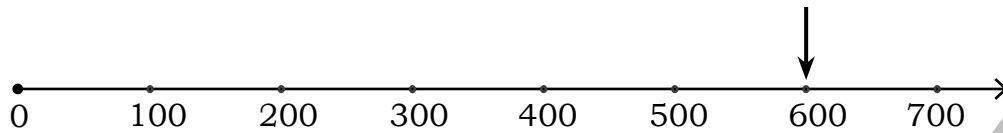


पूर्ण संख्याएँ शून्य से प्रारंभ पाकर अपरिमित तक आगे बढ़ते हैं।

उदाहरण 2 : 125 को संख्या रेखा पर प्रस्तुत कीजिए.



उदाहरण 3 : 600 को संख्या रेखा पर प्रस्तुत कीजिए :



संकलन संबन्धी पूर्ण संख्याओं के गुण :

a) संवृत (बंद) गुण (**Closure Property**) :

इन उदाहरणों का अवलोकन कीजिए :

1) $5 + 3 = 8$	2) $25 + 9 = 34$	3) $0 + 6 = 6$
\swarrow \searrow	\swarrow \searrow	\swarrow \searrow
पूर्ण संख्याएँ	पूर्ण संख्याएँ	पूर्ण संख्याएँ
पूर्ण संख्याएँ	पूर्ण संख्याएँ	पूर्ण संख्याएँ

पूर्ण संख्याओं के अनेक जोड़ों को लेकर इस क्रिया कलाप को पुनरावर्तित कीजिए। इन उदाहरणों से आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?

यहाँ पूर्ण संख्याओं का योग भी प्राप्त है। इन पूर्ण संख्याओं का योग भी एक पूर्ण संख्या है।

∴ पूर्ण संख्याओं का योग भी एक पूर्ण संख्या है। इसे संवृत गुण (बंद गुण) कहते हैं।

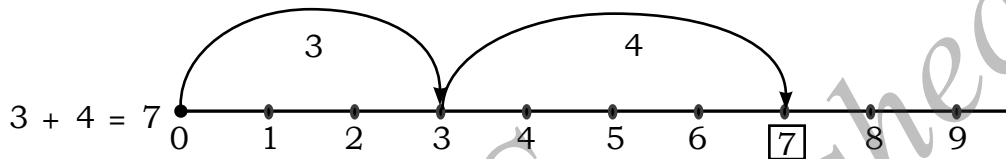
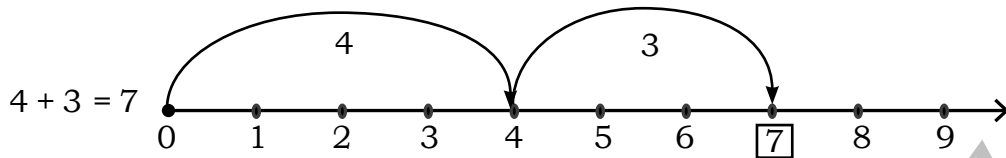
b) क्रमविनिमेय गुण (**Commutative Property**) :

इन उदाहरणों का अवलोकन कीजिए:

1) $6 + 3 = 9$	2) $7 + 12 = 19$	3) $15 + 0 = 15$
$3 + 6 = 9$	$12 + 7 = 19$	$0 + 15 = 15$
∴ $6 + 3 = 3 + 6$	∴ $7 + 12 = 12 + 7$	∴ $15 + 0 = 0 + 15$

पूर्णसंख्याओं के अनेक जोड़ों को लेकर इस क्रियाकलाप को पुनरावर्तित कीजिए। यहाँ आप कौन से साधारण गुण का अवलोकन करते हैं?

4) $4 + 3$ को संख्या रेखा पर प्रस्तुत किया गया है।



उपरोक्त उदाहरण से आप क्या निष्कर्ष करते हैं?

संख्याओं को अंतर्परिवर्तन करने पर भी इनका योग तो वही रहता है।

पूर्ण संख्याओं के संकलन संबंधी इस गुण को 'क्रम विनिमय गुण' कहते हैं।

सामान्यतया इसे इस प्रकार प्रस्तुत किया जाता है $= a+b=b+a$ अब हम परीक्षण करे कि क्या क्रम विनिमय गुण प्राकृतिक संख्याओं के लिए भी लागू हो सकता है?

c) साहचर्य गुण (Associative Property) :

इन उदाहरणों का अवलोकन कीजिए :

उदाहरण 1 : 3, 2 और 5 का योग कितना है ?

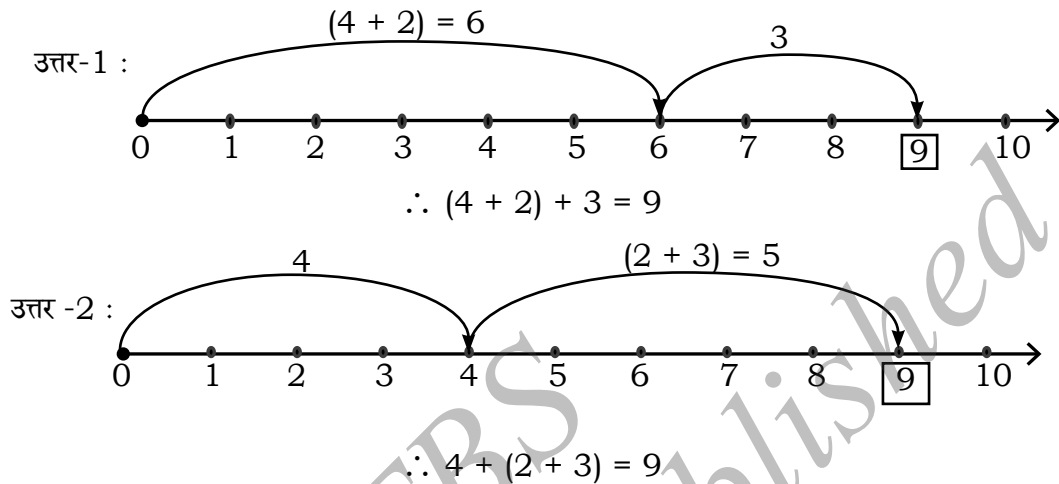
प्रकार (विधान) - 1

$$\begin{aligned} 1) & (3 + 2) + 5 \\ & = 5 + 5 \\ & = 10 \end{aligned}$$

प्रकार (विधान) - 2

$$\begin{aligned} 2) & 3 + (2 + 5) \\ & = 3 + 7 \\ & = 10 \end{aligned}$$

उदाहरण 2 : 4, 2 और 3 के योग को संख्यारेखा पर प्रस्तुत किया गया है। अवलोकन कीजिए।



विभिन्न पूर्णसंख्याओं को लेकर इस क्रियाकलाप को पुनरावर्तित कीजिए।

दत्त (दी गई) संख्याओं को यद्यपि भिन्न प्रकारों (विधानों से) से समूहित करके जोड़ने पर भी उनका योग तो समान ही रहता है।

पूर्ण संख्याओं के इस गुण को साहचर्य गुण (Associative Property) कहते हैं।

इसे इस प्रकार सामान्यतया प्रस्तुत किया जाता है: $(a + b) + c = a + (b + c)$ यह a, b और c - सभी पूर्ण संख्याओं के लिए है।

परीक्षण कीजिए कि बचा संकलन को साहचर्य गुण प्राकृतिक संख्याओं के लिए भी लागू हो सकता है?

प्रयत्न (कोशिश) कीजिए : ये कौन से गुण को दिखाते हैं?

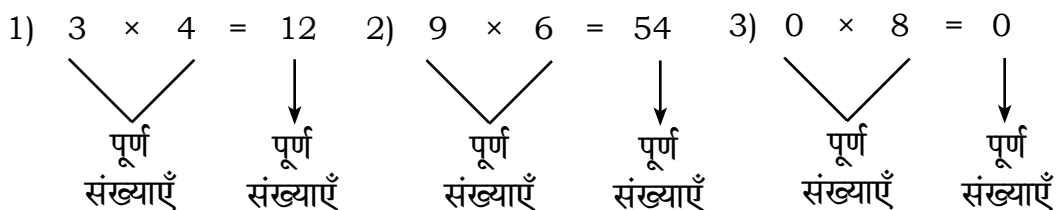
1) $8 + 6 = 6 + 8$

2) $(5 + 3) + 4 = 5 + (3 + 4)$

गुणन संबंधी पूर्ण संख्याओं के गुण :

a) संवृत (बंद) गुण (Closure Property) :

इन उदाहरणों का अवलोकन कीजिए :



विभिन्न पूर्ण संख्याओं को लेकर इस क्रियाकलाप को पुनरावर्तित कीजिए। आप कौन से साधारण गुण (समानगुण) का अवलोकन करते हैं ?

उपरोक्त उदाहरणों में पूर्ण संख्याएँ गुणित किये जाते हैं। प्राप्त गुणलब्ध भी एक पूर्ण संख्या है। पूर्ण संख्याओं के गुणन के इस गुण को संवृत गुण (बन्द गुण) कहते हैं।

पूर्ण संख्याओं का गुणलब्ध भी हमेशा एक पूर्ण संख्या ही है।

सामान्यतया, अगर a और b कोई दो पूर्ण संख्याएँ हों तो, तब उनका गुणलब्ध ab भी एक पूर्ण संख्या है।

परीक्षण कीजिए : क्या यह गुण, गुणन संबंधी, प्राकृतिक संख्याओं के लिए भी लागू हो सकता है ?

b) गुणन का क्रमविनिमेय गुण : (Commutative property of Multiplication) :

इन उदाहरणों का अवलोकन कीजिए :

$$1) \quad 5 \times 3 = 15 \quad 2) \quad 6 \times 4 = 24 \quad 3) \quad 9 \times 0 = 0$$

$$3 \times 5 = 15 \quad 4 \times 6 = 24 \quad 0 \times 9 = 0$$

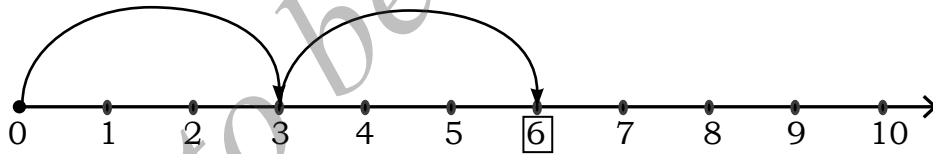
$$\therefore 5 \times 3 = 3 \times 5$$

$$\therefore 6 \times 4 = 4 \times 6$$

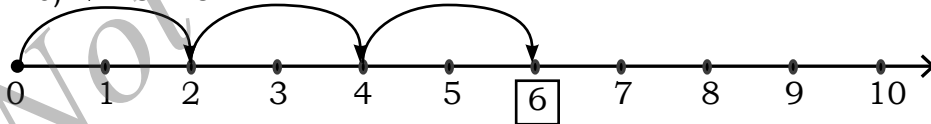
$$\therefore 9 \times 0 = 0 \times 9$$

उपरोक्त उदाहरणों में आप कौन से सामान्य गुण का अवलोकन करते हैं ?

4) a) $3 \times 2 = 6$



b) $2 \times 3 = 6$



अन्य अनेक पूर्ण संख्याओं की लेकर इस क्रियाकलाप का पुनरावर्तन कीजिए।

उपरोक्त उदाहरणों में आप कौन से साधारण गुण का अवलोकन करते हैं ?

दी गई पूर्ण संख्याओं को अंतर्परिवर्तन करके गुणा करने पर भी उनका गुणलब्ध तो समान ही रहता है। इसे गुणन का क्रम विनिमेय गुण कहते हैं।

इसे $a \times b = b \times a$ के जैसे सामान्यीकृत किया जा सकता है।

c) गुणन का साहचर्य गुण (Associative property) :

उदाहरण 1 : 4, 2 और 3 का गुणलब्ध क्या है ?

$$\begin{aligned} & \text{विधान - 1} \\ 1) & (4 \times 2) \times 3 \\ & = 8 \times 3 \\ & = 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{विधान - 2} \\ 2) & 4 \times (2 \times 3) \\ & = 4 \times 6 \\ & = 24 \end{aligned}$$

उदाहरण 2 : 5, 0 और 4 का गुणलब्ध क्या है ?

$$\begin{aligned} & \text{विधान - 1} \\ 1) & (5 \times 0) \times 4 \\ & = 0 \times 4 \\ & = 0 \end{aligned}$$

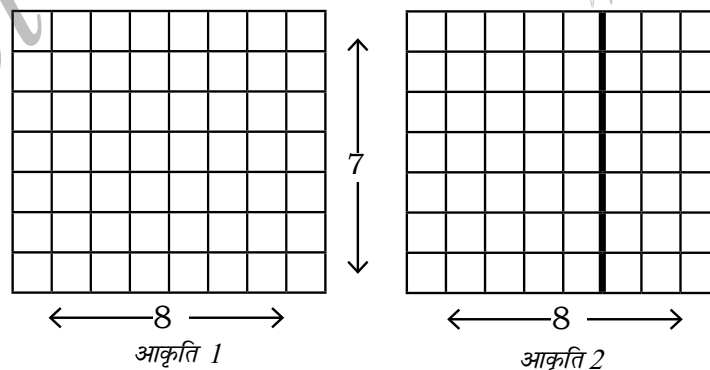
$$\begin{aligned} & \text{विधान - 2} \\ 2) & 5 \times (0 \times 4) \\ & = 5 \times 0 \\ & = 0 \end{aligned}$$

अन्य अनेक पूर्ण संख्याओं को लेकर इस क्रियाकलाप को पुनरावर्तित कीजिए दी गई संख्याओं को, विभिन्न रीति से समूहित करके गुणा करने पर भी गुणलब्ध तो समान ही रहता है।

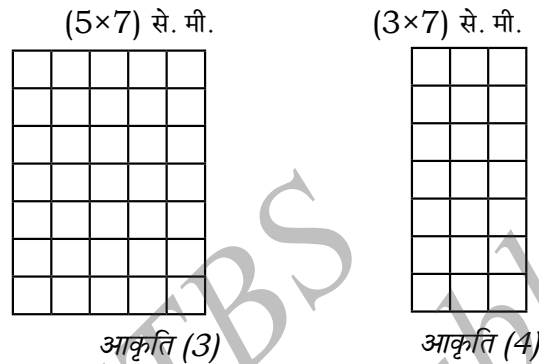
गुणन के इस गुण की साहचर्य गुण कहते हैं। इसे इस प्रकार सामान्यीकृत किया जा सकता है- $\therefore (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ जो a, b और c जैसे सभी पूर्ण संख्याओं के लिए है।

d) वितरण गुण (Distributive Property) :

7 से. मी से 8 से. मी. के एक आलेख पत्र लीजिए जिसमें 1 से. मी \times 1 से. मी. के वर्ग हों जैसे आकृति में (1) में है।



सभी में कुल मिलाकर कितने वर्ग हैं? आकृति 1) में कुल $7 \times 8 = 56$ वर्ग हैं।
अब आलेख पत्र को 5 से. मी. \times 7 से. मी. तथा 3 से. मी. \times 7 से. मी. के आकार में
आलेख पत्र को 7 से. मी. से 5 से. मी. और 7 से. मी. 3 से. मी. - के दो भागों में आकृति
(2) में जैसे दिखाया गया है वैसे काटिए।



आकृति (1) में कुल $7 \times 8 = 56$ वर्ग हैं। दोनों टुकड़ों में कुल कितने वर्ग हैं? आकृति (3)
और आकृति (4) देखिए। ?

आकृति (3) के पहले टुकड़े में, $5 \times 7 = 35$ वर्ग हैं।

आकृति (4) के दूसरे टुकड़े में $3 \times 7 = 21$ वर्ग हैं।

कुल वर्ग 56 हैं यानी $(35 + 21)$

यह इसे बताता है कि $7 \times (5 + 3) = (7 \times 5) + (7 \times 3)$

चानी बा. हा त = $7 \times (5 + 3) = 7 \times 8 = 56$

बा. हा. त = $(7 \times 5) + (7 \times 3) = 35 + 21 = 56.$

उदाहरण : 6, 8 और 9 इन संख्याओं को लीजिए :

तब $6 \times (8 + 9) = (6 \times 8) + (6 \times 9)$

बा. हा. त: $6 \times (8 + 9) = 6 \times 17 = 102$

दा. हा. त: $(6 \times 8) + (6 \times 9) = 48 + 54 = 102$

$\therefore 6 \times (8 + 9) = (6 \times 8) + (6 \times 9)$

सामान्यतया, $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

यह संकलन पर गुणन का वितरण गुण है।

प्रयत्न कीजिए : निम्नोक्तों में बायें तथा दाएँ ओर की क्रियाओं को करके परीक्षा कीजिए के क्या वे समान हैं ?

$$1) 8 \times (5 + 2) = (8 \times 5) + (8 \times 2)$$

$$2) 2 \times (10 + 1) = (2 \times 10) + (2 \times 1)$$

$$3) 6 \times (9 + 7) = (6 \times 9) + (6 \times 7)$$

क्रियाकलाप:- रहीम बेकरी [Bakery] में पार्ट टैम कार्य करता है। गुरुवार में 3 घंटे और रविवार में 4 घंटे कार्य करता है। अगर एक घंटे में ₹50-कमाता है तो, उन दो दिनों में वह कितना कमाता है ?

आप दोनों विधानों (प्रकारों) द्वारा कर सकते हैं।

$$\text{पहला विधान} \quad : 50 (3 + 4) = 50 \times 7 = ₹ 350$$

$$\begin{aligned} \text{दूसरा विधान} \quad & : (50 \times 3) + (50 \times 4) \\ & : = 150 + 200 = ₹ 350 \end{aligned}$$

दो दिनों में उसने कितना कमाया ?

उसने ₹ 350 कमाया।

सोचिए , चर्चा कीजिए और लिखिए : निम्नोक्त गुणन का अवलोकन कीजिए। चर्चा करके देखिए कि क्या हमने संकलन पर गुणन के वितरण गुण का उपयोग किया है ?

		3 2 0 × 1 2 5
320 × 5 (5 से गुणन)	—————→	1 6 0 0
320 × 20 (2 दस से गुणन)	—————→	6 4 0 0
320 × 100 (1 सौ से गुणन)	—————→	3 2 0 0 0
320 × (5 + 20 + 100)	—————→	4 0 0 0 0

प्रयत्न कीजिए : ये कौन से गुण को दिखाते हैं ?

$$1) 7 \times 8 = 8 \times 7$$

$$2) 3 \times (4 + 5) = (3 \times 4) + (3 \times 5)$$

$$3) 5 \times (6 \times 3) = (5 \times 6) \times 3$$

i) योग का तत्समक अवयव (Additive Identity) :

संख्याओं के योग करने में 'शून्य' की संख्या जो है उसका विशेष स्थान है। आप पूर्ण संख्या के साथ जब शून्य जोड़ेंगे तो आपको क्या प्राप्त होगा ?

याती, $0 + 2 = 2$, 2 का योग जो है वह एक पूर्ण संख्या है।

$0 + 9 = 9$, 9 का योग जो है वह एक पूर्ण संख्या है।

$15 + 0 = 15$, 15 का योग जो है वह एक पूर्ण संख्या है।

सूचना : किसी भी संख्या के साथ जब शून्य को जोड़ा जाता है तो उसका योग स्वयं संख्या ही है। अन्य शब्दों में कहें तो संख्या अपने "तादात्म्य" को रखलेती है.

जब '0' को किसी पूर्ण संख्या के साथ जोड़े. तो आपको वही पूर्ण संख्या ही प्राप्त होती है।

इसलिए '0' पूर्ण संख्याओं के योग का तादात्म्य कहते हैं जब किसी संख्या के शून्य को जोड़ा जाता है तो क्या आपको मालूम है कि क्या होगा।

जब '0' को किसी संख्या के साथ जोड़ा जाता है तो और योग वही रहता है।

इसलिए '0' को पूर्णसंख्या के संकलन का योग का तत्समक अवयव कहा जाता है।

सामान्यतया रूप से $a + 0 = a$ या $0 + a = a$. यह किसी भी संख्या के लिए लागू हो सकता है।

इसे कीजिए : ये कौन से गुण को दिखाते हैं ?

1) $0 + 11 = \square$ 2) $0 + 0 = \square$ 3) $52 + 0 = \square$ 4) $0 + 105 = \square$

ii) गुणा का तत्समक अवयव (Multiplicative Identity) :

गुणा कीजिए : $2 \times 1 = 2$, $1 \times 2 = 2$

$1 \times 9 = 9$, $9 \times 1 = 9$

$1 \times 0 = 0$, $0 \times 1 = 0$

किसी भी पूर्ण संख्या को '1' से गुणा करने पर हमें क्या प्राप्त होता है ? हमें वही पूर्ण संख्या प्राप्त होती है।

इसलिए '1' को पूर्णसंख्या गुणन के लिए तादात्म्य या गुणा का तत्समक अवयव कहा जाता है।

जब 'a' किसी पूर्ण संख्या है तो सामान्यतया 'a' अथवा, $a \times 1 = a$ अथवा, $1 \times a = a$

अगर संख्या को '1' से गुणा किया जात है। तादात्मता तो गुणानफल संख्या वही है। अन्य शब्दों में कहें तो संख्या अपनी तादत्म्य (Identity) को बनाए रखता है।

इसका प्रयत्न कीजिए : अब तक चर्चा किये गये गुणों का व्यवकलन और विभाजन के लिए परीक्षण कीजिए आपके अध्यापक से चर्चा करके निष्कर्ष कीजिए।

अभ्यास 3.1

- I. नीचे दिये कथन सही (✓) हैं या गलत (✗) उन्हें सुधार कर पुन लिखिए :
- हर एक प्राकृतिक संख्या एक पूर्ण संख्या है।
 - हर एक पूर्ण संख्या एक प्राकृतिक संख्या है।
 - '0' एक अत्यंत छोटी पूर्ण संख्या है।
 - पूर्ण संख्याओं की श्रेणी '0' से प्रारंभ होता है और वे अंत होतेवाले नहीं।
 - '0' के साथ एक पूर्ण संख्या जोड़ने पर, वह हमेशा एक पूर्ण संख्या ही है।
 - दो या अधिक संख्याओं का गुणनफल भी हमेशा एक स्वाभाविक (प्राकृतिक) संख्या है।

II. खाली जगह भरकर नीचे के कथनों के गुण बताइए :

a) $110 + 300 = \boxed{} + 110$

b) $412 + 0 = \boxed{}$

c) $29 + (100 + 12) = (29 + 100) + \boxed{}$

d) $16 \times (72 + 84) = (16 \times 72) + \boxed{}$

e) $100 \times \boxed{} = 100$

f) $12 \times \boxed{} = 12 \times 15$

III. योग ज्ञात कीजिए। क्या वे समान हैं? वे कौन से गुण को दिखाते हैं?

$$634 + 282 ; \quad 282 + 634$$

IV. निम्नों में से कौन सा कथन पूर्ण संख्याओं के संकलन नियम पालन नहीं करता है?

a) $34 + 58 = 58 + 34$

b) $108 + 3 = 111$ यह एक पूर्ण संख्या है

c) $999 \times 1 = 999$

d) $2 + (1 + 25) = (2 + 1) + 25$

V. निम्नोक्त कथनों को व्यक्त करने वाले नियमों को संख्या रेखा पर दिखाइए :

a) $5 + 8 = 8 + 5$

b) $4 \times 2 = 2 \times 4$

VI. वितरण गुण का उपयोग कर संख्याओं का गुणनफल ज्ञात कीजिए.

a) $6 \times (8 + 7)$

b) $3 \times (10 + 2)$

3.2 पूर्ण क्रियाओं में नमूने (विन्यास)

आधुनिक पद्धति में हम कई संख्याओं को रेखागणितीय आधार पर अभिव्यक्त करते हैं। हम संख्याओं को बिन्दुओं से बने मूल आकारों में व्यवस्थित कर सकते हैं। आकार हैं एक रेखा, एक त्रिभुज एक वर्ग, और एक आयत। हर एक संख्या को इसमें किसी एक आकार में व्यवस्थित कर सकते हैं। बने रेखागणितीय आकार के अनुसार विभिन्न प्रकार की संख्याएँ प्राप्त होते हैं। वे इस प्रकार हैं।

हर एक पूर्ण संख्या को सरल रेखा में व्यवस्थित कर सकते हैं। (0 और 1 को छोड़ कर)

उदाहरण के लिए :

- संख्या 2 को ऐसे दिखाया जा सकता है • •
- संख्या 3 को ऐसे दिखाया जा सकता है • • •
- संख्या 4 को ऐसे दिखाया जा सकता है • • • •
- संख्या 6 को ऐसे दिखाया जा सकता है • • • • • •

- कुछ संख्याओं को आयत रूप में व्यवस्थित कर सकते हैं।

उदाहरण :

संख्या 6	• • • • • •
संख्या 8	• • • • • • • •
संख्या 10	• • • • • • • • • •

इसे जान लीजिए :- ग्रीक, बेबिलोनियन्स, मयान्स और ईजिप्शियन्स - लोगों ने समझा था कि गिनती की संख्याएँ कुछ निर्दिष्ट रेखागणितीय विधानों के साथ श्रृंखलित हैं। संख्याओं को व्यक्त करने उन्होंने विन्दुओं का उपयोग किया था। ईजिप्शियन्स- ने संख्याओं को व्यक्त करने ऊर्ध्वाधर रेखाओं को ही उपयोग किया।

- कुछ संख्याओं को वर्ग के जैसे व्यवस्थित कर सकते हैं।

उदाहरण के लिए:

संख्या 4 (उसमें 2 क्षैतिज. की. 2 ऊर्ध्वाधर पाक्तियाँ हैं)	• • • •
संख्या 9 (उसमें 3 क्षैतिज. की. 3 ऊर्ध्वाधर पाक्तियाँ हैं)	• • • • • • • • •
संख्या 16 (उसमें 4 क्षैतिज की 4 ऊर्ध्वाधर पाक्तियाँ ह)	• • • • • • • • • • • • • • • •

4, 9, 16, ये संख्याएँ वर्ग संख्याएँ कहलाती हैं।

- कुछ संख्याओं को त्रिभुजाकार में व्यवस्थित कर सकते हैं।

उदाहरण के लिए:

संख्या 3	
संख्या 6	
संख्या 10	

3, 6, 10, ये संख्याएँ त्रिभुजीय संख्याएँ कहलाती हैं। संख्याओं को त्रिभुजाकार में व्यवस्थित करते समय ध्यान दीजिए कि त्रिभुज में उसके दो पार्श्व समान रहता है तथा अग्रभाग में सदा एक बिन्दु रहना चाहिए। पंक्तियों की बिन्दुओं की संख्या। नीचे की पंक्ति से प्रारंभ होकर 4,3,2,1..... के जैसे रहना चाहिए।

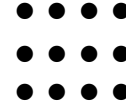
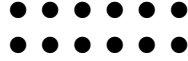
अग्र पंक्ति में कितनी बिन्दुएँ हैं? अग्र पंक्ति में हमेशा एक बिन्दु रहना चाहिए।

सूचना : '1' एक विशेष संख्या है। क्यों?

नीचे के कोष्ठकों को भरिए:

संख्या	रेखा	आयते	वर्ग	त्रिभुज
2		नहीं	नहीं	नहीं
3		नहीं	नहीं	
4		नहीं		नहीं
5		नहीं	नहीं	नहीं
6			नहीं	
7				
8				
9				

अधिक जानकारी : संख्या 12 को दो प्रकार के आयतों के द्वारा दिखाया जा सकता है।



इनका प्रयत्न कीजिए : 12 की 2×6 के जैसे और 3×4 के जैसे व्यवस्थित कर सकते हैं। ऐसे और 3 उदाहरणों को दिखाइए।

क्रियाकलाप:- अवश्यक सामग्रियाँ : 1. किसी एक रंग के छोटे वृत्ताकार के कागज
2. सफेद कागज का एक पन्ना।

विधान : कुछ वर्ग और त्रिभुजाकार के संख्यायुक्त आकृतियों को रंगीन कागज के उपयोग से तैयार करके उनको सफेद कागज पर चिपकाइए। उपरोक्त आकाएँ को बनाने आपके मित्र अपने सफेद कागज पर कौन सी संख्याओं को सिद्ध किया है। उन्हें बोर्ड पर दशाइए।

- इनका प्रयाण कीजिए : 1) प्रथम 10 संख्याओं को के नाम बताइए जिन को व्यवस्थित किया जा सकता है उनको ऐसे लिखना कि.
- a) सरलरेखा b) आयत c) वर्ग d) त्रिभुज
- 2) 1 से 20 तक की संख्याओं को में कौन सी संख्या को केवल सरल रेखा पर दिखाया जा सकता है?
- 3) 1 से 20 तक संख्या में से कौन सी संख्याओं को केवल वर्ग के जैसे दिखाया जा सकता है?

नमूनों का अवलोकन (**Patterns observation**)

नमूनों का अवलोकन आपकी सरलीकरण प्रक्रिया में मार्गदर्शन करता है।

उदाहरण :

नमूना : 1) $112 + 9 = 112 + 10 - 1 = 122 - 1 = 121$

2) $112 + 99 = 112 + 100 - 1 = 212 - 1 = 211$

नमूना 2 : नमूना '9', '99', '999'.... ? नमूने का अवलोकन कीजिए । क्या यह विधान जोड़ने या घटाने में आपको मदद करता है ?

उदाहरण : 1) $24 \times 9 = 24 \times (10 - 1)$ 2) $24 \times 99 = 24 \times (100 - 1)$

3) $24 \times 999 = 24 \times (1000 - 1)$

'9', '99', '999' ? जैसी संख्याओं की गुणा करने आपको क्या किसी और सरल मार्ग मालूम है ? ऐसे विधान आपको मौखिक रूप से सवाल परिहार करने में मदद देते हैं।

नमूना 3 : निम्नोक्त नमूना आपको एक संख्या को 5 था 25 था 125 (आप इसे और विस्तृत करते की सोच कर सकते हैं...) से गुणा करने का एक मार्ग सूचित करता है। उदाहरण के लिए।

उदाहरण : 1) $32 \times 5 = (32 \times 10) \div 2 = 320 \div 2 = 160$

2) $32 \times 25 = (32 \times 100) \div 4 = 3200 \div 4 = 800$

3) $32 \times 125 = (32 \times 1000) \div 8 = 32000 \div 8 = 4000$

सोचिए : ये नमूने क्या सूचित करते हैं ?

1) $54 \times 5 = (54 \div 2) \times 10 = 27 \times 10 = 270 \times 1$

2) $54 \times 15 = (54 \div 2) \times 30 = 27 \times 30 = 270 \times 3$

3) $54 \times 35 = (54 \div 2) \times 70 = 27 \times 70 = 270 \times 7$

4) $54 \times 45 = (54 \div 2) \times 90 = 27 \times 90 = 270 \times 9$

नमूना 4 : 37 एक विशेष संख्या है। अगर 37 को 3 के गुणजों से गुणा करें तो (केवल $3 \times 10 = 30$ की छोड़) हमें निम्नोक्त प्राप्त होते हैं :

$37 \times 3 = 111$

$37 \times 18 = 666$

$37 \times 6 = 222$

$37 \times 21 = 777$

$37 \times 9 = 333$

$37 \times 24 = 888$

$37 \times 12 = 444$

$37 \times 27 = 999$

$37 \times 15 = 555$

अभ्यास 3.2

I. निम्नोक्त प्रश्नों का उत्तर दीजिए :

- 1) 1 और 20 के बीच की त्रिभुजाकार संख्याओं को लिखिए।
- 2) कौन सी प्रथम 5 संख्याओं को वर्गा के जैसे व्यवस्थित कर सकते हैं?
- 3) कौन सी अनन्त छोटी संख्या को एक रेखा, एक त्रिभुज एक वर्ग और एक आयत के रूप में दिखा सकते हैं?
- 4) कौन सी निम्नतम संख्या को एक आयत और एक त्रिभुज दोनों में दिखा सकते हैं?

II. नमूने को पढ़कर उसके आगे के सोपान (उत्तर) को लिखिए :

- | | |
|---|---|
| a) $1 \times 1 = 1$ | b) $1 \times 9 + 1 = 10$ |
| $11 \times 11 = 121$ | $12 \times 9 + 2 = 110$ |
| $111 \times 111 = 12321$ | $123 \times 9 + 3 = 1110$ |
| c) $123456789 \times 8 + 9 = 987654321$ | d) $9876543 \times 9 + 1 = 8,88,88,888$ |
| $12345678 \times 8 + 8 = 98765432$ | $987654 \times 9 + 2 = 88,88,888$ |
| $1234567 \times 8 + 7 = 9876543$ | $98765 \times 9 + 3 = 8,88,888$ |
| $123456 \times 8 + 6 = 987654$ | $9876 \times 9 + 4 = 88,888$ |
| $12345 \times 8 + 5 = 98765$ | $987 \times 9 + 5 = 8,888$ |
| $1234 \times 8 + 4 = 9876$ | |

e) गुणा कीजिए : 1) 142857×7 2) 12345679×9

III. निम्नोक्तों को वर्ग संख्याओं के रूप में, त्रिभुजाकार और आयताकार संख्याओं के रूप में अलग-अलग करके लिखिए :

- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| a) 3 | b) 81 | c) 10 | d) 49 | e) 15 |
| f) 6 | g) 8 | h) 64 | i) 25 | |



अध्याय - 4

पूर्णांक (Integers)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप:

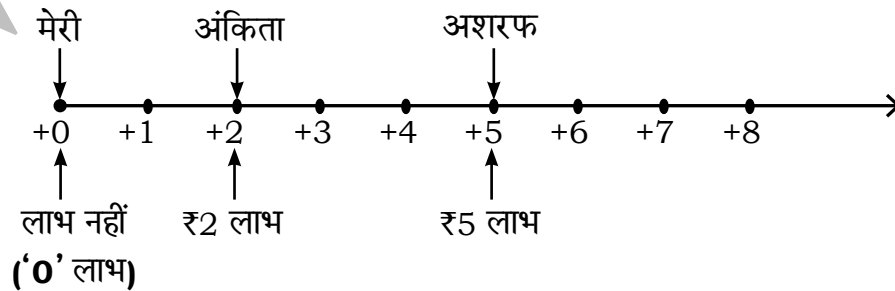
- पूर्णाकों का अर्थ समझ सकेंगे और उनकी आवश्यकता को भी जान सकेंगे।
- घन और ऋण संख्याओं को पहचान सकेंगे।
- संख्या रेखा पर पूर्णाकों को प्रस्तुत कर सकेंगे।
- दत्त पूर्णाकों में छोटे और बड़े पूर्णाकों को पहचान सकेंगे।
- पूर्णाकों को आरोहण और अवरोहण क्रम में व्यवस्थित कर सकेंगे।
- संख्या रेखा पर पूर्णाकों के मूल भूत प्रक्रियाओं का हल कर सकेंगे।

4.1 पूर्णांक (Integers)

पूर्णाकों (पूर्णसंख्या) को संख्यारेखा पर प्रस्तुत करने के विधान को आपने सीखा है। यहाँ कुछ कथन दिये गये हैं। संख्या रेखा पर संख्या को प्रस्तुत (अंकित) कीजिए।

उदाहरण 1 : अशरफ, अंकिता, मेरी और गणेश व्यापारी हैं, - उनमें

- a) अशरफ ₹ 5 का लाभ प्राप्त करता है।
- b) अंकिता ₹ 2 का लाभ प्राप्त करती है।
- c) उस दिन मेरी ने व्यापार प्रारंभ नहीं किया।
- d) गणेश को ₹ 5 का नुकसान हुआ।



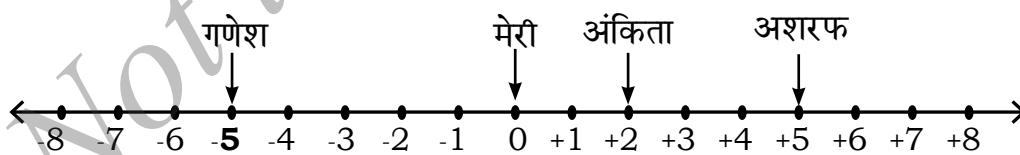


गणेश को ₹ 5 का नुकसान हुआ उसे संख्या रेखा पर प्रस्तुत नहीं किया जा सकता है। नुकसान को दिखाने एक प्रत्येक संख्या श्रेणी की आवश्यकता है।

एक संख्या रेखा में '0' से दायी ओर बढ़ने पड़ मूल्य एक - एक घटक के रूप में बढ़ता जाता है इसे लाभ मान सकते हैं नुकसान को दिखाने के लिए संख्या रेखा को '0' से नायी ओर विस्तृत करना पड़ता है उसे '-1' करके अंकित कीजिए फिर बाची ओर गति करके '-2' अंकित कीजिए इसी प्रकार ऋण संख्याओं को अंकित किया जाता है।

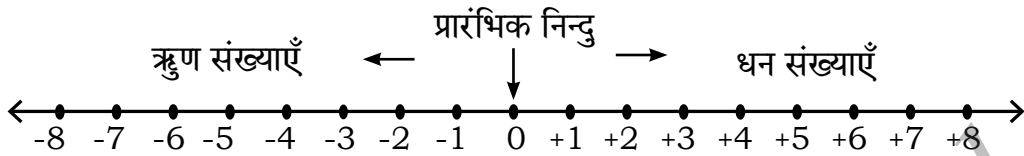


संख्या रेखा पर हम संख्याओं को '0' की बायीं तरफ '-' संकेत से अंकित करते हैं और दायीं तरफ '+' संकेत से अंकित करते हैं। '-' संकेत सहित संख्याओं को ऋण संख्याएँ कहलाती हैं। तथा संकेत सहित संख्याओं धन संख्याएँ कहलाती हैं अतः ₹ 5 के नुकसान को संख्या रेखा पर निम्नोक्त रीति से दिखाया जाता है।

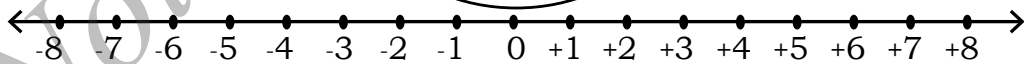
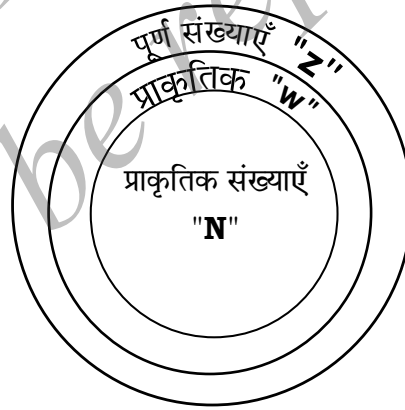


- शून्य से बाचीं तरफ संख्या रेखा को आगे बढ़ायी गयी है।
- क्रम से रेखा पर पूर्णांक जैसे -1, -2, -3, -4, -5..... अंकित किया जाता है।
- गणेश को नुकसान हुआ और उसकी स्थिति मेरी से भी कम है। इसे -5 में अंकित किया गया है।

पूर्णाकों की संख्या रेखा:



- '0' - एक संख्या रेखा का प्रारंभिक निन्दु है।
- शून्य (साधारणतया) से दायीं तरफ सहज ही धन संकेत की संख्याएँ होती हैं - वे धन संख्याएँ हैं।
- शून्य से बायीं तरफ की ओर संख्या रेखा को आगे बढ़ा दी गयी है। शून्य से बायीं तरफ की संख्याएँ ऋण संख्याएँ हैं।
- पूर्ण संख्याएँ और ऋण संख्याएँ दोनों से बने संख्याओं के समूह को पूर्णांक कहते हैं। पूर्णांक एक अक्षर Z से सूचित किया जाता है।
- प्राकृतिक संख्याओं के समूह और पूर्णांकों के समूह से एक पूर्णांकों का समूह बनता है।



- एक पूर्णांक संख्या रेखा शून्य से प्रारंभ होता है और दोनों दिशाओं में अनंत बढ़ता जाता है।
- उसमें, शून्य से बायीं ओर ऋण संख्याएँ और दायीं ओर धन संख्याएँ होती हैं।
- शून्य का कोई धन संकेत या ऋण संकेत नहीं होता है। शून्य तो उदासीन स्थिति को सूचित करता है।

सोचिए:

- पूर्णांकों में अत्यंत बड़ी संख्या कौन सी है ?
- पूर्णांकों में अत्यंत अतिम संख्या कौन सी है ?
- आपके अध्यापक / अध्यापिका से विचार- विनिमय (चर्चा) कीजिए ।

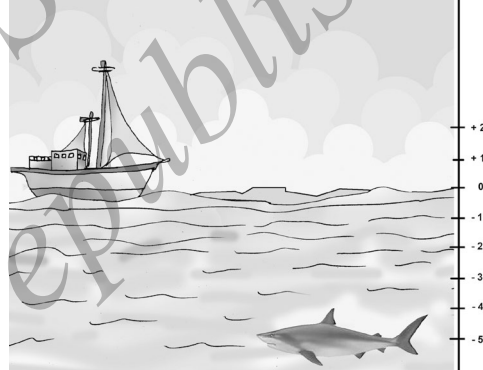
स्मरण कीजिए: (-1) अत्यंत बड़ी ऋण संख्या है।

उपरोक्त उदाहरण में गणेश को जो नुकसान हुआ उसे ऋण संख्या '-5' की तरह प्रस्तुत किया गया है।

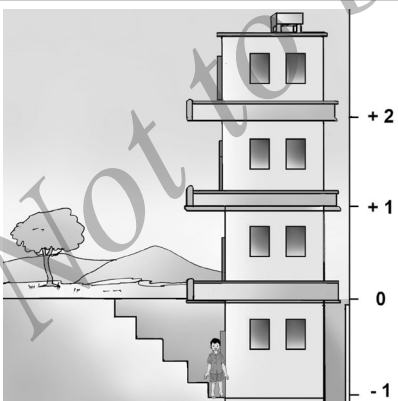
ऋण संख्याओं का उपयोग जहाँ हुआ है ? ऐसे अन्य संदर्भों को जान लीजिए।



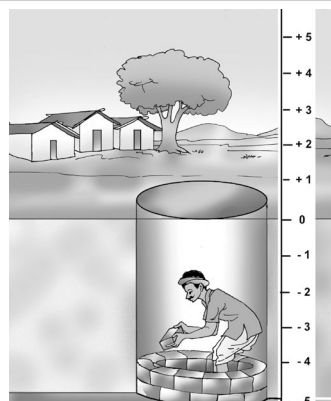
कश्मीर घाटी का तापमान "-120 c" है।



यह व्हेल "+5" मीटरों की गहराई पर है।



रवि "-1" मंजिल में वास करता है



एक मेसन "-5 मी."में रहकर कुएँ के तल में पत्थरों को व्यवस्थित कर रहा है

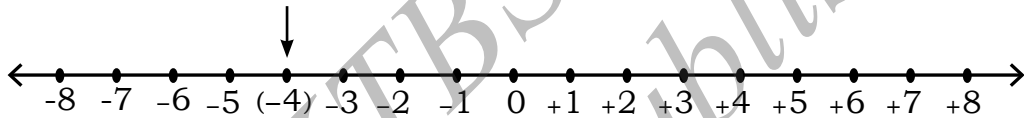
ऐसे संदर्भ (परिस्थिति) जहाँ ऋण संख्याओं का उपयोग होता है:

- व्यापार में नुकसान को प्रस्तुत करने ।
- 0 सेलिषियस से भी कम तापमान को प्रस्तुत करने ।
- शून्य डिग्री से भी कम तापमान प्रस्तुत करने महासागर का स्तर शून्य मान लिया गया है ।

पूर्वोक्त संख्या रेखा पर संख्याओं को प्रस्तुत करना :

उदाहरण 1 : (-4) को एक संख्या रेखा पर प्रस्तुत कीजिए ।

हल (एदल्लूदह) : संख्या रेखा पर शून्य से बायीं ओर 4 घटकों को प्रस्तुत कीजिए ।

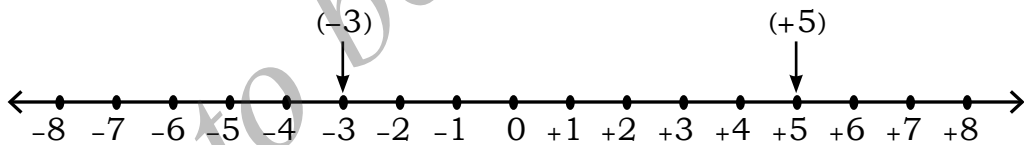


उदाहरण 2 :

संख्या रेखा पर +5 और -3 को प्रस्तुत कीजिए ।

संख्या रेखा पर शून्य से दायीं ओर 5 घटक (इकाई) +5 है ।

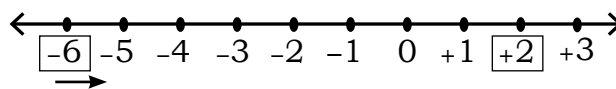
शून्य से बायीं ओर 3 घटक (इकाई) (-3) है ।



उदाहरण 3 :

संख्या रेखा पर -6 से +2 तक सभी संख्याओं को प्रस्तुत कीजिए ।

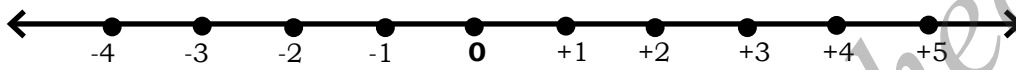
हल (Solution) : एक रेखा खींचिए । (-6) एक ऋण संख्या है । इसलिए उसे बायीं ओर रखना चाहिए । इसलिए (-6) को संख्या रेखा की बायीं ओर अंकित कीजिए । यहाँ से दायीं ओर एक- एक इकाई की बायीं ओर अंकित कीजिए । यहाँ से दायीं ओर एक- एक इकाई क्रम से (-5), (-4), +2 तक अंकित कीजिए ।



उदाहरण 4 :

(+5) से (-4) तक प्रस्तुत कीजिए :-

एक रेखा खींचिए। (+5) एक धन संख्या है। वह संख्या रेखा की दायीं ओर है। इसलिए +5 को दायीं ओर अंतिम, यहाँ से बायीं ओर समान भाग -4 प्राप्त होने तक +4, +3, +2.... अंकित किये जाते हैं।



प्रयत्न कीजिए:

1) इन संख्याओं को संख्यारेखा पर अंकित कीजिए।

a) -3 b) +3 c) -5 d) +6 e) -9

2) इन संख्याओं से युक्त संख्या रेखा की रचना कीजिए।

a) +4 से -3 b) -7 से +1

उत्तर संख्या और पूर्व संख्या को प्रस्तुत करना :

(Representing successor and predecessor) :

पूर्णसंख्या (पूर्णांक) रेखा के आधार पर, इन प्रश्नों का उत्तर दीजिए :

a) -3 की उत्तर संख्या कौन सी है? (-2)

b) 0 की पूर्व संख्या कौन सी है? (-1)

c) -7 की उत्तर संख्या कौन सी है? (-6)

प्रयत्न कीजिए:

1) इन संख्याओं की उत्तर संख्या प्रस्तुत कीजिए :

-12, -8, -15, -4, 0

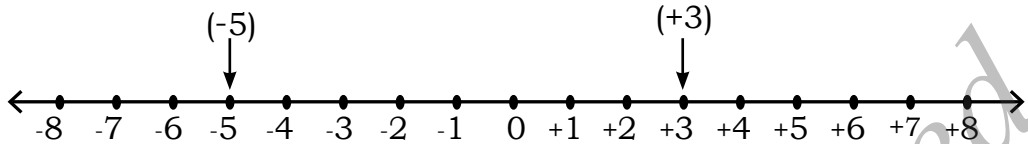
2) इनकी पूर्व संख्या लिखिए।

-7, 0, -6, -25, -14

पूर्णाकों की तुलना : संकेतों का उपयोग - छोटा '<', बड़ा '>' :

उदाहरण 1 :

(-5) और (+3) इसमें कौन सा बड़ा है - (-5) था (+3) ?



(-5) संख्या रेखा पर शून्य की बायीं ओर है।

(+3) संख्या रेखा पर शून्य की दायीं ओर है।

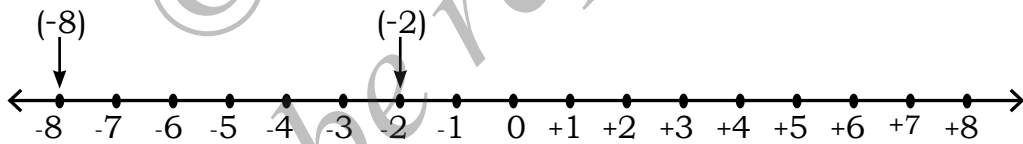
संख्या रेखा पर हम बायीं ओर से दायीं ओर गति करें तो मूल्य बढ़ता है।

∴ +3 तो (-5) से बड़ा है।

संकेत का उपयोग करके हम, (+3) > (-5) लिखते हैं।

उदाहरण 2 :

(-8) बड़ा है या (-2) ?

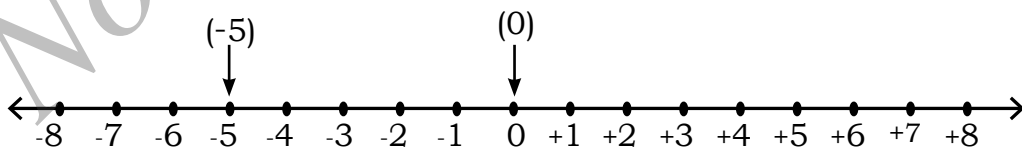


(-2) संख्या रेखा पर (-8) के दायीं ओर है।

∴ (-2) ही (-8) से बड़ा है। (-2) > (-8)

उदाहरण 3 :

(-5) बड़ा है या '0' बड़ा है ?



संख्या रेखा पर 0 ही (-5) के दायीं ओर है।

∴ (-5) से भी 0 ही बड़ा है

$$0 > (-5)$$

उदाहरण 4 :

+2 बड़ा है या -4 बड़ा है ?

इन संख्याओं को संख्यारेखा पर उनके स्थान की कल्पना कीजिए और निष्कर्ष कीजिए....

-4 तो + 2 से छोटा है.

$\therefore (-4) < (+2)$

उदाहरण 5 :

छोटा कौन सा है(-7) है या (-9) इन संख्याओं के स्थान के संख्यारेखा पर कल्पना कीजिए। और निष्कर्ष निकालिए.....

(-9) से (-7) छोटा है।

$\therefore (-9) < (-7)$

प्रयत्न कीजिए:

नीचे की संख्याओं के बीच सही संकेत जैसे $<$, $>$ या $=$, लिखिए।

- | | | |
|-----------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| a) +3 <input type="text"/> (-6) | b) -1 <input type="text"/> +1 | c) (+5) <input type="text"/> 0 |
| d) (-4) <input type="text"/> (-9) | e) +12 <input type="text"/> -12 | f) +4 <input type="text"/> +6 |
| g) (-7) <input type="text"/> (+2) | h) 0 <input type="text"/> -3 | i) -5 <input type="text"/> -5 |

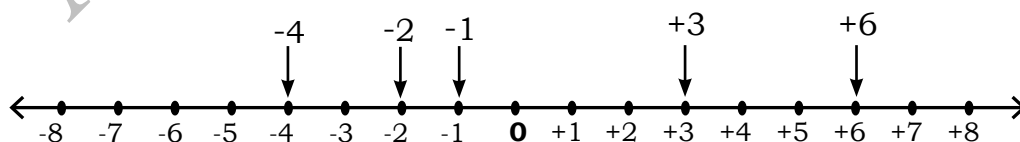
आरोहण और अवरोहण क्रम (**Ascending and Descending Order**) :

उदाहरण 1 :

निम्न संख्याओं को आरोहण क्रम में लिखिए।

-2, +6, +3, -4, -1

हल (**Solution**) : संख्यारेखा पर इन संख्याओं की कल्पना कीजिए। संख्या रेखा पर दायीं ओर बढ़ते जाने पर, संख्याओं का मूल्य बताना है।



\therefore आरोहण क्रम : -4, -2, -1, +3, +6

उदाहरण 2 :

इन संख्याओं को आरोहण क्रम में लिखिए :

+9, -7, 0, -2, +4

इन में अन्यंत छोटा कौन सा है? (-7)

इन में अन्यंत बड़ा कौन सा है? (+9)

अन्यंत छोटी संख्या से प्रारंभ करके, बाकी संख्याओं को आरोहण क्रम में लिखिए।

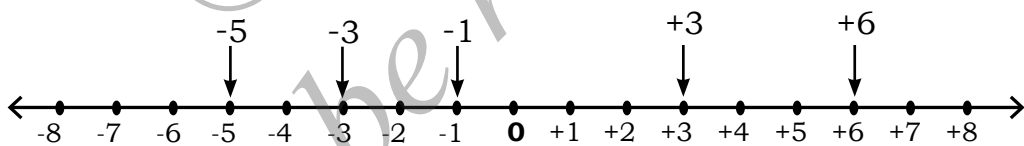
∴ आरोहण क्रम : -7, -2, 0, +4, +9

उदाहरण 3 :

इन संख्याओं को अवरोहण क्रम में लिखिए :

-3, +6, -5, +3, -1

हल (**Solution**) : संख्यारेखा पर इन संख्याओं के स्थान की कल्पना कीजिए। संख्यारेखा पर दायीं ओर से बायीं ओर गति करने पर, मूल्य घटता जाता है।



∴ अवरोहण क्रम : +6, +3, -1, -3, -5

उदाहरण 4 :

इन संख्याओं को अवरोहण क्रम में लिखिए :

-7, +10, -4, +2, -5

इनमें से अत्यंत बड़ा कौन सा है? (+10)

इनमें से अत्यंत छोटा कौन सा है? (-7)

अत्यंत बड़ी संख्या से प्रारंभ करते हुए बाकी संख्याओं को अवरोहण क्रम में लिखकर व्यवस्था कीजिए।

∴ अवरोहण क्रम +10, +2, -4, -5, -7,

प्रयत्न कीजिए:

- 1) इन संख्याओं को आरोहण क्रम में लिखिए :
 - a) 4, -3, +6, -9, 0
 - b) -9, +6, -7, +3, -1
- 2) इन संख्याओं को अवरोहण क्रम में लिखिए :
 - a) 0, -8, +3, -5, +1
 - b) -9, -1, +9, -6, +4

अभ्यास 4.1

- I. 1) इन संख्याओं को संख्यारेखा पर प्रस्तुत कीजिए :
- a) -2 b) +3 c) -4 d) +6 e) -8
- 2) निम्नोक्तों को प्रस्तुत करने संख्यारेखा खींचिए :
- a) (-5) से +4 b) (-9) से +1
c) +2 से (-8) d) +5 से (-6)
- 3) इन संख्याओं के उत्तर संख्याओं को लिखिए :
- a) -6 b) 8 c) -1 d) -15 e) -58
- 4) इन संख्याओं के पूर्व की संख्याओं को लिखिए :
- a) 1 b) -9 c) -14 d) 0 e) -74
- II. 1) दो संख्याओं के बीच एक सही संकेत का उपयोग कीजिए और तुलना कीजिए। (<, >=)
- | | | | | | |
|-------|----------------------|-----|--------|----------------------|-----|
| a) +3 | <input type="text"/> | -6 | b) -5 | <input type="text"/> | -8 |
| c) -9 | <input type="text"/> | -3 | d) -1 | <input type="text"/> | 0 |
| e) +6 | <input type="text"/> | -15 | f) -18 | <input type="text"/> | -18 |
| g) 0 | <input type="text"/> | -8 | h) -26 | <input type="text"/> | -40 |

2) इन संख्याओं को आरोहण क्रम में लिखिए ।

- a) +2, +8, -3, 0, -5
- b) +5, -9, +8, -1, -7
- c) -12, +15, -15, -3, +4
- d) -20, +14, +7, -6, 0

3) इन संख्याओं को अवरोहण क्रम में लिखिए।

- a) +2, -4, +5, 0, +6
- b) -7, +7, -10, -4, -1
- c) -18, +9, -8, +5, -14
- d) -9, +2, -11, +5, 0

4) निम्नोक्त सर्धों को प्रस्तुत करने वाले संख्याओं को लिखिए :

उदाहरण : 1) तापमान 6° भी कम है। -6° C.

2) एक व्यापार में लाभ भी नहीं, नुकसान भी नहीं।

a) एक कपडे का दूकान तीसरी मंजिल में स्थित है।

b) कृषि संबंधी उपकरण की दूकान भूमितल की दूसरी मंजिल में है।

c) अपने बचत खाते से जहीर ने ₹ 500/- को लेलिया।

d) अपेक्षा ने अपने वचत खाते में ₹ 200/- जमा किये।

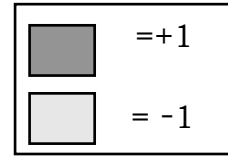
e) एवरेस्ट पर्वत 8854 मीटरों की ऊँचाई पर है।

f) एक महासागर की 28 मीटरों की गहई में जलीय प्राणियों का फोटोग्राफ लेने एक डैवर दूवा है (Diver).

4.2 पूर्णाकों का संकलन और व्यवकलन

दो धन पूर्णाकों का संकलन और व्यवकलन :

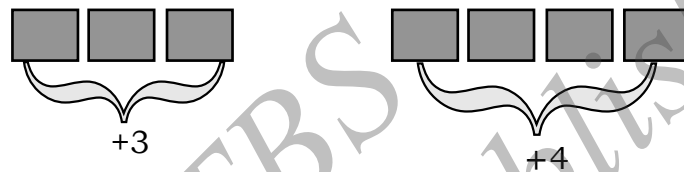
क्रियाकलाप 1:



(+3) और (+4) को जोड़िए :

दो विभिन्न रंगों को उदा के लिए नीला और लाल रंग लीजिए।

3 नीले वर्ग और 4 वर्गों को एक ही पंक्ति में आकृति में दिखाये गये प्रकार में रखिए।



कुल वर्गों की संख्या गिनिए। नीले रंग के 7 वर्ग हैं। इसलिए $(+3) + (+4) = +7$.

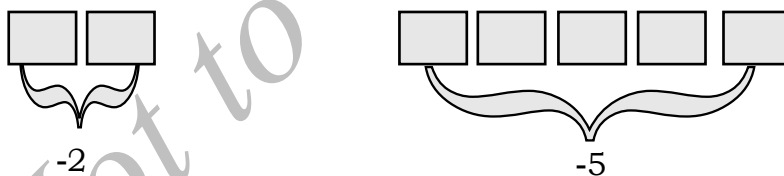
अलग - अलग धन पूर्णाकों को लेकर क्रियाकलाप को अनेक बार पुनरावर्तित कीजिए।

क्रियाकलाप 2:

ऋण पूर्णाकों का संकलन

(-2) और (-5) को जोड़िए।

दो लाल वर्गों और पाँच कोल वर्गों को एक ही पंक्ति में निम्नोक्त रीति से रखिए।



कुल वर्गों की संख्या को गिनिए।

लाल रंग के 7 वर्ग हैं।

इसलिए $(-2) + (-5) = (-7)$

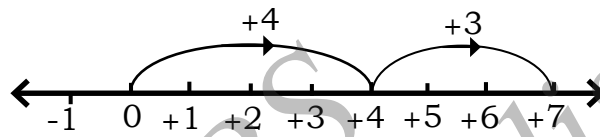
विभिन्न ऋण पूर्णाकों को लेकर क्रियाकलापों को पुनरावर्तित कीजिए ।

सारणी को पूरा कीजिए:

- | | | | |
|------------------|---------|------------------|---------|
| 1) $(+8) + (+2)$ | = _____ | 2) $(-3) + (-2)$ | = _____ |
| 3) $(-6) + (-2)$ | = _____ | 4) $(+8) + (+4)$ | = _____ |

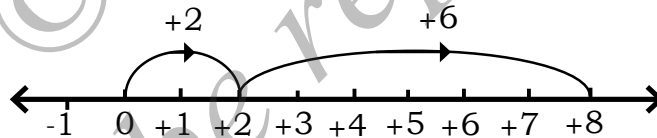
समान संकेत के दो धन पूर्णांकों का संकलन संख्यारेखा का उपयोग करके:

उदाहरण 1 : संख्या रेखा पर 4 और 3 को जोड़िए।



संख्या रेखा पर पहले आप 0 से दायीं ओर 4 तक गति कीजिए। 4 से आप 3 इकाई दायीं तरफ 7 पहुँचने तक बढ़ते जाइए। इस प्रकार $4+3=7$.

उदाहरण 2 : संख्या रेखा पर 2 और 6 को जोड़िए।



संख्या रेखा पर शून्य से प्रारंभ करके आपके दायीं ओर दो कदम आगे बढ़िए और 2 तक पहुँचिए 2 से 6 कदम उसके दायीं ओर बढ़कर 8 तक पहुँचिए। इस प्रकार $2 + 6 = 8$ है।

उदाहरण 1 और 2 से आप अवलोकन करते हैं कि, किन्हीं दो धन पूर्णांकों को जोड़ने के लिए आप शून्य के दायीं ओर संख्या रेखापर गति करते हैं।

$(+4)$	(सदृश संकेत (समान))	$(+2)$
$+(+3)$		$+(+6)$
$\hline +7$		$\hline +8$
↑	संकेत	↑

1) $(+4) + (+3) = (+7)$

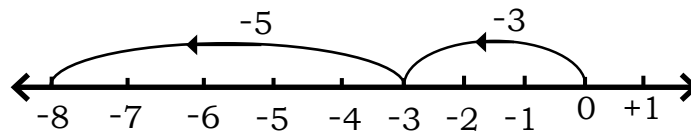
2) $2 + (+6) = (+8)$

अवलोकन कीजिए कि दो धन पूर्णांकों का योग एक धन पूर्णांक है.....

दो ऋण पूर्णाकों का सदृश (समान) संकेत के साथ :

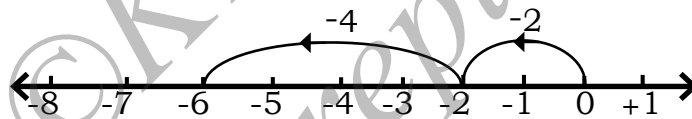
संख्यारेखा पर दो ऋण संख्याओं के संकलन को अब हम सीखें।

उदाहरण 1 : संख्यारेखा पर -3 और -5 का कुलयोग ज्ञात कीजिए।



संख्यारेखा पर 0 से प्रारंभ करके 0 से तीन कदम, बायीं ओर, आप (-3) तक पहुँचते हैं। (-3) से उसकी दायीं ओर की तरफ 5 कदम आगे बढ़ने पर आप (-8) तक पहुँचते हैं। $(-3) + (-5) = -8$ इस प्रकार $(-3) + (-5) = -8$

उदाहरण 2 : संख्यारेखा पर (-2) और (-4) इनका योग ज्ञात कीजिए।



संख्यारेखा पर 0 के बायीं ओर पहले 2 कदम आगे बढ़िए (-2) तक पहुँचकर फिर कदम, -2 के बायीं ओर बढ़ें तो (-6) पहुँचते हैं इस प्रकार $(-2) + (-4) = -6$.

उदाहरण 1 ओर 2 से हम दो ऋण संख्याओं को जोड़ने आप शून्य के बायीं ओर बढ़ते हैं।

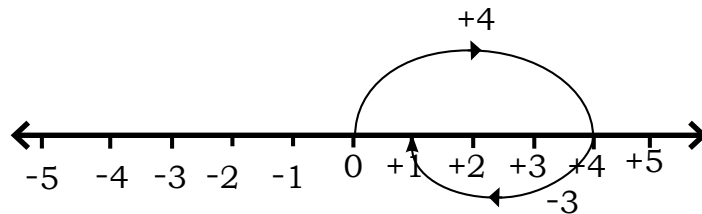
उपरोक्त उदाहरण से आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं ?

(-3)	(सदृश संकेत)	(-2)
$+(-5)$		$+(-4)$
$\hline -8$	उनका योग ज्ञात कीजिए	$\hline -6$
↑		↑

दो ऋण पूर्णाकों का योग भी एक ऋण पूर्णाक है।

असमान संकेत के एक धन और ऋण पूर्णांक को जोड़ना:

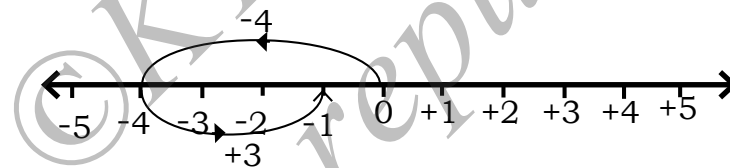
उदाहरण 1 : संख्यारेखा पर +4 और (-3) के योग को ज्ञात कीजिए।



0 से प्रारंभ में (+4) कदम दायीं ओर गति करके 4 तक पहुँचकर, फिर 4 से 3 कदम 4 के बायीं ओर गति करें तो 1 तक पहुँचते हैं। इस प्रकार $4 + (-3) = 1$.

विभिन्न धन तथा ऋण पूर्णों को लेकर क्रियाकलाप को पुनरावर्तित कीजिए।

उदाहरण 2 : -4 और +3 के योग को संख्यारेखा पर ज्ञात कीजिए।



'0' से 4 कदम '0' के बायीं ओर गति करके आप (-4) तक पहुँचते हैं। +4 से (-3) कदम उसके बायीं ओर गति करने पर आप (-1) तक पहुँचते हैं। इस प्रकार $(-4) + (+3) = -1$.

उदाहरण के लिए (1) और (2) -में आप देखते हैं कि

$$\begin{array}{r} (+4) \\ +(-3) \\ \hline \uparrow 1 \end{array}$$

(असमान संकेत)

$$\begin{array}{r} (-4) \\ +(+3) \\ \hline \uparrow 1 \end{array}$$

उनकी दूरी ज्ञात कीजिए कुलयोग में वही संकेत रहता है जिसका बड़ा निरपेक्ष मूल्य रहता है.

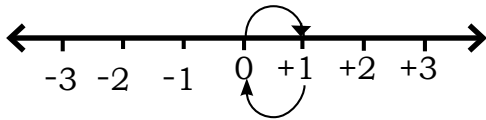
$$\boxed{(+4) + (-3) = +1}$$

$$\boxed{(-4) + (+3) = -1}$$

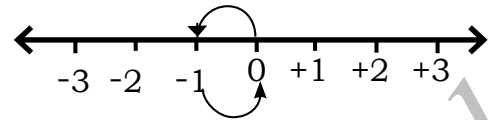
विभिन्न ऋण तथा धन पूर्णांकों को लेकर क्रियाकलाप को पुनरावर्तित कीजिए ।

उदाहरण 3 :

(i) (+1) और (-1) का योग ज्ञात कीजिए । (ii) (-1) और (+1) का योग ज्ञात कीजिए ।



$$\therefore (+1) + (-1) = 0$$



$$\therefore (-1) + (+1) = 0$$

इसी प्रकार (+2) + (-2) और (-2) + (+2) का योग ज्ञात कीजिए ।

सूचना संख्यारेखा पर: पूर्णोंको जोड़ते संख्याओं की दिशा में गति कीजिए

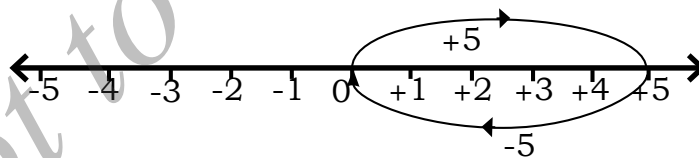
- दायीं ओर की गति करें तो धन (+).
- बायीं ओर की गति करें तो ऋण (-).

जब आप दो या दो से अधिक पूर्णोंको जोड़ते हैं, तब आप को पूर्णोंके संकेत पर ध्यान जरूर देना चाहिए और पूर्णोंके निरपेक्ष मूल्य पर भी ध्यान देना है।

उदाहरण: (-8) का निरपेक्ष मूल्य 8 है ? (+9) का निरपेक्ष मूल्य 9 है ?
(-16) का निरपेक्ष मूल्य 16 है ।

संख्यारेखा पर योज्य प्रतिलोम का योग:

उदाहरण 1 : संख्यारेखा पर $5+(-5)$ का योग ज्ञात कीजिए



संख्या रेखा पर $5+(-5)$ जोड़ने के लिए 0 के दायीं ओर 5 पहुँचते तक आगे बढ़कर फिर 5 कदम बायीं ओर 5 से 0 मिलने तक बढ़ना। इसप्रकार $5+(-5)=0$ (-5) . $5+(-5)$ इनको जोड़ने पर उनका योग शून्य है। इसलिए 5 और -5 योग की परस्पर योज्य प्रतिलोम कहा जाता है यानी 5 का योज्य प्रतिलोम -5 है । 7 का योज्य प्रतिलोम -7 है।

विभिन्न पूर्णोंको लेकर इस क्रियाकलाप को पुनरावर्तित कीजिए :

प्रयत्न कीजिए : a) (+8) का योज्य प्रतिलोम.... b) (-6) का योज्य प्रतिलोम....

पूर्णाकों का व्यवकलन :

क्रियाकलाप 1 :- 2 से 5 को घटाइए यानी $2 - 5 = ?$

दो विभिन्न नीले और लाल कार्डों को लीजिए। मान लीजिए कि नीला +1 है और लाल कार्ड -1 है '2' $(+2) - (+5)$?

2 से 5 को घटाइए यानी
आकृति 1 में दिखाये गये 2 नीले कार्डों को लीजिए ।

नीले कार्डों को लीजिए '5' नीले वर्गों को निकालने की कोशिश कीजिए। लेकिन नीले कार्डों दो ही हैं। इसलिए आप 3 नीले और 3 लाल कार्डों को आकृति में जैसे दिखाया गया है वैसे जोड़िए अब 5 नीले कार्डों को निकालिए।

आकृति 3 में 3 लाल कार्डों बचे हैं।
इसलिए $2 - 5 = -3$

कार्डों
'+1'
'-1'

आकृति -1

आकृति -2

आकृति -3

क्रियाकलाप 2:-

-6 से -2 को घटाइए यानी ?
यानी $(-2) - (-6) = ?$

दो लाल कार्डों को लीजिए आकृति (4) से
-2 से, 6 को घटाइए । आकृति के जैसे दो लाल कार्डों को लीजिए कार्डों उससे 6 लाल कार्डों को निकालने की कोशिश कीजिए । लेकिन लाल कार्ड दो ही हैं। इसलिए 4 लाल कार्डों को तथा नीले कार्डों को आकृति में जैसे दिखाया गया है वैसे जोड़िए (आकृति 5)


6 लाल कार्डों को निकालिए। आकृति 6 में बचे कार्डों की संख्या को गिनिए। 4 नीले कार्ड बचे रहते हैं।
यानी $-2 - (-6) = -2 + 6 = 4$.

आकृति -4

आकृति -5

आकृति -6

क्रियाकलाप 3 :- -2 से 6 को घटाइए यानी $(-2)-(+6)=?$

6 को -2 से घटाने के लिए दो लाल को लीजिए।  उसके साथ 6 लाल कार्डों को जोड़िए और 6 नीले वर्ग जैसे आकृति में है 6 नीले कार्डों को निकालिए। अब बचे कार्डों की गिनती कीजिए यानी, $-2-6 = -8$



सारणी को पूरा कीजिए.

1	$(+5)+(-8)$	-3
2	$(-2)-(+3)$	-5
3	$(+5)-(-7)$	
4	$(+6)-(-3)$	
5	$(-9)+(-3)$	
6	$(+2)-(-7)$	

संख्या रेखा पर पूर्णोंकों को घटाना :

उदाहरण 1 : 7 से 3 को घटाइए.

7 से 3 को घटाइए, आपको क्या प्राप्त होगा ?

आपको $7-3=4$ प्राप्त होगा।

आप संकलन (जोड़ना) दृष्टि से व्यवकलन की कल्पना कीजिए।

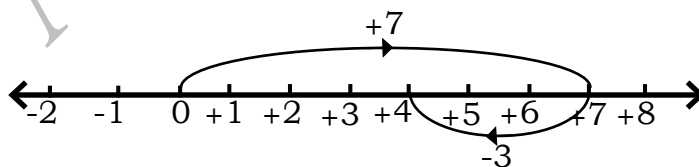
7 का संकेत क्या है ?

उसमे, + संकेत है।

व्यक्कलित 3 का संकेत क्या है? उसका + संकेत है।

व्यक्कलन करते समय व्यवकलित का चिह्न बदलता है।

$$\begin{array}{r} +7 \\ +3 \\ (-) \text{ (व्यक्कलन)} \\ \hline +4 \end{array}$$



7 से 3 को घटाने के प्रक्रम को संख्या रेखा पर दिखाया गया है - अवलोकन कीजिए।

यानी, संख्या रेखा पर 0 से प्रारंभ कीजिए। शून्य की दायीं ओर 7 कदम आगे बढ़िए तो 7 तक पहुँचेंगे। 7 के बायीं ओर 3 कदम गति करें तो आप (+4) तक पहुँच जायेंगे।

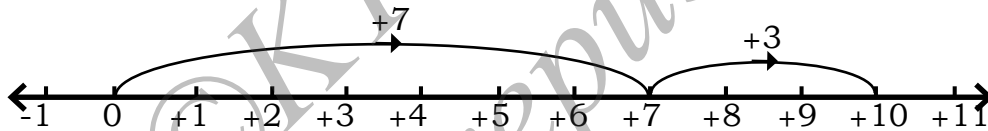
$$7 - (+3) = +4.$$

उदाहरण 2 : 7 से (-3) को घटाइए, $7 - (-3) = ?$

7 का संकेत क्या है? उसमें '+' संकेत है। (-3) व्यकलित का संकेत क्या है? उसका संकेत है उपरोक्त उदाहरण के अनुसार घटाते समय व्यकलित के संकेत को बदलना है और जोड़ना है, चानी।

$$\begin{array}{r} \text{यानी,} \quad +7 \\ \quad \quad -3 \\ \quad \quad (+) \\ \hline +10 \end{array} \text{ व्यकलक}$$

संख्यारेखा पर हम उसे ऐसे प्रस्तुत कर सकते हैं।



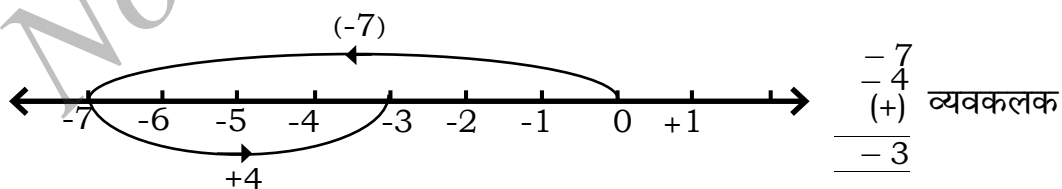
संख्यारेखा पर से प्रारंभ करके 7 कदम दायीं ओर 0 से बढ़कर आगे जाइए (-3) को घटाना है। इसलिए, संकेत से बढ़कर आगे जाइए। -3 को घटाना है। इसलिए, संकेत बदलता है और +3 बनता है।

$$\text{यानी, } 7 - (-3) = 7 + 3 = 10 \text{ आपको मालूम है। 7 और 3 } 7 + 3 = 10$$

$$7 \text{ से } -3 \text{ का व्यकलन } = 7 - (-3) = 7 + 3 = 10$$

इसलिए 3 : (-4) से (-7) को घटाइए. $(-7) - (-4) = ?$

$$(-7) - (-4) = -7 + 4 = -3$$



संख्यारेखा पर '0' से प्रारंभ कीजिए '0' के बायीं ओर 7 कदम गति करें तो आप -7 तक पहुँचेंगे। -7 से -4 कदम उसके दायीं ओर -3 तक पहुँच जायेंगे (व्यकलन हो रहा है)

अभ्यास 4.2

- 1) संख्यारेखा का उपयोग किये बिना इनको जोड़िए.
- | | | |
|------------------------|---------------------|----------------|
| a) -4, 6 | b) -12, -18, | c) 25, -72 |
| d) -39, 0 | e) 40, -40 | f) 262, -296 |
| g) -403, 3004 | h) -6342, -2436 | i) -6350, 0 |
| j) -625, 725, 526, 527 | k) 2531, -625, -234 | l) -6326, 3051 |
- 2) संख्यारेखा का उपयोग करके निम्नों को जोड़िए :
- | | | |
|-------------|---------------------|----------------|
| a) $-6+2$ | b) $4+(-8)$ | c) $(-5)+(-6)$ |
| d) $6+(-6)$ | e) $(-2)+(-1)+(-3)$ | |
- 3) संख्या रेखा का उपयोग करके निम्नों को घटाइए :
- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| a) +8 से +2 | b) +6 से -4 | c) -7 से -5 |
|-------------|-------------|-------------|
- 4) अंतर्शाला प्रश्न मंच स्पर्धा में 8 बार के स्कोर्स (Scores) इस प्रकार हैं **-6, -2, 16, -8, 4, -3, -5, 7** है। तो अंतिम स्कोर क्या था ?
- 5) सही (T) या गलत (F) उत्तर दीजिए। गलत हो तो सुधारिए।
- | |
|---|
| a) $-11+2$ और $-2+11$ का योग समान है। |
| b) किसी पूर्णांक और 0 का योग पूर्णांक ही है। |
| c) एक पूर्णांक और उसके योज्य प्रतिलोम का योग शून्य है। |
| d) सभी धन संख्याएँ एक प्राकृतिक संख्या है। (स्वाभाविक संख्या) |
| e) दो ऋण पूर्णाकों का योग एक ऋण पूर्णांक है। |
| f) -5°C . तापमान -3°C . से अधिक है। |
| g) + 9 का योज्य प्रतिलोम -9 है। |

6) निम्नोक्तों के उत्तर दीजिए:

- 1) '0' से भी 6 कम रहनेवाला पूर्णांक कौन सा है ?
- 2) कौन सा पूर्णांक प्रस्तुत करता है कि नगर का तापमान 12°C शून्य के नीचे है।
- 3) कनिष्ठतम धन पूर्णांक कौन सा है ?

7) सर्दी के मौसम में श्रीनगर में एक सप्ताह में इस प्रकार का तापमान अंकित किया गया है - :

1°C , -4°C , -3°C , 0°C , -1°C और 2°C . सप्ताह में इनमें अत्यंत उच्चतम और अत्यंत निम्नतम तापमान कौन सा है ?

गणित विषय :



शून्य एक प्राकृतिक संख्या नहीं है।

प्राकृतिक संख्याएँ 1,2,3...हैं।

पूर्ण संख्याओं में प्राकृतिक संख्याएँ हैं।

0,1,2,3,.....पूर्ण संख्याएँ हैं

पूर्णाकों में पूर्ण संख्याएँ हैं जैसे 0,1,2,3,4.....
और ऋण संख्याएँ हैं।

.....-3,-2,-1,0,1,2,3..... पूर्णांक हैं।



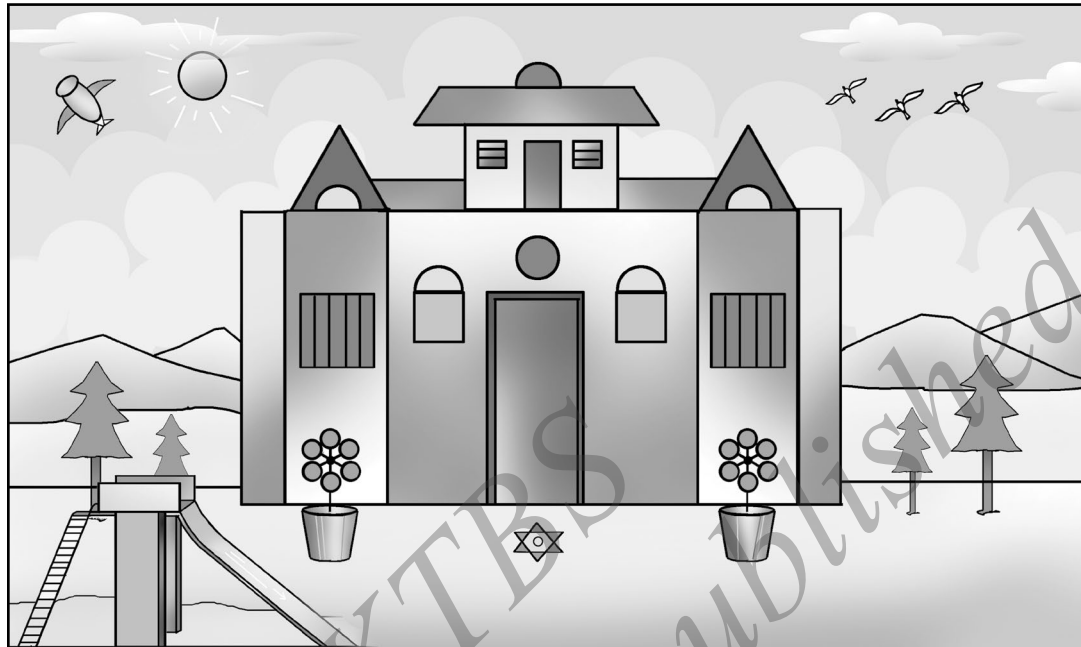
अध्याय - 5

रेखागणित की मूल परिकल्पनाएँ (Basic Geometrical Concepts)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप:

- सरल रेखा, रेखाखण्ड और किरण को पहचान सकेंगे,
- खुली और बंद आकृतियों को पहचान सकेंगे, बंद आकृतियों का बाह्य और आंतरिक वलय पहचान सकेंगे,
- वक्र रेखीय और रेखीय सीमाओं का अर्थ समझ सकेंगे,
- कोण, श्रृंग बिन्दु, भुजा, कोण का अन्तस्थ और बाह्य वलय पहचान सकेंगे,
- त्रिभुज, उसकी श्रृंगबिन्दु, भुजाएँ कोण, अन्तस्थ और बाह्य वलय, लम्ब ऊँचाई और मध्यिका पहचान सकेंगे,
- चतुर्भुज का अर्थ और उसके भागों को पहचान सकेंगे,
- वृत्त, केन्द्र, त्रिज्या, व्यास, चाप त्रिज्या- खण्ड, जीवा वृत्त खण्ड, अर्ध वृत्त परिधि, वृत्त का अन्तस्थ और बाह्य वलय पहचान सकेंगे।

रेखागणित गणित की शाखा है जो विविध अकृतियों की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई विभिन्न आकार के से संबंधित हैं। Geometry शब्द ग्रीक शब्द से लिया गया है 'Geo' का अर्थ तो भूमि और Metron का अर्थ माप है। प्राचीन भारत में संस्कृत पद ज्यामिति का अर्थ भूमि का माप है। ज्या कहे तो भूमि, मिति कहे तो माप होता है। रेखागणित की मूल परिकल्पनाओं को अनेक क्षेत्रों में उपयोग करते हैं आर्किटेक्ट और इंजिनियर रेखागणित को इमारतों के विन्यास, में पुल, और रास्तों के निर्माण में उपयोग करते हैं।



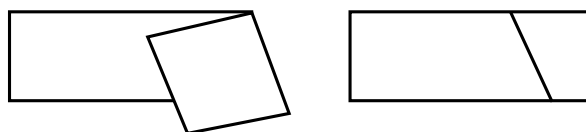
ऊपर की आकृति को ध्यान से देखिए उसमें अनेक सारे ज्यामिती की आकृतियाँ हैं। आप कौन कौन सी आकृतियों को देख सकते है ?

आप नित्य जीवन में विविध वस्तुओं को देखते हैं उनका और उसका उपयोग लेते है। हमारे चारों ओर अनेक वस्तुएँ हैं। उदाहरण- ईमारतें, प्राणी पेड, दीवारों, फर्श खेत इत्यादि, इनके आकार और गात्र अलग अलग है। इसलिए आकार और गात्र के बारे में ज्यादा विवरण जान लेना अवशायक है। इस अध्याय में आप रेखागणित की मूल परिकल्पनाओं के बारे में जान पाएँगे।

5.1 ज्यामिती की मूलभूत परिकल्पनाएँ

रेखाखण्ड (Line Segment) :

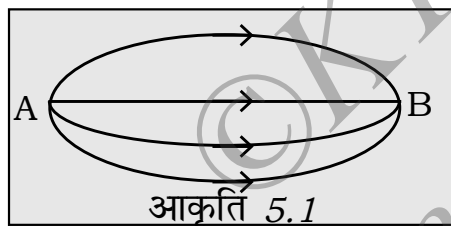
एक कागज लीजिए चित्र दिखाए में जैसे मोडिए, मोडने के भागो में रेखा प्राप्त होने तक उसको उँगलियो से रगडिए। अब कागज को खोलिए। आप क्या देखते हैं? कागज में रेखाएँ उत्पत्न हुई है। इसको सरल रेखा खण्ड अथवा रेखाखण्ड कहते हैं।



एक पतला धागा लेकर बीच में कुछ दूरी रखकर 2 गाँठे लगाइए। नीचे की आकृति में दिखाए हुए जैसे एक गाँठ आपके बाँए भाग में और दूसरा दाएँ भाग में आए ऐसे धागे को खींचिए अब आप के हाथ में रहनेवाला धागा सरल रेखाखण्ड की कल्पना देता है। धागे में रहनेवाले दो गाँठें सरल रेखाखण्ड के अंत्य बिन्दुएँ हैं।

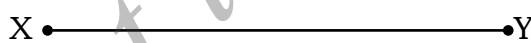


अपने नोट बुक में कोई दो बिन्दुएँ A और B अंकित कीजिए। आकृति 5.1 में दिखाए गये जैसे A और B के बीच सभी मार्गों को मिलाने का प्रयत्न कीजिए।

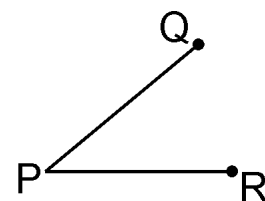


A और B के बीच की कनिष्ठ दूरी कौन सी है? A और B के बीच की कनिष्ठ दूरी ही सरल रेखा खण्ड है। इसको \overline{AB} अथवा \overline{BA} से सूचित करते हैं। A और B को रेखाखण्ड की अंतिम बिन्दुएँ कहते हैं। तो सरल रेखा खण्ड किसे कहते हैं?

दो स्थिर अंतिम बिन्दुओं को जोड़नेवाले सरल रेखा के भाग को सरल रेखा खण्ड कहते हैं। उसकी सीमित लंबाई होती है।



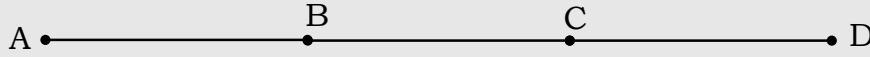
\overline{XY} सीधी सरल रेखाखण्ड है।



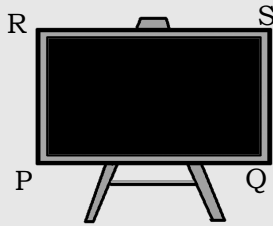
आकृति में रहने वाले रेखा खण्ड को नामांकित कीजिए। \overline{PQ} और \overline{PR} रेखा खण्ड है।

ध्यान दीजिए : रेखाखण्ड एक ही एक आयाम है। वह है लम्बाई चौड़ाई अथवा मोटाई नहीं होती।

प्रयत्न कीजिए : नीचे की आकृति में स्थित रेखाखण्डों को पहचान कर उनके नाम लिखिए।



क्रियाकलाप:-



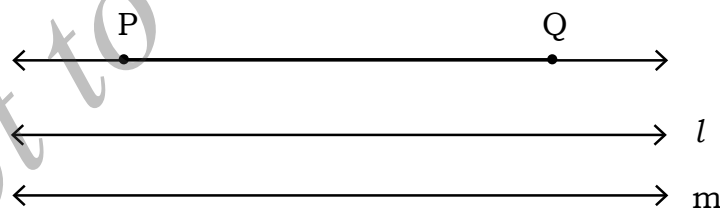
यहाँ एक श्यामपट को आकृति में दिया हुआ है। रेखाखण्डों की ज्ञात कीजिए और नामांकित कीजिए।

सरल रेखा (Straight Line) :

आप लोग अब रेखाखण्ड की कल्पना का अर्थ जान चुके हैं। एक रेखाखण्ड को आकृति में दिखाये जैसे दोनों ओर अनन्त तक बढ़ायें तो वह सरल रेखा है।



एक पूर्ण सरल रेखा की आकृति खींचने सकते हैं? साध्य नहीं क्यों? एक सरल रेखा के अंतिम बिन्दु नहीं होते हैं। असंख्य बिन्दुओं से बना है। एक सरल रेखा को खींचने के लिए कनिष्ठ दो बिन्दुएँ चाहिए।



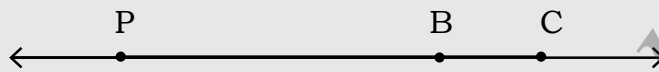
आकृति में P और Q सरल रेखा की दो बिन्दुएँ हैं

सरल रेखा को \leftrightarrow इस चिन्ह से सूचित करते हैं। एक सरल रेखा को दोनों तरफ अनन्त दूरी तक वृद्धि कर सकते हैं। इसे दो किरण चिन्ह से सूचित करते हैं। इसलिए PQ सरल रेखा को \overleftrightarrow{PQ} अथवा \overleftrightarrow{QP} सूचित करते हैं। कुछ संदर्भ में सरल रेखा को l, m, n..... इत्यादि अक्षर से भी सूचित करते हैं।

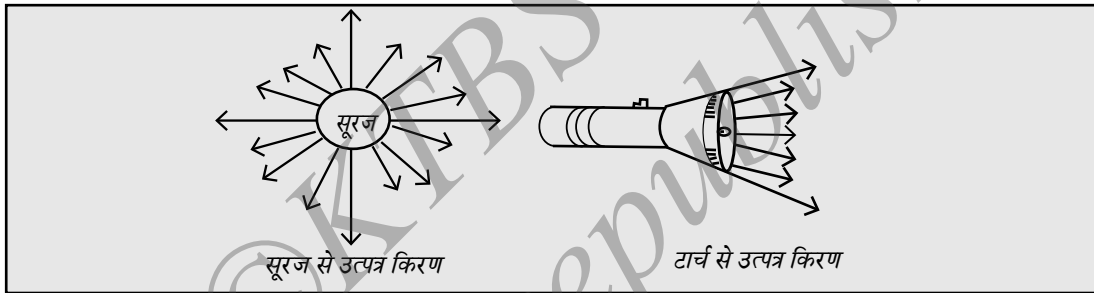
सोचिए :

1. एक बिन्दु द्वारा कितनी सरल रेखाओं को खींच सकते हैं ?
2. दो बिन्दुओं द्वारा कितनी सरल रेखाओं को खींच सकते हैं ?

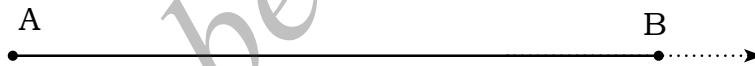
छात्र क्रिया:- दिये गये तीन बिन्दुओं से एक बार सिर्फ दो का उपयोग करके सभी सरल रेखाओं के नामांकन कीजिए.



किरण (Ray) :



इस आकृति में रोशनी के किरणों को पहचानिए । वे किरणों के उदाहरण हैं । प्रति आकृति में ये किरण एक सामान्य बिन्दु से प्रारंभ हुए हैं इन किरणों की अंतिम बिन्दुएँ हैं क्या ?



आकृति में AB एक किरण है। इसे \overrightarrow{AB} कर के लिखते हैं। एक तरफ रहनेवाली तीर के चिन्ह में सूचित करता है कि उस दिशा में अनंत तक बढ़ सकते हैं। 'A' प्रारंभिक बिन्दु है।

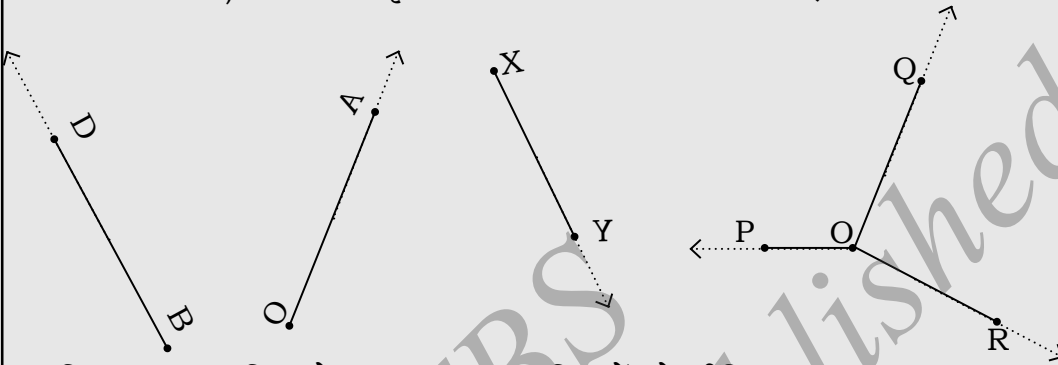
एक रेखा खण्ड जो प्रारंभिक बिन्दु से अनिर्दिष्ट तक एक दिशा में वृद्धि पाये वह एक किरण कहलाती है।



यह PM किरण है। इसकी प्रारंभिक बिन्दु को नामांकित कीजिए। किरण 'P' से प्रारंभ होकर N और M द्वारा पार होता है। PN और PM समान किरण ही हैं क्योंकि वे एक ही बिन्दु से प्रारंभ पाते हैं।

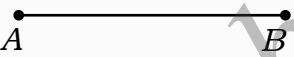
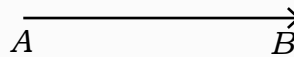
सोचिए: क्या \overline{PM} और \overline{MP} समान है ? अपने शिक्षक के साथ चर्चा कीजिए.

क्रिया कलाप: a) नीचे की आकृति में किरणों को नामांकित कीजिए।



छात्र क्रिया 2: 'O' बिन्दु से दस अलग अलग किरणों को खींचिए।

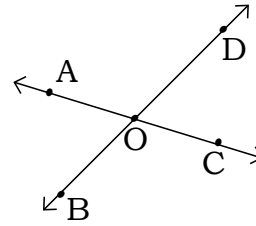
सरल रेखा, रेखा खण्ड और किरणों के सामान्य लक्षणों में अंतर:

क्र. सं.	रेखाखंड	सरल रेखा	किरण
1	दो अंतिम बिन्दु है।	आंतिम बिन्दु नहीं है।	एक किरण में एक प्रारंभिक बिन्दु है।
2	 \overline{AB} रेखाखंड को प्रस्तुत करता है।	 \overleftrightarrow{AB} सरल रेखा को प्रस्तुत करता है।	 \overrightarrow{AB} किरण को प्रस्तुत करता है।
3	निर्दिष्ट लम्बाई होती है।	अनिर्दिष्ट लम्बाई होती है।	अनिर्दिष्ट लम्बाई होती है।
4	\overline{AB} और \overline{BA} एक ही रेखाखंडको प्रतिनिधित्व करते हैं	\overleftrightarrow{AB} और \overleftrightarrow{BA} एक ही सरल रेखा का प्रतिनिधित्व करते हैं	\overrightarrow{AB} और \overrightarrow{BA} दो अलग अलग किरण हैं।

अभ्यास 5.1

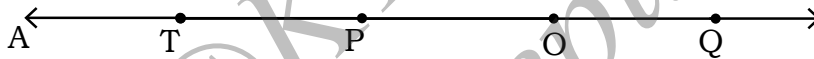
I. निम्नोक्तों आकृति में का नामांकित कीजिए।

- अ) पाँच बिन्दु
 ब) चार किरण
 स) दो सरल रेखाएँ



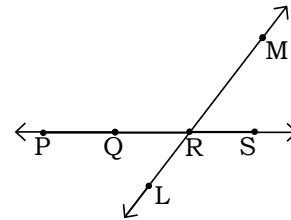
II. **OB** किरण और **XY** रेखाखण्ड को खींचिए।

III. निम्नोक्त आकृति में जिनकी प्रारंभिक बिन्दुएँ **O** और **P** हैं किरणों को नामांकित कीजिए।



IV. आकृति का उपयोग करके नीचे दिये गये को नामांकित कीजिए।

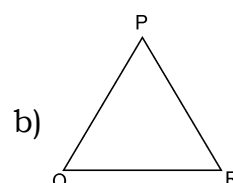
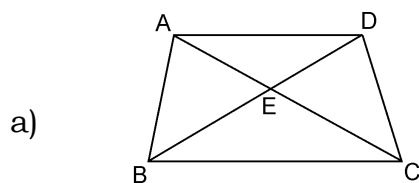
- a) Q बिन्दु के द्वारा जानेवाली सरल रेखा
 ब) M बिन्दु के द्वारा जानेवाली सरल रेखा
 स) प्रारंभिक R बिन्दु द्वारा जानेवाले 2 किरण



V. नीचे दिये गये सरल रेखा, रेखा खण्ड और किरण को वर्गिकरण कीजिए।

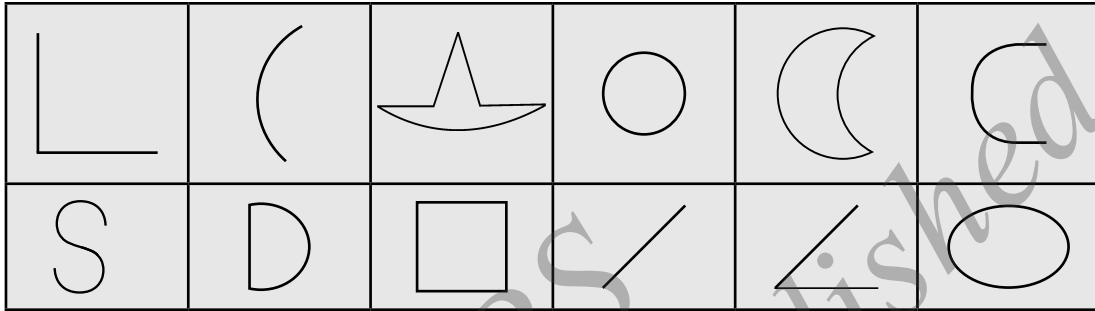
- a) \overrightarrow{PQ} ब) \overline{PQ} स) \overline{AB} द) \overrightarrow{LM} ए) \overrightarrow{MN}

VI. निम्नोक्त आकृति में रेखाखण्डों को नामांकित कीजिए :



5.2 खुली और बंद आकृतियाँ (Open and closed figures)

नीचे दिये गये आकृतियों को ध्यान से देखिए। इन आकृतियों में दिखाई देनेवाले अंतर कौन से है?



हाँ, बहुत सारे अन्तर हैं। कुछ आकृतियाँ खुले हैं तथा और कुछ बंद हैं। हम लोग उनको निम्नोक्त रीति से दो समूहों में विभाजित कर सकेंगे।

पहला समूह खुली आकृतियाँ						
दूसरा समूह बंद आकृतियाँ						

पहले समूह की आकृति को खुली आकृति कहते हैं। तो खुली आकृति किसे कहते हैं? सरल रेखा अथवा वक्र रेखा की आकृतियाँ जो प्रारंभिक बिन्दु में अंत नहीं पाते, उन्हें खुली आकृतियाँ कहते हैं।

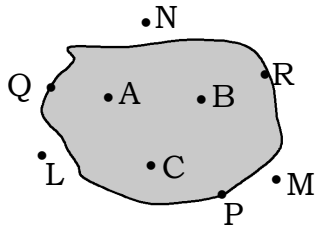
दूसरे समूह की आकृति को बंद आकृति कहते हैं। तो बंद - अंत आकृति किसे कहते हैं? सरल रेखा अथवा वक्र रेखा की आकृति जो प्रारंभिक बिन्दु में अंत पाता है उसे बंद आकृति कहते हैं।

छात्र क्रिया :-

आप की पसंद के किसी भी 5 खुली और 5 बंद आकृतियों की रचना कीजिए।

खुली आकृति के अन्तस्थ और बाह्य वलय

(Interior and Exterior regions of closed figures)



आकृति 5.2 को ध्यान से देखिए A,B,C बिन्दुएं कहाँ हैं?

वे आकृति के आंतरिक भाग में हैं। छायांकित भाग को बंद

आकृति का अन्तस्थ वलय कहते हैं।

P,Q, R बिन्दु कहाँ है? वे आकृति के सीमा रेखा के ऊपर है।

आकृति 5.3 में L, N, बिन्दु कहाँ है? वे आकृति के बाह्य भाग में हैं। बंद आकृति के बाह्य भाग को उसका बाह्य वलय कहते हैं।

बंद आकृति का बाह्य वलय में मिति नहीं रहती है। उसको सभी तरफ, अनंत तक वृद्धित कर सकते हैं, बंद आकृति का अंतरिक वलय और सीमा रेखा युक्त भाग को प्रदेश कहते हैं।

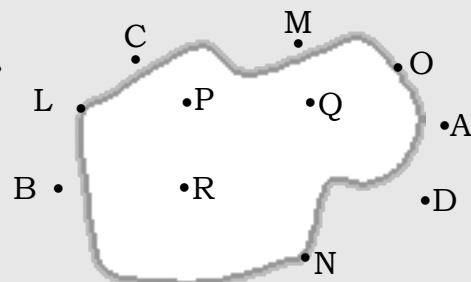
एक बंद आकृति ऊपरी सतह को 3 भागों में विभाजित करती हैं। वे कौन कौन से हैं? :

- 1) आकृति का आंतरिक वलय
- 2) आकृति की सीमा रेखाएँ
- 3) आकृति का बाह्य वलय

करके सीखिए:

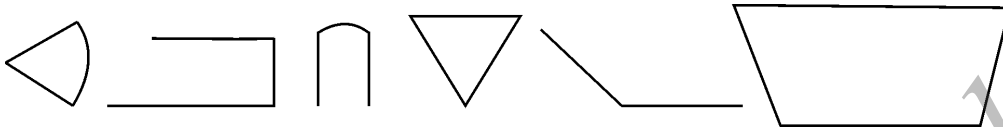
आकृति में बिन्दुओं को नामांकित कीजिए जो,

1. आकृति के आंतरिक वलय में
2. अकृति के बाह्य वलय में
3. आकृति की सीमा रेखा पर



अभ्यास 5.2

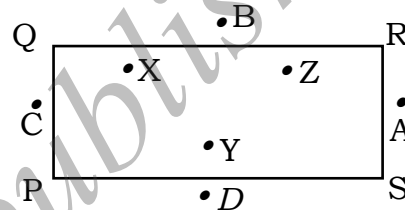
1) निम्नोक्त आकृतियों को (a) खुली आकृति और (b) बंद आकृति में वर्गीकृत कीजिए :



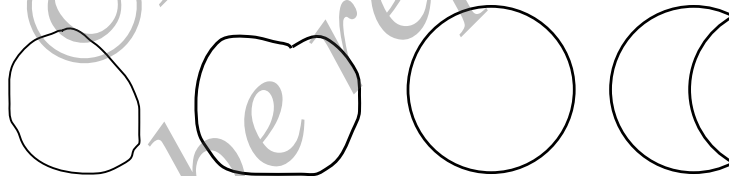
2) कोई भी एक बंद आकृति खींचिए और आंतरिक उसके वलय को रंग लगाइए :

3) दी गई आकृति में इन बिन्दुओं को नांमाकित कीजिए

- a) बंद आकृति का आंतरिक वलय
- b) बंद आकृति का बाह्य वलय
- c) बंद आकृति की सीमा रेखा के ऊपर

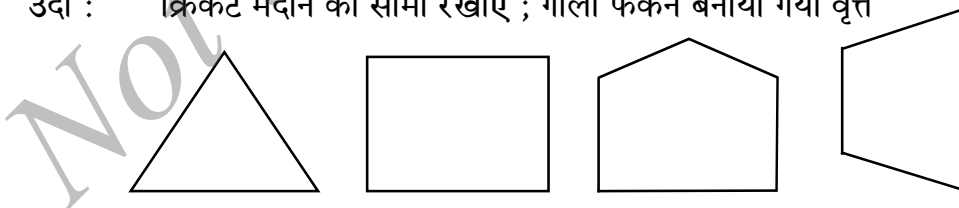


5.3 वक्र रेखीय और रेखी सीमाएँ (Curvi linear and linear boundaries)



ऊपर की बंद आकृति को ध्यान से देखिए । बंद आकृति किस प्रकार सीमा को प्राप्त हैं। इन आवृत आकृतियों की सीमाएँ वक्र रेखाओं से युक्त है। वक्र रेखा से युक्त सीमा को वक्र रेखिय सीमा कहते हैं।

उदा : क्रिकेट मैदान की सीमा रेखाएँ ; गोला फेंकने बनाया गया वृत्त

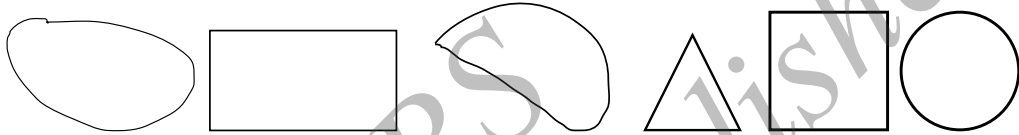


इन बंद आकृतियों को ध्यान से देखिए वे कौन सी सीमा रेखा युक्त हैं? इन की सीमा सरल रेखा खंड से बने हुए हैं। रेखाखंड अथवा सरल रेखावों को मात्र प्राप्त सीमा रेखा को रेखीय सीमा कहते है। उदाहरण :- कबड्डी का मैदान, वालीबॉल का मैदान।

जान लीजिए :- आकृति जिसकी वक्र और सरल दोनों सीमायें होती हैं उसे वक्ररेखीय सीमा कहते हैं।

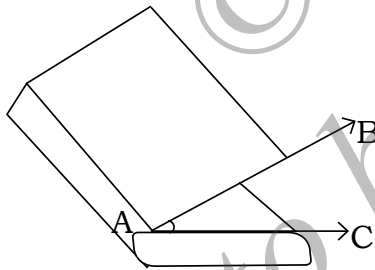
अभ्यास 5.3

1) निम्नोक्त आकृतियों को वक्र रेखीय और रेखीय सीमाओं की आवृतियों में वर्गीकरण कीजिए।



2) वक्र रेखीय सीमा पाने वाले और चार रेखीय सीमा पाने वाले कोई भी चार आवृत आकृतियों की रचना कीजिए।

5.4 कोण, श्रृंग, बिन्दु, भुजाएँ (Angle - Vertex, Arms)



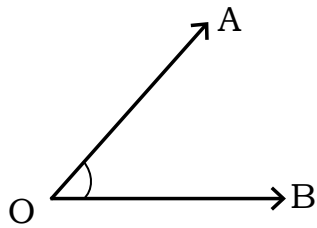
यहाँ एक किताब के मुख पृष्ठ थोड़ा मात्रा खुला हुआ है। आकृति में दिये हुए मुख पृष्ठ का किनारा AB और किताब का किनारा AC को \overline{AB} और \overline{AC} नामक दो किरणें समझिए। ये दो किरणें एक सामान्य बिन्दु से प्रारंभ हुए हैं। यहाँ एक कोण उत्पन्न हुआ है।

इन दो किरणों का सामान्य बिन्दु कौनसा है? 'A' सामान्य अंतिम बिन्दु है। इन दो किरणों से उत्पन्न हुए कोण को नामांकित कीजिए। इसे BAC कोण $\angle CAB$, अथवा $\angle BAC$ लिख सकते हैं। BAC अथवा CAB भी लिखते हैं।

एक सामान्य बिन्दु से दो किरण प्रारंभ होने पर कोण उत्पन्न होता है।

आकृति में कोण CAB के दो किरणों को बताइए। AC और AB दो किरण हैं। इन किरणों को कोण की भुजाएँ कहते हैं। आकृति में उन किरणों की सामान्य अंतिम बिन्दु कौन सी है?

A सामान्य बिन्दु है। इसको कोण का श्रृंग या शीर्ष कहते हैं।



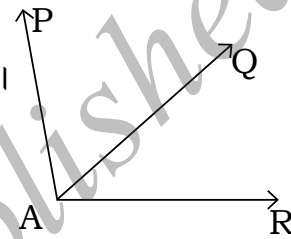
इस आकृति में कितने किरण है ? दो किरण है। वे कौन से है ?
 \overrightarrow{OA} और \overrightarrow{OB} इनकी सामान्य बिन्दु 'O' है। इसलिए AOB एक कोण है।

कोण को दिखाने के लिए उसके श्रृंग में छोटी वक्र रेखा खींचते हैं। जैसे आकृति में दर्शा या है। AOB कोण को $\angle AOB$ अथवा $\angle BOA$ अथवा $\angle O$ लिखते हैं।

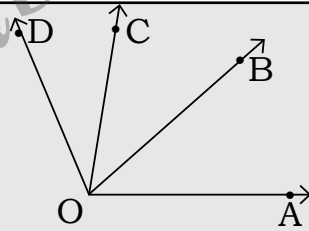
पार्श्व की आकृति को देखिए। A बिन्दु में कितने कोण उत्पन्न हुए हैं।

A में तीन कोण उत्पन्न हुए हैं। वे कौन से हैं ?

वे $\angle PAQ$, $\angle QAR$ और $\angle PAR$ हैं ?



प्रयत्न कीजिए : आकृति में O बिन्दु में उत्पन्न सभी कोणों को नामांकित कीजिए।

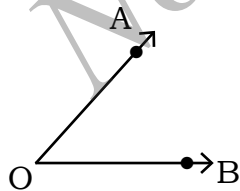


क्रिया कलाप :- आपके चारों ओर जहाँ कोण उत्पन्न हुए हैं उनकी पट्टी तैयार कीजिए।

कोण का आंतरिक और बाह्य वलय

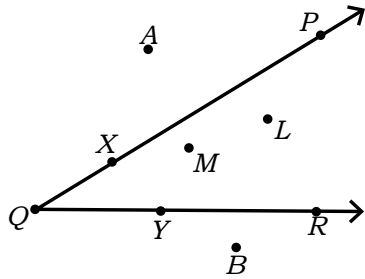
(Interior and Exterior of an angle)

कोई एक कोण लीजिए मानो $\angle AOB$ है।



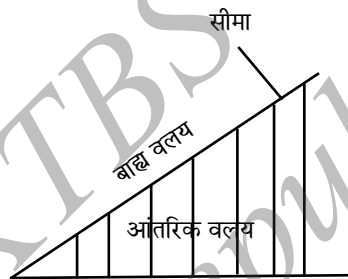
\overrightarrow{OA} और \overrightarrow{OB} के बीच भाग को $\angle AOB$ का आंतरिक भाग कहते हैं

कोण का आंतरिक भाग सीमित प्रदेश नहीं है। वह अनिर्दिष्ट रूप से फैला हुआ है, क्योंकि दोनों भुजाओं अनिर्दिष्ट रूप से वृद्धि कर सकते हैं।



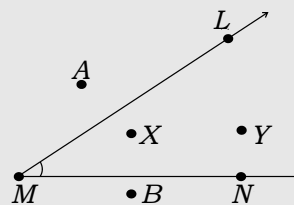
इस आकृति ध्यान से देखिए । L और M बिन्दु कहाँ हैं? वह $\angle PQR$ के आंतरिक भाग में हैं। X और Y बिन्दु कहाँ हैं? कोण का सीमा रेखा के ऊपर हैं A और B बिन्दु कहाँ हैं? कोण के बाहरी भाग में हैं। इस भाग को $\angle PQR$ कोण का बाह्य वल्य कहते हैं।

एक कोण कागज की सतह को तीन भागों में विभाजित करते हैं। वे हैं कोण का आंतरिक वलय, कोण सीमा और कोण का बाहरी वलय, उनको आकृति 5.5 और 5.6 में दिखाया है।



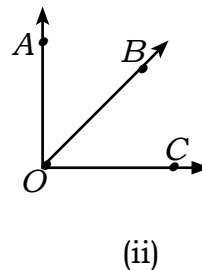
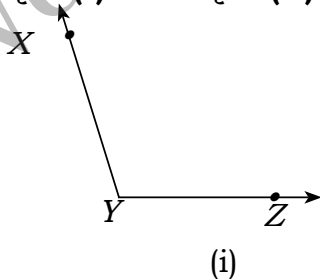
छात्र क्रिया : नीचे दिये गये बिंदुओं को नामांकित कीजिए।

- 1) जो कोण के आंतरिक वलय में है ।
- 2) जो कोण के बाह्य वलय में है ।
- 3) जो कोण की सीमा पर है ।

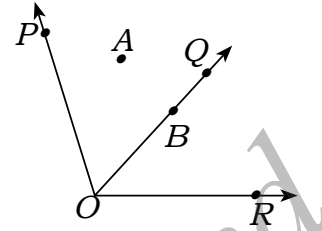


अभ्यास 5.4

1) आकृति (i) और आकृति (ii) में रहनेवाले श्रृंग बिंदु, कोण और भुजाएँ नामांकित कीजिए।



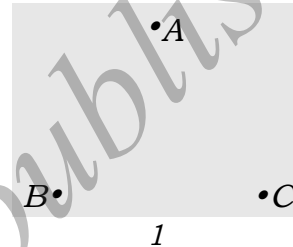
- 2) आपके पसंद के कोण, किसी की भी रचना कीजिए उसके आंतरिक वलय में रंग भरिए।
- 3) दी गई आकृति में नीचे बिंदुओं को पहचानिए।
- $\angle POR$ के आंतरिक भाग में स्थित
 - $\angle QOR$ के बाह्य भाग में स्थित
 - $\angle QOR$ के ऊपर में स्थित



5.5 त्रिभुज - श्रृंग बाहु और कोण (Triangles - vertices, sides and angles)

आकृति 1 में कितने बिंदु हैं? वे कौन से हैं?

A, B, C नामक तीन बिंदु हैं।

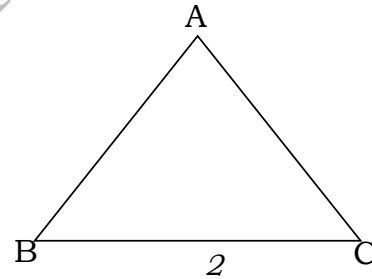


इन बिंदुओं को मिलाते से कितने रेखाखंड मिलते हैं?

AB, BC, CA नामक तीन रेखाखंड हैं।

यह किस प्रकार की आकृति है?

(आकृति 2) यह एक बंद आकृति है। इसे त्रिभुज कहते हैं। तो त्रिभुज किस कहते हैं?



तीन रेखाखंडों से आवृत बंद आकृति को त्रिभुज कहते हैं, त्रिभुज Δ संकेत से सूचित करते हैं। इसलिए ABC त्रिभुज को ΔABC लिखते हैं। AB, BC, CA रेखाखंडों को त्रिभुज की भुजाएँ त्रिभुज की कहते हैं। इसलिए \overline{AB} और \overline{AC} के सामान्य बिंदु 'A' है। यह एक श्रृंग बिन्दु है। ऐसे ही 'B' और C भी श्रृंग बिन्दु है। A, B, C को श्रृंग बिन्दुएँ कहते हैं।

ΔABC में कितने कोण हैं? तीन कोण हैं। वे हैं $\angle ABC$, $\angle BCA$ और $\angle CAB$ हैं।

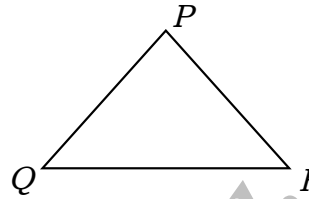
ध्यान दीजिए: एक त्रिभुज, में हमेशा तीन कोण और तीन श्रृंगों से बना रहता है।

PQR त्रिभुज को ध्यान से देखिए, इसके श्रृंग को नामांकित कीजिए।

P, Q, R तीन श्रृंग हैं।

भुजाएँ कौन सी हैं?

\overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RP} तीन भुजाएँ हैं।

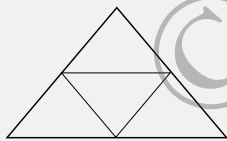


P श्रृंग बिन्दु के अभिमुख भुजा कौन सी है?

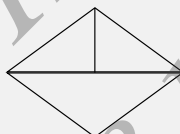
\overline{QR} अभिमुख भुजा है।

Q श्रृंग बिन्दु का अभिमुख भुजा कौन सी है? \overline{RP} अभिमुख भुजा है। इसी तरह श्रृंग बिन्दु R की अभिमुख भुजा \overline{PQ} है।

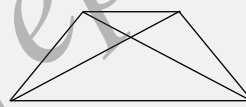
सोचिए: नीचे की हर एक आकृति में रहनेवाले त्रिभुजों की संख्या गिनिए :



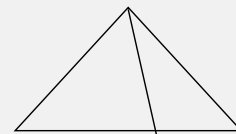
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

त्रिभुज के आंतरिक और बाह्य वलय :

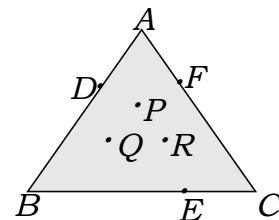
पास की आकृति में $\triangle ABC$ को ध्यान से देखिए।

P, Q, R बिन्दु कहाँ हैं? $\triangle ABC$ के आंतरिक भाग में हैं।

इसलिए P, Q, R बिन्दु $\triangle ABC$ के आंतरिक वलय में हैं।

तो त्रिभुज का आंतरिक वलय किसे कहते हैं?

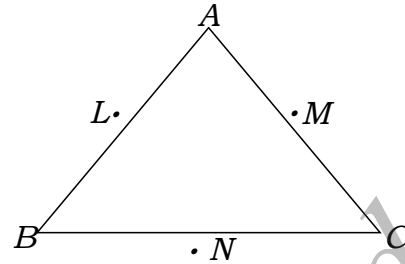
एक त्रिभुज के तीन भुजाओं से आवृत प्रदेश को त्रिभुज का आंतरिक वलय कहते हैं।



D, E, F बिन्दु कहाँ हैं? त्रिभुज के भुजा के ऊपर हैं। इसलिए यह बिन्दु त्रिभुज की सीमा रेखा पर है।

पार्श्व की आकृति में देखिए। बिन्दु L, M, N कहाँ है?

ΔABC के बाहरी भाग में है। उसे L, M, N बिन्दु ΔABC के बाहरी वलय में है, तो



त्रिभुज का बाहरीवलय किसे कहते हैं?

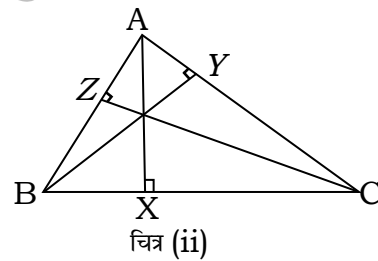
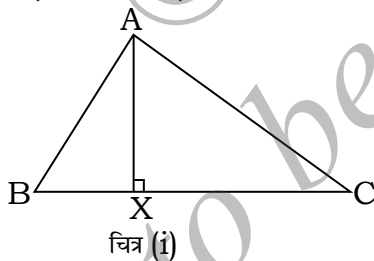
एक त्रिभुज के बाहरी प्रदेश को त्रिभुज का बाहरी वलय कहते हैं।

इस प्रकार एक त्रिभुज कागज की सतह को 3 भागों में विभाजित करता है। त्रिभुज का आंतरिक वलय त्रिभुज सीमा और त्रिभुज का बाहरी वलय है।

करके देखिए : किसी त्रिभुज LMN की रचना करके आंतरिक वलय में X & Y तथा बाहरी वलय में R & S बिन्दु को अंकित कीजिए ।

त्रिभुज की लम्ब ऊँचाई और मध्यिका (Altitude and Median of a Triangle)

लम्ब ऊँचाई (Altitude) :



दिये गये त्रिभुज ABC की भुजाएँ और श्रृंग बिन्दु नामांकित कीजिए।

\overline{AB} , \overline{BC} , \overline{AC} भुजाएँ हैं और A, B, C श्रृंग बिन्दु हैं।

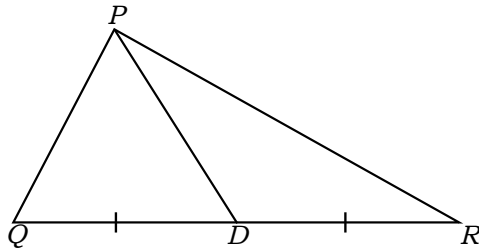
A श्रृंग बिन्दु की अभिमुख भुजा कौन सी है?

A श्रृंग बिन्दु की अभिमुख भुजाएँ \overline{BC} हैं। A श्रृंग से उसके अभिमुख भुजा BC को \overline{AX} लम्ब रेखा खींचिए AX को ΔABC की लम्ब ऊँचाई कहते हैं।

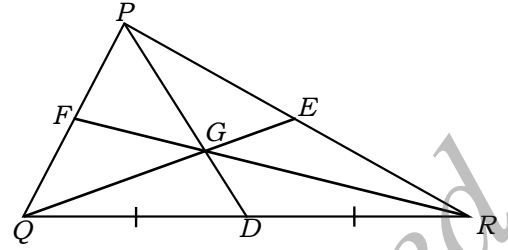
इस तरह AC भुजा का B श्रृंग बिन्दु से \overline{BY} लम्ब ऊँचाई, AB भुजा को C श्रृंग बिन्दु से \overline{CZ} खींचिए। तो त्रिभुज की लम्ब ऊँचाई किसे कहते हैं?

त्रिभुज के एक श्रृंग से उसके अभिमुख भुजा को खींचे हुए लम्ब को त्रिभुज की लम्ब ऊँचाई कहते हैं। लम्ब ऊँचाई को त्रिभुज की ऊँचाई कहते हैं।

मध्यिका (Median) :



चित्र (iii)



चित्र (iv)

दिये गये $\triangle PQR$ की भुजाएँ और श्रृंग बिन्दु को नामांकित कीजिए। PQ, QR और RP उसकी भुजाएँ हैं। P, Q और R श्रृंग बिन्दु हैं।

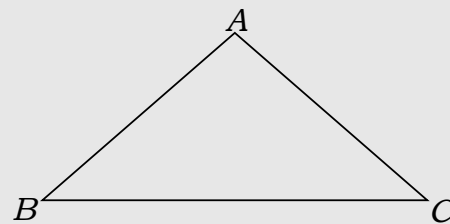
P श्रृंग बिन्दु का अभिमुख भुजा कौनसी है? P की अभिमुख भुजा QR है। भुजा की मध्यबिन्दु 'D' है। आकृति (iii) में दिखाए गये जैसे। PD को $\triangle PQR$ के मध्यिका कहते हैं।

इस तरह (iv) में दिखाए गये जैसे QE मध्यिका को Q श्रृंग बिन्दु से, PR को और RF को R से PQ को खींच सकते हैं।

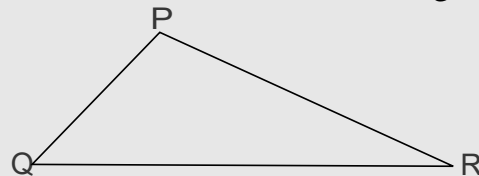
तो मध्यिका किसे कहते हैं? एक त्रिभुज में एक श्रृंग बिन्दु से उसके अभिमुख भुजा के मध्य बिन्दु से मिलाने वाले रेखाखण्ड को मध्यिका कहते हैं।

करके सीखिए:

1) दिये गये $\triangle ABC$ में A श्रृंग से BC को लम्ब रेखा खींचिए।

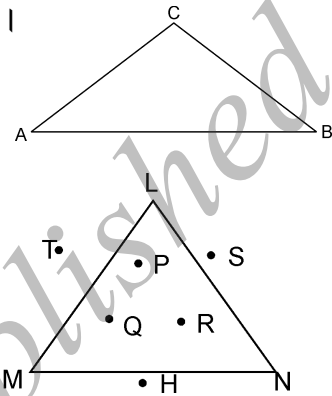


2) दिये गये $\triangle PQR$ में P से QR को मध्यिका खींचिए।



अभ्यास 5.5

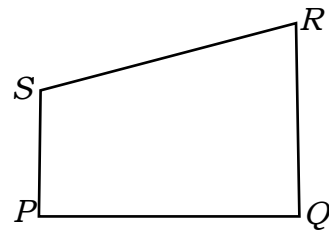
- 1) कोई भी ΔPQR को खींच कर उसकी भुजाएँ कोण और श्रृंग बिन्दु को बताइए।
- 2) दी गई आकृति ΔABC में A और B श्रृंग बिन्दु की। अभिमुख भुजाएँ कौनसी है?
- 3) पार्श्व की आकृति में निम्नोक्त बिन्दु को पहचानिए :
 - 1) ΔLMN का आंतरिक वलय है
 - 2) ΔLMN का बाह्य वलय है
 - 3) ΔLMN त्रिभुज की सीमा पर है
- 4) किसी त्रिभुज की रचना कीजिए उसके आंतरिक वलय में रंग भरिए।
- 5) रिक्त स्थान भरिए:
 - a) एक त्रिभुज में _____ भुजाएँ है।
 - b) एक त्रिभुज में _____ कोण है।
 - c) एक त्रिभुज में _____ श्रृंग बिन्दु है।



5.6 चतुर्भुज - भुजाएँ, कोण और श्रृंग बिन्दु

Quadrilaterals - Sides, Angles and Vertices

हम कक्षा में श्यामपट, टेबल की ऊपरी सतह, दीवार, फर्श, कमरे की खिड़कियां इत्यादि को हम ध्यान से देखते हैं। इनका आकार कौनसा है? यह चतुर्भुज के आकार में हैं। अब इस आकृति को ध्यान से देखिए।



इस बंद आकृति की कितने भुजाएँ हैं? चार भुजाएँ हैं। इसलिए चतुर्भुज कहते हैं। क्यों कि चतुर (Quad) का अर्थ चार और भुज (lateral) का अर्थ भुजा ही है।

तो चतुर्भुज किसे कहते हैं ?

चार रेखा खण्डों से आवृत एक बंद समतल आकृति को चतुर्भुज कहते हैं।

PQRS एक चतुर्भुज है।

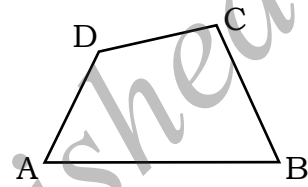
चतुर्भुज को कैसे नामांकित किया जाता है ?

साधारण तौर पर चतुर्भुज को चक्रीय क्रम से नामांकित करते हैं।

उदाहरण : PQRS अथवा SRQP,

ABCD चतुर्भुज को देखिए उसकी भुजाओंको नामांकित कीजिए। \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} और \overline{DA}

AB और BC भुजाएँ कौन सी बिन्दु में मिलते हैं ?



AB और BC भुजाएँ B बिन्दु में मिलती हैं। इस बिन्दु को चतुर्भुज का श्रृंग बिन्दु कहते हैं। इसलिए एक चतुर्भुज के भुजाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु को श्रृंग था शार्षि कहते हैं। आकृति में A, B, C, D बिन्दु चतुर्भुज की श्रृंग बिन्दुएँ हैं। चतुर्भुज में चार श्रृंग बिन्दु हैं।

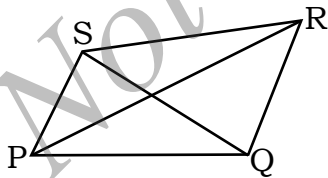
सोचिए : ऊपर के चतुर्भुज को ACBD करके नामांकित कर सकते हैं - क्यों ?

इस चतुर्भुज में कितने कोण हैं ? नामांकित कीजिए ? 4 कोण हैं। तो ये हैं।

$\angle DAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$.

चतुर्भुज का विकर्ण (**Diagonal of a quadrilateral**) :

PQRS चतुर्भुज में, अभिमुख श्रृंग का नामांकन कीजिए।



P और R तथा Q और S परस्पर अभिमुख बिन्दुएँ हैं। P और R को मिला इए P R रेखाखण्ड को चतुर्भुज विकर्ण कहते हैं। तो विकर्ण किसे कहते हैं ?

एक चतुर्भुज के दो अभिमुख श्रृंग बिन्दुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड को विकर्ण कहते हैं। चतुर्भुज का दूसरा विकर्ण QS है। चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर प्रतिच्छेदित करते हैं।

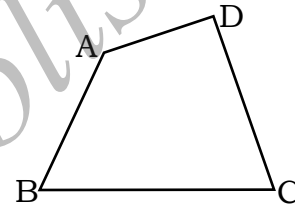
प्रयत्न कीजिए: किसी भी चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए । उसमें विकर्ण को खींचिए ।

ध्यान दीजिए: एक चतुर्भुज में चार बाहुएँ, चार श्रृंग, चार कोण और दो विकर्ण होते हैं।

चतुर्भुज का पार्श्व अनुक्रम भुजाएँ और अभिमुख भुजाएँ:

(Adjacent and opposite sides of a quadrilateral)

आसन्न आकृति में देखिए ABCD चतुर्भुज। उसमें मिलनवाले दो भुजाओं के नाम लिखिए \overline{AB} और \overline{BC} भुजाएँ बिन्दु में मिलते हैं। तो \overline{AB} और \overline{BC} को पार्श्व या क्रमागत भुजाएँ कहते हैं।



पार्श्व भुजाएँ किसे कहते हैं? चतुर्भुज की जोड़ी भुजाएँ जिनकी सामान्य अंतिम बिन्दु है तो उनको पार्श्व भुजाएँ कहते हैं। चतुर्भुज की बची पार्श्व भुजाओं की जोड़ी बताइए

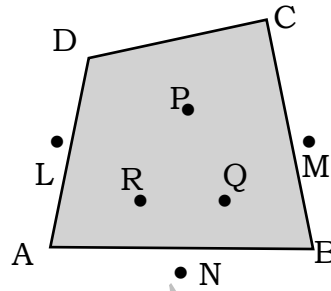
\overline{BC} और \overline{CD} , \overline{CD} और \overline{AD} , \overline{AD} और \overline{AB} , अन्य भुजाएँ हैं।

ऊपर के ABCD चतुर्भुज में किसी भी अभिमुख भुजाओं जोड़ा का नामांकन कीजिए। \overline{AB} और \overline{DC} अभिमुख भुजाएँ हैं। दूसरी जोड़ी अभिमुख भुजा को बताइए । \overline{BC} और \overline{AD} दूसरी अभिमुख भुजाओं की जोड़ी हैं।

प्रयत्न कीजिए : PQRS चतुर्भुज की रचना कीजिए। उसके पार्श्व भुजाएँ और अभिमुख भुजाओं नामांकन कीजिए।

जान लीजिए: एक चतुर्भुज में 4 पार्श्व भुजाओं की जोड़ी और दो उवयिमुख भुजाओं की जोड़ी होते हैं।

चतुर्भुज के अंतरिक और बाह्य वलय :



आकृति ABCD चतुर्भुज में P, Q और R बिन्दु कहाँ है ? वे ABCD चतुर्भुज के आंतरिक भाग में हैं। इसलिए P, Q, R बिन्दु ABCD चतुर्भुज के आंतरिक वलय में हैं। तो चतुर्भुज का आंतरिक वलय किसे कहते हैं ?

चतुर्भुज की भुजाओं से आवृत प्रदेश को चतुर्भुज का आंतरिक वलय कहते हैं।

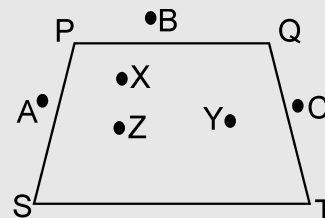
आकृति में L, M, N बिन्दु के स्थान कहाँ हैं ? चतुर्भुज के बाहरी वलय में हैं। तो चतुर्भुज का बाहरी वलय किसे कहते हैं ?

एक चतुर्भुज की सीमा रेखा के बाह्य प्रदेश को चतुर्भुज का बाह्य वलय कहते हैं।

A, B, C, D बिन्दु कहाँ हैं ? A, B, C और D बिन्दु चतुर्भुज की सीमा पर हैं।

प्रयत्न कीजिए : दिये गये चतुर्भुज में इन बिन्दुओं की सूची तैयार कीजिए जो:

- 1) चतुर्भुज के आंतरिक वलय में है।
- 2) चतुर्भुज के बाह्य वलय में हैं।
- 3) चतुर्भुज की सीमा पर हैं।

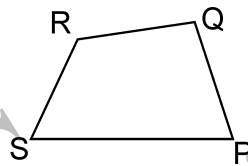


अभ्यास 5.6

I. **ABCD** चतुर्भुज की रचना कीजिए। चार भुजाएँ, चार श्रृंग बिन्दुएँ और चार कोणों का नामांकन कीजिए।

II. दिये हुए चतुर्भुज **PQRS** में इनका नामांकन कीजिए।

- 1) दो जोड़ी अभिमुख भुजाएँ
- 2) चार पार्श्व भुजाओं की जोड़ी

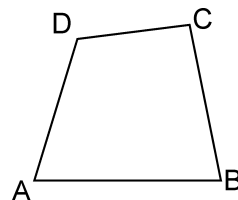


III. एक चतुर्भुज की आकृति में **A, B, C** बिन्दु को चतुर्भुज के आंतरिक वलय में **P, Q, R** बिन्दु को चतुर्भुज के बाह्य वलय में अंकन कीजिए।

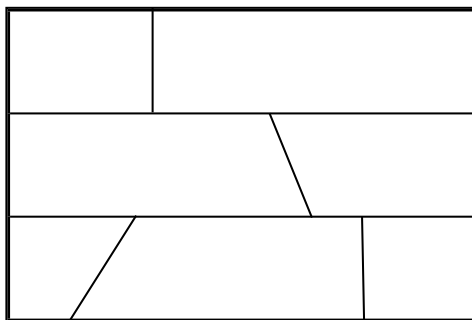
IV. एक चतुर्भुज की रचना कीजिए उसे **WXYZ** नामांकित कीजिए। उसमें विकर्ण को खींचकर नामांकित कीजिए।

V. दिये हुए चतुर्भुज **ABCD** में

- a) भुजाओं की संख्या _____
- b) कोणों की संख्या _____
- c) श्रृंग बिन्दु की संख्या _____
- d) पार्श्व भुजाओं की जोड़ी की संख्या _____
- e) अभिमुख भुजाओं की जोड़ी की संख्या _____



VI. इस आकृति में कितने चतुर्भुज हैं?

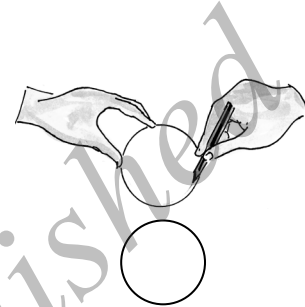


5.7 वृत्त – वृत्त केन्द्र, त्रिज्या और व्यास

(Circle - Centre, radius and diameter)

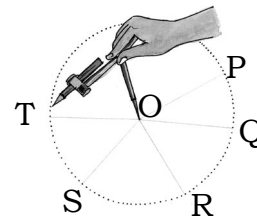
क्या आपने चूड़ी, चक्र, सिक्का, अंगूठी आदि वस्तु को देखा है? उनका आकार कैसा है? वे सभी वृत्ताकार में हैं।

एक कागज के ऊपर चूड़ी को रखिए। एक हाथ से चूड़ी को कस कर पकड़ कर दूसरे हाथ में पेन्सिल से चूड़ी के आंतरिक रेखा को खींचिए। इसतरह प्राप्त आकृति वृत्त है।



आकृति का अवलोकन कीजिए प्रकार (Compass) की सिरा O में स्थित है और पेन्सिल की नोक O बिन्दु के चारों ओर घूमता है तथा एक वृत्त बनाता है। आकृति में दिखाए गये जैसे P, Q, R, S, T- आदि अंकित कीजिए।

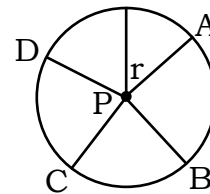
OP, OQ, OR, OS, OT इनको मापिए। आप को क्या पता चलता है। वे सभी समान हैं।



वृत्त किसे कहते हैं? दत्त वृत्त एक बंद समतल आकृति है जो एक स्थिर बिन्दु से उसकी सभी बिन्दुएँ समतल पर समान दूरी पर होते हैं। वृत्त के स्थिर बिन्दु को वृत्त केन्द्र कहते हैं। ऊपर के वृत्त में स्थिर बिन्दु कौनसा है? 'O' स्थिर बिन्दु है। 'O' स्थिर बिन्दु को वृत्त केन्द्र कहते हैं।

वृत्त की त्रिज्या:

पास की आकृति को ध्यान से देखिए 'P' वृत्त केन्द्र है वृत्त पर कहीं A बिन्दु को अंकित कीजिए P और A मिलाइए PA रेखाखण्ड को वृत्त की त्रिज्या। कहते हैं। वृत्त त्रिज्य को 'r' अक्षर से सूचित करते हैं। त्रिज्या किसे कहते हैं?



वृत्त केन्द्र और वृत्त के ऊपरी कोई भी बिन्दु को मिलानेवाले रेखाखण्ड को त्रिज्या कहते हैं। एक वृत्त में कितने त्रिज्या को खींच सकते हैं?

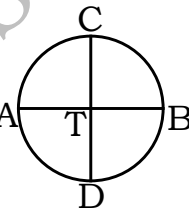
अनेक त्रिज्याओं को खींच सकते हैं। आकृति में PA, PB, PC, PD.... वृत्त की त्रिज्याएँ हैं। इस त्रिज्य को मापिए आपको कौन से अंश का पता चलता है? $PA=PB=PC=PD$, एक वृत्त के सभी त्रिज्याएँ समान रहती हैं। सामान्य रूप से त्रिज्या को r से सूचित करते हैं।

छात्र त्रिज्या:- O वृत्त केन्द्र से एक वृत्त की रचना कीजिए OA, OB, OC, OD त्रिज्याएँ हैं उनको मापिए। आपकी राय क्या है ?

वृत्त का व्यास:

आकृति को ध्यान से देखिए यहाँ एक वृत्त है। इसके वृत्तकेन्द्र और त्रिज्या को नामांकित कीजिए।

'T' वृत्त केन्द्र और TA, TB, TC, TD त्रिज्याएँ हैं। T वृत्तकेन्द्र है। यहाँ AB और CD रेखाखण्ड T केन्द्र द्वारा हैं। इसलिए रेखाखण्ड AB, और CD को व्यास कहते हैं।



तो व्यास किसे कहते हैं ?

एक रेखाखण्ड जो वृत्त केन्द्र द्वारा जाकर जिसकी अंतिम बिन्दुएँ वृत्त पर होती हैं, उसे व्यास कहते हैं। व्यास को d से सूचित करते हैं। उपरोक्त वृत्त के व्यास और त्रिज्या को मापिए, इससे आपका अवलोकन क्या है?

$$[AB = CD = d, TA = TB = TC = TD = r]$$

व्यास और त्रिज्या का वृत्त में सम्बन्ध क्या है ?

$$[TA + TB = AB = d ; TC + TD = CD = d]$$

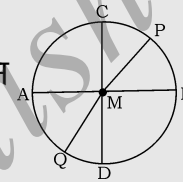
इसलिए व्यास = 2 त्रिज्या अथवा $d = 2r$ \therefore व्यास, त्रिज्या का दुगुना है।

एक वृत्त में कितने व्यास को खींच सकते हैं? एक वृत्त में अनके व्यास खींच सकते हैं। सभी व्यास सम रहते हैं।

क्रियाकलाप:-

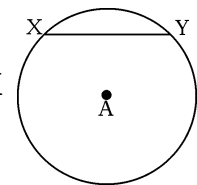
1. 2.5 cm त्रिज्य की एक वृत्त की रचना कीजिए किसी भी चार व्यास को खींचिए और उनको मापिए।
2. किसी भी वृत्त की रचना कीजिए, व्यास को खींचिए उसकी त्रिज्या और व्यास को मापिए आप की राय क्या है ?
3. 6 cm व्यास युक्त एक वृत्त की रचना कीजिए।

प्रयत्न कीजिए: पार्श्व की आकृति में त्रिज्या और व्यास का नामांकन कीजिए।



वृत्त की जीवा (**Chord of a circle**) :

पार्श्व की आकृति देखिए। वृत्त केन्द्र का नामांकन कीजिए। A वृत्त केन्द्र है अब वृत्त के ऊपर कोई भी दो बिन्दुएँ X और Y को अंकित कीजिए। X और Y को मिलाइए। XY रेखाखण्ड को वृत्त की जीवा कहते हैं।



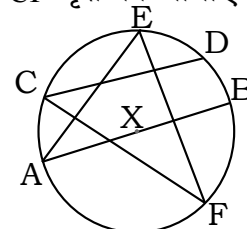
जीवा किसे कहते हैं ?

वृत्त के ऊपर कोई भी दो बिन्दुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड को जीवा कहते हैं। दिये हुए वृत्त में और भी कुछ जीवाओं को खींचिए। वृत्त में कितने जीवाओं को खींच सकते हैं ?

पार्श्व की आकृति में वृत्त केन्द्र को पहचानिए हम अनेक जीवाएँ खींच सकते हैं। X वृत्त केन्द्र है। आकृति में जीवा का पहचानिए। AB, AE, CD, EF, CF वृत्त की जीवाएँ हैं।

इन सभी जीवाओं को मापिए वे सभी सम हैं क्या ?

नहीं, सभी जीवाओं की माप सम नहीं है।



याद रखिए : वृत्त केन्द्र से पार होने वाले सबसे बड़ी जीवा ही व्यास है।

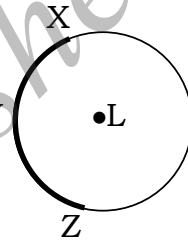
क्रिया कलाप :- 3 से.मी. त्रिज्ययुक्त वृत्त की रचना कीजिए उसमें किसी भी 5 जीवा की रचना कीजिए और मापिए वे सम है क्या ?

सोचिए: 1) वृत्त का हर एक व्यास जीवा है क्या ?

2) वृत्त की हर एक जीवा व्यास है क्या ?

वृत्त की चाप (**Arc of a circle**) :

आकृति को ध्यान से देखिए वृत्त केन्द्र का नामांकन कीजिए 'L' वृत्त केन्द्र है। दर्शाए गये वृत्त के ऊपर कोई भी तीन बिन्दु X, Y और Z को आकृति में Y दर्शाए गये जैसे सूचित कीजिए। X और Z के वृत्त के बीचके भाग को वृत्त की चाप कहते हैं। चाप को \widehat{XZ} संकेत से सूचित करते हैं। इसलिए चाप X, Y, Z को $\widehat{X, Y, Z}$ लिखते हैं।

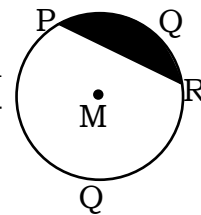


सोचिए: एक वृत्त में कितने चाप को खींच कर सकते हैं ?

प्रयत्न कीजिए : एक वृत्त की रचना कीजिए उसमें PQR चाप को पहचानिए।

वृत्त खण्ड (**Segment of a circle**) :

आकृति में 'M' वृत्त केन्द्र है। वृत्त में PQR चाप को अंकित कीजिए। P और R को मिलाइए। PR को क्या कहते हैं? PR एक जीवा है। PR ज्या और PQR के बीच के प्रदेश को रंग भरिए। छायाकृत प्रदेश PQR को वृत्त खण्ड कहते हैं।



वृत्त खण्ड किसे कहते हैं ?

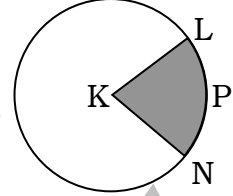
चाप और जीवा से आवृत हुए वृत्त के भाग को वृत्तखण्ड कहते हैं।

सोचीए : वृत्त में कितने वृत्त खण्ड को खींच सकते हैं ?

छात्र क्रिया :- 3.5 cm त्रिज्या की वृत्त का रचना कीजिए। एक वृत्त खण्ड को अंकित कीजिए और रंग भरिए।

त्रिज्याखण्ड (Sector of a circle) :

KL और KN त्रिज्य वृत्त में K वृत्त केन्द्र हैं। अब KL, KN त्रिज्याएँ हैं। और LPN चाप के बीच के प्रदेश को छायांकित कीजिए। छायांकित प्रदेश KLN को वृत्त का त्रिज्या खण्ड कहते हैं।



त्रिज्या खण्ड किसे कहते हैं ?

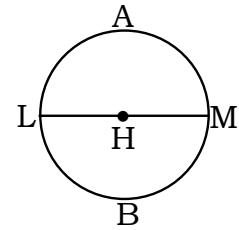
एक जोड़ी त्रिज्याएँ और एक चाप से आवृत प्रदेश को त्रिज्या खण्ड कहते हैं।

सोचिए : एक वृत्त में कितने त्रिज्या खण्ड खींच सकते हैं ?

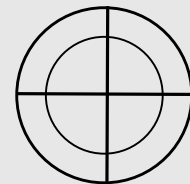
क्रियाकलाप:- वृत्त केन्द्र से किसी भी वृत्त की रचना कीजिए जिसका वृत्त केन्द्र X रहे। XY और XZ त्रिज्या को खींचिए वृत्त खण्ड का नामांकन कीजिए और रंग भरिए।

अर्ध वृत्त (Semi circle) :

आकृति को ध्यान से देखिए 'H' वृत्त केन्द्र और LM व्यास है। LM व्यास वृत्त को LAM और LBM करके दो खण्डों में विभाजन करती है। वे सम हैं। वे अर्ध वृत्त हैं।



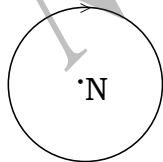
क्रियाकलाप : - 1) 3 से.मी. त्रिज्या युक्त वृत्त की रचना करके व्यास अर्ध वृत्त को नामांकित कीजिए और छायाकृत कीजिए।



खींचिए

2) पास की आकृति में कितने अर्ध वृत्त हैं ?

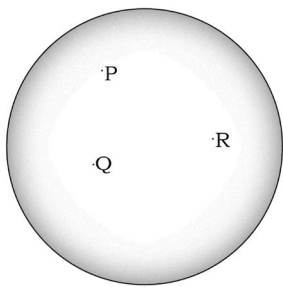
वृत्त परिधि (Circumference of a circle) :



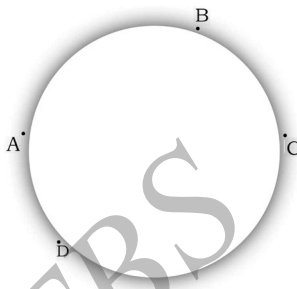
पार्श्व आकृति का अवलोकन कीजिए 'N' वृत्त केन्द्र है। वृत्त पथ की लम्बाई को एक धागे से मापिए। वृत्त पथ की लम्बाई को परिमाण कहते हैं। वृत्त की परिमाण को परिधि भी कहते हैं।

छात्र क्रिया :- 3.5 से.मी. त्रिज्या युक्त वृत्त की रचना कीजिए। परिधि को धागे की सहायता से मापिए।

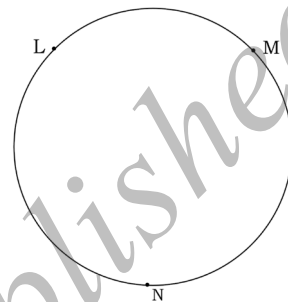
वृत्त का आंतरिक और बाह्य वलय
(Interior and Exterior of a circle)



चित्र (i)



चित्र (ii)



चित्र (iii)

ऊपर की आकृति (i) को ध्यान से देखिए वृत्त में P, Q, R बिन्दु कहाँ हैं? वृत्त के आंतरिक भाग में हैं। वृत्त के अंदर की सतह के भाग को वृत्त का आंतरिक वलय कहते हैं।

वृत्त का आंतरिक वलय किसे कहते हैं ?

वृत्त का छायांकित प्रदेश को वृत्त का आंतरिक वलय कहते हैं।

दूसरी आकृति (ii) ध्यान से देखिए। वृत्त में A, B, C, D बिन्दु कहाँ हैं? वे वृत्त की बाहरी भाग में हैं। वृत्त के आंतरिक सतह के भाग को वृत्त का बाहरी वलय कहते हैं। एक वृत्त के बाह्य भाग को वृत्त का बाह्य वलय कहते हैं।

ध्यान दीजिए : वृत्त के बाहरी वलय की सीमा नहीं है। इसको सभी दिशाओं में अनिर्दिष्ट से वृद्धि कर सकते हैं।

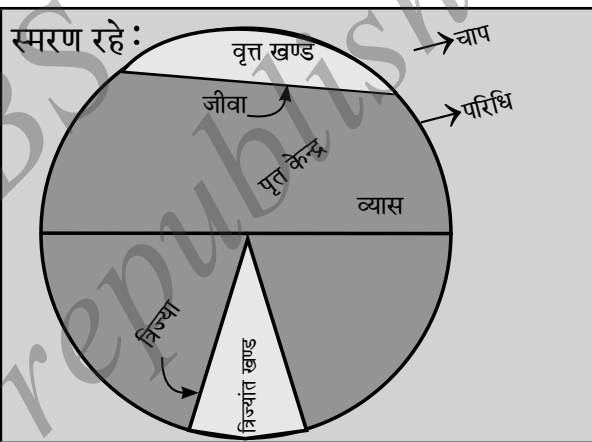
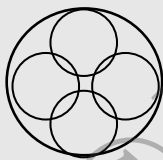
अब आकृति (iii) को ध्यान से देखिए L, M, N बिन्दुओं का स्थान कहाँ है? ये बिन्दुएँ वृत्त के ऊपर हैं।

सूचना: कोई भी वृत्त एक समतल को 3 भागों में विभाजित करता है।

- 1) वृत्त का आंतरिक वलय 2) वृत्त का बाहरी वलय 3) वृत्त

प्रयत्न कीजिए : 3.5 cm त्रिज्ययुक्त वृत्त की रचना कीजिए इन का अंकन कीजिए 1) X, Y, Z को वृत्त के आंतरिक वलय में 2) D, E, F को वृत्त के बाह्य वलय में 3) A, B, C को वृत्त के ऊपर

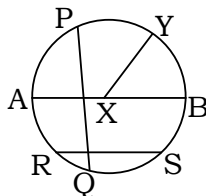
सोचिए : आकृति में कितने वृत्त हैं?



अभ्यास 5.7

I. दी गई आकृति में इनका नामांकन कीजिए :

वृत्त, केन्द्र, जीवा, त्रिज्या, व्यास

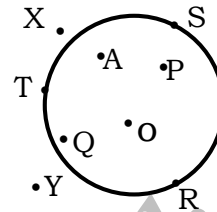


II. 4 cm त्रिज्ययुक्त वृत्त की रचना कीजिए और उसमें जीवा, त्रिज्या और व्यास का नामांकन कीजिए।

III. 3 cm त्रिज्ययुक्त वृत्त की रचना कीजिए और उसमें वृत्तखंड, और त्रिज्या खंड का अंकन कीजिए।

IV. दी गई आकृति में निम्नोक्तों का अंकन कीजिए।

- वृत्त का आंतरिक वलय
- वृत्त का बाह्य वलय
- वृत्त के ऊपर

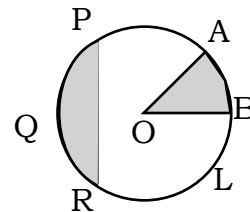


V. नीचे दिये गये कथनों में सही है तो ✓ और गलत है तो ✗ इस चिन्ह लगाइए.

- एक वृत्त में अनेक त्रिज्या को खींच सकते हैं। ()
- एक वृत्त में अनेक जीवा को खींच सकते हैं। ()
- एक वृत्त में सभी त्रिज्याएँ समान रहता है। ()
- वृत्त के सभी जीवा सम रहती हैं। ()
- व्यास वृत्त की जीवा भी है। ()
- कोई भी जीवा वृत्त का व्यास भी होता है। ()
- व्यास त्रिज्या का दुगुना रहता है। ()
- वृत्त के कोई भी दो चाप परस्पर सम रहते हैं। ()
- वृत्त के सभी व्यास सम रहते हैं। ()

VI. दी गई आकृति की सहायता से रिक्त स्थान भरिए।

- छायांकित भाग PQR वृत्त का _____ है।
- \widehat{RLB} वृत्त का _____ है।
- छायांकित भाग AOB _____ है।



अध्याय - 6

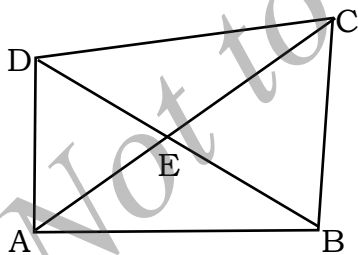
दो और तीन आयाम की आकृतियाँ (2D and 3D Shapes)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप:

- रेखाखण्ड की लम्बाई को माप सकेंगे।
- कोणों को मापना सीख सकेंगे।
- जोड़ी रेखाओं में परस्पर छेदन करने वाले, परस्पर लम्ब होनेवाले, तथा परस्पर समांतर रहने वाले रेखाओं को पहचानना तथा नामांकन करना सीख सकेंगे।
- कोणों के प्रकार बता सकेंगे।
- भुजाँए तथा कोण के आधार पर त्रिभुज को वर्गीकृत कर सकेंगे।
- चतुर्भुजों के प्रकार पहचान सकेंगे।
- सरल बहुभुजाकृति यो का नामांकन कर सकेंगे।
- 3 आयाम के आकृतियों को पहचानना और नामांकन कर सकेंगे।

6.1 (a) रेखाखण्ड का मापन (Measurement of a line segment)

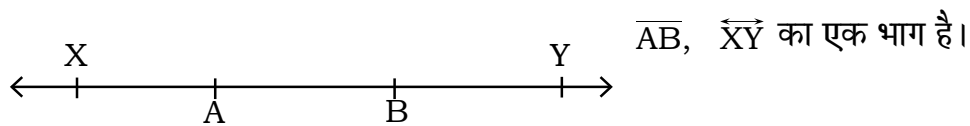
इस आकृति रेखाखण्डों का नामांकन कीजिए।



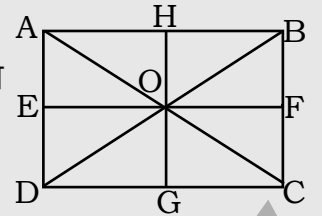
\overline{AB} , \overline{AE} , \overline{BC} , \overline{AD} , \overline{DE} , \overline{DC} , \overline{EC} और \overline{BE} इस आकृति में रहनेवाले रेखाखण्ड हैं।

रेखा खण्ड किसे कहते हैं ?

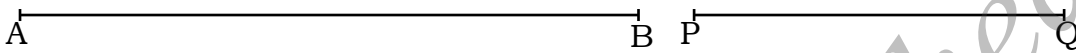
रेखाखण्ड दो स्थिर अंतिम बिन्दु तथा निर्दिष्ट माप युक्त एक सरल रेखा का भाग है।



क्रियाकलाप :- नीचे दी गई आकृति में के सभी रेखा खण्डो को नामांकन कीजिए।



रेखा खण्ड को मापने का विधान:



उपरोक्त रेखाखण्डों को ध्यान से देखिए। ? बताइए कि कौन सा रेखाखण्ड लंबा है?

तुलना करने से \overline{AB} रेखाखण्ड \overline{PQ} से अधिक लम्बाई की है करके आसानी से हम लोग कह सकते हैं क्यों कि इन दोनों मापों में बहुत अन्तर है। मगर नीचे के रेखाखण्ड को (\overline{KL} , \overline{MN}) ध्यान से देखिए। किसकी लंबाई अधिक है?



ऐसे ही देखेंतो इन रेखाखण्डों में कौनसी लंबाई ज्यादा है। यह कहना। बिलकुल आसान नहीं क्योंकि ये दोनों रेखाखण्ड ज्यादा या कम एक ही माप के जैसे दिखते हैं। इसलिए इसको समझने के लिए इस रेखाखण्ड का माप, ज्ञात करना आवश्यक है।

आपके ज्यामिती बाँक्स में कुछ उपकरण हैं। (मापनी) स्केल, विभाजक कोणमापक, त्रिज्य और रेखाखण्ड की लम्बाई को मापने के लिए उपयोग होनेवाले उपकरण माप पट्टी है।



ऊपर की माप पट्टी की आकृति को देखिए।

मापपट्टी दोनों पार्श्वसे माप प्राप्त है। एक पार्श्व 15 भाग में विभाजित करके माप पहचाना

गया है। हर भाग 1 सें.मी. माप का है दूसरे पार्श्व 6 भागों में विभाजित करके माप को पहचाना गया है।

प्रति भाग एक इंच का रहता है। हर 1 सें.मी. को 10 सम भागों में विभाजित किया है। हर भाग की माप 1 मिली मीटर है।

10 मि. मी = 1 सें.मी.

कहेंतो 1 मि. मी = 0.1 सें.मी.

4 सेन्टी मीटर और 6 मि. मी को कैसे सूचित करते है ?

हम इसको 4.6 सें.मी. सूचित कर सकते है।

5.2 सें.मी. किसे कहते है ?

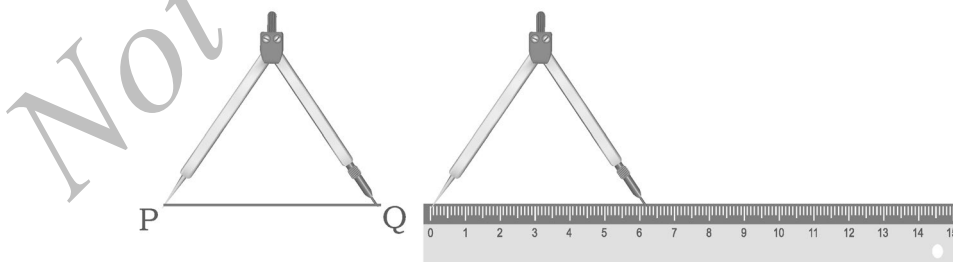
5.2 सें.मी. कहेंतो 5 सें.मी. और 2 मि. मी.

माप पट्टी की सहायता से \overline{PQ} की लम्बाई को ज्ञात करने का विधान :



मापपट्टी के आरंभिक अंकन को P बिन्दु पर रखिए और माप पट्टी के किनारे को रेखाखण्ड पर रखिए और Q के आगे के अंकन को पढ़िए। यह \overline{PQ} की लम्बाई है। अगर Q 6.2 सें.मी. पर है तो \overline{PQ} की लम्बाई = 6.2 सें.मी. है।

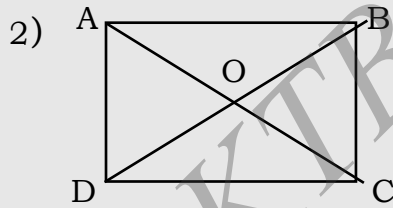
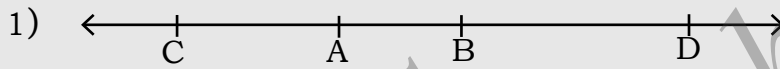
विभाजक की सहायता से रेखाखण्डों की लम्बाई को मापने का विधान।



विभाजक की एक सिरे को रेखाखण्ड के P बिन्दु में रखकर दूसरे सिरे को Q बिन्दु में ठीक तरह से रखिए। विभाजक की नुकीली सिराओं के नोक की दूरी को परिवर्तित किये बिना

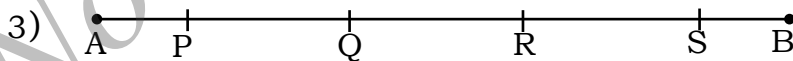
(अस्थिर न करके) उसकी एक सिरे को O पर तथा दूसरे को मापपट्टी अंकित भाग पर रखिए। अब O को छोड़ (शून्य रहित दूसरी सिरे की बिन्दु) अगली सिरे की बिन्दु को पढ़िए। अगर वह 6.2 सें.मी. है तो \overline{PQ} की माप यानी $\overline{PQ} = 6.2$ सें.मी. सही माप है।

क्रियाकलाप : निम्नोक्त आकृतियों में स्थित सभी रेखाखण्डों का नामांकन कीजिए और उनको मापिए।



अभ्यास 6.1(a)

- 1) \overline{PQ} रेखाखण्ड को खींचिए। उसके ऊपर R बिन्दु को अंकित कीजिए \overline{PR} , \overline{RQ} और \overline{PQ} की लंबाई मापिए। आप क्या अवलोकन करते हैं ?
- 2) $\overline{AB} = 8$ सें.मी. रेखाखण्ड खींचिए। \overline{AB} पर C बिन्दु का अंकन कीजिए ताकि $\overline{BC} = 3$ सें.मी. अब \overline{AC} की लंबाई को मापिए। पता लगाइए कि $\overline{AB} = \overline{BC}$ । आप का अवलोकन क्या है ?



\overline{AP} , \overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RS} और \overline{SB} रेखाखण्डों की लंबाई को मापिए तथा परीक्षण कीजिए कि अगर $\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS} + \overline{SB}$ ।

सामूहिक क्रियाकलाप :- आपके कक्ष की लंबाई और चौड़ाई तथा मेज और श्यामपट की लंबाई और चौड़ाई को भी मापिए।

6.1 (b) कोण की माप

पिछले घटक में आप कोण के बारे में सीख चुके हैं।

आकृति में उत्पन्न कोण का नामांकित कीजिए।

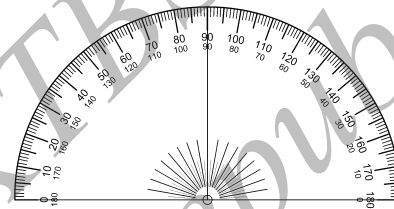
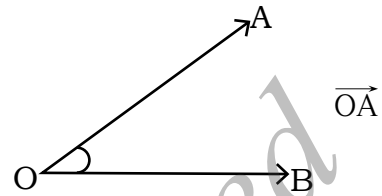
आकृति में उत्पन्न कोण $\angle AOB$ अथवा $\angle O$ कीजिए।

$\angle AOB$ के शीर्ष और भुजाओं का नामांकन कीजिए।

और \overline{OB} तो $\angle AOB$ की दो भुजाएँ हैं।

O बिन्दु $\angle AOB$ का श्रृंग है। \overline{OA} और \overline{OB} $\angle AOB$ की भुजाएँ हैं।

इस आकृति को ध्यान से देखिए :-



यह कोण को मापने का उपकरण है। इसको कोणमापक कहते हैं। कोण मापक में संख्याओं को कैसे सूचित किया गया है, ध्यान से देखिए।

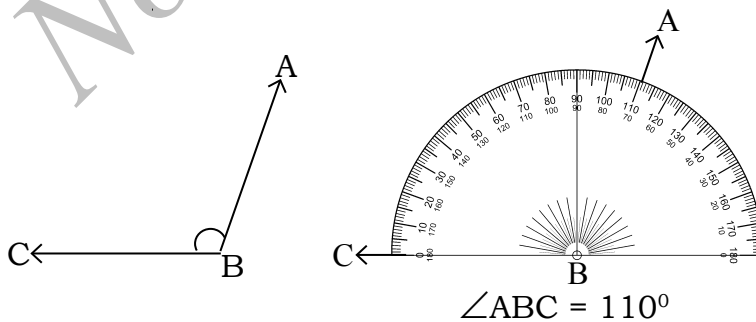
कोणमापक अर्ध वृत्ताकार का एक उपकरण है। इसको 180 सम भाग करके विभाजित किया है। हर एक भाग की 1 डिग्री में माप है। कोणों को डिग्रियों में मापते हैं।

उसमें एक केन्द्र बिन्दु युक्त एक आधार रेखा है। तथा पाद रेखा मध्य बिन्दु युक्त है।

जान लीजिए : 360° तक कोण को मापाने के कोण मापक भी है।

कोण को कैसे मापते हैं?

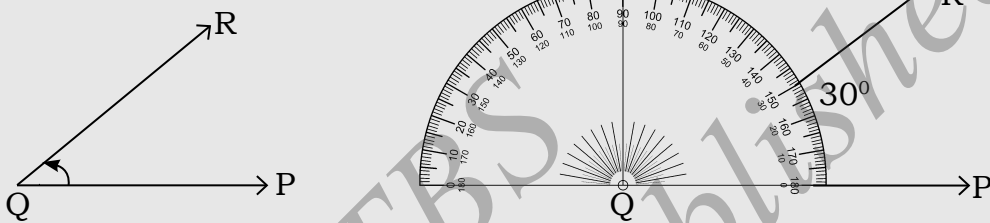
$\angle ABC$ को मापने के लिए अगले पन्नेमें दियेहए चरणों को पालन करना चाहिए।



- कोणमापक के मध्य बिन्दु O (शून्य) को $\angle ABC$ के शीर्ष B पर रखिए ।
- कोणमापक को ऐसे समायोजन कीजिए कि \overline{BC} पार्श्व कोणमापक की सीधी सिरे के साथ हैं।
- अब \overline{BA} किरण के साथ संपाती होनेवाले कोणमापक के ऊपर के अंकन को पढ़िए ।
इसलिए $\angle ABC = 110^\circ$ हैं।

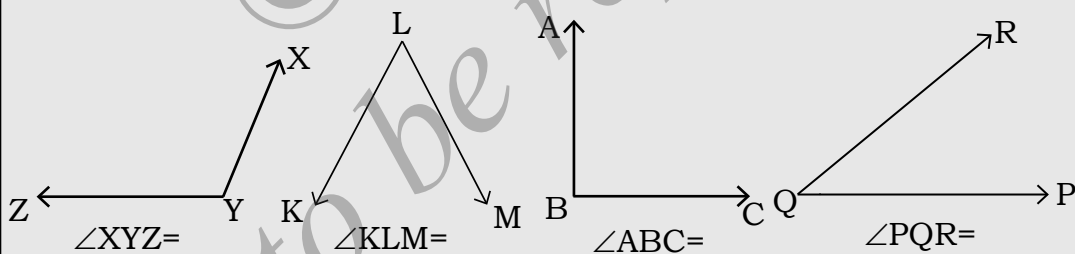
ध्यान दीजिए:

$$\angle PQR = 30^\circ$$



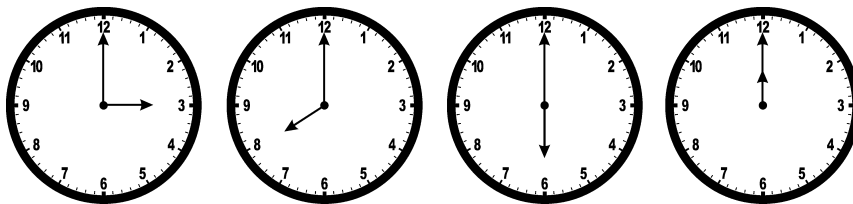
यह किस लिए 150° नहीं है । आपके शिक्षक के साथ चर्चा कीजिए ।

क्रियाकलाप :- नीचे दिये गये $\angle XYZ$, $\angle KLM$, $\angle ABC$, $\angle PQR$ को मापिए ।



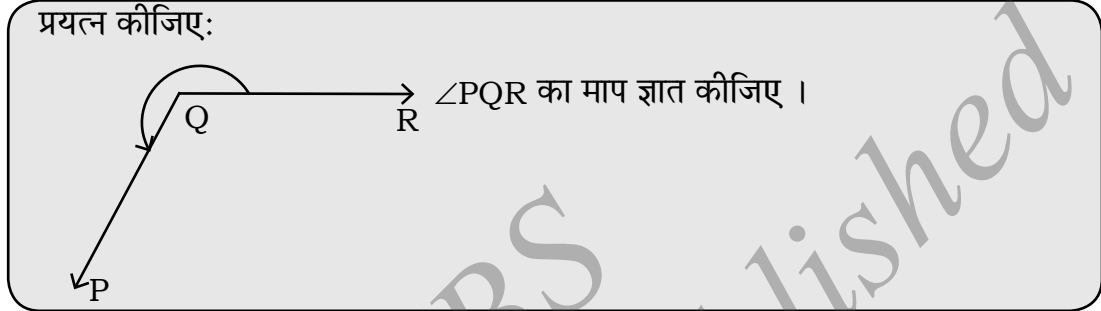
अभ्यास 6.1 (b)

1) निम्नोक्त आकृति में दिये हुए घड़ी के दो हाथों के बीच के कोणों को मापिए ।

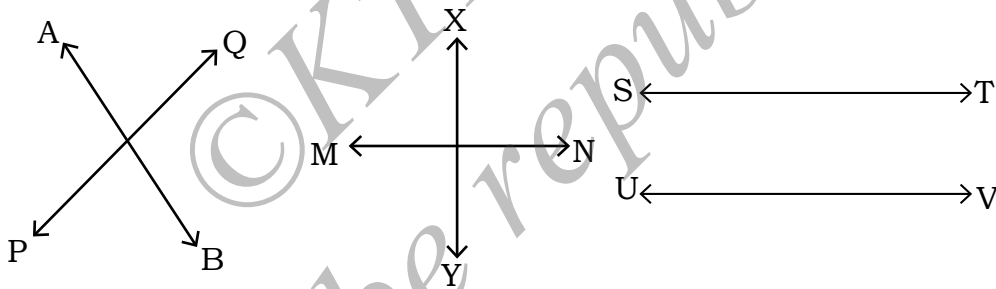


- 2) घड़ी की एक सूई 12 से पुनः 12 तक आने तक कुल कितने डिग्री घूमती है ?
- 3) घड़ी में समय 1 बजे दो सूइयों के बीच कोण की माप कितनी होती है ?
- 4) घड़ी में 4 बजे होने पर सूइयों के बीच का कोण 120° होता है। 5 बजे होने पर सूइयों के बीच का कोण कितना रहता है ?

प्रयत्न कीजिए:



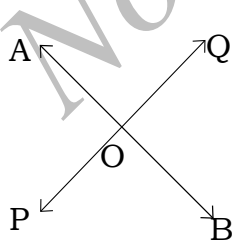
6.2 जोड़ी रेखाएँ (Pair of lines)



ऊपर के प्रत्येक आकृति में कितनी रेखाएँ हैं ?

ऊपर के प्रत्येक आकृति में दो रेखाएँ होने पर इन रेखाओं को जोड़ी रेखाएँ कहते हैं। अथवा सरल युग्म कहते हैं।

प्रतिच्छेदी रेखाएँ (Intersecting lines) :



आसन्न आकृति को देखिए। इस आकृति में कितनी रेखाएँ हैं ? इस आकृति में दो सरल रेखाएँ हैं। वे \overline{AB} और \overline{PQ} हैं। इन सरल रेखाओं सामान्य बिन्दु कौनसा है ?

सामान्य बिन्दु O है। \overline{AB} और \overline{PQ} सरल रेखाएँ परस्पर O बिन्दु में प्रतिच्छेद करते हैं।

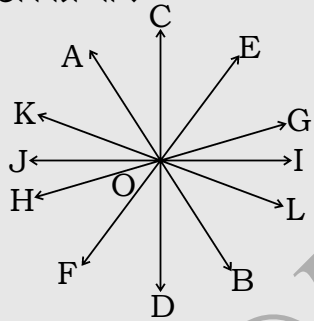
इन सरल रेखाओं को प्रतिच्छेदन रेखाएँ कहते हैं। प्रतिच्छेदन रेखा किसे कहते हैं ?

दो अथवा दो से अधिक सरल रेखाएँ एक सामान्य बिन्दु में प्रतिच्छेदन करने पर, उन सरल रेखाओं को प्रतिच्छेदन रेखाएँ कहते हैं।

प्रतिच्छेदी दो सरल रेखाओं में एक सामान्य बिन्दु होती है।

इसे जान लीजिए। दो सरल रेखाएँ एक ही एक सामान्य बिन्दु में प्रतिच्छेदन करते हैं।

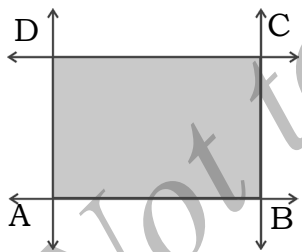
छात्र क्रिया :



O बिन्दु में प्रतिच्छेदन करने वाली सभी सरल रेखाओं को नामांकित कीजिए। इसमें कितनी सरल रेखाएँ O बिन्दु से पार होकर जाते हैं? प्रतिच्छेद करनेवाली अधिक संख्या की रेखाओं को खींचिए।

ध्यान दो : एक बिन्दु द्वारा पारित होने वाली बहुत सरल रेखाओं को खींच सकते हैं।

लम्ब रेखाएँ (**Perpendicular lines**) :



दिया हुआ ABCD श्यामपट की आकृति देखिए। अगर हम आसन्न दो किनारों को विस्तृत करें तो तब AB और AD रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिन्दु कौन सी हैं। A बिन्दु में उत्पन्न होने वाला कोण का माप कितना है? कोण मापक का उपयोग करके मापिए। A बिन्दु में उत्पन्न होने वाला कोण का माप कोण $\angle DAB=90^\circ$ । इसलिए \overline{AB} और \overline{AD} परस्पर लम्ब रेखाएँ हैं। अन्य किनारों को लीजिए और उनके बीच के कोण को मापिए। तब लम्ब रेखा किसे कहते हैं?

दो सरल रेखाएँ प्रतिच्छेदित करें और उनके बीच में उत्पन्न कोण 90° हो तो उन सरल रेखाओं को परस्पर लम्ब रेखाएँ कहते हैं।

लंब रेखा को '⊥' इस संकेत से सूचित करते हैं।

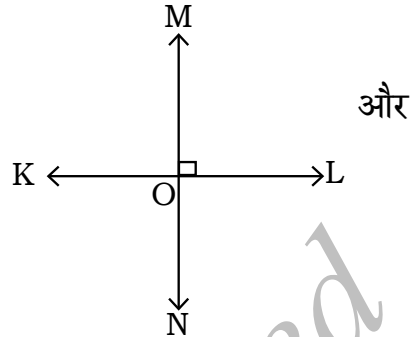
इस आवृत्ति में $\angle MOL = 90^\circ$ और

\overline{MN} परस्पर लंब रेखाएँ हैं।

इसको $\overline{KL} \perp \overline{MN}$ करके लिख सकते हैं।

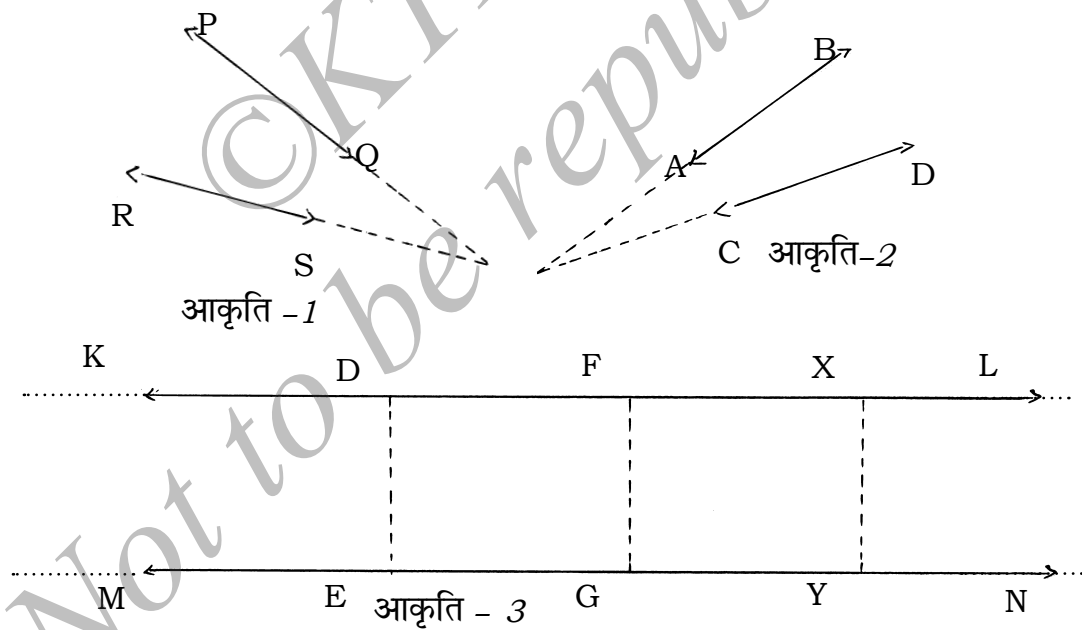
इसको \overline{KL} लंब \overline{MN} करके पढ़ते हैं।

$\angle KOM$ और $\angle KON$ की माप कितनी है?



क्रियाकलाप:- आपके चारों ओर स्थित लंब रेखाओं की आकृतियों का संग्रह कीजिए ।

समानांतर रेखाएँ (Parallel lines)



ऊपर दिये गये आकृति को देखिए प्रति एक आकृति में कितनी सरल रेखाएँ हैं? ये रेखाएँ प्रतिच्छिदित करते हैं या नहीं ?

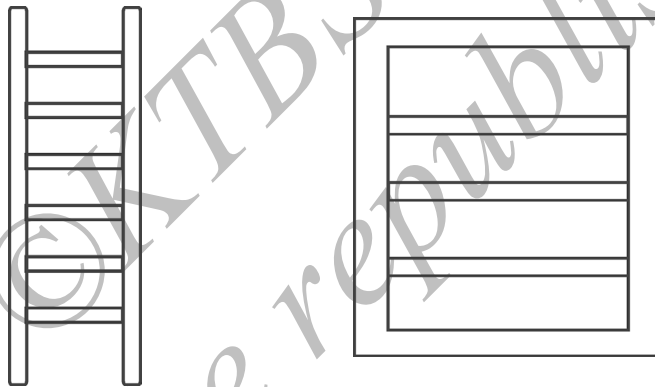
ऊपर की प्रति आकृति में दो सरल रेखाएँ हैं आकृति (1) और आकृति (2) में दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेदित करती हैं जन इन रेखाओं को एक दिशा में विस्तृत करेंगे।

आकृति (3) में \overline{KL} और \overline{MN} प्रतिच्छेदन नहीं करते जब कि उनको कितने दूर तक भी विस्तृत करें ऐसी रेखाओं को समांतर रेखाएँ कहते हैं।

आकृति (3) में रहने वाले \overline{DE} , \overline{FG} , \overline{XY} रेखाखण्डों की माप लिखिए। यहाँ $\overline{DE} = \overline{FG} = \overline{XY}$ है। क्यों कि \overline{KL} और \overline{MN} को समांतर सरल रेखाएँ हैं। इसलिए समांतर रेखाएँ किसे कहते हैं?

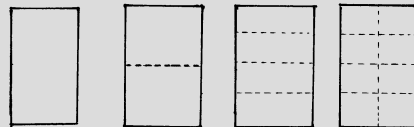
एक ही समतल पर स्थित दो रेखाओं को दोनों पार्श्व में अनिश्चित रूप में विस्तृत करने पर भी प्रतिच्छेदन नहीं करें तो उन दो रेखाओं को समांतर रेखाएँ कहते हैं। समांतर रेखाओं के बीच दूरी समान होती है।

उदाहरण:



समांतर सरल रेखाओं को “ \parallel ” इस संकेत से सूचित करते हैं। ऊपर के आकृति (3) में $\overline{KL} \parallel \overline{MN}$ हम \overline{KL} समांतर \overline{MN} कहके पढ़ सकते हैं।

प्रयत्न कीजिए: एक कागज को दो अथवा उससे मोड़कर इससे मिलने वाले समांतर और लंब रेखाओं को देखिए।



ज्यादा

क्रियाकलाप :- आप के आस- पास की वस्तुओं के किनारे को ध्यान से देखिए। वे परस्पर समांतर या प्रतिच्छेदन या लंब हैं परीक्षण कीजिए।

हल की गई समस्याएँ:

1) नीचे दी गई आकृति में रेखा का नामांकित कीजिए।

a) दो जोड़ी समांतर सरल रेखाएँ हैं।

a) l_1 और l_2 b) m_1 और m_2

b) दो जोड़ी लम्ब रेखाएँ हैं।

a) l_1 और m_1 b) l_2 और m_2

c) दो जोड़ी प्रतिच्छेदित रेखाएँ हैं।

a) l_1 और m_1 b) m_1 और l_3

2) अगर, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ है तो

$\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOC$ और

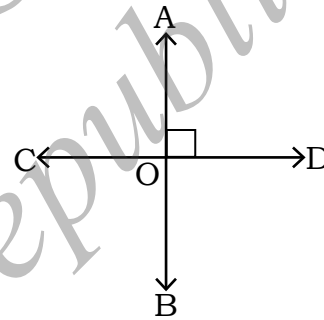
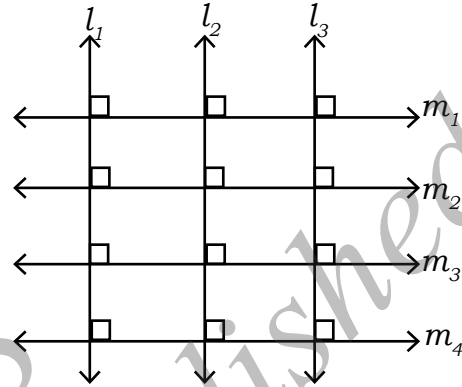
$\angle BOD$ का माप लिखिए।

उत्तर: $\angle AOC = 90^\circ$

$\angle AOD = 90^\circ$

$\angle BOC = 90^\circ$

$\angle BOD = 90^\circ$



अभ्यास 6.2

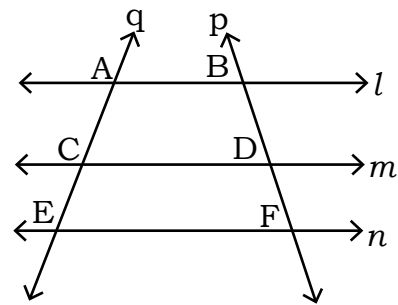
I. नीचे दी हुई आकृति में नीचे बतायी गई जोड़ी रेखाओं को नामांकित कीजिए

a) 3 जोड़ी समांतर सरल रेखाएँ

b) 4 जोड़ी प्रतिच्छेदित करनेवाली रेखाएँ

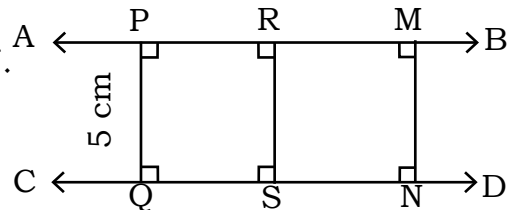
c) C में प्रतिच्छेदित दो रेखाएँ

d) D में प्रतिच्छेदित दो रेखाएँ



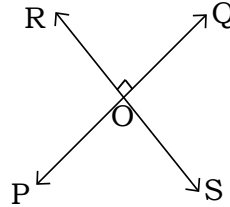
II. आकृति में $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ और $PQ = 5$ से. मी. है तो.

a) \overline{RS} b) \overline{MN} रेखा खण्ड को मापिए।



III आकृति में $\overline{PQ} \perp \overline{RS}$ है तो नीचे दिये हुए कोण की माप ज्ञात कीजिए।

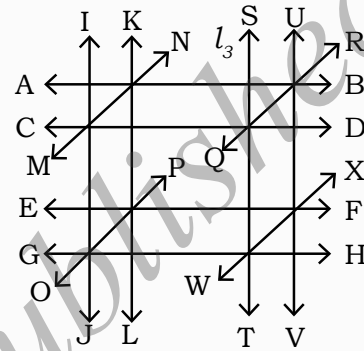
- $\angle POS$
- $\angle ROQ$
- $\angle POR$
- $\angle QOS$



क्रिया कलाप:-

इस आकृति में 4 जोड़ी

- लंब रेखाएँ
- समान्तर सरल रेखाएँ
- प्रतिच्छेदन करनेवाली रेखाओं के नाम लिखिए



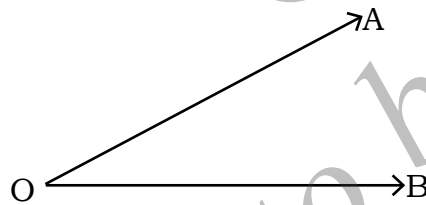
6.3 कोणों के प्रकार (Types of angles)

पिछले अध्याय में कोण, कोण के श्रृंग और कोण के बाहु के बारे में जान चुके हैं।

$\angle AOB$ की भुजा और श्रृंग बिन्दुको बताइए.

\overline{OA} और \overline{OB} भुजाएँ हैं और O श्रृंग बिन्दु है।

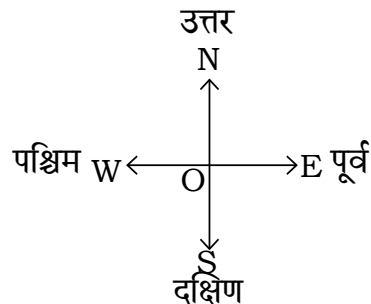
कोणों की माप के आधार पर कोणों का विभिन्न आप लोग चार दिशा के बारे में जानते हैं। वे चार दिशाएँ कौन सी हैं? चार प्रमुख दिशाएँ पूर्व, पश्चिम, उत्तर और दक्षिण हैं।



लंब कोण (Right angle) :

इस आकृति को ध्यान से देखिए । $\angle NOE$, $\angle WON$, $\angle WOS$ और $\angle SOE$ के माप बताइए ?

हमें समझ में आनेवाले अंश यह है कि $\angle NOE = \angle WON = \angle WOS = \angle SOE = 90^\circ$. पूर्व और उत्तर दिशा के बीच का कोण 90° है तो 90° माप रहनेवाले कोण को लंब कोण कहते हैं। 90° माप युक्त कोण को लंब कोण कहते हैं।



सरल कोण (ऋजुकोण) (**Straight angle**) :

उत्तर और दक्षिण दिशा के बीच में उत्पन्न होनेवाले कोण की माप कितनी है ?

$$\angle NOS = \angle NOE + \angle EOS, \angle NOS = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ.$$

उत्तर और दक्षिण दिशा के बीच में या पूर्व और पश्चिम दिशा के बीच में उत्पन्न होनेवाले कोण की माप 180° होती है। इस कोण को सरल कोण कहते (ऋजुकोण) है।

तो सरल कोण किस को कहते हैं ?

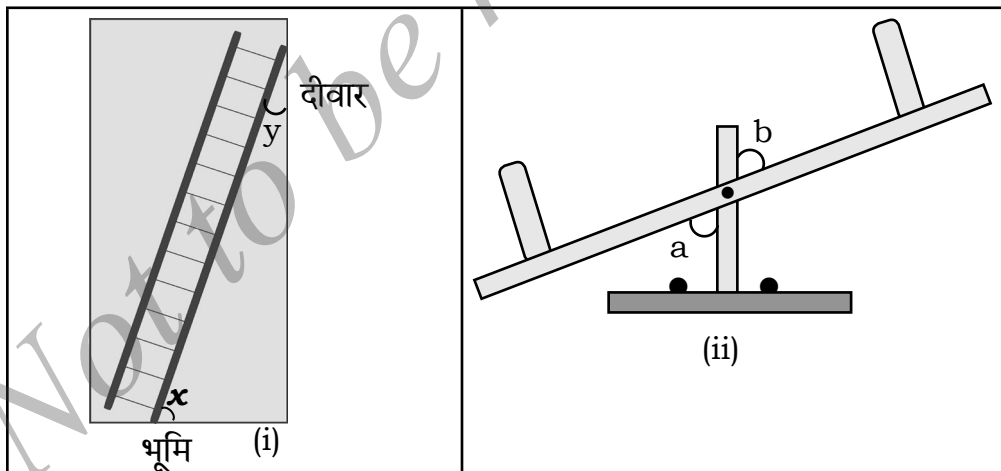
180° माप के कोण को सरल कोण कहते हैं।

एक सामान्य बिन्दु से प्रारंभ होनेवाले दो अभिमुख रेखाखंड के बीच का कोण ही सरल कोण है (ऋजुकोण)।



क्रियाकलाप :- आठ दिशा को दिखानेवाले एक आकृति रच कर दिशा को नामांकित कीजिए। उसके कोई भी दो अनुक्रम कोण के बीच के कोण का माप बताइए।

लघुकोण (**Acute angle**) : नीचे दी हुई को ध्यान से देखिए।

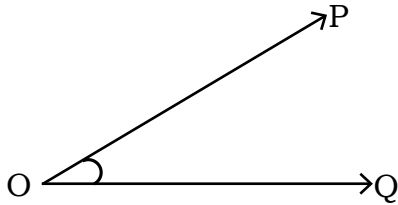


आकृति (i) में x और y कोणों की माप क्या है ?

ऐसे ही आकृति (ii) से a और b कोणों की माप क्या है ?

आकृति में रहनेवाले चार कोण के माप 0° से ज्यादा है और 90° से कम है। इस तरह के कोण को लघु कोण कहते हैं।

“ यदि एक कोण की माप 0° से ज्यादा और 90° से कम है तो उस कोण को लघु कोण कहते हैं ।”

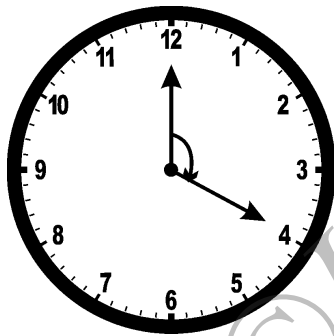


$$\angle POQ > 0^\circ$$

$$\angle POQ < 90^\circ, \text{ इसलिए } 0^\circ < \angle POQ < 90^\circ$$

$\angle POQ$ लघुकोण

अधिक कोण (विशाल कोण) (**Obtuse angle**) :

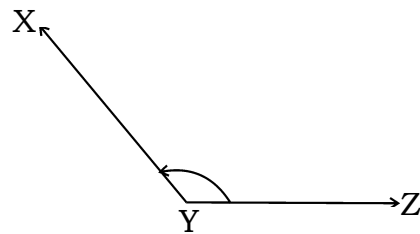


आकृति में रहनेवाले घड़ी के 2 बजने पर सूइयों के बीच के कोण का माप कितना है? आकृति को देखने पर आकृति में रहने वाले घड़ी की सूइयों के बीच के कोण की माप 90° से ज्यादा और 180° से कम है। इस तरह के कोण को अधिक कोण कहते हैं।

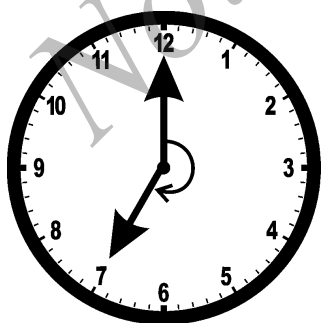
“ यदि एक कोण जिसका माप 90° से ज्यादा है और 180° से कम है तो उस कोण को अधिक कोण (विशाल कोण) कहते हैं।”

$\angle XYZ$ आकृति में अधिक कोण है।

$$90^\circ < \angle XYZ < 180^\circ$$



बृहत् कोण (**Reflex angle**) :

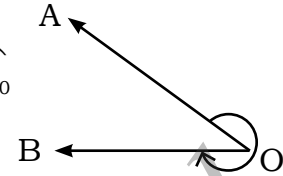


आकृति में रहनेवाली घड़ी के 7 बजने पर सूइयों के बीच एक कोण को चिन्ह लगाया है। इस कोण की माप कितनी है? यह 180° से ज्यादा है या कम है?

इस आकृति में रहने वाली दो सूइयों के बीच के माप 180° से ज्यादा है और 360° से कम हुआ है। इस तरह के कोण को बृहत् कोण कहते हैं ।

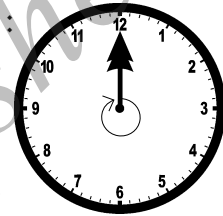
एक कोण की माप 180° से 360° से कम रहनेपर इस कोण को “बृहत् कोण ” कहते हैं।

आकृति में दिखाई देनेवाला कोण बृहत् कोण है। इसके बृहत् $\angle AOB$ सूचित करते हैं। उसको सांकेतिक रूप में बृहत् कोण 180° बृहत् $\angle AOB$ 360° बृहत् कोण है। $\therefore \angle AOB < 180^\circ$.



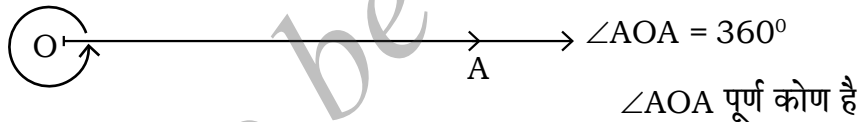
पूर्ण कोण (Complete angle) :

नीचे दी गई घड़ी के नमूने देखिए। घड़ी का एक सूई 12 से जाकर पुनः वह वही स्थान आकर मिला तो वह कितने लंब कोण को तय करता है। कुल कोण का माप $90^\circ \times 4 = 360^\circ$.



घड़ी की सूई एक बार फिर कर आयी है। इसलिए इस कोण के पूर्ण कोण कहते हैं। 360° माप प्राप्त कोण को पूर्ण कोण कहते हैं।

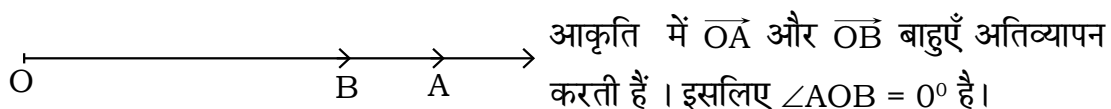
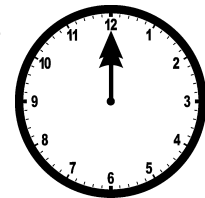
एक बिन्दु के चारों ओर एक किरण पूर्ण घूर्णन करने से उत्पन्न होनेवाला कोण ही पूर्ण कोण है।



शून्य कोण (Zero angle) :

आकृति में दिखाई देने वाली घड़ी की 2 सूइयों के बीच की माप कितनी है ?

यह 0° का है. 0° माप का कोण ही शून्य कोण है। शून्य कोण की दो बाहुएँ परस्पर अतिव्यापन करती हैं।

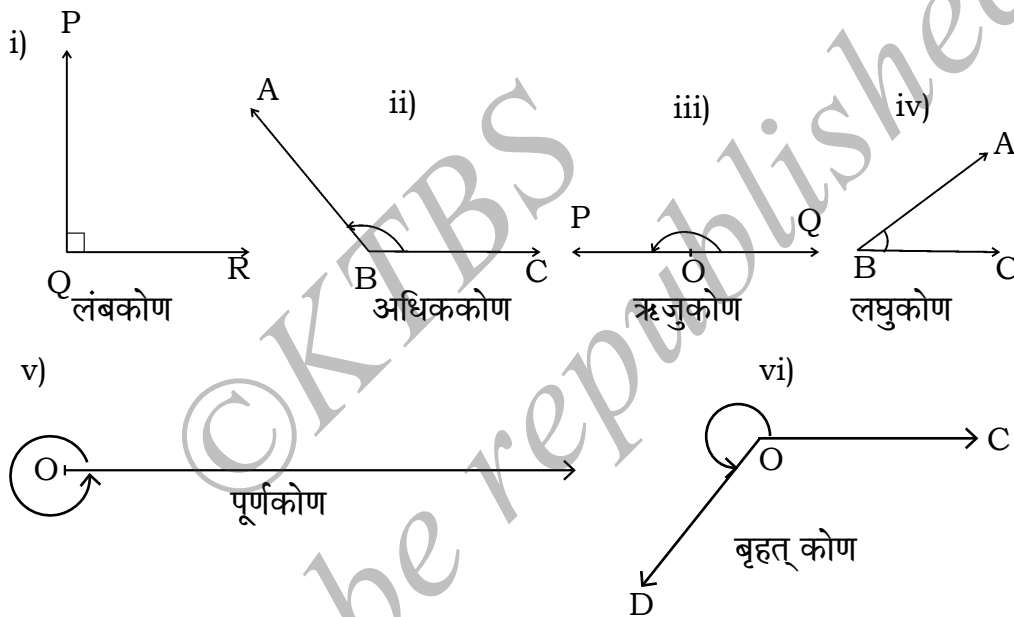


क्रियाकलाप :- घड़ी की आकृतियों को खींचकर निम्नोक्त समय दर्शाकर बताइए कि दो सूइयों के बीच बने कोणों का प्रकार कौन सा है ?

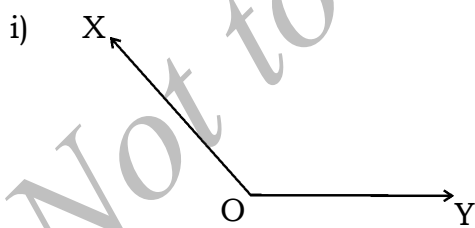
- a) 3 a.m b) 6 a.m c) 8 a.m d) 12 मध्याह्न

हल की गई समस्याएँ:

1) निम्नोक्त आकृतियों में बने कोण का प्रकार बताइए :

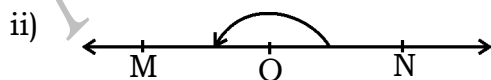


2) निम्नोक्त कोणों के शीर्ष (श्रृंग) और बाहुओं के नाम बताइए :



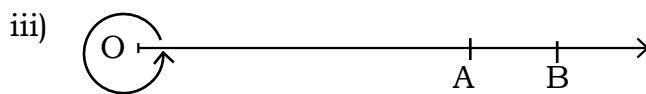
शीर्ष (श्रृंग) - O

भुजाएँ - $\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}$



शीर्ष (श्रृंग) - O

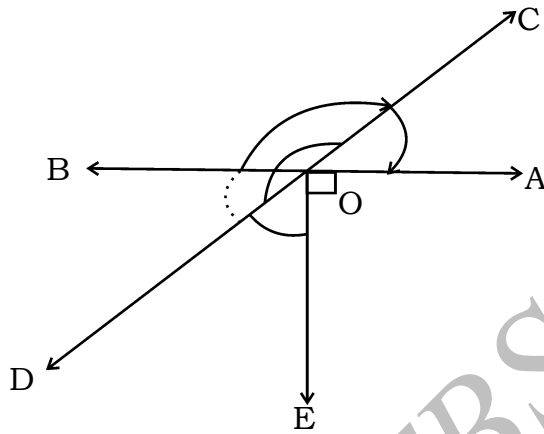
भुजाएँ - $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}$



शीर्ष (श्रृंग) - O

भुजाएँ - $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$

3) दी गई आकृति में बने कोण का नाम बताकर हरेक कोण का प्रकार बताइए :



- $\angle AOC$ → लघु कोण
- $\angle BOC$ → आधिक कोण
- $\angle BOD$ → लघु कोण
- $\angle DOE$ → लघु कोण
- $\angle AOE$ → लंब कोण
- $\angle DOC$ → ऋजु कोण
- $\angle DOA$ → बृहत् कोण

अभ्यास 6.3

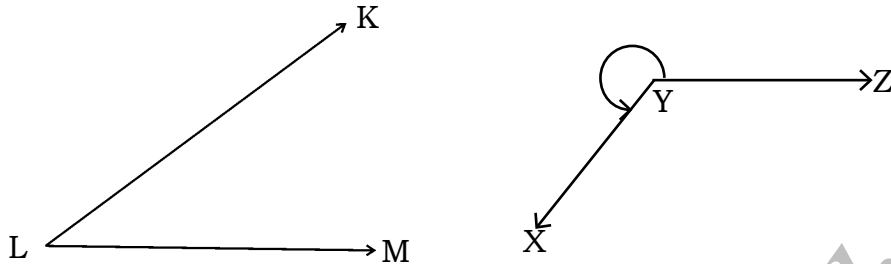
I. 'अ' पट्टी को 'ब' पट्टी से जोड़िए ।

अ पट्टी	ब पट्टी
1) लघु कोण	a) 180°
2) पूर्ण कोण	b) 40°
3) सरल कोण	c) 240°
4) लंब कोण	d) 360°
5) अधिक कोण	e) 90°

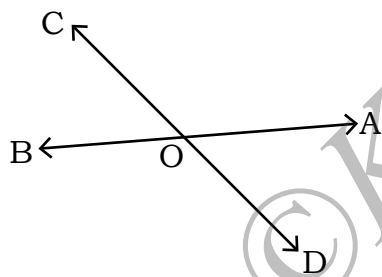
II. निम्नोक्तों को प्रस्तुत करनेवाली आकृतियों को खींचिए :

- a) $\angle CED \approx 90^\circ$
- b) $\angle ABC > 90^\circ$
- c) $\angle POQ = 90^\circ$
- d) $\angle MON = 180^\circ$
- e) $\angle XYZ = 270^\circ$

III. नीचे दिये गये कोणों को नामांकित कीजिए उनके प्रकार श्रुंग (शीर्ष), और भुजाओं को बताइए :



IV. नीचे दी गई आकृतियों में रहनेवाले **a)** कोण के नाम और उसके प्रकार बताइए।



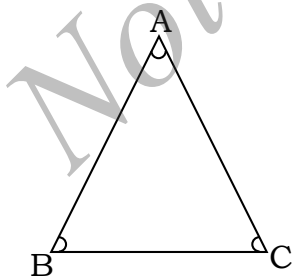
b) इनको ज्ञात कीजिए।

- 1) $\angle AOC + \angle BOC$
- 2) $\angle AOD + \angle BOD$
- 3) $\angle AOC + \angle BOC + \angle BOD + \angle AOD$

6.4 त्रिभुजों का वर्गीकरण (Classification of Triangles) (भुजाओं और कोणों के आधार पर)

आपलोग अब तक त्रिभुज के अर्थ और उसके अवयवों के बारे में समझ गए हैं।

- तीन भुजाओं से आवृत रहने वाली समतलाकृति ही त्रिभुज है। इसको त्रिभुज कहते हैं।
- दिया हुए त्रिभुज ABC में भुजाओं और कोण को नामांकित कीजिए।



तीन भुजाएँ और $\overline{AB} = \overline{BC} =$ और \overline{CA} ,

तीन कोण हैं - 1) $\angle A$ या $\angle BAC$

2) $\angle B$ या $\angle ABC$

3) $\angle C$ या $\angle ACB$

एक त्रिभुज को सूचित करने के लिए हम Δ संकेत का उपयोग करते हैं।

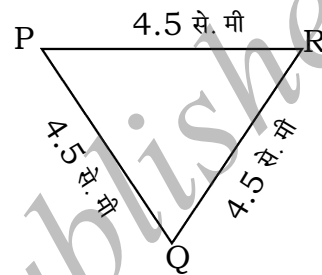
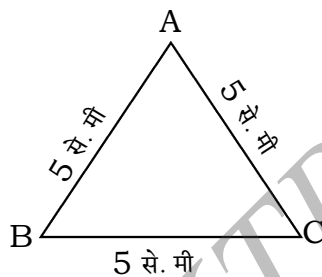
ABC त्रिभुज को ΔABC - के जैसे लिखते हैं।

त्रिभुजों के प्रकार पार्श्वों की माप के अनुसार

त्रिभुजों को उनके पार्श्वों की माप के अनुसार तीन प्रकारों में वर्गीकृत किया गया है :

- 1) समबाहु त्रिभुज
- 2) समद्विबाहु त्रिभुज
- 3) विषमबाहु त्रिभुज

1) समबाहु त्रिभुज (Equilateral Triangle) :



दत्त (दी गई) त्रिभुजों के पार्श्वों की माप का अवलोकन कीजिए । आप इससे क्या निष्कर्ष करते हैं?

$ABC\Delta$ में सभी पार्श्व समान माप के हैं ।

यानी, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 5 \text{ cm.}$ हैं ।

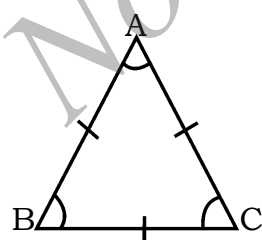
उसी प्रकार ΔPQR में $\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{PR} = 4.5 \text{ cm.}$ हैं ।

इस प्रकार के Δ को समबाहु त्रिभुज कहते हैं ।

तो, समबाहु त्रिभुज किसे कहते हैं ?

अगर एक त्रिभुज में तीनों बाहुएँ परस्पर समान हैं तो , तब उसे समबाहु त्रिभुज कहते हैं ।

जान लीजिए : एक समबाहु त्रिभुज में तीनों कोणों की माप भी समान रहती हैं। हर एक की माप 60° रहती है।

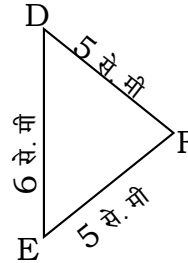
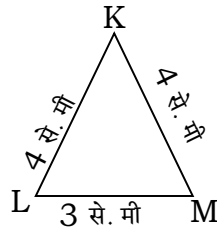


समबाहु त्रिभुज में 3 बाहुओं की माप तथा तीनों कोणों की माप परस्पर सम दिखाने के लिए बाहु के ऊपर समान। चिन्ह डालकर सूचित करते हैं।

ΔABC में,

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}, \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ.$$

2) समद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles Triangle) :

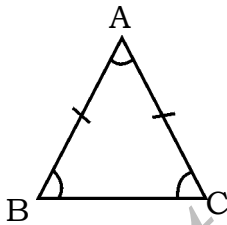


ऊपर की आकृति में त्रिभुज की भुजाओं की माप को ध्यान से देखिए । आपको इससे क्या जानकारी प्राप्त होती है ?

$\triangle KLM$ में दो बाहुओं की माप परस्पर सम है। $\overline{KL} = \overline{KM} = 4 \text{ cm.}$ इस तरह, $\triangle DEF$ में $\overline{DF} = \overline{EF} = 5 \text{ cm.}$

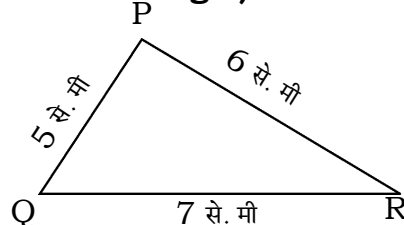
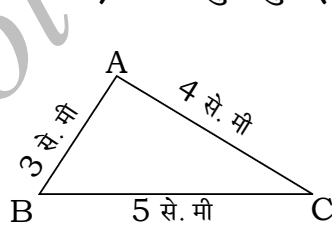
इस तरह के त्रिभुजों को समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं। तो समद्विबाहु त्रिभुज किसे कहते हैं। एक त्रिभुज के कोई भी दो भुजाएँ समान होने पर उसे समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं।

सूचना : किसी भी समद्विबाहु त्रिभुज में समबाहुओं के विरुद्ध कोण भी समान होते हैं।



त्रिभुज ABC में $\overline{AB} = \overline{AC}$ इस आकृति में \overline{AB} और \overline{AC} के अभिमुख होने वाले कोणों को नामांकित कीजिए । \overline{AB} के अभिमुख होने वाले कोण $\angle C$, है \overline{AC} के अभिमुख होनेवाला कोण $\angle B$ है, $\overline{AB} = \overline{AC}$ होनेपर $\angle B = \angle C$ होता है। अथवा $\angle B = \angle C$ इसलिए $\overline{AB} = \overline{AC}$ होता है।

3) विषमबाहु त्रिभुज (Scalene Triangle) :

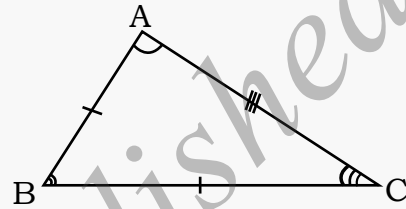


ऊपर की आकृति के त्रिभुजों के भुजाओं की माप का अवलोकन कीजिए। आप का अवलोकन क्या है ?

ΔABC और ΔPQR में तीन बाहुओं की माप अलग अलग है। सभी बाहुएँ असमान है।
इस तरह के त्रिभुजों को असम बाहु त्रिभुज (विषमबाहु त्रिभुज) कहते हैं ।
तो विषम बाहु त्रिभुज किसे कहते है ?
यदि त्रिभुज के सभी पार्श्व विभिन्न लंबाई के होने पर त्रिभुज को विषमबाहु त्रिभुज कहते है।

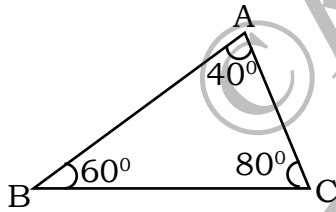
इसे जान लीजिए :

ΔABC में $AB \neq BA \neq CA$ होने पर
 ΔABC विषमबाहु त्रिभुज है। विषमबाहु त्रिभुज मे तीन
कोणों की माप अलग - अलग रहती है। यानी
 $\angle A \neq \angle B \neq \angle C$



कोण माप के आधार पर त्रिभुजों के प्रकार

1) लघु कोण त्रिभुज (**Acute angled triangle**) :



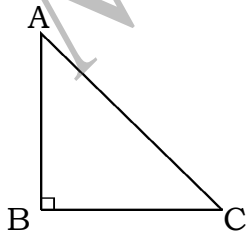
त्रिभुज ABC में हर एक कोण की माप को देखिए।
 ΔABC में तीनों कोण लघुकोण है। प्रति कोण 90° से
कम है।

इसलिए त्रिभुज ABC एक लघुकोण त्रिभुज है।

तो लघुकोण त्रिभुज किसे कहते हैं ?

एक त्रिभुज के सभी - तीनों कोण लघुकोण होने पर अथवा प्रतिकोण की माप 90° से कम होने पर इस त्रिभुज को लघु कोण त्रिभुज कहते है।

2) लम्बकोण त्रिभुज (**Right angled Triangle**) :



ΔABC त्रिभुज में $\angle B$ कौन से प्रकार का कोण है ?

$\angle B$ लम्बकोण अथवा $\angle B = 90^\circ$. है। इस त्रिभुज के प्रकार को
लम्बकोण त्रिभुज कहते हैं।

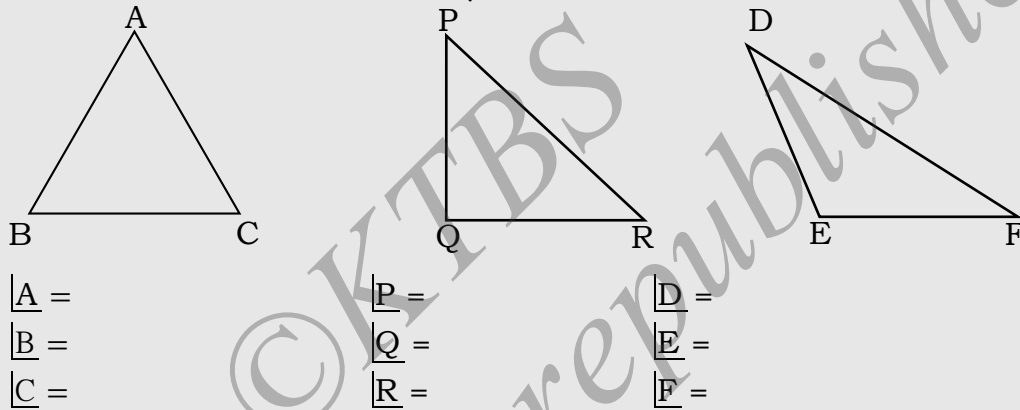
तो लम्बकोण त्रिभुज किसे कहते है ?

एक त्रिभुज जिसमें एक कोण की माप 90° होता है तो, इस त्रिभुज को लम्बकोण त्रिभुज कहते

हैं। एक लम्ब कोण त्रिभुज में एक कोण की माप 90° होता है तो बचे दो कोणों की माप 90° से कम होता है। यानी $\angle A < 90^\circ, \angle C < 90^\circ$. ΔABC में $\angle B = 90^\circ$ होता है। $\angle B$ अभिमुख भुजा कौन सी है \overline{AC} अभिमुख बाहु हैं। \overline{AC} को विकर्ण कहते हैं। किसी भी लम्बकोण त्रिभुज में लम्बकोण के अभिमुख भुजा को विकर्ण (**Hypotenuse**) कहते हैं।

लम्बकोण त्रिभुज में विकर्ण, बचे दोनों से भुजाओं से बड़ी रहती है।

क्रियाकलाप: आकृति में दिये हुए त्रिभुज के सभी कोणों को कोणमापक से मापिए। इससे वह कौन सा प्रकार का कोण है जान लीजिए।

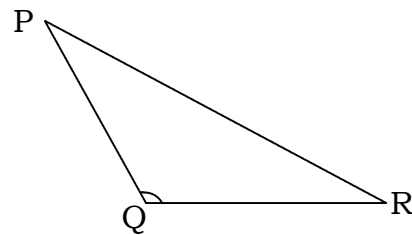


3) अधिक कोण त्रिकोण (Obtuse angled triangle) :

ΔPQR में $\angle PQR$ कौन से प्रकार का कोण है?

$\angle PQR$ अधिक कोण है।

इसलिए ΔPQR अधिक कोण त्रिभुज है।



एक त्रिभुज में एक कोण 90° से अधिक है। तो उस त्रिभुज को अधिक कोण त्रिभुज कहते हैं।

ऊपर ΔPQR में $\angle PQR > 90^\circ, \angle P < 90^\circ, \angle R < 90^\circ$.

याद रखिए।

- भुजाओं की माप के आधार पर त्रिभुजों में तीन प्रकार हैं।
1) समबाहु त्रिभुज 2) समद्विबाहु त्रिभुज 3) असमबाहु त्रिभुज (विषमबाहु त्रिभुज)
- समबाहु त्रिभुज के हर एक कोण की माप समान रहती है वह 60° होता है।
- समद्विबाहु त्रिभुज में समान भुजा के अभिमुख रहनेवाले कोण समान रहते हैं।
- लंबकोण त्रिभुज में विकर्ण अत्यंत लंबा बाहु है।
- कोण की माप के आधार पर त्रिभुज में तीन प्रकार हैं। वे :
1) लघुकोण Δ 2) लंबकोण Δ 3) विषमबाहु कोण Δ है

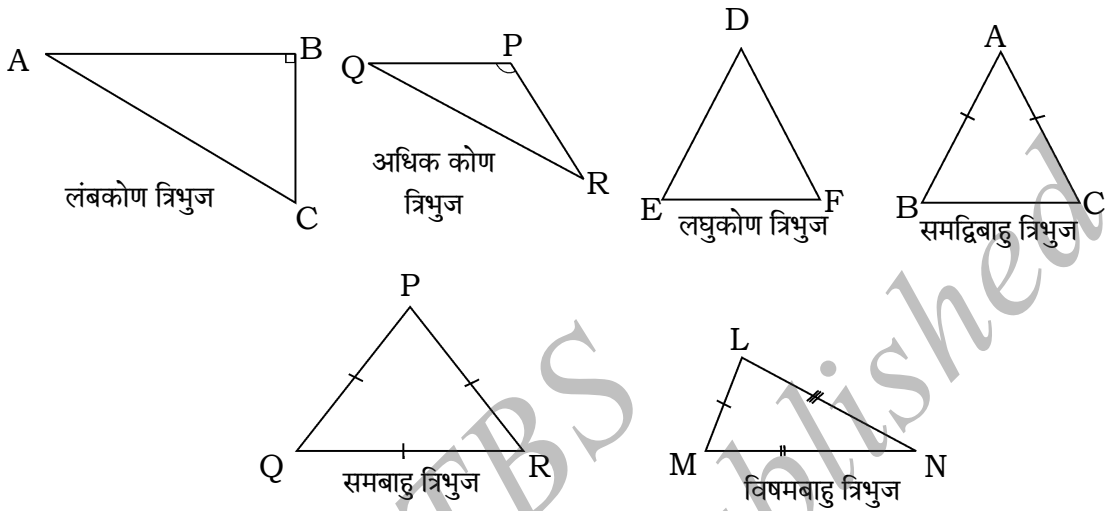
सामूहिक क्रियाकलाप :

- एक ड्राइंग कागज के ऊपर स्केल के उपयोग से अलग अलग माप के त्रिभुजों को रचकर काटिए।
- एक बड़ा कागज लेकर त्रिभुज रचकर तीनों कोणों को माप कर उनका योगफल ज्ञात कीजिए।
- भिन्न त्रिभुजों के तीनों कोणों के योगफल की तुलना कीजिए। समूह में चर्चा कीजिए।

हल की गई समस्याएँ

1. नीचे एक त्रिभुज के तीनों कोणों की माप दी है। हर एक त्रिभुज का प्रकार बताइए। हर त्रिभुज का नाम बताइए।
- | | | |
|------------------------------------|---|--------------------|
| a) $30^\circ, 40^\circ, 110^\circ$ | - | अधिक कोण त्रिभुज |
| b) $90^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ | - | लंब कोण त्रिभुज |
| c) $80^\circ, 40^\circ, 60^\circ$ | - | लघुकोण त्रिभुज |
| d) $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ | - | समबाहु त्रिभुज |
| e) $50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$ | - | समद्विबाहु त्रिभुज |

2) नीचे दिये गये त्रिभुजों का प्रकार बताइए :



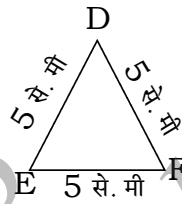
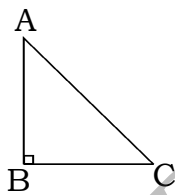
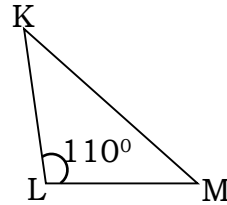
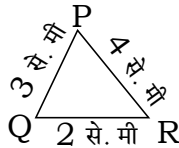
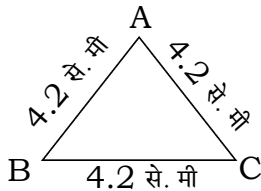
अभ्यास 6.4

‘अ’ पट्टी में त्रिभुज के पार्श्व या कोणों का विवरण दिया गया है ‘ब’ पट्टी में त्रिभुज के प्रकारों का नाम दिया है ।

I. पट्टी **A** और **B** को जोड़कर लिखिए :-

अ पट्टी	ब पट्टी
1) सभी भुजाएँ समान हैं।	a) लंबकोण त्रिभुज
2) तीनों भुजाओं की माप अलग अलग है।	b) अधिक कोण त्रिभुज
3) तीनों कोण लघु कोण हैं।	c) समबाहु त्रिभुज
4) दो भुजाएँ समान हैं।	d) विषमबाहु त्रिभुज
5) एक कोण की माप 90° है।	e) लघुकोण त्रिभुज
6) एक कोण की माप 100° है।	f) समद्विबाहु त्रिभुज

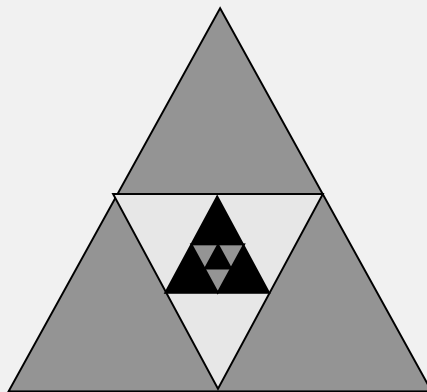
II. नीचे दिए गए त्रिभुजों के प्रकार को बताइए और कारण दीजिए।



III. नीचे दिए गए हर एक त्रिभुज की भुजाओं की अथवा कोणों की माप को दिया गया है। त्रिभुजों का प्रकार बताइए और कारण दीजिए।

- 1) ΔABC में $\angle A = 130^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 10^\circ$.
- 2) ΔKLM में $\angle K = 90^\circ$, $\angle L = 30^\circ$, $\angle M = 60^\circ$.
- 3) ΔXYZ में $\angle X = 60^\circ$, $\angle Y = 70^\circ$, $\angle Z = 50^\circ$.
- 4) ΔABC में $\overline{AB} = 3.5$ से. मी., $\overline{BC} = 3.5$ से. मी., $\overline{AC} = 3.5$ से. मी.
- 5) ΔPQR में $\overline{PQ} = 6$ से. मी., $\overline{QR} = 6$ से. मी., $\overline{PR} = 5$ से. मी.
- 6) ΔABC में $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 60^\circ$.

कोशीश कीजिए : निम्नोक्त आकृति में रहनेवाले त्रिभुज की संख्या ज्ञात कीजिए ?



6.5 चतुर्भुजों के प्रकार (Types of Quadrilaterals)

पिछले अध्याय (घटक) में आप ने चतुर्भुज के बारे में सीखा है ।

तो चतुर्भुज किसे कहते है ?

चतुर्भुजाओं से आवृत एक बंद समतल रेखाकृति है ।

नीचे दियो हुए चतुर्भुज की सभी भुजाएँ कोण, श्रंग बिन्दुएँ और विकर्ण को बताइए ।

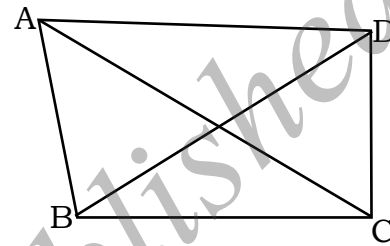
ABCD चतुर्भुज में

भुजाएँ : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$

कोण: $\angle ABC, \angle BCD, \angle CDA, \angle DAB$

श्रंग: A, B, C, D

विकर्ण : \overline{AC} और \overline{BD}

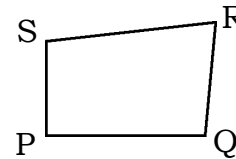


पार्श्व में दिये गये चतुर्भुज PQRS में इन अंशों को ज्ञात कीजिए :

1) दो जाड़ी अभिमुख भुजाएँ

$\overline{PQ}, \overline{SR}$

$\overline{PS}, \overline{QR}$



2) चार जोड़ी अनुक्रम भुजाएँ

i) $\overline{SP}, \overline{PQ}$ ii) $\overline{PQ}, \overline{QR}$ iii) $\overline{SP}, \overline{SR}$ iv) $\overline{SR}, \overline{QR}$

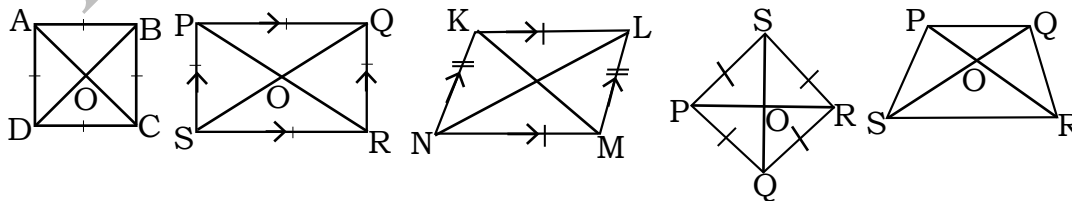
3) दो जोड़ी अभिमुख कोण

i) $\angle P, \angle R$ ii) $\angle Q, \angle S$

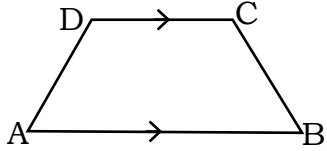
4. चार जोड़ी अनुक्रम कोण

i) $\angle P, \angle Q$ ii) $\angle Q, \angle R$ iii) $\angle R, \angle S$ iv) $\angle S, \angle P$

क्रियाकलाप :- यहाँ कुछ चतुर्भुजों को दिया गया है । क्या आप उनके कोण, बाहुएँ और विकर्णों के बीच का अंतर को पता लगा सकते हैं ?



समलंब चतुर्भुज (Trapezium) :



इस समलंब चतुर्भुज का अवलोकन कीजिए । परस्पर समांतर की भुजाएँ कौन - २ सी हैं ?

\overline{AB} और \overline{DC} परस्पर समांतर हैं । असमांतर पार्श्वों को बताइए ? \overline{AD} और \overline{BC} असमांतर पार्श्वों हैं । इस प्रकार का चतुर्भुज समलंब चतुर्भुज कहलाता है ।

समलंब चतुर्भुज किसे कहते हैं ?

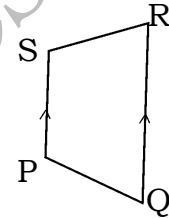
जिस चतुर्भुज में एक जोड़ी सम्मुख पार्श्व समांतर हैं, उसे विषम समलंब कहते हैं ।

उदाहरण :

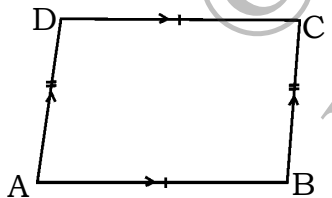
PQRS एक समलंब चतुर्भुज है ।

यहाँ $PS \parallel QR$

\overline{PQ} और \overline{SR} असमांतर पार्श्व हैं ।



समांतर चतुर्भुज (Parallelogram) :



इस चतुर्भुज ABCD में जोड़ी पार्श्वों को पहचानिए जो समान और समांतर हैं । ABCD चतुर्भुज में $\overline{AB} = \overline{DC}$, $AB \parallel DC$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $AD \parallel BC$. इस प्रकार के चतुर्भुज को समांतर चतुर्भुज कहते हैं ।

समांतर चतुर्भुज किसे कहते हैं ?

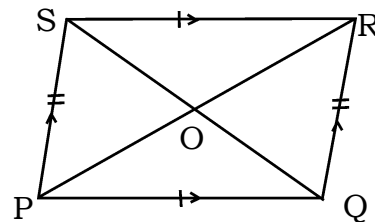
समांतर चतुर्भुज एक समलंब चतुर्भुज है जिसके दोनों सम्मुख पार्श्व समान और समांतर होते हैं ।

उदाहरण : के लिए अगर PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तो

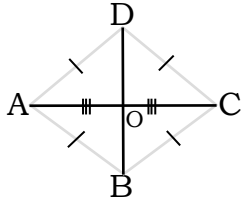
$$\overline{PQ} = \overline{SR}, PQ \parallel SR$$

$$\overline{PS} = \overline{QR}, PS \parallel QR$$

\overline{PR} और \overline{QS} विकर्ण हैं ।



वज्राकृति (Rhombus) :



आकृति में दिये चतुर्भुज ABCD को ध्यान से देखिए इसके सभी गुणलक्षण को लिखिए।

इसका गुणलक्षण

1) सभी भुजाएँ परस्पर सम हैं।

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$$

2) अभिमुख भुजाएँ समान्तर हैं।

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

3) असम विकर्ण परस्पर लम्ब रूप में अर्धित होते हैं।

$$\overline{AC} \perp \overline{BD} \text{ और } \overline{AO} = \overline{OC}, \overline{BO} = \overline{OD}$$

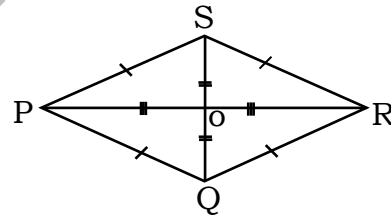
एक चतुर्भुज में अगरये सभी लक्षण प्राप्त हैं तो उसको वज्राकृति (समचतुर्भुज) कहते हैं। तो वज्राकृति किसे कहते हैं?

सभी भुजाएँ परस्पर सम रहने वाले तथा विषम कर्ण परस्पर लंब से अर्धित करने वाले समांतर चतुर्भुज ही वज्राकृति है (समचतुर्भुज)।

उदाहरण : PQRS एक वज्राकृति हो तो

$$\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RS} = \overline{PS} = \overline{PR} \neq \overline{QS}$$

$$\overline{PO} = \overline{OR} \text{ और } \overline{QO} = \overline{OS}$$



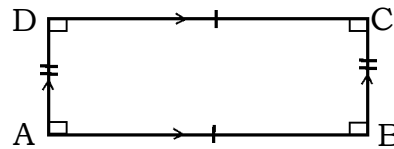
आयत (Rectangle) :

नीचे दिये हुए चतुर्भुज को ध्यान से देखिए। उसके गुण लक्षण को बताइए ABCD चतुर्भुज में

$$1) \overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

$$2) \overline{AD} = \overline{BC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

$$3) \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$



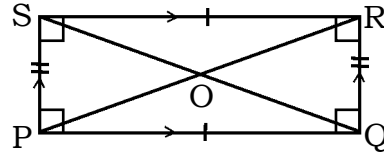
इस तरह के चतुर्भुज को आयत कहते हैं।

तो आयत किसे कहते हैं?

हर एक कोण की माप 90° युक्त समान्तर चतुर्भुज को आयत कहते हैं।

उदाहरण : PQRS आयत है तो

$$\angle P = \angle Q = \angle R = \angle S = 90^\circ \text{ होता है।}$$



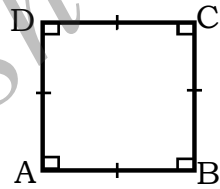
\overline{PR} और \overline{QS} विकर्ण हैं। आयत में विकर्ण परस्पर सम हैं। $\overline{PR} = \overline{QS}$, $SO = OQ$ तथा परस्पर अर्धित होते हैं। यानी और $PO = OR$ ।

वर्ग (Square) :

आसन्न आकृति को ध्यान से देखिए। इस चतुर्भुज की भुजाएँ और कोण का सम्बन्ध बताइए।

ABCD चतुर्भुज में

- 1) सभी भुजाएँ परस्पर सम हैं $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
- 2) अभिमुख भुजाएँ समान्तर हैं $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
- 3) सभी कोण सम हैं $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$



सभी भुजाओं की माप परस्पर सम रहने वाले तथा सभी कोणों की माप परस्पर सम रहने वाले समान्तर चतुर्भुज को वर्ग कहते हैं।

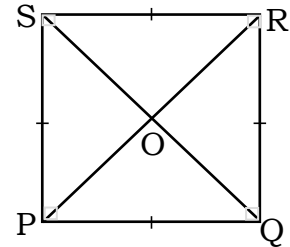
उदाहरण : PQRS एक वर्ग है। तो वह एक समान्तर चतुर्भुज भी है।

$$\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RS} = \overline{SP}$$

$$\overline{PQ} \parallel \overline{SR}, \overline{PS} \parallel \overline{RQ}$$

$$\angle P = \angle Q = \angle R = \angle S = 90^\circ$$

\overline{PR} और \overline{QS} विकर्ण हैं वर्ग के विकर्ण परस्पर सम होते हैं।

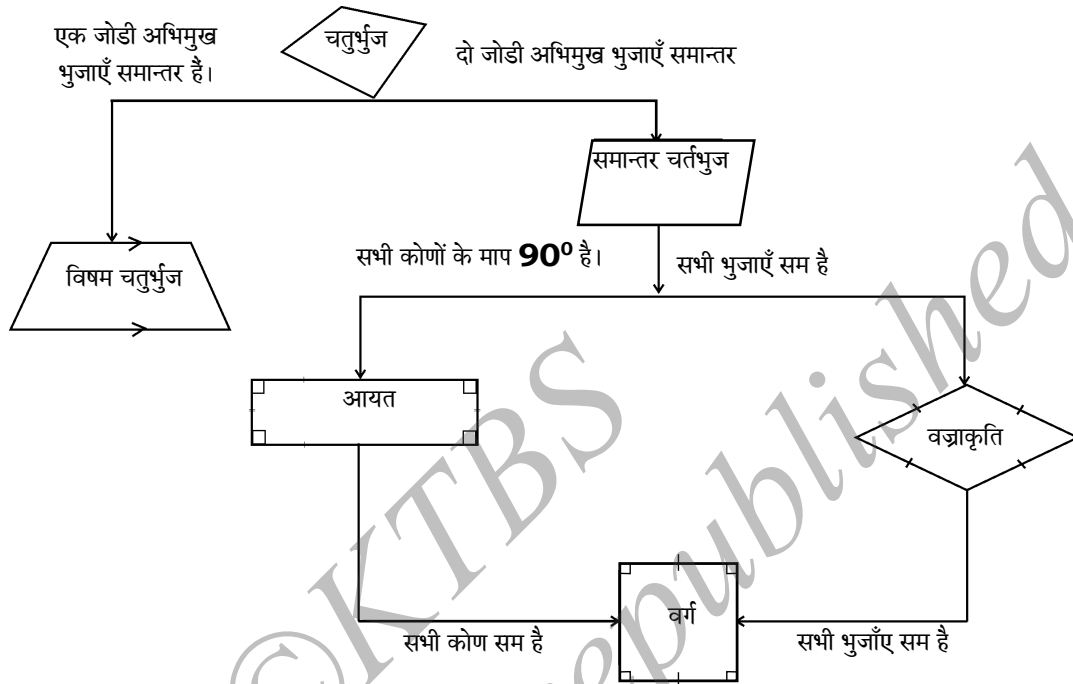


सोचिए:- वज्राकृति में सभी भुजाएँ सम होते हैं और विकर्ण लम्ब से अर्धित होते हुए भी यह वर्ग नहीं है। क्रियाकलाप है?

छात्र क्रिया:- गत्ता लेकर अलग अलग प्रकार के चतुर्भुज को काटिए, वज्राकृति, वर्ग तथा आयत और वर्ग के बीच के अन्तर का पता लगाइए।

(विद्यार्थी सामूहिक रूप से हल कीजिए)

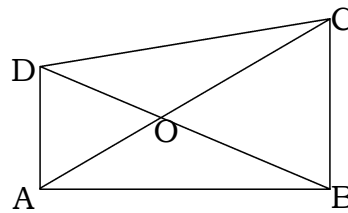
चतुर्भुज के प्रकारों को सूचित करनेवाली आकृतियाँ



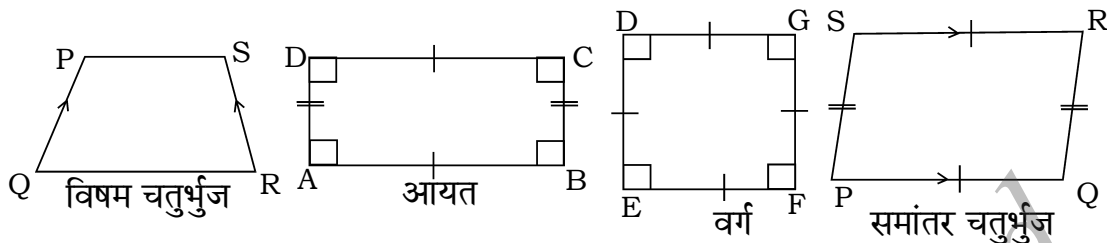
हल की गई समस्याएँ:

1) ABCD चतुर्भुज में निम्न को नामांकन कीजिए।

- 4 भुजाएँ : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$
- 4 कोण : $\angle DAB, \angle ABC, \angle BCD, \angle CDA$
- 2 विकर्ण : $\overline{AC}, \overline{BD}$
- दोनों जोड़ी अभिमुख भुजाएँ:
 - $\overline{AB}, \overline{DC}$, 2) $\overline{AD}, \overline{BC}$
- दोनों जोड़ी अनुक्रम भुजाएँ:
 - $\overline{AB}, \overline{BC}$, 2) $\overline{AD}, \overline{DC}$
- दोनों जोड़ी अभिमुख कोण:
 - $\angle DAB, \angle BCD$
 - $\angle ADC, \angle ABC$
- दोनों जोड़ी आसन्न कोण :
 - $\angle DAB, \angle ABC$
 - $\angle DAB, \angle ADC$

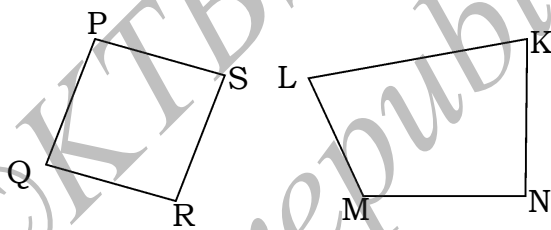


2) नीचे दिये गये चतुर्भुज के प्रकार को नामांकित कीजिए:



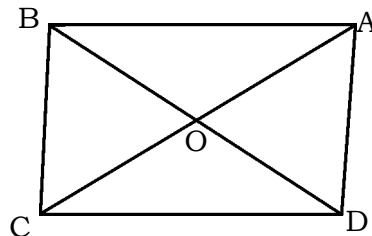
अभ्यास 6.5

I. नीचे की आकृति में दिये हुए चतुर्भुज की भुजाएँ, श्रंग और कोण का नामांकन कीजिए :



II. नीचे दिये चतुर्भुज में निम्न का नामांकन कीजिए :

- 1) दो विकर्ण
- 2) चार जोड़ी अनुक्रम कोण
- 3) चार जोड़ी अनुक्रम भुजाएँ
- 4) दो जोड़ी अभिमुख कोण
- 5) दो जोड़ी अभिमुख भुजाएँ

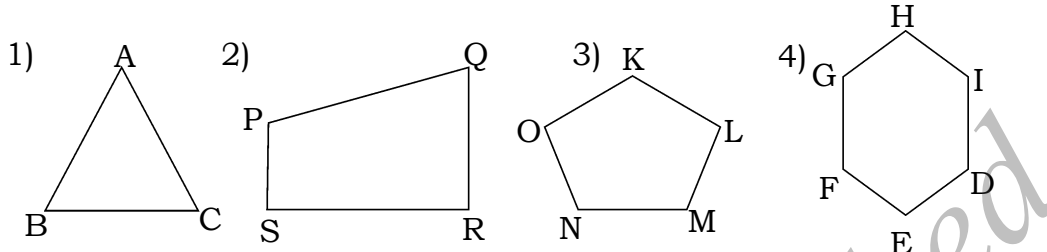


III. सही या गलत समझाकर कारण दीजिए।

- 1) सभी आयत वर्ग है।
- 2) सभी वर्ग भी समान्तर चतुर्भुज होते हैं।
- 3) सभी समान्तर चतुर्भुज आयत हैं।
- 4) सभी समान्तर चतुर्भुज वर्ग है।
- 5) सभी आयत समान्तर चतुर्भुज है।

6.6 सरल बहु भुजाकृतियाँ (Simple Polygons)

नीचे कुछ समतल आकृतियाँ की आकृति है। प्रति आकृति में कितनी भुजाएँ हैं ?



आकृति (1) में 3 भुजाएँ हैं।

आकृति (2) में 4 भुजाएँ हैं।

आकृति (3) में 5 भुजाएँ हैं।

आकृति (4) में 6 भुजाएँ हैं।

इस तरह की समतलाकृति को बहु भुजाकृति कहते हैं।

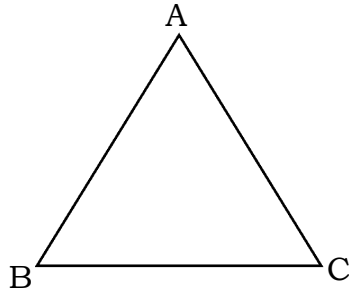
बहु भुजाकृति किसे कहते हैं? तीन अथवा तीन से अधिक भुजाओं से आवृत समतलाकृतियों को बहु भुजाकृति कहते हैं।

बहु भुजाकृतियों में रहनेवाले भुजाओं की संख्या के अनुसार उनका नामांकन करते हैं।

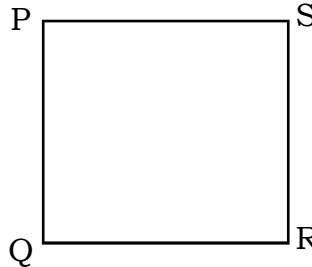
तीन भुजायुक्त बहु भुजाकृति अत्यंत सरल बहुभुजाकृति है।

भुजाओं की संख्या	नाम
3	त्रिभुज
4	चतुर्भुज
5	पंच भुजाकृति
6	षट् भुजाकृति
7	सप्त भुजाकृति
8	अष्ट भुजाकृति
9	नव भुजाकृति
10	दश भुजाकृति

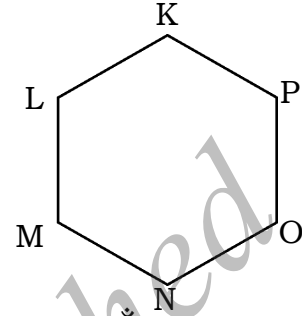
नीचे दिये गए बहुभुजाकृति में रहने वाली भुजाएँ तथा श्रृंग (शीर्ष) संख्या बताइए :



3 भुजाएँ (\overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA})
3 श्रृंग (A, B, C)



4 भुजाएँ (\overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RS} , \overline{SP})
4 श्रृंग (P, Q, R, S)

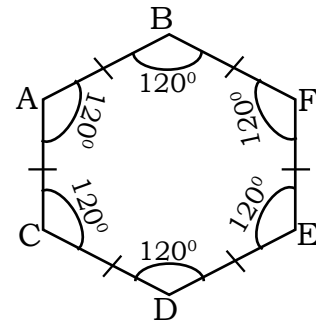
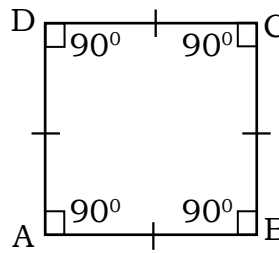
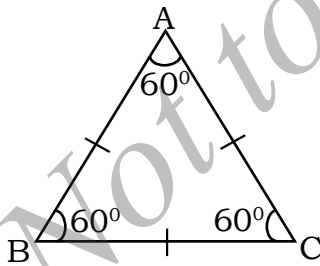


6 भुजाएँ
(\overline{KL} , \overline{LM} , \overline{MN} ,
 \overline{NO} , \overline{OP} , \overline{PK})
6 श्रृंग
(K, L, M, N, O, P)

ऊपर के उदाहरण से समझ में आता है कि किसी भी बहुभुजाकृति में भुजाओं की संख्या श्रृंग संख्या के समान रहती है।

नियमित बहुभुजाकृतियाँ (**Regular Polygons**) :

इन बहुभुजाकृतियों को ध्यान से देखिए। आप उसकी भुजाएँ और कोण के बारे में आपका निष्कर्ष क्या है ?



हमें मालूम है कि हर एक बहुभुजाकृति में सभी पार्श्व समान रहते हैं और सभी कोण भी समान होते हैं। इस प्रकार की बहुभुजाकृति नियमित बहुभुजाकृति कहलाती है।

नियमित बहुभुजाकृति किसे कहते हैं ?

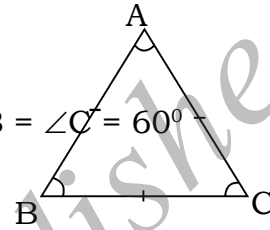
अगर एक बहुभुजाकृति के सभी पार्श्व और कोण समान हैं तो वह बहुभुजाकृति नियमित बहुभुजाकृति कहलाती है। अथवा अगर एक बहुभुजाकृति सम पार्श्व युक्त तथा समकोणीय हैं तो तब वह एक नियमित बहुभुजाकृति हैं।

उदाहरण :

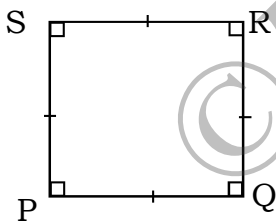
1) यदि किसी भी बहुभुजाकृति में समबाहु और समकोण है तो उसे नियमित बहुभुजाकृति कहते हैं उसे नियमित बहुभुजाकृति कहते हैं **(Regular Triangle) :-**

यह कुछ भि यह एक समबाहु त्रिभुज है।

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}, \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$



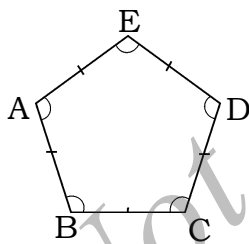
2) वर्ग: एक नियमित चतुर्भुज ही एक वर्ग हैं।



$$\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RS} = \overline{SP}$$

$$\angle P = \angle Q = \angle R = \angle S = 90^\circ$$

3) नियमित पंचभुज **(Regular Pentagon) :-**



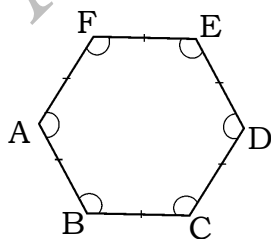
नियमित पंचभुज में सभी भुजाएँ सम रहती हैं।

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{AE}$$

और सभी कोण भी सम रहते हैं।

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 108^\circ$$

4) नियमित षड्भुज **(Regular Hexagon) :-**



एक नियमित षड्भुज में सभी भुजाएँ सम हैं।

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FA}$$

और सभी कोण भी समान रहते हैं।

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F = 120^\circ$$

हल की गई समस्याएँ:

- 1) नीचे दिये गये बहुभुजाकृतियों के शीर्षों की संख्याएँ कितनी है - बताइए ।
 - a) पंचभुज → 5
 - b) चतुर्भुज → 4
 - c) दशभुज → 10
 - d) षड्भुज → 6
 - e) सप्तभुज → 7
- 2) नीचे दिये हुए बहु भुजाकृति के सभी कोणों की माप कितना है ?
 - a) नियमित त्रिभुज - 60°
 - b) नियमित चतुर्भुज - 90°
- 3) अत्यंत सरल बहुभुजाकृति कौनसी है ?
त्रिभुज अत्यंत सरल बहु भुजाकृति है ।

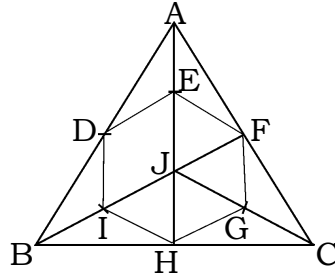
अभ्यास 6.6

- 1) नियमित बहु भुजाकृति किसे कहते हैं ?
- 2) इनके दूसरे नाम को लिखिए।
 - a) नियमित त्रिभुज
 - b) नियमित चतुर्भुज
- 3) निम्नोक्त बहुभुजाकृतियों के पार्श्व तथा शीर्ष या श्रृंगों की संख्या बताइए।
 - a) सप्तभुजाकृति
 - b) त्रिभुज
 - c) पंच भुजाकृति
 - d) अष्टभुजाकृति
- 4) पट्टी 'अ' पट्टी 'ब' के साथ जोड़कर लिखिए.

भुजाएँ कि संख्या	बहु भुजाकृति का नाम
1) 6 भुजाएँ	a) पंच भुजाकृति
2) 8 भुजाएँ	b) चतुर्भुज
3) 4 भुजाएँ	c) अष्ट भुजाकृति
4) 5 भुजाएँ	d) षट् भुजाकृति
5) 7 भुजाएँ	e) सप्त भुजाकृति

5) नीचे की आकृति में कुछ बहु भुजाकृति छिपे हैं। उनका पता लगाइए।

उदाहरण : ABC



क्रियाकलाप 1 :- गत्ते से कुछ भुजाकृतियों को रचकर उन्हें उनके आकार के आधार पर काटिए.

उदाहरण: त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुजाकृति, षट्भुजाकृति - इत्यादि

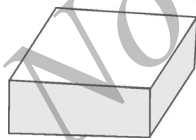
क्रियाकलाप 2 :- 2D की आकृतियों को 3D आकृति में पहचानना।

अवश्यक वस्तु : अलग अलग वस्तु जैसे प्लेट, पेन्सिल बाक्स, कागज, पेन्सिल, रबबर, चाक बाक्स, बोतल का ढक्कन, माचीस, गम, सिलंडर, लोहेकी सलाका इत्यादि।

विधान : एक गत्ता लेकर उसके ऊपर एक सफेद कागज चिपका इए। एक तीन आयाम की वस्तु को लीजिए। उदाहरण : एक माचिस बाक्स लीजिए। उसको गत्ते के कागज के ऊपर रखकर उसकी सीमारेखा पेन्सिल से पहचानिए। ऐसे ही उसके बचे भागों को गत्ते के ऊपर रखकर उसकी सीमारेखा को पहचानिए। इस क्रिया को बची वस्तु में भी पुनरावर्तित कीजिए। 3D वस्तुओं में स्थित 2D के आकारों को पहचानिए।

6.7 (3) तीन आयाम आकृतियाँ (3D Shapes)

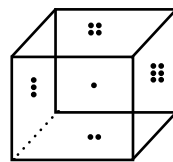
प्रतिदिन हम अपने चारों ओर बहुत वस्तुओं को देखते हैं। उसमें कुछ घनाकृति के होकर अवकाश प्राप्त रहते हैं। हमारे आस पास के कुछ घनाकृति के नामांकन कीजिए।



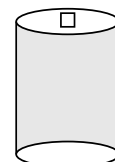
पेटी



गेंद



डैस



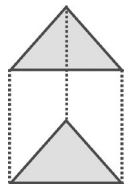
तेल डिब्बा

उपरोक्त घन वस्तुओं का अवलोकन कीजिए।

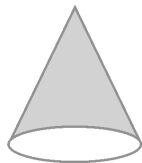
माचिस, गेंद डैस , तेल का डब्बा आदि बहुत सारे घनाकृति को हम अपने चारों ओर देखते हैं। ये सभी आयामयुक्त घनाकृतियाँ हैं तो घनाकृति किसे कहते है ?

जिन वस्तुओं को समतल सतह से प्रति बन्धित नहीं कर सकते हैं उसे घन (Solid) कहते हैं । क्योंकि ये वस्तुएँ तीन दिशाओं में विस्तारित रहते हैं । जैसे लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई।

घनाकृति (Solids) :



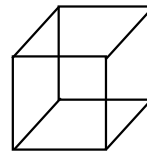
प्रिजम



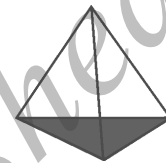
शंकु



सिलिंडर



घन

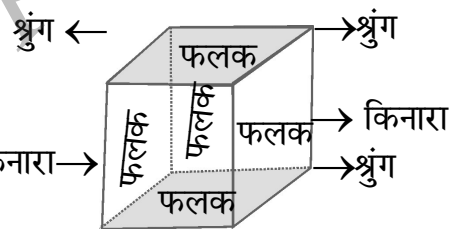


पिरामिड

3 आयाम की घनाकृति के अवयव: फलक के किनारे और श्रृंग को घनाकृति के अवयव कहते हैं। एक घनाकृति के फलक, किनारे और श्रृंग किसे कहते है ?

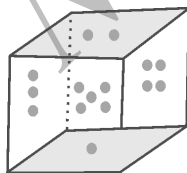
आकृति ३ आयाम के घनाकृति का फलक, किनारे और श्रृंग को पहचानिए इस घनाकृति की सतह को फलक कहते हैं।

दोनों फलक एक रेखा खण्ड से मिलते हैं जिसे किनारा कहते हैं। 3 किनारे एक सामान्य बिन्दु में मिलते है। इस बिन्दु को श्रृंग कहते है।



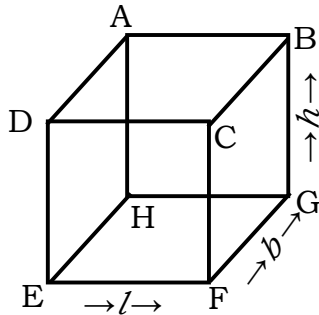
अब हम कुछ **3** आयाम घनाकृति के बारे में जानेंगे :

1) घन (Cube) :



खेलने के पासे की इस आकृति को ध्यान से देखिए । यह किस आकार में है ?

यह घन 3 आयाम की आकृति है।



इस घन में रहनेवाले फलक, श्रृंग तथा किनारे की संख्या बताइए ?
इस घन में 6 फलक, 12 किनारे तथा 8 श्रृंग है।

एक घन के सभी 3 फलक की माप परस्पर सम है।

(ऐसे कहें तो लम्बाई = चौड़ाई = ऊँचाई) ($l = b = h$)

2) घनायत :

माचिस, ज्यामित्री बाक्स, ईंट का आकार कौनसा है ?

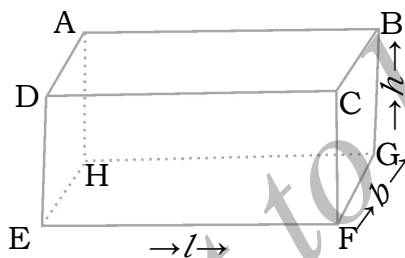
ये सभी आयत घन आकार में हैं।

घनायत आकृति को यहाँ दिया है।

तो आयत घन किसे कहते है ?



घनायत लम्बाई, चौड़ाई, ऊँचाई इस प्रकार 3 आयामों को प्राप्त घनाकृति है। घन और आयतघन के बीच के अंतर को ध्यान से देखिए। घन में सभी 3 फलक परस्पर सम हैं। आयत घन में कनिष्ठ दो फलक असम है।



इस घनायत में , फलक , किनारे और श्रृंगों की संख्या कितनी है ? इसमें 6 फलक 12 किनारे तथा 8 श्रृंग है।

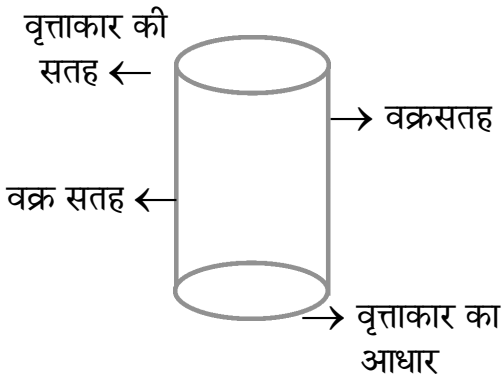
3) बेलन (Cylinder) :

पानी की टकी ट्यूबलैट , सलाका, रोलर , इनके आकार कौनसा है ? यह सब स्तंभाकार में हैं।



सिलिंडर

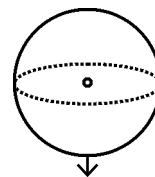
सिलिंडर में कितने ऊपरी सतहें हैं ?



सिलिंडर में 3 ऊपरी सतहें हैं। उसमें एक वक्र पार्श्व सतह और बचे दो सतह चपटे सतह हैं। इस में दो किनारे हैं।

4) गोला (Sphere) :

गोलाकार मे रहनेवाले कुछ वस्तु के उदाहरण हैं - फुटबाल, क्रिकेट बाल, गोली, ग्लोब ये सभी गोल आकार में हैं।



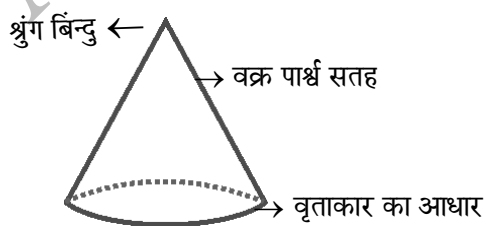
गोल को एक ही एक वक्र सतह मात्र है। इसकी श्रृंग नहीं है। वक्र उपरी सतह.

ऐसक्रीम कोन, जोकर की टोपी के आकार को देखिए। वे कौन (शंकु) से आकार में हैं ? कोन में कितनी सतहें होती हैं ?

5) शंकु (Cone) :

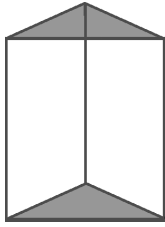


शंकु के आकार की कुछ घनाकृति क नामांकन कीजिए



कोन (शंकु) में एक चपटा वृत्ताकार सतह और एक वक्र पार्श्व सतह हैं। उसमें एक शीर्ष (श्रृंग) और एक वक्र किनारा है।

6) प्रिज़म (Prism) :



दी गई घनाकृति की आकृति को ध्यान से देखिए।

इसका आधार और ऊपर के भाग का आकार कौनसा है?

इसका आधार और ऊपर का भाग त्रिभुजाकार में है। इसके अधो और ऊर्ध्व भाग कैसे हैं? अधो और ऊर्ध्व भाग परस्पर समांतर हैं। इसको 3 पार्श्व सतहें हैं। प्रति फलक आयत आकार में है। पाद और ऊपरी भाग परस्पर कैसे हैं? पाद और उपरी भाग परस्पर समांतर और सर्वांग सम हैं।

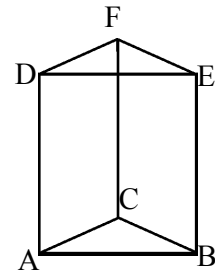
इस तरह के घन को प्रिजम कहते हैं। पाद त्रिभुजाकार में रहने के कारण इसको त्रिभुजाकार प्रिजम कहते हैं। तो त्रिभुज पाद प्रिजम किसे कहते हैं?

सर्व सम आयताकार के पार्श्व फलकों को पाये हुए तथा त्रिभुजाकार के सर्वसम और समांतर पाद और सतह को पाये हुए ज्यामिति आकृति को त्रिभुज पाद पट्टक कहते हैं। त्रिभुज पाद प्रिजम में रहने वाले फलक किनारे और श्रृंग की संख्या कितनी है?

इसमें 5 फलक : 1) ABC 2) DEF
3) BEFC 4) ACFD 5) ABED

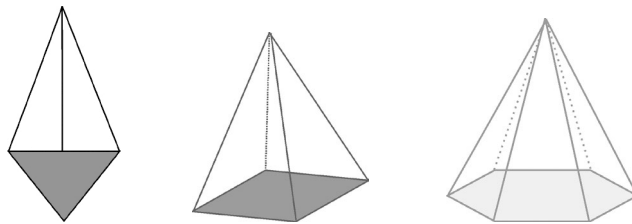
9 किनारे है वे हैं : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}, \overline{DF}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{AD}, \overline{CF}, \overline{BE}$

6 श्रृंग है वे हैं : A, B, C, D, E और F.



7) पिरामिड (Pyramid) :

नीचे कुछ पिरामिड की आकृतियाँ हैं। उनको ध्यान से देखिए।

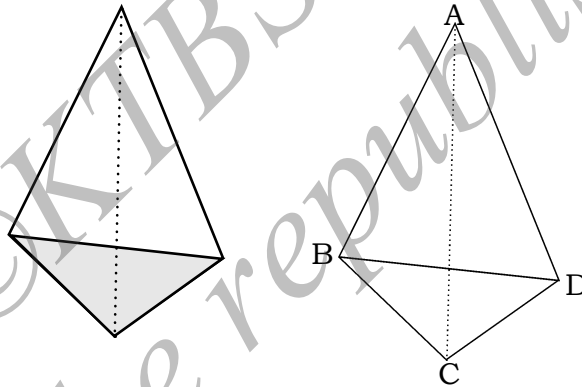


घनाकार के इन आकारों को पिरामिडे कहते हैं ।

इन पिरामिडों के आधार और पार्श्व सतहों के आकार कौन से हैं ?

उपरोक्त आकृतियों से स्पष्ट है कि हर एक पिरामिड का आधार एक बहुभुजाकृति है। और पार्श्व मुख त्रिभुजकार के हैं। पिरामिड के ऊर्ध्व भाग में शीर्ष या श्रुंग है। पिरामिडों को उनके आधारों के आधार पर नामांकन किया जाता है।

1) त्रिभुजाकार आधार के पिरामिड (**Triangular based pyramid**) :



आकृति को ध्यान से देखिए आधार का आकार कौन सा है ?

इस पिरामिड का आधार त्रिभुजाकार में है। इसलिए इसको त्रिभुज आधार पिरामिड कहते हैं।

इस पिरामिड के कितने फलक हैं ?

इस पिरामिड के 4 फलक है : 1) ABC 2) ABD 3) BDC 4) ADC

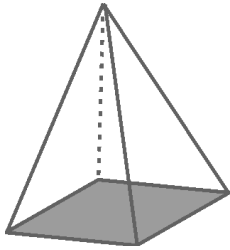
इस पिरामिड के कितने किनारे हैं ?

इसके 6 किनारे हैं :- $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AC}, \overline{AD}$ और \overline{BD}

इसके कितने श्रुंग है ? इस पिरामिड के 4 श्रुंग हैं. A, B, C और D.

पिरामिड में सभी 4 फलकें त्रिभुजाधार के हैं ।

2) वर्गाधार पिरामिड (Square based pyramid) :

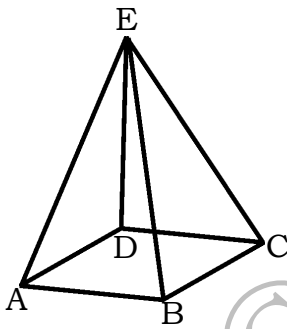


वर्गाधार पिरामिड की आकृति को दी गई है। इस आकृति को ध्यान से देखिए

इस पिरामिड के आधार तथा पार्श्व मुख किस आकार में है ?

आधार का आकार वर्गाकार है। इसलिए उसे वर्गाधार पिरामिड कहते हैं। सभी पार्श्व सतहें त्रिभुजाकार के हैं।

इस पिरामिड के कितने फलक हैं ?



इसके 5 फलके हैं।

जिसमें, ABCD एक वर्गमुख और ADE, CDE, ABE और BCE त्रिभुजाकार के मुख के हैं। कितने किनारों से युक्त है ?

इस पिरामिड के 8 किनारे हैं। वे हैं \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{AD} , \overline{AE} , \overline{DE} , \overline{CE} और \overline{BE} ।

इस पिरामिड के 5 श्रृंग हैं। वे हैं : A, B, C, D और E. इस पिरामिड के कितने श्रुग हैं ?

हल की गई समस्याएँ:

1. निम्नोक्त घनों के नाम बताइए :

गेंद	सिलिंडर	कोन (शंकु)	समकोणिक

2. इन वस्तुओं के आकार लिखिए ?

- 1) गोली → गोल
- 2) माचीसबाक्स → आयत घन
- 3) पानी का पैप → सिलेन्डर

छात्रक्रिया : - आयाम और आयाम आकृति संबन्धित कुछ ज्यामितीय पद को नीचे दिया है। इस पद को अलग अलग चौड़ाई लैन अथवा विकर्ण लैन को ठीक कीजिए उसका पतालगा इए और पट्टि कीजिए।

गो	स	अं	चु	स	ग	स	की
पु	ळ	र	आ	शुं	मु	म	न
र	कु	क	य	म	ख	को	सि
शं	स	म	त	ल	त्रि	न	लि
पा	द	ग	ज	हु	न	त्रि	ड
पि	का	बु	बा	घ	क	को	र
श	तु	म	ख	ट्ट	र	न	म
च	स	मु	प	लं	ब	को	न
अ	ष्ट	भु	जा	कृ	ति	ज	न
अ	ह	आ	य	त	घ	न	श

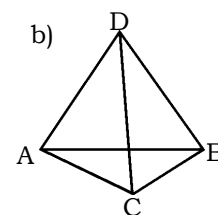
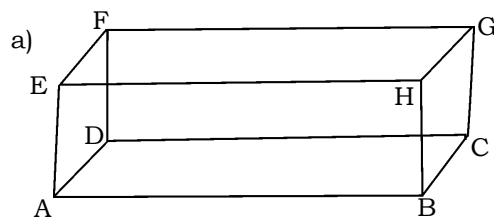
उदाहरण कोन (शंकु)

अभ्यास 6.7

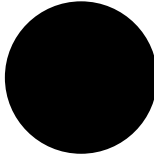

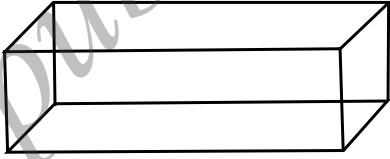

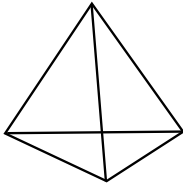
I. 'अ' पट्टी से 'ब' पट्टी जोड़िए :

अ	ब
1) गेंद	a) षट् फलक
2) पानी की नलिका	b) गोल
3) ईंट	c) शंकु
4) खेलने के डैस	d) घनाकृति
5) जोकर की टोपी	e) सिलिन्डर
	f) घन

II. निम्नोक्त घनों के मुख (पूर्व), किनारे, तथा श्रुंगों (शीर्षों) की संख्या बताइए :



III. निम्नोक्त 'अ' पट्टी से 'ब' पट्टी जोड़िए :

अ	ब
a) पिरामिड	1) 
b) क्यूबाइड - लंबकोणिक - समकोणिक - षट् फलक	2) 
c) सिलिन्डर (बेलन)	3) 
d) गोला	4) 
e) शंकु	5) 

क्रियाकलाप १ :- गत्ते को काट कर घनाकृति, पिरामिड, प्रिजम, पिरामिड को तैयार कीजिए।

3 आयाम वस्तुओं को संग्रह करके सूची तैयार कीजिए।

(इस छात्रक्रिया को 4 विद्यार्थी संग्रह करके कीजिए।)



अध्याय 7

दत्तांश निर्वहण (Data Handling)

इस घटक के अध्ययन करने के बाद आप:

- दत्तांश का मतलब समझ सकेंगे,
- दत्तांश संग्रहण और उसका आयोजन कर सकेंगे,
- पिक्टोग्राफ के माध्यम से दत्तांश प्रस्तुत कर सकेंगे,
- पिक्टोग्राफ के सहारे दत्तांश पाना सीख सकेंगे,
- पिक्टोग्राफ बनाने के लिए माप की आवश्यकता को समझ सकेंगे।
- पिक्टोग्राफ बनाने के तरीके का विवरण दे सकेंगे।

परिचय

आजकल दत्तांश निर्वहण का ज्ञान अत्यंत अनिवार्य है। इसे खेती, जनगणना, वैधकीय, अंतरिक्ष, औद्योगिक क्षेत्रों में दत्तांश निर्वहण की उपयोगिता है। दत्तांश निर्वहण को चार विभिन्न स्तरों में जैसे संग्रहण, आयोजन; निर्वहण और उपयोगिता में करते हैं। कार्य योजना और नियोजन में इन का प्रमुख पात्र है। विषय की विस्तृत जानकारी देने में, मकसद की पूर्ती के लिए और अत्यंत कम समय में जटिल समस्याओं का हल निकालने में दत्तांश निर्वहण सहायक है।

पिछली कक्षा में आप दत्तांशों को चित्रमय ग्राफ (Pictograph) और स्तंभ लेख (bar graph) के रूप में दिखाना सीख चुके हैं। इस के बारे में और अधिक जानकारी इस अध्याय में प्राप्त करेंगे।

ध्यान दीजिए : एक चित्र हजारों शब्दों से अधिक है - चीनी कहावत

क्रियाकलाप १ :- नीचे के वाक्यों को पढ़िए।

अ. नयना गणित में उन्नत श्रेणी प्राप्त कर चुकी है।

आ. नयना गणित में 90 अंक पाई है।

इन दोनों क्यों में आप को क्या अंतर दिखता है ?

दूसरा वाक्य पहले वाक्य से अधिक परिपूर्ण और निखरता पूर्ण है, क्योंकि इस में संख्यायुक्त विवरण है।

निम्न लिखित कोष्ठक में एक कक्षा के छात्रों की ऊँचाई (से. मी.) में दी गई है।

नाम ऊँचाई (से. मी)	नाम ऊँचाई (से. मी)	नाम ऊँचाई (से. मी)
दिव्या - 135	प्रिया - 129	सौख - 143
नयना - 150	मोनिका - 151	पंकज - 147
राजु - 146	अक्षय - 141	बलबीर - 133
शाहिल - 133	प्रमोद - 145	सचिन - 144
रहीम - 140	अभिषेक - 139	वीणा - 136

ऊपर की कोष्टक कई बातों को स्पष्ट रूप में देता है। उस के आधार पर निम्न लिखित सवालों का जवाब लिखिए।

- 1) वर्ग में कितने छात्र हैं?
- 2) सब से ऊँचा विद्यार्थी कौन है? उस की ऊँचाई कितनी है?
- 3) सब से बौना छात्र कौन है? उस की लंबाई को लिखें?

इन सवालों का जवाब आसानी से देने के लिए कोष्टक उपयोगी है। ऐसे कोष्टक दत्तांशों को देते हैं। जिन विषयों को संख्या के रूप में देते हैं उसे दत्तांश कहते हैं।

क्रियाकलाप 2 :- नीचे दिये गये क्रिकेट के स्कोर बोर्ड को देखिए।

बौलर	ओवर	बिना रन के ओवर	दिये गये रन	प्राप्त विकेट
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

बल्लेबाज	कुल रन	गेंदों की संख्या	समय (मिनटों में)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

उपरोक्त दत्तांश केवल खेल के बारे में, हार या जीत के बारे में नहीं बताते हैं। उस के साथ और भी उपयुक्त विचारों को बताते हैं। जैसे- अत्यधिक रन कमाए बल्ले बाज, उस के लिए लिया समय, सामना किए गेंदों की संख्या अदि इसी तरह गेंदबाजी का भी विवरण उपलब्ध कर सकते हैं।

इसी प्रकार आप अपने दैनिक जीवन में कई विचारों से युक्त सरणियों को देखा होगा जो संख्याओं से बने रहते हैं और ये सूचियाँ व्यक्ति, खिलाड़ी, देश, कक्षा, टीम, अदि के बारे में दत्तांशों को देते हैं। संग्रहित संख्याओं के विवरण को दत्तांश कहते हैं।

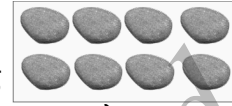
दत्तांशों का अंकन (Recording of data)

सोचिए कि एक कक्षा के छात्र बाहर सैर करने की तैयारी कर रहे हैं। उन छात्रों को शिक्षक केला, सेब, संतरू और अमरूद में से किसी एक को चुनने के लिए कहते हैं। उमा को इस की सूची तैयार करने को कहा जाता है। उमा सभी का नाम लिखकर उस के सामने उन की पसंद को लिखती है। इस सूची की सहायता से शिक्षक छात्रों को उन की पसंद के फलों को बाँट सकते हैं।

छात्र का नाम	पसंद किए फल
राघव	केला
प्रीती	सेब
अमर	अमरूद
फातिमा	सेब
अमिता	केला
रामन	अमरूद
राधा	केला
फरीदा	केला
अनुराधा	सेब
चंदन	केला
भावना	सेब
मनोज	केला
डोनाल्ड	संतरा
मरिया	केला
पृथ्वी	अमरूद
रितू	सेब
सल्मा	केला
उमा	संतरा
कविता	अमरूद
जाविद	केला

कितने छात्रों को केला चाहिए इसे जानने के लिए व्यवस्थित रूप से दत्तांशों को जोड़ना। शिक्षक को सूची में एक एक करके गिनना है। उस प्रकार अन्य फलों की जानकारी के लिए भी इसी प्रक्रिया का पुनरावर्तन बार बार करना पड़ता है। जिस से अधिक समय व्यय होता है। छात्रों की संख्या अधिक होने पर समय भी अधिक लगता है।

यही प्रक्रिया को उसी कक्षा के कविता ने अलग प्रकार से किया। वह चार वर्ग बनाके प्रत्येक वर्ग पर एक एक फल का नाम लिखकर सभी छात्रों से कहा कि वे अपने पसंद के फल वाले वर्ग में एक एक पत्थर हर विद्यार्थी को रखने के लिए कहा। उदाहरण के लिए अगर रामन को केला पसंद है तो उसे केला नाम के चौक में एक पत्थर रखना चाहिए। इस प्रकार सभी विद्यार्थी करने के बाद कविता ने उन पत्थरों को गिनकर प्रत्येक प्रकार के फल कितने कितने चाहिए उस संख्या को गिनकर बताया।



केला



संतश



सेब



अरुद

व्यवस्थित रूप से दत्तांशों का आयोजन।

जिस प्रकार कविता ने आवश्यक फलों की संख्या को पाने की कोशिश की, उसी काम को रोहित निम्न लिखित सूची के रूप में तैयार करने की कोशिश की। उन्होंने न तो छात्रों को बुलाया न चौक में पत्थर रखने को कहा। मगर जो सूची वह बनाया कुछ इस प्रकार था।

केला	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	8
संतश	✓	✓	✓						3
सेब	✓	✓	✓	✓	✓				5
अमरुद	✓	✓	✓	✓					4

क्या आपने रोहित की सूची को समझ ?

‘✓’ यह संकेत आप को क्या सूचित करता है ?

इस सूची से 4 विद्यार्थी अमरुद के फल को चुने थे, इसे हम उपरोक्त सूची के सहारे जान सकते हैं।

उपरोक्त सूची की सहायता से अमरुद के सामने कितने '✓' संकेत है? कक्षा में कितने विद्वार्थी है? इस का पता लगाइए।

दत्तांश पाने का अलग अलग विधानों को तुलना करके देखिए, चर्चा कीजिए, कौनसा विधान उत्तम है? क्यों? अधिक जानकारी प्राप्त करने के लिए किस विधान को उपयोगी मान सकते है?

क्रिया कलाप 1 : शिक्षक को अपने वर्ग के 50 छात्रों में अक्षर दासोह कार्यक्रम के अंतर्गत बच्चों का ऐच्छिक खुराक की जानकारी चाहिए। नमिता वह कार्य करने की जिम्मेदारी लेती है। वह पेन्सिल और कागज लेकर चुने खुराख और छात्रों की संख्या नाम के दो सूची बनाती है और प्रत्येक छात्र के चुनाव के सामने (1) चिन्ह लगाती है।

चयन	छात्रों की संख्या
सिर्फ चावल	
सिर्फ रोटी	
चावल और रोटी दोनों	

इस सूची को देखकर उमेश ने सलाह दिया कि उसे अगर 10-10 के समूह में विभाजित किये तो गिनना और आसान होगा। उसी प्रकार निम्न सूची को बनाया गया।

चयन	तालिक	छात्रों की संख्या
सिर्फ चावल		17
सिर्फ रोटी		13
चावल और रोटी		20

फिर राजन ने उसे 5-5 के समूह में बाँटने की सलाह दिया। तो सूची इस प्रकार बनी

चयन	तालिक	छात्रों की संख्या
सिर्फ चावल	() () ()	17
सिर्फ रोटी	() ()	13
रोटौ और चावल दोनों	() () () ()	20

यह सब देखने के बाद शिक्षक ने कहा कि हर पाचँवा लकीर को अडी पाई बनाने को कहा तालिका सूची कहते है। इस तरह लिखने से $5 + 2 = 7$ (और) $5 + 5 = 10$ इस तरह पढ़ सकते है। तब सूची का नया रूप कुछ इस तरह हुआ।

चयन	टैली मार्क	छात्रों की संख्या
सिर्फ चावल		17
सिर्फ रोटी		13
चावल और रोटी दोनो		20

क्रिया कलाप 2 : राजु को 6 वर्ग के बच्चों के जूते का माप संग्रहण करने की सूचना दी गई थी। उस प्रकार उस से संग्रहित दत्तांशों का विवरण इस प्रकार है।

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
5	6	4	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	


इस दत्तांश से राजु को





- 1) कौन से माप की जूते को अधिकतर बच्चे पहनते है ?
- 2) कौन से माप की जूते को कम बच्चे पहनते है? इस की जानकारी प्राप्त करने में आप मदद कीजिए। टैली मार्क की सहायता से राजुने एक सूची बनाई। इस से आप आसानी से पद सकते है कि जिन के जूते का माप 6 है वह 10 को और 8 माप वाले 2 छात्र है।

जूते की माप	तालिक सूची	छात्रों की संख्या
4		5
5		8
6		10
7		7
8		2


चित्रनक्षा: (Pictograph)

क्रिया कलाप :- राम, रहीम, रजत और राबर्ट के बगीचे में क्रमानुसार 15, 20, 30 और 25 नारियल के पेड़ हैं।

a) चिन्ह  = 1 नारियल का पेड़। उपरोक्त दत्तांश को चित्र नक्षा के रूप में लाने के लिए बहुत सारे चित्रों की आवश्यकता है। क्योंकि दत्तांशों की संख्या अधिक है। इस से संबंधित चित्र नक्षा इस प्रकार है।

बगीचे का मालिक नाम	नारियल पेड़ों की संख्या  = 1 नारियल पेड़
राम	
रहीम	
रजत	
राबर्ट	

उपरोक्त प्रकार से चित्रनक्षा बनाने में अधिक समय लगता है।

b) अब एक चिन्ह  = 5 नारियल का पेड़ एसा मानने पर

$$\text{उदा : } 15 \text{ नारियल पेड़} = \frac{15}{5} = 3 \text{ चित्र.}$$

$$20 \text{ नारियल पेड़} = \frac{20}{5} = 4 \text{ चित्र.}$$

$$30 \text{ नारियल पेड़} = \frac{30}{5} = 6 \text{ चित्र.}$$

$$25 \text{ नारियल पेड़} = \frac{25}{5} = 5 \text{ चित्र.}$$



बगीचे का मालिक का नाम	नारियल पेड़ों की संख्या  = नारियल 5 पेड़
राम	
रहीम	
रजत	
राबर्ट	

इसे तरह रचाने का अनुभव कैसा था ?

a) और b) चित्र नक्षा में किसे आसानी से बना सकते है ? परिपूर्ण माहिती किस में मिलती है ?

b) चित्र नक्षा ही है ना।





यह आसान कैसे बना ?

 = 1 नारीयल पेड़ के बदले में  = 5 नारीयल पेड़ करके गया हैं।

चित्र नक्षा मे अधिक दत्तांश होने पर सही परिमाण (Scale) की आवश्यकता है।

जिन चित्रों को देखकर दत्तांश को समझना आसान होता है उसे चित्र नक्षा कहते है। अथवा दत्तांशों के चित्रित रूप को चित्र नक्षा कहते है।

किया कलाप :- एक कपाट में कुछ विभागो मे किताबो को जोडना किया गया हैं उनके जानकारी को निम्न सूची में दिया गया है।

कतार	किताबों की संख्या
पहला कतार	
दूसरा कतार	
तीसरा कतार	
चौथा कतार	
पाँचवा कतार	

a) अधिक संख्या के किताब किस कतार में है ?

b) कम संख्या के किताब किस कतार में है ?

c) कौनसे कतार में एक भी किताब नहीं है ?

उपरोक्त सवालों का जवाब आप चित्र नक्षा के सहारे से आसानी से दे सकते है।

चित्र नक्षा का विश्लेषण (Interpretation of Pictograph)



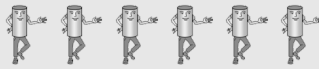


उदाहरण 1 : निम्न सूचित चित्र नक्षा एक शाला के 300 छात्रों में कितने छात्र पिछले सप्ताह में अनुपस्थित थे, उसे सूचित करता है।

दिन	गैर हाजिर छात्रों की संख्या  = 3 गैर हाजिरी
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
गुरुवार	
शुक्रवार	
शनिवार	

- कौन से दिन गरिष्ठ छात्र अनुपस्थित थे ?
- किस दिन सभी विद्यार्थी हाजिर थे ?
- पूरे सप्ताह में कुल कितने छात्र अनुपस्थित थे ?


जवाब:

- शनिवार के दिन अत्यधिक अनुपस्थित है। ($8 \times 3 = 24$ विद्यार्थी) कई तो विद्यार्थी अनुपस्थित है
 - गुरुवार कोई बि चित्र नहीं है केहेतो कोई अनुपस्थित नहीं है। सभी विद्यार्थी उपस्तीत है।
 - चित्र नक्षा में कुल 20 चित्र है। इस लिए पूरे सप्ताह में कुल 60 छात्र अनुपस्थित थे।
- उदाहरण 2 : निम्न लिखित चित्र नक्षा में कितने लोग किस रंग का शीतलीकरण यंत्र (Fridge) का उपयोग करना चाहते है? यह दत्ताशं है।

रंग	जन संख्या [ = परिमाण 10 जन]
नीला	
लाल	
हरा	
सफेद	






- a) कितने लोग नीला रंग चाहते है ?
b) कितने लोग लाल रंग चाहते है ?

जवाब :

- a) 50 लोग नीला रंग को चाहते हैं कैसे ?
एक चित्र  = 10 लोग ; 5 चित्र $5 \times 10 = 50$ लोग
b) लाल रंग के छः चित्र है। 6 चित्र = $6 \times 10 = 60$ लोग
60 लोग लाल रंग चाहते हैं।

सोचिए:- हरा और सफेद रंग चाहनेवाले लोग की संख्या को चित्र नक्षा की सहायता से बताइए।

उदाहरण 3 : 6 वर्ग के 120 विद्यार्थिनियों में घर से स्कूल तक आने की व्यवस्था का समीक्षण किया गया। जिस का विवरण इस प्रकार है।

याताचात	विद्यार्थिनियों की संख्या  = 4 विद्यार्थिनियों
व्यक्तीगत कार	
पब्लीक बस	
शाला बस	
साइकिल	

उपरोक्त चित्र नक्षा से निम्न विवरण जानसकते है। :

- a) कार में आनेवाली छात्राओं की संख्या = 16 (4 चित्र) $(4 \times 4 = 16)$.
b) अत्यधिक विद्यार्थिनियाँ शाला बस में याताचात करती हैं।
= 40 $(10 \times 4 = 40)$.

- c) 12 विद्यार्थिनियाँ साइकिल का उपयोग करती हैं। [3 चित्र $3 \times 4 = 12$.
 d) 20 विद्यार्थिनियाँ पब्लिक बस का उपयोग करती है।
 (5 चित्र $5 \times 4 = 20$)


सोचिए: शाला को पैदल आनेवाली छात्राओं की संख्या कितनी है?

अभ्यास 7.1

- 1) 40 विद्यार्थियों के गणित परीक्षा में प्राप्तांक की सूची नीचे दिया है। इस की एक तालिका सूची (Tally Scores) तैयार कीजिए।

8	1	3	7	6	5	5	4	4	2
4	9	5	3	7	1	6	5	2	7
7	3	8	4	2	8	9	5	8	6
7	4	5	6	9	6	4	4	6	6

- a) कितने विद्यार्थियों ने 7 या 7 से अधिक अंक प्राप्त किया है ?
 b) कितने विद्यार्थियों ने 4 से कम अंक प्राप्त किया ?
- 2) 5 वीं कक्षा के 30 विद्यार्थि निम्न लिखित प्रकार के मिठाइयों को खाना चाहते हैं।
 लाडू , बर्फी , लाडू , जलेबी , लाडू, रसगुल्ला , जबी
 लाडू, बर्फी , रसगुल्ला, लाडू , जलेबी , जलेबी , रसगुल्ला
 लाडू ,रसगुल्ला, जलेबी, लाडू , रसगुल्ला , लाडू, लाडू
 बर्फी , रसगुल्ला, रसगुल्ला , जलेबी , रसगुल्ला , लाडू , रसगुल्ला , जलेबी, लाडू
- a) मिठाइयों के नाम लिखकर तालिक सूची तैयार कीजिए।
 b) छात्र किस मिठाई को अधिक पसंद करते है ?

- 3) 5, 6, 7 और 8 वी के क्रिकेट खिलाड़ियों का दत्तांश नीचे दिया है। उस के आधार पर एक चित्र नक्शा बनाइए। (प्रमाण : 1  = 3 छात्र)

कक्षा	छात्रों की संख्या
V	12
VI	15
VII	21
VIII	18

- 4) : निम्नलिखित सूची में एक वसतिगृह के लिए साल के पहले चार महीने में खरीदा बल्बों की संख्या को सूचित करती है। (प्रमाण : \ominus = 5 बल्ब)

महीना	बल्ब की संख्या
जनवरी	20
फरवरी	25
मार्च	30
अप्रैल	35

इस दत्तांश को चित्र नक्शा के रूप में लिखिए

1. पाँच गाँवों की पालतू जानवरों की संख्या इस प्रकार है।

गाँव : A : 80 गाँव : D : 120

गाँव : B : 90 गाँव : E : 40

गाँव : C : 60

चिन्ह \oplus = 10 पालतू जानवार, इस संकेत के आधार पर चित्र नक्शा तैयार कीजिए और नीचे के सवालों का जवाब लिखिए.

- गाँव E के पालतू जानवार की संख्या को कितने चिन्ह सूचित करते हैं ?
- अत्यधिक पालतू जानवार की संख्या किस गाँव में है ?
- A और C गाँवों में कौनसी गाँव में पालतू जानवार की संख्या अधिक है ?

6. नीचे की खूची एक विद्यालय के अलग- अलग सालों की कुल छात्रों की संख्या को सूचित करती है।

साल	छात्रों की संख्या
1996	400
1998	500
2000	400
2002	600
2004	700

- a) चिन्ह = 100 छात्र। इस चिन्ह के सहारे चित्रनक्षा बनाइए और निम्न लिखित सवालों का जवाब दीजिए।
 b) साल 2002 के विद्यार्थियों की संख्या को कितने चिन्हों से सूचित करते हैं?
 c) साल 1998 विद्यार्थियों की संख्या को कितने चिन्हों से सूचित किया है?
7. अरुण घटक परीक्ष में प्राप्त अंकों को नीचे सूची में दिया गया है। उस दत्तांश का उपयोग करके एक चित्रनक्षा बनाइए। सूक्त परिमाण को चुनिए)

विषय	प्राप्तांक
कन्नड़	20
अंग्रेजी	15
हिन्दी	10
गणित	25
समाज विज्ञान	20

उस दत्तांश का उपयोग करके एक चित्रनक्षा बनाइए। (सूक्त प्रमाण को चुनीए)



उत्तरमाला

अध्याय-1 संख्याएँ - Exercise 1.1

- IV a) 54,705 b) 76,70,009 c) 4,08,352 d) 6,07,03,040
e) 37,00,08,580 f) 4,97,00,710

Exercise 1.2 - III a) 26,478 b) 4,59,000 c) 80,06,372 d) 20,75,003

Exercise 1.3

I	बड़ी संख्या	छोटी संख्या	बड़ी संख्या	छोटी संख्या
a)	64,393	27,645	d) 76,78,740	37,78,284
b)	7,38,709	7,31,294	e) 5,76,28,580	3,62,47,840
c)	9,38,400	6,45,796		

- II a) < b) < c) < d) = e) > f) < g) < h) >

Exercise 1.4 - I a) 568 b) 3,568

- c) बड़ी संख्या 86,530 छोटी संख्या 30,568 d) 1) 2,03,568 2) 8,65,320 e) छोटी संख्या 33,568 बड़ी संख्या 86,533

Exercise 1.6 - I A a) XXXII b) IL c) LVIII d) LXXIV e) XCII f) CXC

B a) CCLXXXIX b) DCCLVI c) CMXX d) MCC

e) MMCMXLVII f) MMMMM

- II A a) 15 b) 19 c) 65 d) 13 B a) 96 b) 480 c) 690 d) 1410

Exercise 1.7 I a) 1)26 2)1 3)34 4)23 b) 1)4 2)8 3)8 4)14

- c) 1)57 2)27 3)3 4)52 II 1)17 2)17 3)8 4)29

अध्याय -2 मूलभूत प्रक्रियाएँ - Exercise 2.1

- I a) 1, 41, 305 b) 97, 045 c) 11, 23, 778 d) 71, 13, 290

- II a) 46, 000 b) 3, 08, 355 c) 43, 112 d) 6, 02, 307

- III a) 51,725 b) 70, 761 c) 1, 06, 941 d) 7, 65, 026

IV a) 88, 247 b) 41 975 c) ₹19, 675 d) 1,08,673 e) ₹16,029

Exercise 2.2 I 1) a) 46,500 b) 43,71 822 c) 1,16,21,624 d) 2,52,24,192

2) a) भागफल = 806, शेषफल = 0

b) भागफल = 1684, शेषफल = 3

c) भागफल = 1236, शेषफल = 0

d) भागफल = 278, शेषफल = 0

II 1) a) ₹18,24,000 b) 91,392 c) 152 m 2) a) 3519 l b) 109

c) 29.05 कि. मी. III 1) 40 2) 150

अध्याय -3 पूर्ण संख्याएँ - Exercise 3.1

I a) सही b) गलत. प्रत्येक पूर्ण संख्या स्वभाविक संख्या नहीं होती

c) सही d) सही e) सही f) गलत. दो अथवा अधिक स्वभाविक संख्याओं का गुणनफल पूर्ण संख्या है।

II a) 300 b) 412 c) 12 d) 16×84 e) 1

f) 15 III हाँ, वे समान हैं। जोड़ का क्रमविनिमय नियम

IV c) $999 \times 1 = 999$ VI a) 90 b) 36

Exercise 3.2 - I 1) 3, 6, 10, 15 2) 4, 9, 16, 25, 36 3) 36, 4) 6

II a) $1111 \times 1111 = 123421$ b) $1234 \times 9 + 4 = 11110$ c) $123 \times 8 + 3 = 987$

d) $98 \times 9 + 6 = 888$ e) 1) 99999 2) 111111111

III त्रिभुजीय संख्याएँ, a) 3 c) 10 e) 15 f) 6

वर्ग संख्याएँ, b) 81 d) 49 h) 64 i) 25

आयत संख्याएँ, b) 81 c) 10 e) 15 f) 6 g) 8 h) 64

अध्याय -4 पूर्णांक - Exercise 4.1

I. 3) a) -5 b) 9 c) 0 d) -14 e) -57 4) a) 0 b) -10 c) -15 d) -1 e) -75

II. 1) a) > b) > c) < d) < e) > f) = g) > h) >

2) a) -5, -3, 0, +2, +8, b) -9, -7, -1, +5, +8, c) -15, -12, -3, +4, +15
d) -20, -6, 0, +7, +14

3) a) + 6, + 5, +2, 0, -4 b) + 7, 0, -1, -4, -7, -10
c) + 9, + 5, 0, -8, -14, -18, d) + 5, + 2, 0, -9, -11

4) a) + 3 b) + 2 c) -500 d) + 200 e) + 8854 m f) -28

Exercise 4.2 1 a) 2 b) -30 c) - 47 d) - 39 e) 0 f) - 34 g) 2601
h) - 8778 i) -6350 j) 1153 k) 1672 l) 3275

4) 3 5) a) गलत b) सही c) गलत d) सही e) सही f) गलत g) सही 6) 1) -6
2) -12°C 3) 1

7) अधिकतम तापमान : 2°C न्यूनतम तापमान : - 4°C

अध्याय-5 रेखागणित की मूल परिकल्पनाएँ - Exercise 5.1

I a) A, B, C, D, O. b) \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} , \overline{OD} . c) \overline{BD} , \overline{AC} . III. \overline{OQ} , \overline{OT} ,
 \overline{OP} , \overline{OA} \overline{PO} , \overline{PQ} , \overline{PT} , \overline{PA} IV a) \overline{PS} b) \overline{LM} c) \overline{RM} , \overline{RS} , \overline{RQ} , \overline{RL} .
V. a) किरण b) रेखाखण्ड c) किरण d) रेखाखण्ड e) किरण.

VI. a) \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA} , \overline{AE} , \overline{BE} , \overline{DE} , \overline{CE} , \overline{AC} , \overline{BD} b) \overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RP}

Exercise 5.2 - 3) a) X, Y, Z b) A, B, C, D, c) P, Q, R, S

Exercise 5.4 - 1) i) Y - शीर्ष , $\angle XYZ$ - कोण , \overline{XY} \overline{YZ} - भुजा

II) O - शीर्ष, $\angle AOB$, $\angle AOC$, $\angle BOC$ - कोण \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} - भुजा

3) a) A, Q, B b) A c) Q, O, R, B

Exercise 5.5 - 1) \overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RP} - भुजा $\angle PQR$, $\angle QRP$, $\angle RPQ$ - कोण

P, Q, R - शीर्ष. 2) \overline{BC} and \overline{AC} . 3) 1. P, Q, R. 2. T, S, H 3. L, M, N.

5) a) 3 b) 3 c) 3

Exercise 5.6 I. \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA} - भुजा A, B, C, D - शीर्ष

$\angle DAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ - कोण II. 1) \overline{SP} , \overline{RQ} और \overline{PQ} , \overline{RS}

2) $\overline{RS}, \overline{SP} : \overline{SP}, \overline{PQ} : \overline{QR}, \overline{RS} : \overline{PQ}, \overline{QR}$. V a) 4. b) 4 c) 4. d) 4. e) 2 VI. 15

Exercise 5.7- I. X- केन्द्र PQ, RS, AB - जीवा AX, XY, XB - त्रिज्या AB -

व्यास IV a) O, A, P, Q b) X, Y, Z c) T, S, R V) a) ✓ b) ✓,

c) ✓, d) × e) ✓ f) × g) ✓ h) ×, i) ✓ VI-a) रेखाखण्ड, b) चाप c) वृत्ताखण्ड

घटक -6 दो और तीन आयाम की आकृतियाँ - **Exercise 6.1(a)**

1) $\overline{PQ} = \overline{PR} + \overline{RQ}$ 2) $\overline{AC} = 5\text{cm}$

Exercise 6.1 (b) - 1) $90^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 0^\circ$ 2) 360° or 0 3) 30° 4) 150°

Exercise 6.2 I. a) (l,m) (m,n) (l,n) b) (l,q) (l,p) (p,n) (q,n)

c) q and m d) p and m II. a) $\overline{RS} = 5\text{ cm}$ b) $\overline{MN} = 5\text{ cm}$

III. a) $\angle POS = 90^\circ$ b) $\angle ROQ = 90^\circ$ c) $\angle POR = 90^\circ$ d) $\angle QOS = 90^\circ$

Exercise 6.3 I. 1) 40° 2) 360° 3) 180° 4) 90° 5) 240°

III $\angle KLM$, न्यून कोण शीर्ष- L, भुजाएँ - \overline{LK} और \overline{LM} ,

$\angle ZYX$, वृत्त कोण, शीर्ष- Y, भुजाएँ- \overline{YX} , \overline{YZ}

IV. a) $\angle AOC$ -अधिक कोण, $\angle BOC$ -न्यून कोण, $\angle BOD$ -अधिक कोण, $\angle AOD$ -
न्यून कोण

b) 1) 180° , 2) 180° , 3) 360°

Exercise 6.4 - I. 1) c 2) d 3) e 4) f 5) a 6) b

II समबाहु त्रिभुज, विषम बाहु त्रिभुज, अधिक कोण त्रिभुज, लंब कोण त्रिभुज,
समबाहु.

III 1) अधिक कोण त्रिभुज 2) लंब कोण त्रिभुज

3) न्यूनकोण त्रिभुज 4) समबाहु त्रिभुज

5) समद्विबाहु त्रिभुज 6) समबाहु (समकोणिक)

Exercise 6.5 - I. भुजा \overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RS} , \overline{PS} , शीर्ष P, Q, R, S

कोण - $\angle QPS$, $\angle PQR$, $\angle QRS$, $\angle PSR$ भुजा \overline{LK} , \overline{LM} , \overline{MN} , \overline{KN}

शीर्ष - K, L, M, N कोण - $\angle KLM$, $\angle LMN$, $\angle KNM$, $\angle LKN$

II. 1) \overline{AC} , \overline{BD} , 2) a) $\angle ABC$, $\angle BCD$ b) $\angle BAD$, $\angle ADC$
c) $\angle ADC$, $\angle BCD$ d) $\angle ABC$, $\angle BAD$ 3) a) \overline{AB} , \overline{BC} , b) \overline{BC} , \overline{CD} ,
c) \overline{CD} , \overline{AD} , d) \overline{AB} , \overline{AD}

4) a) \overline{AB} , \overline{CD} b) \overline{BC} , \overline{AD} , 5) a) $\angle BAD$, $\angle BCD$ b) $\angle ABC$, $\angle ADC$

III. 1) गलत, 2) सही, 3) गलत, 4) गलत, 5) सही

Exercise 6.6- 2) a) समबाहु त्रिभुज b) वर्ग 3) a) 7 भुजाएँ, 0
7 शीर्ष b) 3 भुजा, 3 शीर्ष c) 5 भुजा, 5 शीर्ष d) 8 भुजा, 8 शीर्ष 4) 1) षष्ठभुज 2)
अष्टभुज 3) चतुर्भुज 4) पंचभुज

5) सप्तभुज **Exercise 6.7** - 1) 1) गोला, 2) बेलन, 3) धनायत, 4) घन 5) शंकु,

II a) पार्श्व - ABCD, EFGH, BCGH, ADFE, CDFG, ABHE. किनारे - \overline{AB} , \overline{BC} ,
 \overline{CD} , \overline{DA} , \overline{AE} , \overline{DF} , \overline{BH} , \overline{CG} , \overline{EF} , \overline{EH} , \overline{HG} , \overline{GF}

शीर्ष - A, B, C, D, E, F, G, H b) पार्श्व - ABC, ADC, BCD, ADB

शीर्ष - A, B, C, D किनारे - \overline{AC} , \overline{CB} , \overline{BA} , \overline{DC} , \overline{AD} , \overline{BD}

III a) 5 b) 3 c) 4 d) 1 e) 2